Entwicklung eines konstanten Drehmomentes mittels Pulsweitenmodulation im BLDC-Betrieb

Von der Fakultät für Elektrotechnik der
Helmut-Schmidt-Universität / Universität der Bundeswehr Hamburg
zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktor-Ingenieurs genehmigte

DISSERTATION

von

FLORIAN SCHWIEGER
aus Braunschweig

Hamburg 2011

Erstgutachter: Prof. Dr.-Ing. EKKEHARD BOLTE
Helmut-Schmidt-Universität
Universität der Bundeswehr

Zweitgutachter: Prof. Dr.-Ing. WOLF-RÜDIGER CANDERS
Technische Universität Braunschweig

Tag der mündlichen Prüfung: 27. Juni 2011

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Professur für Elektrische Maschinen und Antriebe der Helmut-Schmidt-Universität, Universität der Bundeswehr Hamburg.

Die Anregung für diese Arbeit gab mir Herr Prof. Dr.-Ing. Ekkehard Bolte. Für seine Unterstützung, wertvollen Ratschläge und Gespräche und das entgegengebrachte Vertrauen während meiner gesamten Tätigkeit an der Professur danke ich Herrn Professor Bolte sehr herzlich.

Ebenfalls gilt mein Dank Herrn Prof. Dr.-Ing Wolf-Rüdiger Canders für die Übernahme des Koreferates und das meiner Arbeit entgegengebrachte Interesse.

Mein Dank gilt auch den Mitarbeitern des Lehrstuhls Herrn Klaus Schlüter, Herrn Sven Herzig, Herrn Norman Landskron und Herrn Friedhelm Schmidtke, die durch eine sehr freundschaftliche Zusammenarbeit und Diskusionen zum Gelingen der Arbeit beigetragen haben.

Meiner Familie und Freunden danke ich für die stetige Unterstützung während der gesamten Zeit.

Florian Schwieger

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung 6

2 Entstehung eines Drehmoments 7

2.1 Stationärer Betrieb am symmetrischen sinusförmigen Drehspannungssystem bei sinusförmiger Polradspannung 8

2.2 Polradspannung bei trapezförmiger Flussverkettung 13

2.3 Aufstellung der DGLen für den Stromverlauf 15

2.4 Berechnung des Drehmoments anhand einer Beispielaufgabe mit der Maschine DS2 19

2.4.1 Mathematische Vereinfachungen 21

2.4.2 Lösen der Differentialgleichungen 25

2.4.3 Berechnung des Drehmomentes 33

2.4.4 Weitere Vorgehensweise bei den folgenden Intervallen 35

2.4.5 Analyse des Drehmomentes im Intervall 1b 36

2.5 Vergleich der Flussverkettungen 39

2.6 Klirrfaktor 41

2.7 Analyseprogramm PMS 41

2.8 Gegenüberstellung der Flussverkettungen 54

2.8.1 Strom- und Momentverläufe 55

3 Verbesserung des Drehmoments 59

3.1 Berechnung des Vorhaltewinkels 59

3.2 Berechnung des Klirrfaktors unter Berücksichtigung des Vorhaltewinkels 63

4 Verbesserung des Drehmomentes durch Anpassung der Strangspannung mittels PWM 65

4.1 Entwicklung der Spannungsgleichung für das Intervall $1a_2$ 66

4.2 Entwicklung der Spannungsgleichung für das Intervall $1b_1$ 68

4.3 Strom-DGL- und Spannungsgleichungen 71

4.4 Berechnung der Spannungssollwerte mit Simulink 74

5 Simulationsergebnisse 81

6 Verifizierung der Simulationsergebnisse 91

6.1 Beschreibung des Simulink-Modells zur Verwendung von dSpace ... 91
6.2 Systemaufbau ... 98
6.3 Messungen ... 99
6.3.1 Betriebspunkt 1 ... 100
6.3.2 Betriebspunkt 2 ... 105
6.3.3 Betriebspunkt 3 ... 108
6.3.4 Betriebspunkt 4 ... 113
6.3.5 Betriebspunkt 5 ... 116
6.4 Eigenfrequenz des Antriebsstranges ... 121
6.5 Rastmomente - Reluktanzmomente ... 125
6.6 Pendelmomente ... 126
6.7 Unterschiede Simulation/Messung ... 126
6.8 Einfluss der Zwischenkreisspannung auf das Drehmoment ... 128

7 Dimensionierung des Zwischenkreiskondensators ... 132

8 Zusammenfassung und Ausblick ... 134

9 Literaturverzeichnis ... 135

Anhang ... 136
A. Abkürzungen und Formelzeichen ... 136
B. Maschinendaten ... 139
C. Lebenslauf ... 141

1 Einleitung

Permanentmagneterregte Synchronmaschinen (PSM) haben in den letzten Jahren einen stetigen Zuwachs erfahren. Das liegt vor allem daran, dass bessere Magnetwerkstoffe mit immer höheren Energiedichten entwickelt wurden. Das macht die Maschinen für viele Anwendungen attraktiv, in denen sie vorher gar nicht anzutreffen waren. Mit dem Einsatz von PSM gehen auch neue Probleme einher, die mehr oder weniger gravierend sind, je nach Anwendungsgebiet. Wenn es darum geht, ein gleichförmiges Drehmoment zu entwickeln, muss man sich die einzelnen Komponenten des Drehmoments genauer anschauen. Da sind das elektrodynamische Moment, das Rastmoment, das Kommutierungsmoment, das Eisenverlustmoment sowie das Reibmoment der Lager. Um z. B. dem Rast- und Kommutierungsmoment entgegen zu wirken, sind in der Literatur verschiedene Vorgehensweisen veröffentlicht worden. In der Arbeit von [7] wird durch Überlappung in der Ansteuerung versucht, das Kommutierungsmoment zu minimieren, d. h. es wird der Auswirkung entgegengewirkt, aber nicht der Ursache.

Bei der elektronisch kommutierten Gleichstrommaschine treten während der Kommutierung Einbrüche im Drehmoment auf. Diese Einbrüche werden durch die Kommutierung der Ströme von einem zum anderen Strang hervorgerufen. Diese Kommutierungsmomente sind unerwünscht, da sie Drehmomentschwankungen verursachen.

In dieser Arbeit wird ein Weg zur Verbesserung des Drehmoments bei der Betriebsart „elektronisch kommutierte Gleichstrommaschine“ mit variabler Spannung vorgestellt. Es wird die Ursache des Kommutierungsmoments beseitigt. Vorher wird die Entwicklung bei konstanter Spannung erläutert, um so einen besseren Überblick über die Funktionsweise dieser Betriebsart zu gewinnen.

Es wird hier nur die Verbesserung des elektrodynamischen Moments verfolgt. Die Verbesserung des Moments erfolgt nur durch die Ansteuerung des Umrichters. Es wird nur auf der elektrischen Seite des Umrichters eingegriffen, d. h. die Zwischenkreisspannung bleibt konstant. Diese Spannung wird dann mit Hilfe einer Pulsweitenmodulation (PWM) stellungabhängig auf die Maschinenstränge geschaltet.

2 Entstehung eines Drehmoments

In einer elektrischen Maschine begegnen einem verschiedene Drehmomentursachen. Alle diese Momente wirken auf die Rotorwelle eines Motors. Wünschenswert ist ein gleichförmiges Moment auf der Rotorwelle. Um das zu erreichen, ist jedoch die genaue Kenntnis der zuvor genannten Momente erforderlich.

Bei den PSM sind zwei Arten von Flussverkettungen typisch, nämlich eine sinusförmige oder eine trapezförmige Flussverkettung. Welche Flussverkettung nun anzustreben ist, hängt von der PSM ab.

Möchte man, dass sich die PSM wie eine Gleichstrommaschine verhält, so benötigt man Stromblöcke, um ein nutzbares Drehmoment zu erzeugen. Diesen Betrieb nennt man auch 120°-Blockbetrieb. Wie sich später noch herausstellen wird, ist das Erreichen eines gleichförmigen Drehmoments in dieser Betriebsart gar nicht so einfach. Diese Betriebsart wird auch „elektronisch kommutierte Gleichstrommaschine (EKGSM)“ genannt. Bei dieser Betriebsart sind im Gegensatz zum Drehstrombetrieb immer nur zwei Stränge gleichzeitig stromführend.

Wird die PSM an einem Drehspannungssystem betrieben, so kommt ein anderer Strom zustande. Dieser ist dann sinusförmig, wenn auch die Flussverkettung sinusförmig realisiert ist.

In den nächsten beiden Unterkapiteln soll nun die Drehmomentbildung bei einer sinusförmigen und trapezförmigen Flussverkettung genauer vorgestellt werden. Das Kapitel 2.1 beschäftigt sich mit der Drehmomentbildung bei einem Betrieb an einem Drehspannungssystem. Diese Art von Drehmomentbildung ist jedoch nicht Gegenstand dieser Arbeit. Sie soll jedoch hier vorangestellt werden, damit der Leser die hier behandelte Betriebsart EKGSM mit der Speisung am Drehspannungssystem (Synchronmaschine) vergleichen kann.

2.1 Stationärer Betrieb am symmetrischen sinusförmigen Drehspannungssystem bei sinusförmiger Polradspannung

Um einen sinusförmigen Verlauf der Flussverkettung darstellen zu können, wird eine Sinus- oder Kosinusfunktion benötigt. Diese Funktion ist dann mit dem Amplitudenwert der Flussverkettung zu multiplizieren. So erhält man z. B. eine sinus- oder kosinusförmige Flussverkettung, die von einem Stellungswinkel ϑ abhängt.

$$\Psi_{f,k} = \hat{\Psi}_f * \cos\left[p\vartheta - (k-1)\frac{2\pi}{3}\right] \tag{2.1}$$

In der Gleichung (2.1) sind noch einige zusätzliche Angaben enthalten. Mit k ist der Strang gemeint, in der die Flussverkettung einer 3-strängigen Maschine auftritt. Die Variable k kann hier die Werte *1,2,3* annehmen. Somit wird eine eindeutige Zuordnung der Flussverkettung zu den Strängen einer Maschine erreicht. Des Weiteren geht die Polpaarzahl p auch mit in die Flussverkettung ein. Die Polpaarzahl ist das Bindeglied zwischen der synchronen mechanischen Winkelgeschwindigkeit Ω_0 des Rotors und der elektrischen Winkelgeschwindigkeit ω des speisenden Drehspannungssystems. Bild 2.1 zeigt die Auswertung von (2.1).

Bild 2.1: Kosinusförmige Flussverkettung

$$p\Omega_0 = \omega, \quad \Omega = 2\pi n \tag{2.2}$$

Nun muss noch erläutert werden, wo sich der Winkel ϑ an einer Maschine überhaupt befindet, bzw. wie dieser definiert ist. Das Bild 2.2 veranschaulicht die Koordinaten einer Maschine. Diese Koordinatendefinition behält für den weiteren Verlauf der Arbeit ihre Gültigkeit.

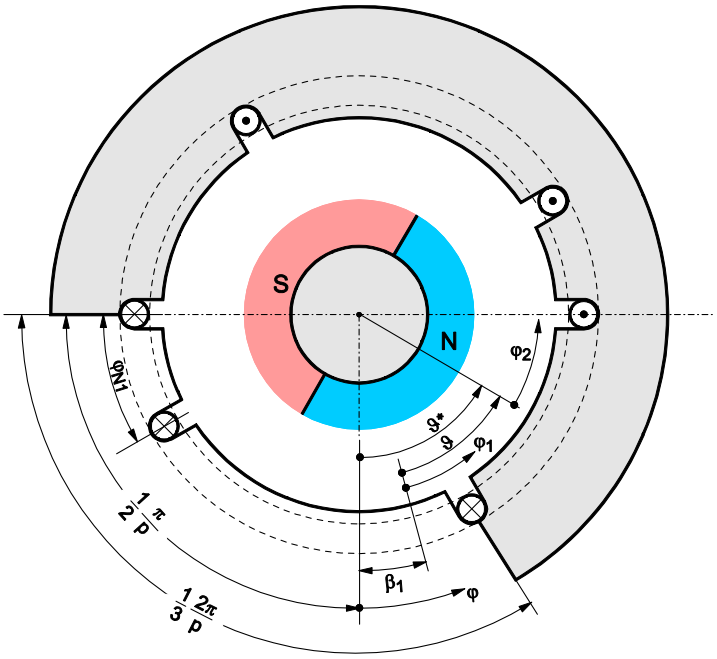


Bild 2.2: Koordinatendefinition an der hier gehandelten elektrischen Maschine, aus [3] zitiert.

Für fremderregte Maschinen mit linearem, symmetrischen Magnetkreis kann das elektrodynamische Drehmoment aus der Summe der Einzelmomente t_k der k Stränge einer dreisträngigen Maschine (siehe die gemachten Voraussetzungen auf Seite 8) nach der Gleichung

$$T = \sum_{k=1}^{3} t_k \tag{2.3}$$

berechnet werden, wobei t_k nach

$$t_k = i_k * \frac{d\Psi_{f,k}}{d\vartheta}. \tag{2.4}$$

berechnet wird, [3]. Im weiteren Verlauf wird nun aufgezeigt, unter welchen Bedingungen ein gleichförmiges Drehmoment von der Maschine entwickelt wird. Des Weiteren wird für den Fortgang der Berechnung ein stationärer Betrieb vorausgesetzt, die Drehzahl *n* bzw. die Winkelgeschwindigkeit Ω ist dann konstant und für den Stellungswinkel gilt

$$\vartheta = \Omega t + \vartheta_0. \tag{2.5}$$

Mit den eingeprägten Spannungen

$$u_k = U\sqrt{2}cos\left[\omega t - (k-1)\frac{2\pi}{3}\right] \tag{2.6}$$

hat der Strom nun folgenden Zeitverlauf

$$i_k = \hat{I}_a cos\left[\omega t + \varphi_i - (k-1)\frac{2\pi}{3}\right]. \tag{2.7}$$

Für die Flussverkettung wurde ja der Verlauf

$$\Psi_{f,k} = \hat{\Psi}_f cos\left[p\vartheta - (k-1)\frac{2\pi}{3}\right] \tag{2.8}$$

vorausgesetzt, s. (2.1). In der Gleichung (2.4) wird aber die Änderung der Flussverkettung mit dem Winkel ϑ benötigt. Somit muss die Gleichung (2.8) noch nach dem Winkel abgeleitet werden. Dadurch erhält man

$$\frac{d\Psi_{f,k}}{d\vartheta} = -p\hat{\Psi}_f sin\left[p\vartheta - (k-1)\frac{2\pi}{3}\right]. \tag{2.9}$$

Um jedoch weiterhin Kosinus-Funktionen für den weiteren Fortgang der Rechnung nutzen zu können, wird Gleichung (2.9) so umgeformt, dass (2.9) in (2.10) übergeht.

$$\frac{d\Psi_{f,k}}{d\vartheta} = p\hat{\Psi}_f cos\left[\omega t + \varphi_{UP} - (k-1)\frac{2\pi}{3}\right]. \tag{2.10}$$

Mit

$$\varphi_{UP} = p\vartheta_0 + \frac{\pi}{2} \tag{2.11}$$

wird der Polradwinkel φ_{UP} eingeführt. Nun werden die Gleichungen (2.7) und (2.10) in (2.4) eingesetzt. Für das von einem Strang *k* entwickelte Drehmoment t_k ergibt sich somit

$$\begin{aligned} t_k = \hat{I}_a cos\left[\omega t + \varphi_i - (k-1)\frac{2\pi}{3}\right] \\ * p\hat{\Psi}_f cos\left[\omega t + \varphi_{UP} - (k-1)\frac{2\pi}{3}\right]. \end{aligned} \tag{2.12}$$

Um einen besseren Überblick über das von einem Strang *k* entwickelte Drehmoment zu bekommen, werden einige Umformungen für die Cosinus-Funktionen durchgeführt. Das Ergebnis dieser Umwandlung sieht wie folgt aus

$$\begin{aligned} t_k = I_a p\Psi_f \Big[cos(\varphi_i - \varphi_{UP}) \\ + cos\left[2\omega t + \varphi_i + \varphi_{UP} - (k-1)\frac{4\pi}{3}\right]\Big]. \end{aligned} \tag{2.13}$$

Der erste Term von (2.13) ist zeitunabhängig. Dieser stellt den Mittelwert des vom Strang *k* entwickelten Drehmoments t_k dar

$$\bar{t}_k = I_a p\Psi_f cos(\varphi_i - \varphi_{UP}). \tag{2.14}$$

Hier sei noch angemerkt, dass der Mittelwert maximal wird, wenn das Argument des Cosinus-Terms Null wird.

$$cos(\varphi_i - \varphi_{UP}) = cos\left(\varphi_i - p\vartheta_0 - \frac{\pi}{2}\right) = sin(\varphi_i - p\vartheta_0) \tag{2.15}$$

Der zweite Term der Gleichung (2.13) weist eine Besonderheit auf. Besitzt die Maschine mindestens 3 Stränge, so verschwindet der doppelfrequente Anteil im Drehmoment durch die Summation der Drehmomentkomponenten über alle Stränge *k*. Mit folgendem Additionstheorem kann dieser Sachverhalt dargelegt werden. In das folgende Additionstheorem wird der zweite Teil von (2.13) eingesetzt.

$$\sum_{k=1}^{3} cos(a + kb) = \frac{sin\left(3\frac{b}{2}\right)}{sin\left(\frac{b}{2}\right)} cos\left[a + (3+1)\frac{b}{2}\right] \tag{2.16}$$

mit $b = \frac{4\pi}{3}$,

$$a = 2\omega t + \varphi_i + \varphi_{up} + \frac{4\pi}{3}\ folgt$$

$$\sum_{k=1}^{m} cos(a + kb) = \frac{sin(2\pi)}{sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)} cos[\dots]. \tag{2.17}$$

Dieser Term verschwindet und es bleibt aus (2.13) nur der erste Teil der Gleichung übrig.

Wird also ein kosinusförmiger Verlauf der Flussverkettung $\Psi_{f,k}$ vorausgesetzt, so entwickelt die Maschine ein gleichförmiges Drehmoment

$$T = 3 \cdot I_a \cdot p \cdot \Psi_f \cdot \cos(\varphi_i - \varphi_{UP}). \tag{2.18}$$

Der Spitzenwert des Drehmoments wird erreicht, wenn das Anker- und das Erregerfeld senkrecht aufeinander stehen.

2.2 Polradspannung bei trapezförmiger Flussverkettung

Für den späteren Vergleich zwischen trapez- und sinusförmiger Flussverkettung werden an dieser Stelle die trapezförmige Flussverkettung und ihre Darstellung mittels einer Fourierreihe erläutert. Des Weiteren werden auch die Voraussetzungen für einen späteren Vergleich der Flussverkettungen geschaffen. Der Ansatz ist aus [6] entnommen. Aus diesem Kapitel geht am Ende bei einer trapezförmigen Flussverkettung die Polradspannung hervor, wie sie später zum Vergleich bzw. zur Berechnung des Drehmoments noch gebraucht wird.

Das Bild 2.3 zeigt eine Trapezfunktion mit ihren Parametern. Der Parameter α wird im späteren Verlauf bei dem Vergleich der Flussverkettungen noch eine wichtige Rolle spielen.

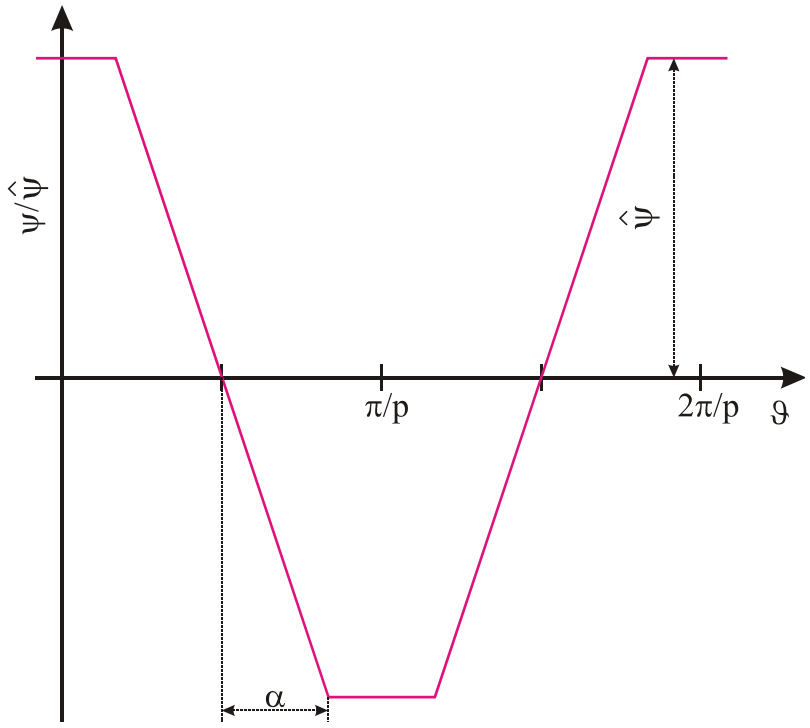


Bild 2.3: Trapezfunktion

$$\Psi_{f,k} = \hat{\Psi} \quad \frac{4}{\alpha * \pi} \sum_{a=1}^{\infty} \frac{\sin(a * p\alpha)}{a^2} * \sin\left[a\left(p\vartheta - (k-1)\frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{2}\right)\right] \qquad (2.19)$$

$$\text{mit} \quad a = 2i + 1; \, i \in \mathbb{N}_0. \qquad (2.20)$$

Mit Hilfe von Matlab kann nun die Gleichung (2.19) mit der Bedingung (2.20) ausgewertet werden. Um die Rechenzeit nicht zu lang werden zu lassen, ist i=99 gewählt worden. Des Weiteren ist $p\alpha = {}^{\pi}/_{3}$. Diese Werte sind zunächst nur willkürlich festgelegt, da nur die prinzipielle Auswertung von (2.19) gezeigt werden soll. Im folgenden Bild 2.4 ist die Auswertung von (2.19) zu sehen.

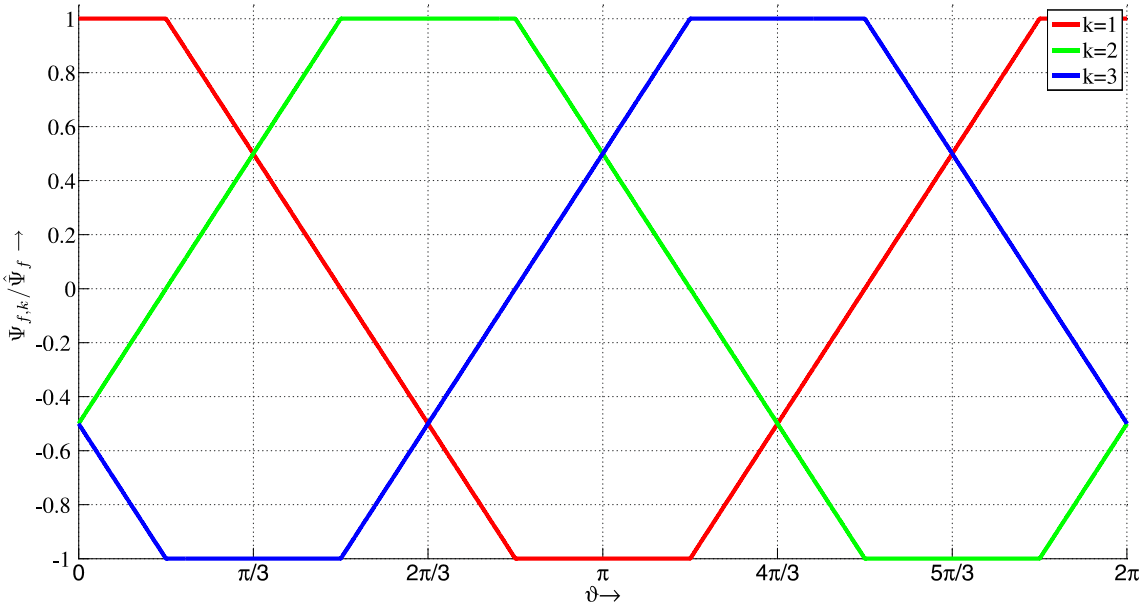


Bild 2.4: Trapezfunktion mittels Fourierreihe

Nun wird noch die Ableitung der Flussverkettung zur Ermittlung der Polradspannung benötigt. Die Polradspannung wird nach Gleichung (2.21) berechnet.

$$u_{P,k} = \frac{d\Psi_{\mathrm{f,k}}}{dt} \tag{2.21}$$

Die Flussverkettung $\Psi_{f,K}$ liegt hier jedoch in Abhängigkeit vom Winkel ϑ und nicht von der Zeit t vor. Durch Anwendung der Kettenregel ist es jedoch möglich, dass die Flussverkettung in Abhängigkeit vom Winkel ϑ genutzt werden kann. Nach Anwendung der Kettenregel geht (2.21) in (2.22) über.

$$u_{P,k} = \frac{d\Psi_{\mathrm{f,k}}}{dt} = \frac{d\vartheta}{dt}\frac{d\Psi_{f,k}}{d\vartheta} = \Omega\frac{d\Psi_{f,k}}{d\vartheta} \tag{2.22}$$

Die Ableitung des Winkels nach der Zeit führt zur Winkelgeschwindigkeit. Das Bild 2.5 zeigt die Ableitung der Flussverkettung aus Bild 2.4.

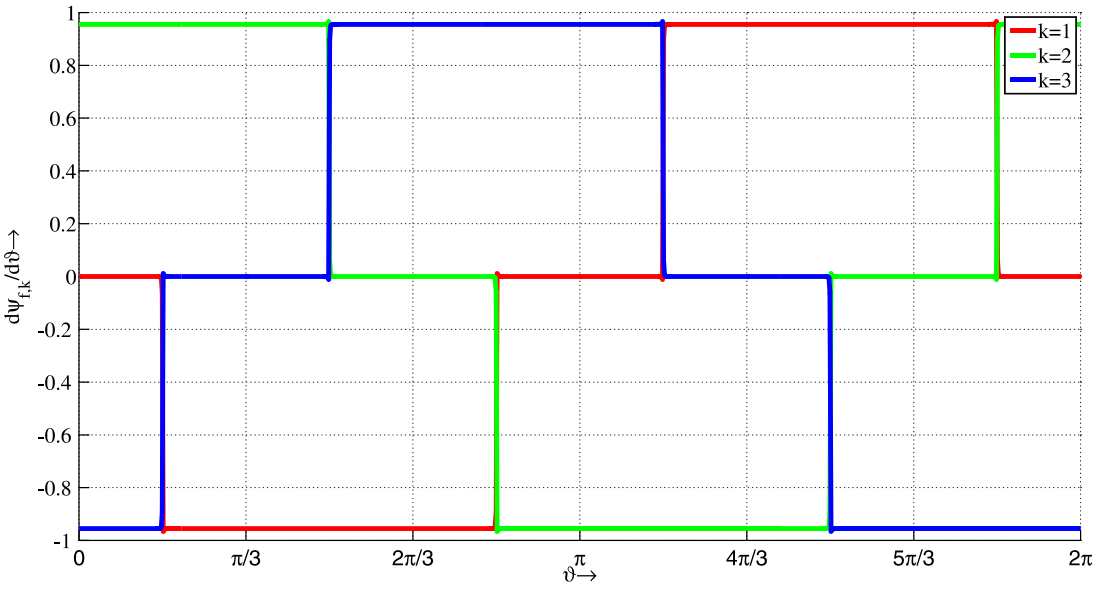


Bild 2.5: Ableitung der Trapezfunktion aus Bild 2.4

Um jetzt ein Drehmoment zu erhalten, muss der entsprechende Strang so bestromt werden, dass ein positives Drehmoment für eine gewünschte positive Drehrichtung zustande kommt. Bei dieser Betriebsart ist die es zwingend notwendig die Lage des Rotors zu kennen, damit der Umrichter die Stränge bestromt, wenn es am zweckmäßigsten ist. Die Darstellung der trapezförmigen Spannung ist an dieser Stelle notwendig, um im Kapitel 2.8 eine Aussage über die Qualität des Drehmoments mit Hilfe des Analyseprogramms machen zu können.

2.3 Aufstellung der DGLen für den Stromverlauf

Aus [3] wird übernommen, wie die Ströme bei einer elektronisch kommutierten Gleichstrommaschine fließen sollen und wie diese Stromflüsse mit einem Wechselrichter realisiert werden. Im Anschluss werden die für diesen Betrieb gültigen Differentialgleichungen (DGLen) mit den zugehörigen Randbedingungen gezeigt.

Im nächsten Bild 2.6 sind die Ableitungen der Flussverkettungen und die benötigten Stromblöcke dargestellt. Auch hier gilt für die Drehmomentbildung je Strang die Gleichung (2.4). Unter diesen Voraussetzungen ergibt sich das Schaltregime von Bild 2.6f. Das Bild 2.7 zeigt den für das Schaltregime benötigten Umrichter. Dieser ist jedoch nur in

einer Prinzipdarstellung gezeigt, da nur gezeigt werden soll, welche Ventile geschaltet werden müssen, damit der geforderte Strom im entsprechenden Abschnitt zum Fließen kommt.

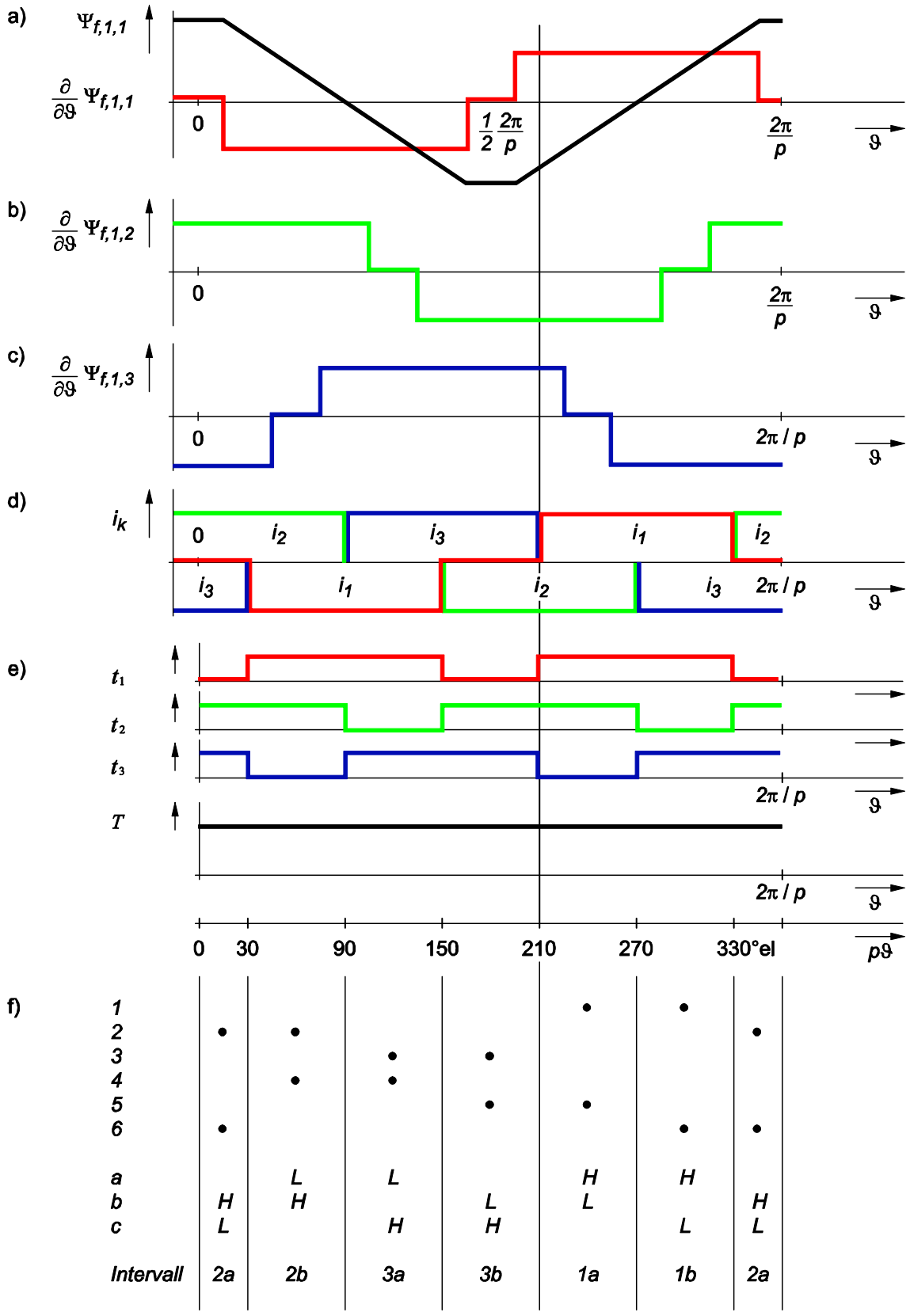


Bild 2.6: Flussverkettung, Ströme, Drehmoment und WR-Zustand im BLDC-Betrieb aus [3]

Die Grafiken a-f in Bild 2.6 veranschaulichen den systematischen Aufbau eines Drehmoments, angefangen von der Flussverkettung bis zum notwendigen Schaltregime des

Wechselrichters. Wie ein solcher Wechselrichter aussehen kann, wird im nächsten Bild 2.7 gezeigt.

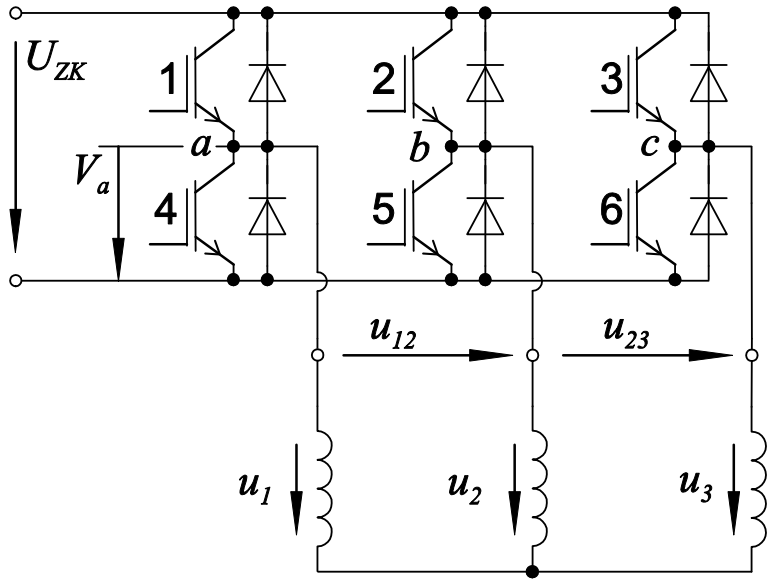


Bild 2.7: Schaltplan eines Wechselrichters [3]

In [3], [4] ist das DGL-System (2.23)-(2.25) entwickelt.

$$R_M(3i_1) + (L - M)\frac{d}{dt}(i_1) + 2u_{P,1} - u_{P,2} - u_{P,3} = 2V_a - V_b - V_c, \qquad (2.23)$$

$$R_M(3i_2) + (L - M)\frac{d}{dt}(i_2) - u_{P,1} + 2u_{P,2} - u_{P,3} = -V_a + 2V_b - V_c, \qquad (2.24)$$

$$R_M(3i_3) + (L - M)\frac{d}{dt}(i_3) - u_{P,1} - u_{P,2} + 2u_{P,3} = -V_a - V_b + 2V_c, \qquad (2.25)$$

wobei

$$
\begin{aligned}
&L \ldots Stranginduktivität \\
&M \ldots Gegeninduktivität\ zwischen\ zwei\ Strängen \\
&R_M \ldots Strangwiderstand \\
&V_k \ldots Potential\ im\ k-ten\ Brückenzweig \\
&u_{P,k} \ldots Polradspannung\ im\ k-ten\ Strang \\
&i_k \ldots Strom\ im\ k-ten\ Strang
\end{aligned}
\tag{2.26}
$$

ist.

Die Gleichungen (2.23) - (2.25) sind das Ergebnis einer längeren Rechnung [3]. Stellt man zunächst die Maschengleichungen auf, so erhält man Gleichungen, die voneinander abhängig sind. Durch geschickte Manipulation der Gleichungen erhält man 3 DGLen für die Ströme i_1 bis i_3.

2.4 Berechnung des Drehmoments anhand einer Beispielaufgabe mit der Maschine DS2

In diesem Kapitel wird anhand einer Beispielaufgabe aus [4] gezeigt, wie das elektrodynamische Drehmoment einer elektronisch kommutierten Gleichstrommaschine berechnet wird. Dadurch hat die Maschine die Charakteristik einer Gleichstrom-Nebenschluss-Maschine. Es soll das Drehmomentverhalten beim stationären Betrieb analysiert werden. Daraus folgt, dass die Drehzahl bzw. die Winkelgeschwindigkeit während des gesamten betrachteten Zeitraumes konstant gehalten wird. Gegenstand dieser Aufgabe ist die Berechnung des Stromes in einem Wechselrichter, der die Konzeptmaschine speist. Es werden die Stromverläufe sowie die Drehmomentverläufe nach [4] berechnet.

Ausgegangen wird von einem Kommutierungsverlauf, wie er in Bild 2.8 dargestellt ist. Mit δ ist jedem Intervall ein Zuschlag gegeben, der dafür zuständig ist, dass jedes Intervall von $1a_2$ bis $3b_2$ beim Startwert der Zeit bzw. Winkel bei null beginnen kann. Für die Darstellung hat das erhebliche Vorteile. Ohne diesen Zuschlag muss die Zeit bzw. der Winkel laufend fortgeführt werden. Der Winkel $p\vartheta_{S1}$ beschreibt die Zuordnung der

Flussverkettung zu den Schaltintervallen. Hierbei werden die Intervalle 1a, 1b ..., 3b in je zwei Teilintervalle unterteilt. Das ist notwendig, da sich während der Kommutierung die Potentiale in den Brückenzweigen ändern und somit auch die Randbedingungen für die Differentialgleichungen, deren Lösung in Kapitel 2.4.2 aufgezeigt werden soll. Im Anschluss an Kapitel 2.4.2 wird für ein ausgewähltes Intervall das Drehmoment berechnet, um anschließend das entstehende Drehmoment genauer untersuchen zu können.

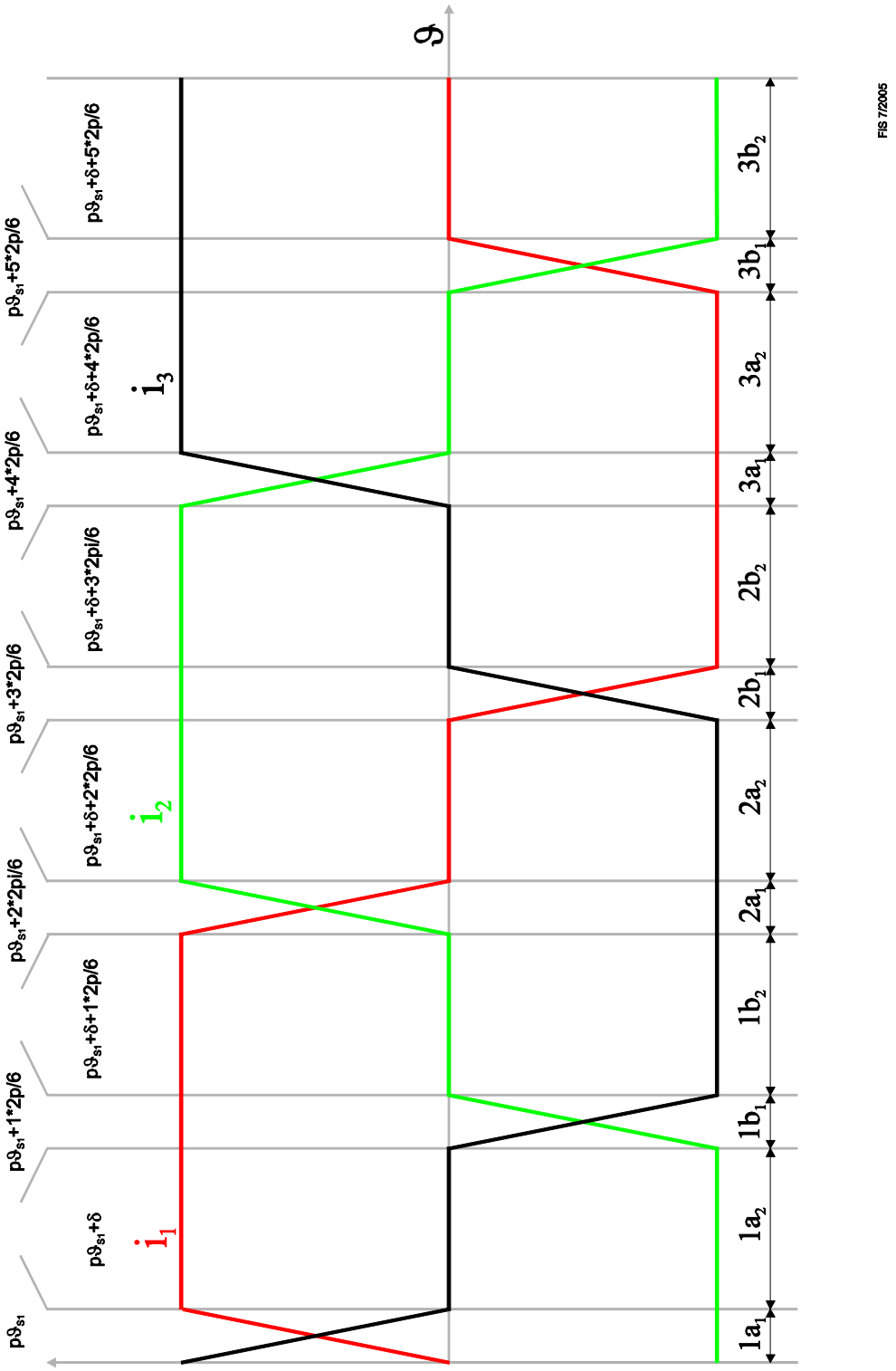


Bild 2.8: Definition der Kommutierungsintervalle. Kommutierungsverlauf des Wechselrichters, schematisch

2.4.1 Mathematische Vereinfachungen

In der Aufgabenstellung ist die Flussverkettung des Erregerfeldes mit den Ankerwicklungssträngen angegeben. Mit dieser Angabe lässt sich die wirksam werdende Polradspannung für diese dreisträngige Maschine ermitteln. Im Folgenden wird nun gezeigt,

dass sich die drei Polradspannungen in jedem Augenblick zu Null ergänzen. Das ist eine sinnvolle Maßnahme, da dies zu Vereinfachungen der Gleichungen (2.23)-(2.25) führt.

Allgemeine Gleichung zur Berechnung der Polradspannung:

$$u_{P,k} = \Omega * \frac{d}{d\vartheta} \Psi_{f,k}. \tag{2.27}$$

Des Weiteren ist bei dieser dreisträngigen Maschine der Erregerfluss gegeben durch

$$\Psi_{f,k} = \hat{\Psi}_f * cos\left[p\vartheta - (k-1)\frac{2\pi}{3}\right]. \tag{2.28}$$

$$\sum_{k=1}^{3} u_{P,k} = -\hat{U}_P \left[sin(p\vartheta) + sin\left(p\vartheta - \frac{2\pi}{3}\right) + sin\left(p\vartheta - \frac{4\pi}{3}\right)\right] \tag{2.29}$$

mit $p\Omega * \hat{\Psi}_f = \hat{U}_P$.

Unter zu Hilfenahme der Additionstheoreme für trigonometrische Funktionen ergibt sich Folgendes:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{3} u_{P,k} = -\hat{U}_P [&sin(p\vartheta) \\ &+ sin(p\vartheta)cos\left({}^{2\pi}/_{3}\right) - cos(p\vartheta)sin\left({}^{2\pi}/_{3}\right) \\ &+ sin(p\vartheta)cos\left({}^{4\pi}/_{3}\right) - cos(p\vartheta)sin\left({}^{4\pi}/_{3}\right)]. \end{aligned} \tag{2.30}$$

Mit

$$cos(^{2\pi}/_{3}) = -{}^{1}/_{2}\,; sin(^{2\pi}/_{3}) = \frac{1}{2}\sqrt{3}\ \ ;$$
$$cos(^{4\pi}/_{3}) = -{}^{1}/_{2}\,; sin(^{4\pi}/_{3}) = -\frac{1}{2}\sqrt{3} \tag{2.31}$$

folgt
$$\sum_{k=1}^{3} u_{P,k} = 0. \tag{2.32}$$

Mit Hilfe der oben erarbeiteten Vereinfachung lassen sich jetzt die Ausdrücke der einzelnen Potentiale im jeweiligen Abschnitt stark vereinfachen. Es wird in jeder DGL der Ströme nur noch eine Polradspannung wirksam.

In den Intervallen ka_2 bzw. kb_2 kann keine explizite Aussage über die Potentiale vorgenommen werden. Vielmehr wird die DGL des Stromes benötigt, der in diesem Abschnitt nicht fließt. Durch diese DGL erhält man implizit das noch unbekannte Potential.

Für die Intervalle ka_1 bzw. kb_1 können die Potentiale direkt angegeben werden. Man kann sie aus dem Schaltplan in Bild 2.7 ablesen.

Doch zunächst werden die entkoppelten DGLn für die Ströme i_1, i_2 und i_3 genannt (s. a.[3]). In diesen Gleichungen ist das oben erarbeitete Ergebnis der Polradspannungen mit einbezogen. Des Weiteren ist berücksichtigt, dass sich die Gegeninduktivität *M* zu „-1/3“ der Hauptinduktivität *L* ergibt. Diese Tatsache gilt nur für die in der Aufgabe hier verwendeten Maschine und hängt von der Wicklungsverteilung ab.

$$R_M i_1 + {}^4/_3 L \frac{di_1}{dt} + u_{P,1} = {}^1/_3 (2V_a - V_b - V_c) \tag{2.33}$$

$$R_M i_2 + {}^4/_3 L \frac{di_2}{dt} + u_{P,2} = {}^1/_3 (-V_a + 2V_b - V_c) \tag{2.34}$$

$$R_M i_3 + {}^4/_3 L \frac{di_3}{dt} + u_{P,3} = {}^1/_3 (-V_a - V_b + 2V_c) \tag{2.35}$$

In der Tabelle 2.1 sind die Potentiale aufgelistet, wie sie sich aus dem Schaltplan ergeben. Die Gleichungen für die Potentiale, bei denen der jeweilige Strom Null ist, leiten sich aus den o. g. DGLn ab. Diese sind im Anschluss an die Tabelle angeführt.

Intervall	1a	1b	2a	2b	3a	3b
Intervallbeginn	$p\vartheta_{S1}$	$p\vartheta_{S1} + 1 \cdot \frac{2\pi}{6}$	$p\vartheta_{S1} + 2 \cdot \frac{2\pi}{6}$	$p\vartheta_{S1} + 3 \cdot \frac{2\pi}{6}$	$p\vartheta_{S1} + 4 \cdot \frac{2\pi}{6}$	$p\vartheta_{S1} + 5 \cdot \frac{2\pi}{6}$
V_a	U	U	$0 \quad für\ i_1 > 0$	0	0	$U \quad für\ i_1 < 0$
V_a			$(74a)\ für\ i_1 = 0$			$(74a)\ für\ i_1 = 0$
V_b	0	$U \quad für\ i_2 < 0$	U	U	$0 \quad für\ i_2 > 0$	0
V_b		$(74b)\ für\ i_2 = 0$			$(74b)\ für\ i_2 = 0$	
V_c	$0 \quad für\ i_3 > 0$	0	0	$U \quad für\ i_3 < 0$	U	U
V_c	$(74c)\ für\ i_3 = 0$			$(74c)\ für\ i_3 = 0$		

Tabelle 2.1: Übersicht über die Potentiale V_a, V_b, V_c aus [1].

$$74a: V_a = {}^1/_2 (U + 3u_{P,1}) \quad mit \begin{cases} V_b = U & V_c = 0V \\ V_b = 0V & V_c = U \end{cases} \tag{2.36}$$

$$74b: V_b = {}^1/_2 (U + 3u_{P,2}) \quad mit \begin{cases} V_a = U & V_c = 0V \\ V_a = 0V & V_c = U \end{cases} \tag{2.37}$$

$$74c: V_c = {}^1/_2 (U + 3u_{P,3}) \quad mit \begin{cases} V_a = U & V_b = 0V \\ V_a = 0V & V_b = U \end{cases} \tag{2.38}$$

2.4.2 Lösen der Differentialgleichungen

2.4.2.1 Lösen der DGL für $i_1(t)$ im Abschnitt $1a_2$

Nun soll der Lösungsweg der DGL für den Strom i_1 im Intervall $1a_2$, $1b_1$ und $1b_2$ ausführlich erläutert werden. Im Anschluss daran wird die Ermittlung das von der Maschine in diesen Intervallen entwickelten Drehmoments bestimmt.

Aus Tabelle 2.1 und den darunter stehen Gleichungen ergibt sich die DGL von i_1 im Intervall $1a_2$ zu

$$R_M i_1 + {}^4\!/_3\, L \frac{di_1}{dt} + u_{P,1} = {}^1\!/_3 \left(2U - 0 - {}^3\!/_2\, u_{P,3} - {}^1\!/_2\, U\right) \tag{2.39}$$

$$R_M i_1 + {}^4\!/_3\, L \frac{di_1}{dt} + u_{P,1} = {}^1\!/_2 \left(U - u_{P,3}\right) \tag{2.40}$$

$$R_M i_1 + {}^4\!/_3\, L \frac{di_1}{dt} = {}^1\!/_2 \left(U - 2u_{P,1} - u_{P,3}\right) \tag{2.41}$$

$$R_M i_1 + {}^4\!/_3\, L \frac{di_1}{dt} = {}^1\!/_2 \left[U - \left(u_{P,1} - u_{P,2}\right)\right] \tag{2.42}$$

mit $-u_{P,3}=u_{P,1}+u_{P,2}$.

Auf der rechten Seite werden die Polradspannungen zu einer wirksamen Polradspannung zusammengefasst. Das hat den Vorteil, dass nur noch eine Störfunktion, die von der Zeit abhängt, in der DGL wirksam wird und somit diese leichter zu lösen ist.

$$u_{P,12} := u_{P,1} - u_{P,2} \tag{2.43}$$

$$= -\widehat{U}_P \left[sin(p\Omega t + p\vartheta_0) - sin\left(p\Omega t + p\vartheta_0 - \frac{2\pi}{3}\right)\right] \tag{2.44}$$

$$= -\widehat{U}_P \left[sin(p\Omega t + p\vartheta_0) - sin(p\Omega t + p\vartheta_0) cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + cos(p\Omega t + p\vartheta_0) sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) \right] \tag{2.45}$$

$$= -\widehat{U}_P \left[{}^3\!/_2 \, sin(p\Omega t + p\vartheta_0) + {}^{\sqrt{3}}\!/_2 \, cos(p\Omega t + p\vartheta_0) \right] \tag{2.46}$$

$$= -\widehat{U}_P \sqrt{3} \left[{}^{\sqrt{3}}\!/_2 \, sin(p\Omega t + p\vartheta_0) + {}^1\!/_2 \, cos(p\Omega t + p\vartheta_0) \right] \tag{2.47}$$

$$u_{P,12} = -\widehat{U}_P \sqrt{3} sin\left(p\Omega t + p\vartheta_0 + \frac{\pi}{6}\right) \tag{2.48}$$

Die vollständige DGL mit nur noch einer zeitabhängigen Störfunktion lautet somit

$$R_M i_1 + {}^4\!/_3 \, L \frac{i_1}{dt} = {}^1\!/_2 \, U + {}^{\sqrt{3}}\!/_2 \, \widehat{U}_P sin\left(p\Omega t + p\vartheta_0 + \frac{\pi}{6}\right) \tag{2.49}$$

Jetzt kann man die Lösung der DGL direkt angeben (s. a. [2])

$$i_1(t) = A e^{-{}^t\!/_\tau} + \frac{U}{2R_M} + \frac{\sqrt{3}\widehat{U}_P}{2Z} sin\left(p\Omega t + p\vartheta_0 + \frac{\pi}{6} + \varphi_i\right), \tag{2.50}$$

wobei

$$Z = \sqrt{R_M^2 + (\omega L)^2}, \varphi_i = arctg\left(\frac{\omega L}{R_M}\right) \; und \; \tau = \frac{4L}{3R_M} \quad \text{ist.} \tag{2.51}$$

Damit folgt mit der Maschine des DS2 , siehe auch Anhang B:

$Z = 1{,}12\Omega, \quad \varphi_i = 0{,}1015 \, rad$ und $\tau = 3{,}6ms.$

Die Länge des Intervalls ergibt sich nach

$$t = \frac{1}{pn \cdot Intervallanzahl} \tag{2.52}$$

Die Konstante „A“ wird durch Lösen des Anfangswertproblems (AWP) ermittelt. Der Strom ist in diesem Beispiel zum Zeitpunkt t=0 Null, da sich der Strom in der Maschine erst aufbauen muss. Somit erhält man für die Konstante

$$A = -\frac{53{,}3V}{2 \cdot 1{,}11\Omega} - \frac{\sqrt{3} \cdot 10{,}6V}{2 \cdot 1{,}12\Omega} sin(0 + 210° + 30° - 5{,}82°) = -17{,}35A. \tag{2.53}$$

Die DGL für i_1 im Intervall $1a_2$ ist somit vollständig gelöst und lautet

$$i_{1,1a_2}(t) = -17{,}35Ae^{-t/3{,}6ms} + \frac{53{,}3V}{2 \cdot 1{,}11\Omega} + \frac{\sqrt{3} \cdot 10{,}6V}{2 \cdot 1{,}12\Omega} \sin(12\pi t + 4{,}09rad) \tag{2.54}$$

$$0 \leq t \leq {}^1/_{36}\, s.$$

2.4.2.2 Lösen der DGL im Intervall $1b_1$

Für das Intervall $1b_1$ lautet die DGL für den Strom $i_1(t)$ gemäß (2.33) und Tabelle 2.1

$$R_M i_1 + {}^4/_3\, L \frac{di_1}{dt} + u_{P,1} = {}^1/_3\,(2U - U - 0) \tag{2.55}$$

$$= {}^1/_3\ \ U. \tag{2.56}$$

(2.27) und (2.28) liefern:

$$u_{P,1} = \Omega\widehat{\Psi}_f \cdot [\sin(p\vartheta)] \cdot p = -\widehat{U}_P \sin(p\vartheta) = -\widehat{U}_P \sin(p\Omega t + p\vartheta_0) \tag{2.57}$$

$$R_M i_1 + {}^4\!/_3\, L \frac{di_1}{dt} = {}^1\!/_3\, U + \widehat{U}_P \sin\left(p\Omega t + p\vartheta_0 + \frac{\pi}{3}\right) \tag{2.58}$$

Das Argument der Sinusfunktion in (2.58) berücksichtigt den Fortgang der Betrachtung. Da diese Gleichung dem Intervall $1b_1$ zugeordnet ist, ist dem Argument der Winkel ${}^\pi\!/_3$ beigefügt.

Die Lösung der DGL ist

$$i_{1,1b_1}(t) = Be^{-t/\tau} + \frac{U}{3R_m} + \frac{\widehat{U}_P}{Z} sin\left(p\Omega t + p\vartheta_0 + \frac{\pi}{3} + \varphi_i\right) \tag{2.59}$$

Der Strom i_1 am Anfang des Intervalls $1b_1$ ist der Strom i_1 am Ende des Intervalls $1a_2$.

$$i_{1,1a_2}\left(t = {}^1\!/_{36}\, s\right) = 16{,}5A = i_{1,1_{b1}}(t = 0s) \tag{2.60}$$

$$B = i_{1,1b_1}(t = 0s) - \frac{U}{3 \cdot R_M} - \frac{\widehat{U}_P}{Z} sin\left(p\vartheta_0 + \frac{\pi}{3} + \varphi_i\right) \tag{2.61}$$

$$B = 9{,}94A \tag{2.62}$$

$$i_{1,1b_1} = 9{,}94Ae^{-t/3{,}6ms} + \frac{53{,}3V}{3 \cdot 1{,}11\Omega} + \frac{10{,}6V}{1{,}12\Omega} sin(12\pi t + 4{,}61rad). \tag{2.63}$$

Um die Länge des Intervalls $1b_1$ angeben zu können, ist die DGL des Stromes i_2 auszuwerten. Es ist der Zeitpunkt zu ermitteln, in dem der Strom i_2 Null wird. Das ist auch gleichzeitig der Endpunkt des Intervalls $1b_1$. Zum Lösen der DGL und zur Ermittlung des Nulldurchganges des Stromes i_2 wird (2.34) gelöst:

$$R_M i_2 + {}^4\!/_3\, L\frac{di_2}{dt} + u_{P,2} = {}^1\!/_3\,(-U + 2U - 0) \tag{2.64}$$

$$= {}^1\!/_3\, U, \tag{2.65}$$

$$R_M i_2 + {}^4\!/_3\, L\frac{di_2}{dt} = {}^1\!/_3\, U + \widehat{U}_P sin\left(p\Omega t + p\vartheta_0 + \frac{2\pi}{6} - \frac{2\pi}{3}\right) \tag{2.66}$$

$$i_{2,1b_1}(t) = Ce^{-t/\tau} + \frac{U}{3R_m} + \frac{\widehat{U}_P}{Z} sin\left(p\Omega t + p\vartheta_0 + \frac{2\pi}{6} - \frac{2\pi}{3} + \varphi_i\right). \tag{2.67}$$

Um das AWP zu lösen ist die Kenntnis des Stromes i_2 zum Beginn des Intervalls $1b_1$ erforderlich. Der Strom i_2 fließt in negativer Richtung durch den Strang 1 der Maschine (Bild 2.8). Daher ist $i_2 = -i_1$ am Ende des Intervalls $1a_2$. Somit kann die Konstante C bestimmt werden.

$$i_{2,1b_1}(t = 0) = -i_{1,1a_2}\left(t = {}^1\!/_{36}\, s\right) \tag{2.68}$$

$$C = -16{,}5A - \frac{53{,}3V}{3 \cdot 1{,}11\Omega} - \frac{10{,}6V}{1{,}12\Omega} sin(2{,}52rad) \tag{2.69}$$

$$C = -38{,}07A \tag{2.70}$$

$$i_{2,1b_1}(t) = -38{,}07Ae^{-t/3{,}6ms} + \frac{53{,}3V}{3 \cdot 1{,}11\Omega} + \frac{10{,}6V}{1{,}12\Omega} sin(12\pi t + 2{,}52rad) \tag{2.71}$$

Jetzt ist der Nulldurchgang des Stromes i_2 zu ermitteln. Die Gleichung (2.71) wird einer Fixpunkt-Iteration unterworfen. Das bedeutet, dass die Gleichung (2.71) umgestellt wird. Da die unbekannte Variable zweimal in Gleichung (2.71) vorkommt und sie nicht alleine

isoliert werden kann, wird sie so umgeformt, dass auf der linken Seite der Gleichung diese Variable isoliert steht. Wie die Variable auf der rechten Seite steht ist nicht relevant.

$$t = -3{,}6ms \cdot ln\left[\frac{1}{38{,}07A} \cdot \left(\frac{53{,}3V}{3 \cdot 1{,}11\Omega} + \frac{10{,}6V}{1{,}12\Omega} sin(12\pi t + 2{,}52rad)\right)\right] \qquad (2.72)$$

Die Gleichung wird mit Hilfe von Matlab ausgewertet. Man setzt auf der rechten Seite von (2.72) eine Startwert für t ein. Das Ergebnis dieser Rechnung erhält man auf der linken Seite von (2.72). Diesen Wert wiederum setzt man nun auf der rechten Seite der Gleichung ein und erhält wiederum auf der linken Seite von (2.72) einen neuen Wert. Diesen Vorgang wiederholt man solange, bis der Wert von $t(n+1)$ gegen $t(n)$ konvergiert. Für die Gleichung (2.72) erhält man $t = 2{,}155ms$.

Der Nulldurchgang des Stromes i_2 liegt bei *t=2,155 ms*. Damit ist die Dauer des Intervalls $1b_1$ festgelegt. Sie beträgt 2,155 ms. Für dieses Intervall $(0 \leq t \leq 2{,}155ms)$ gelten die Gleichungen (2.63) und (2.71).

2.4.2.3 Lösen der DGL im Intervall $1b_2$

In dem Intervall $1b_2$ lautet die DGL für den Strom i_1

$$R_M i_1 + {}^4\!/_3\, L\frac{di_1}{dt} + u_{P,1} = {}^1\!/_3\left(2U - {}^3\!/_2\, u_{P,2} - {}^1\!/_2\, U - 0\right) \qquad (2.73)$$

$$= {}^1\!/_2\left(U - u_{P,2}\right), \qquad (2.74)$$

$$R_M i_1 + {}^4\!/_3\, L\frac{di_1}{dt} = {}^1\!/_2\left(U - 2u_{P,1} - u_{P,2}\right). \qquad (2.75)$$

Mit $-u_{P,2} = u_{P,1} + u_{P,3}$ gemäß (2.32) folgt schließlich

$$R_M i_1 + {}^4\!/_3\, L\frac{di_1}{dt} = {}^1\!/_2\left[U - \left(u_{P,1} - u_{P,3}\right)\right]. \qquad (2.76)$$

Auf der rechten Seite der Gleichung werden die Polradspannungen wieder zu einer wirksamen Polradspannung zusammengefasst, um die gleichen Vorteile beim Lösen der DGL zu haben, wie sie schon im Intervall $1a_2$ erläutert worden sind.

$$u_{P,13} := u_{P,1} - u_{P,3} \tag{2.77}$$

$$= -\widehat{U}_P \left[sin\left(p\Omega t + p\vartheta_0 + \frac{2\pi}{6} + \delta\right) - sin\left(p\Omega t + p\vartheta_0 + \frac{2\pi}{6} + \delta - \frac{4\pi}{3}\right)\right] \tag{2.78}$$

$$= -\widehat{U}_P \left[sin\left(p\Omega t + p\vartheta_0 + \frac{2\pi}{6} + \delta\right) - sin\left(p\Omega t + p\vartheta_0 + \frac{2\pi}{6} + \delta\right) cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + cos\left(p\Omega t + p\vartheta_0 + \frac{2\pi}{6} + \delta\right) sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)\right] \tag{2.79}$$

$$= -\widehat{U}_P \left[{}^3/_2\, sin\left(p\Omega t + p\vartheta_0 + \frac{2\pi}{6} + \delta\right) - {}^{\sqrt{3}}/_2\, cos\left(p\Omega t + p\vartheta_0 + \frac{2\pi}{6} + \delta\right)\right] \tag{2.80}$$

$$= -\widehat{U}_P\sqrt{3} \left[{}^{\sqrt{3}}/_2\, sin\left(p\Omega t + p\vartheta_0 + \frac{2\pi}{6} + \delta\right) - {}^1/_2\, cos\left(p\Omega t + p\vartheta_0 + \frac{2\pi}{6} + \delta\right)\right] \tag{2.81}$$

$$u_{P,13} = -\widehat{U}_P\sqrt{3} sin\left(p\Omega t + p\vartheta_0 + \frac{2\pi}{6} + \delta - \frac{\pi}{6}\right) \tag{2.82}$$

Der Zusatz „δ“ im Argument der Sinusfunktion berücksichtigt, dass das Intervall 1b in zwei Teilintervalle unterteilt ist. „δ“ nimmt gerade den Wert an, solang das Intervall $1b_1$ ist. Durch diesen Zusatz kann im Intervall $1b_2$ die Zeit *t* wieder bei null anfangen

$$\delta = p\Omega t_{1b_1}. \tag{2.83}$$

Die vollständige DGL von i_1 für das Intervall lautet somit

$$R_M i_1 + {}^4\!/_3\, L\frac{di_1}{dt} = {}^1\!/_2\, U + {}^{\sqrt{3}}\!/_2\, \hat{U}_P sin\left(p\Omega t + p\vartheta_0 + \frac{2\pi}{6} + \delta - \frac{\pi}{6} + \varphi_i\right). \tag{2.84}$$

Nun kann die Lösung der DGL direkt angegeben werden

$$\begin{aligned} i_1(t) = De^{-t/\tau} + \frac{U}{2R_m} \\ + \frac{\sqrt{3}\hat{U}_P}{2Z} sin\left(p\Omega t + p\vartheta_0 + \frac{2\pi}{6} + \delta - \frac{\pi}{6} + \varphi_i\right). \end{aligned} \tag{2.85}$$

Der Strom am Anfang vom Intervall $1b_2$ ist gerade der Strom am Ende von Intervall $1b_1$ von i_1. Somit lässt sich das AWP lösen

$$i_{1,1b_2}(t = 0) = i_{1,1b_1}(t = 2{,}1555ms) \tag{2.86}$$

$$D = 11{,}98A - \frac{10{,}6V}{2 \cdot 1{,}11\Omega} - \frac{\sqrt{3}\hat{U}_P}{2 \cdot 1{,}12\Omega} sin(-0{,}8109rad) \tag{2.87}$$

$$D = -5{,}07A \tag{2.88}$$

$$\begin{aligned} i_{1,1b_2}(t) = -5{,}07Ae^{-t/3{,}6ms} + \frac{53{,}3V}{2 \cdot 1{,}11\Omega} \\ + \frac{\sqrt{3} \cdot 10{,}6V}{2 \cdot 1{,}12\Omega} sin(12\pi t - 0{,}8109rad) \end{aligned} \tag{2.89}$$

Jetzt sind die Stromverläufe für die Intervalle $1a_2$, $1b_1$ und $1b_2$ ausführlich berechnet worden. Das Intervall $1a_1$ findet bei der ersten Berechnung keine Berücksichtigung, da hier der stationäre Betrieb untersucht wird, das bedeutet, dass alle Ausgleichvorgänge, wozu auch der Stromaufbau von null zählt, betrachtet werden. Alternativ kann man auch in einem anderen Intervall mit der Berechnung starten. Das Intervall $1a_1$ wird am Ende bei der Berechnung eines elektrischen Zykluses berücksichtigt.

2.4.3 Berechnung des Drehmomentes

2.4.3.1 Berechnung des Drehmomentes im Intervall $1a_2$

Das Drehmoment wird allgemein nach der Gleichung

$$T = \sum_{k=1}^{3} -i_k \, p\widehat{\Psi}_f \sin\left(p\vartheta - (k-1)\frac{2\pi}{3}\right), \tag{2.90}$$

berechnet, (2.3) und (2.4) Im Abschnitt $1a_2$ ist der Stromverlauf von i_1 bekannt. Da in diesem Abschnitt i_3 nicht fließt, ist demnach i_2=-i_1. Somit kann nun für diesen Abschnitt das Moment ermittelt werden

$$T_{1a_2} = i_{1,1a_2}\frac{d\Psi_{f,1}}{d\vartheta} + i_{2,1a_2}\frac{d\Psi_{f,2}}{d\vartheta}, \tag{2.91}$$

$$T_{1a_2} = i_{1,1a_2} p\widehat{\Psi}_f \left[\sin\left(\mathrm{p}\Omega\mathrm{t} + \mathrm{p}\vartheta_0 - \frac{2\pi}{3}\right) - \sin(\mathrm{p}\Omega\mathrm{t} + \mathrm{p}\vartheta_0)\right], \tag{2.92}$$

mit $0 \leq t \leq \frac{1}{36}s$.

2.4.3.2 Berechnung des Drehmomentes im Intervall $1b_1$

In diesem Abschnitt geht man analog vor. Die Verläufe der Ströme i_1 und i_2 sind bekannt. Daraus ergibt sich auch der Verlauf von i_3 zu

$$i_3 = -i_1 - i_2. \tag{2.93}$$

Somit kann der Verlauf des Drehmoments im Intervall $1b_1$ angegeben werden mit

$$T_{1b_1} = -p\hat{\Psi}_f\sqrt{3}\left[i_{1,1b1}sin\left(p\vartheta + \frac{\pi}{6}\right) + i_{2,1b1}sin\left(p\vartheta - \frac{\pi}{6}\right)\right] \quad mit\ 0 \leq t \leq 2{,}155ms. \tag{2.94}$$

2.4.3.3 Berechnung des Drehmomentes im Intervall $1b_2$

Im Intervall ist der $1b_2$ ist der Stromverlauf von i_1 bekannt. Da i_2 in diesem Intervall nicht zum Fließen kommt, ergibt sich die Beziehung

$$i_{1,1b_2} = -i_{3,1b_2}. \tag{2.95}$$

Daher kann in diesem Intervall das Drehmoment analog zu Intervall $1a_2$ berechnet werden

$$T_{1b_2} = i_{1,1b_2}p\hat{\Psi}\left[sin\left(p\Omega t + p\vartheta_0 + \frac{2\pi}{3} + \delta - \frac{4\pi}{3}\right) - sin\left(p\Omega t + p\vartheta_0 + \frac{2\pi}{3} + \delta\right)\right] \quad mit\ 0 \leq t \leq {}^1/_{36} - 2{,}155ms. \tag{2.96}$$

Den Verlauf des Stromes i_1 und des Momentes T in den Intervallen $1a_2$, $1b_1$ sowie $1b_2$ zeigt das folgende Bild 2.9.

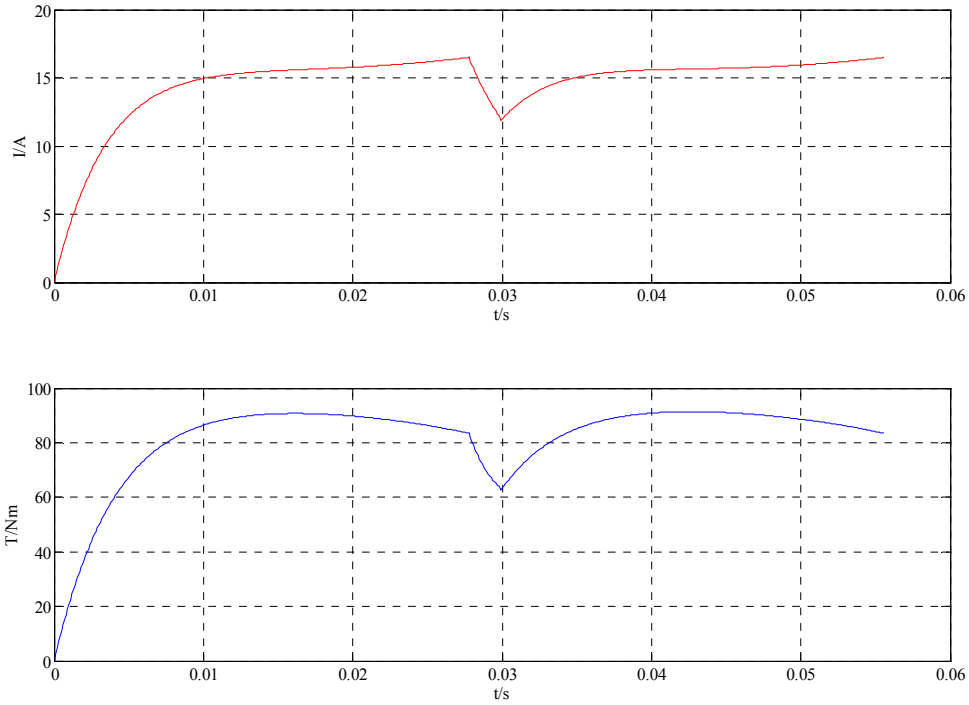


Bild 2.9: Verlauf des Stromes i_1 und des Momentes T im Intervall $1a_2$-$1b_2$

2.4.4 Weitere Vorgehensweise bei den folgenden Intervallen

In den folgenden Intervallen geht man analog vor. In der DGL, in der zwei Störfunktionen auftreten, fasst man diese mit Hilfe der Additionstheoreme zu einer Störfunktion zusammen. Es ergeben sich die gleichen Lösungen für die AWP wie bei denen von i_1 für die entsprechenden Intervalle, d. h. die Koeffizienten sind die gleichen. Auf die Vorzeichen der Koeffizienten ist zu achten.

In den Intervallen, in denen die Ströme kommutieren, ist es erforderlich, dass zwei Ströme in diesen Intervallen (siehe Intervall $1b_1$) berechnet werden. Das ist in den Intervallen $2a_1$, $2b_1$, $3a_1$ und $3b_1$ der Fall. Für das Intervall $1b_1$ ist das schon im Kapitel 2.4.2.2 durchgeführt worden. Zum einen ist das notwendig, um die Länge dieses Intervalls zu bestimmen und zum anderen benötigt man die Ströme, um das Drehmoment zu berechnen.

Einen Vergleich der Zeitkonstante τ und der Intervalllänge zeigt, dass der Übergang vom elektrischen Einschwingvorgang bis zum stationären Betrieb innerhalb eines Intervalls vollzogen ist. Bild 2.9 belegt diese Tatsache.

2.4.5 Analyse des Drehmomentes im Intervall 1b

Hier wird nun eine Fourieranalyse des Drehmomentes im Intervall 1b durchgeführt. Dieses Intervall wird genommen, weil sich hier die Einschwingvorgänge durch das Starten der Berechnung des Drehmoments nicht mehr bemerkbar machen. Um diese Aussage machen zu können, ist die Berechnung der Ströme und Momente über die in der Aufgabenstellung geforderten Intervalle weiter hinaus geführt worden. In Bild 2.9 ist zu erkennen, dass sich der eingeschwungene Zustand relativ sehr schnell einstellt. Im 2. Intervall hat sich schon der gleiche Stromverlauf wie zum Ende des 1. Intervalls eingestellt. Das ist abhängig von der Drehzahl und der elektrischen Zeitkonstanten. Durch die Auswertung des Stromverlaufs mit dem später noch beschriebenen Auswerteprogramm *PMS* ist diese Annahme gerechtfertigt. Die Fourieranalyse wird mit Hilfe von Matlab durchgeführt. Das Intervall 1b dauert gerade 27,78ms an. Diesen Wert bzw. Kehrwert kann man ohne die Berechnung der Stromverläufe angeben.

Wie aus Bild 2.6 abgelesen werden kann, ist die Intervalllänge $\Delta\, t_{Int}$ ein Sechstel der elektrischen Periodendauer T_{el}. Während einer Umdrehung laufen p elektrische Perioden ab. Somit gilt

$$\Delta\, t_{Int} = \frac{1}{6} T_{el} = \frac{1}{6}\frac{1}{n}\frac{1}{p}. \tag{2.97}$$

Für

$n = 30 min^{-1}$

und die Maschine D2 mit $p = 12$ erhält man

$$\Delta\, t_{Int} = \frac{1}{6}\frac{1000}{0{,}5}\frac{1}{12} = 27,\bar{7} ms. \tag{2.98}$$

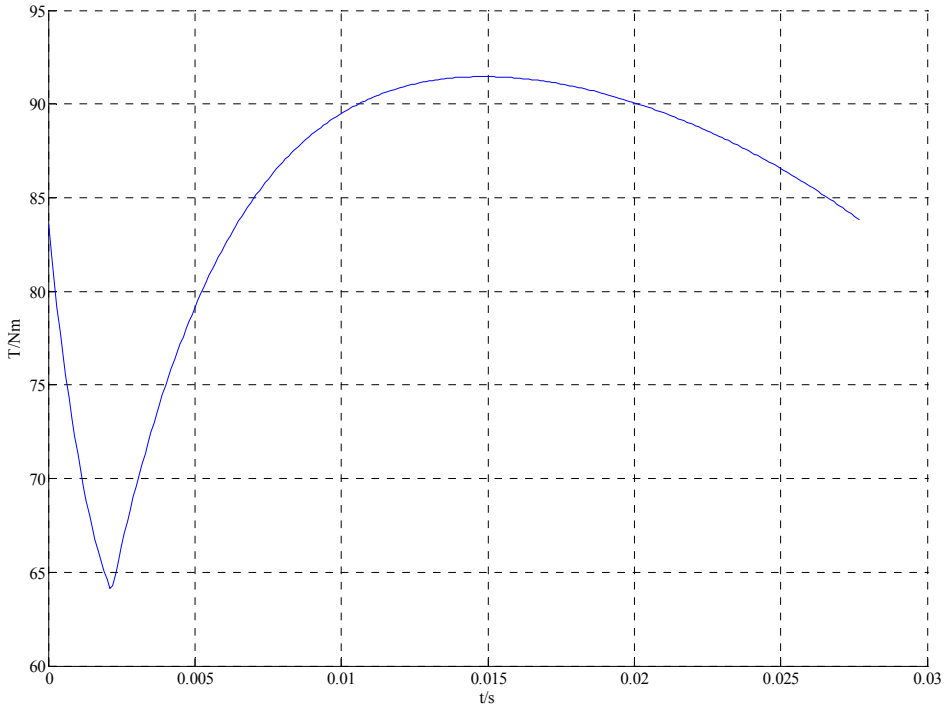


Bild 2.10: Drehmomentverlauf im Intervall 1b

Bild 2.10 gibt einen Ausschnitt aus Bild 2.9. Dieser zeigt den Verlauf des Drehmoments im Intervall 1b. Dieser Verlauf bildet die Grundlage für die folgende FFT-Analyse.

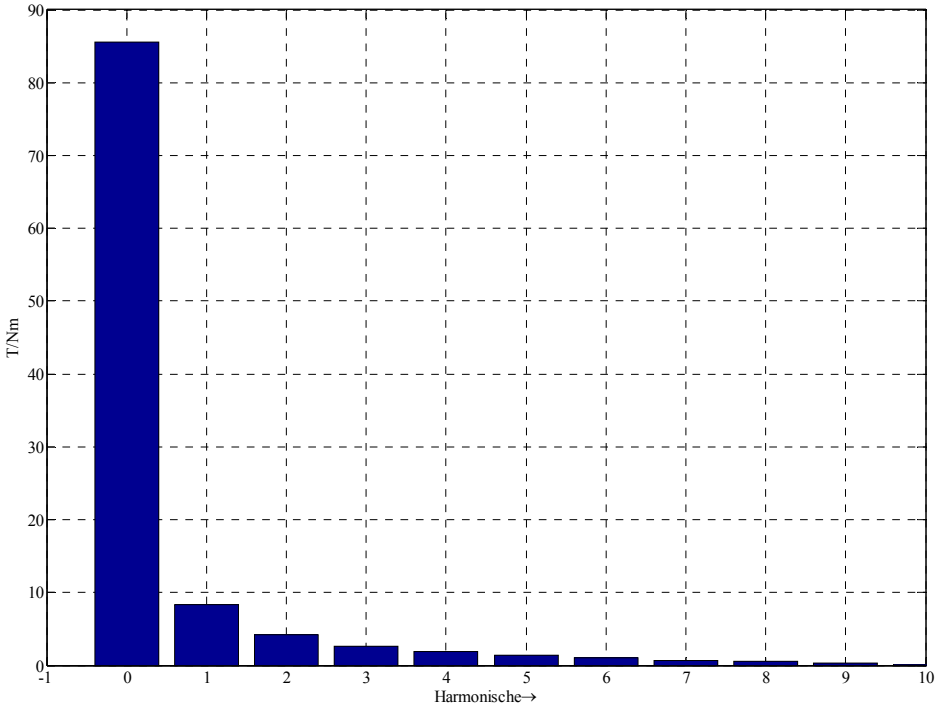


Bild 2.11: FFT-Analyse des Drehmomentes im Intervall 1b

v	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
$\frac{\nu \widehat{T}}{Nm}$	85,53	8,36	4,17	2,66	1,86	1,35	0,99	0,73	0,52	0,36	0,23

Tabelle 2.2: Amplituden der FFT-Analyse von T in 1b

In Bild 2.11 ist die FFT-Analyse des Drehmomentes im Intervall 1b zu sehen. Wie daraus abzulesen ist, ist der Gleichanteil im Verhältnis zu den Harmonischen sehr hoch. Die Tabelle 2.2 zeigt die Amplituden der FFT-Analyse.

Es ist hier also nicht verwunderlich, dass kein gleichförmiges Drehmoment zu Stande kommt. Hier wird der Einfluss der Kommutierung deutlich. Die Stromblöcke können nicht rechteckförmig sein, da Induktivitäten (Wicklungsstränge) im Stromkreis liegen. Auf die Wicklungsstränge wird ein Spannungssprung (einschalten der entsprechenden Ventile) gegeben und der Strom steigt nach einer e-Funktion unter Einfluss der Zeitkonstante und der Polradspannung an.

2.5 Vergleich der Flussverkettungen

In Kapitel 2.3 sind die DGLen für die Stromverläufe aufgelistet worden. Dort wird ersichtlich, dass zur Lösung der DGLen auch die Kenntnis der Polradspannungen notwendig ist. Die Polradspannung ist u. a. eine Auswirkung der Flussverkettung der Maschine. Die Flussverkettung kann unterschiedliche Formen haben. In der Beispielaufgabe ist mit einer sinusförmigen Flussverkettung gerechnet worden. In Kapitel 2.2 ist eine Polradspannung für eine trapezförmige Flussverkettung angegeben. Um nun die Auswirkung unterschiedlicher Flussverkettungen einander gegenüberstellen zu können, müssen einige Voraussetzungen zum Vergleich geschaffen werden.

Um nun beide Arten der Flussverkettung vergleichen zu können, wird der Effektivwert der beiden Flussverkettungen zu Hilfe genommen, dieser muss gleich sein, weil die gleichen Effektivwerte unterschiedlicher Signalformen derselben physikalischen Größe nur so miteinander verglichen werden können.

Für die sinusförmige Flussverkettung ist es kein Problem, den Effektivwert zu ermitteln, da das Verhältnis von Spitzenwert zu Effektivwert bekannt ist. Das Verhältnis wird auch als Scheitelfaktor bezeichnet. Er beträgt für die sinusförmige Flussverkettung

$$k_s = \frac{\hat{\Psi}}{\Psi} = \sqrt{2}\,. \tag{2.99}$$

Für die trapezförmige Flussverkettung muss der Winkel α, der den gleichen Effektivwert für eine sinusförmige Flussverkettung hervorbringt, berechnet werden. Der Effektivwert wird auch quadratischer Mittelwert genannt. Die allgemeine Rechenvorschrift für den Effektivwert lautet

$$S_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} S^2(t)dt}. \tag{2.100}$$

In (2.100) ist die auszuwertende Funktion in Abhängigkeit von der Zeit dargestellt. Diese Funktion kann genauso für eine Abhängigkeit von einem Winkel ausgewertet werden. Dabei spielt es keine Rolle, ob der Winkel in Grad oder im Bogenmaß angegeben ist.

Da die Trapezfunktion eine symmetrische Funktion ist, braucht man nur eine Halbwelle der Funktion für die Berechnung des Effektivwertes auszuwerten (siehe Bild 2.3). Eine weitere Vereinfachung in der Berechnung ist die, dass die Fläche unter abfallende Flanke bzw. die steigende Flanke gleich ist. So muss in der Auswertung die Fläche unter der steigenden Flanke zweimal und die Fläche, unter der die Ableitung der Trapezfunktion null ist, für eine Periode nur einmal berücksichtigt werden. Gleichung (2.100) sieht für den vorliegenden Fall nun so aus:

$$\Psi_{eff} = \sqrt{\frac{1}{\pi}\left(2\int_{\pi/2}^{\pi/2+\alpha}\left(\frac{\hat{\Psi}}{\alpha'}\right)^2 \varphi^2 d\varphi + \int_{\pi/2+\alpha'}^{3\pi/2-\alpha'} \hat{\Psi}^2 d\varphi\right)} \tag{2.101}$$

$$\Psi_{eff} = \hat{\Psi}\sqrt{\frac{1}{\pi}\left(\pi - \frac{4}{3}\alpha'\right)}. \tag{2.102}$$

Somit ist ein allgemeiner Ausdruck für den Effektivwert der Trapezfunktion gefunden. Der allgemeine Wert für den Scheitelfaktor einer Trapezfunktion lautet

$$k_s^{-1} = \sqrt{\frac{1}{\pi}\left(\pi - \frac{4}{3}\alpha'\right)}. \tag{2.103}$$

Um nun jedoch den Winkel α zu erhalten, bei dem sich der gleiche Effektivwert der trapezförmigen Flussverkettung einstellt wie bei einer sinusförmigen, geht Gleichung (2.102) über in

$$\frac{\hat{\Psi}}{\sqrt{2}} = \hat{\Psi}\sqrt{\frac{1}{\pi}\left(\pi - \frac{4}{3}\alpha'\right)}. \tag{2.104}$$

Für α erhält man somit

$$\alpha' = \frac{3}{8}\pi \mathrel{\widehat{=}} 67{,}5° \tag{2.105}$$

Somit hat eine trapezförmige Flussverkettung mit einem Winkel(siehe auch Bild 2.3) von $\alpha' = 67{,}5°$ den gleichen Effektivwert wie eine sinusförmige Flussverkettung. Die Gleichung (2.104) setzt voraus, dass beide Flussverkettungsarten den gleichen Scheitelwert haben.

2.6 Klirrfaktor

Um eine Aussage über die Qualität für einen Vergleich der Flussverkettungsarten des entwickelten Drehmoments machen zu können, wird an dieser Stelle der Klirrfaktor eingeführt. Dieser Klirrfaktor Γ ergibt sich zu

$$\Gamma = \frac{\sqrt{\sum_{\nu=1}^{n} {}^{\nu}\hat{t}^2}}{{}^{0}\hat{t}}. \tag{2.106}$$

Im Gegensatz zu der in der Literatur [5] veröffentlichten Definition des Klirrfaktors, bezieht sich hier der Klirrfaktor auf den Gleichanteil und nicht auf die erste Harmonische Schwingung. Da hier von einer konstanten Drehmomententwicklung ausgegangen wird, soll die Abweichung davon quantifiziert werden. Es wird aber weiterhin der Oberschwingungsgehalt, zu dem auch die erste Harmonische Schwingung hier zählt, ausgewertet.

Die Ermittlung des Klirrfaktors setzt voraus, dass eine Fourieranalyse des Drehmoments vorliegt. Im späteren Verlauf dieser Arbeit wird auf die praktische Umsetzung näher eingegangen. In Gleichung (2.106) wird mit ${}^{\nu}\hat{t}$ die Amplitude der ν.-harmonischen Schwingung des Drehmoments bezeichnet. Diese Amplitudenwerte werden mittels einer Fourieranalyse des Drehmoments durch Matlab zur Verfügung gestellt.

2.7 Analyseprogramm PMS

Um nun einen Überblick zu bekommen, wie sich der Winkel $p\vartheta_{S1}$ auf die Drehmomententwicklung auswirkt, wird das Matlab-Programm *PSM* zu Hilfe genommen. Dieser

Winkel beschreibt die Zuordnung der Flussverkettung zu den Schaltintervallen 1a-3b. Mit diesem Programm ist es möglich, sich den Einfluss des Winkels $p\vartheta_{S1}$ näher anzuschauen. Der Benutzer dieses Programms wird mittels einer GUI-Oberfläche (**G**raphic **U**ser **I**nterface) durch das Programm geführt. Der Startbildschirm des Programms ist in Bild 2.12 dargestellt.

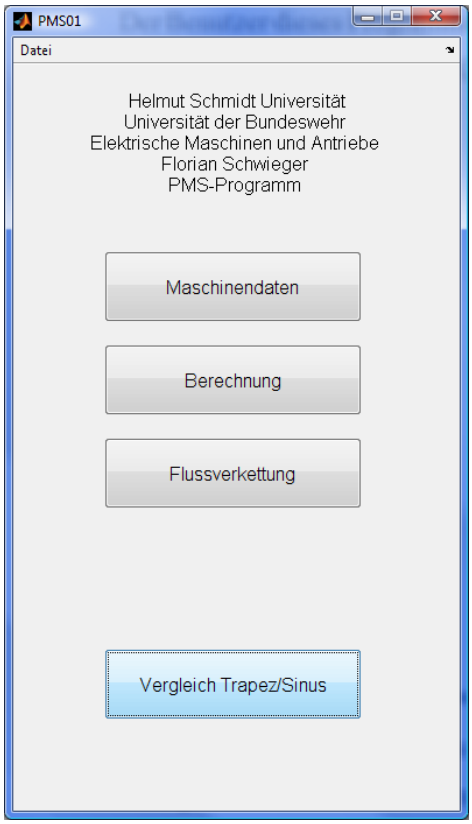


Bild 2.12: Startbildschirm PMS01 des Programms PSM

Links oben im Startbildschirm befindet sich der Menüpunkt *Datei*. Dieser Menüpunkt untergliedert sich nochmals in die Untermenüpunkte *Laden*, *Speichern* und *Beenden*. Mit dem Untermenüpunkt *Laden* können verschiedene Datensätze von Maschinen in das Programm eingelesen werden. Hier stehen insgesamt fünf Beispieldatensätze von Maschinen zur Verfügung. Diese tragen hier die Bezeichnung *DS1*, *DS2*, *DS3*, *DS4*, und *DS5*.

Über den Menüunterpunkt *Speichern* können neue Datensätze oder geänderte vorhandene abgespeichert werden. Das Eingeben dieser Daten wird jedoch nicht im Startbildschirm *PMS01* sondern im Bildschirm Maschinendaten *PMS02* vorgenommen.

Der letzte Menüunterpunkt *Beenden* beendet das Programm und schließt noch alle eventuell geöffneten Fenster.

Das nächste Bild 2.13 zeigt den Bildschirm Maschinendaten *PMS02*. Diesen Bildschirm erhält man, wenn man im Startbildschirm *PMS01* den Knopf *Maschinendaten* betätigt.

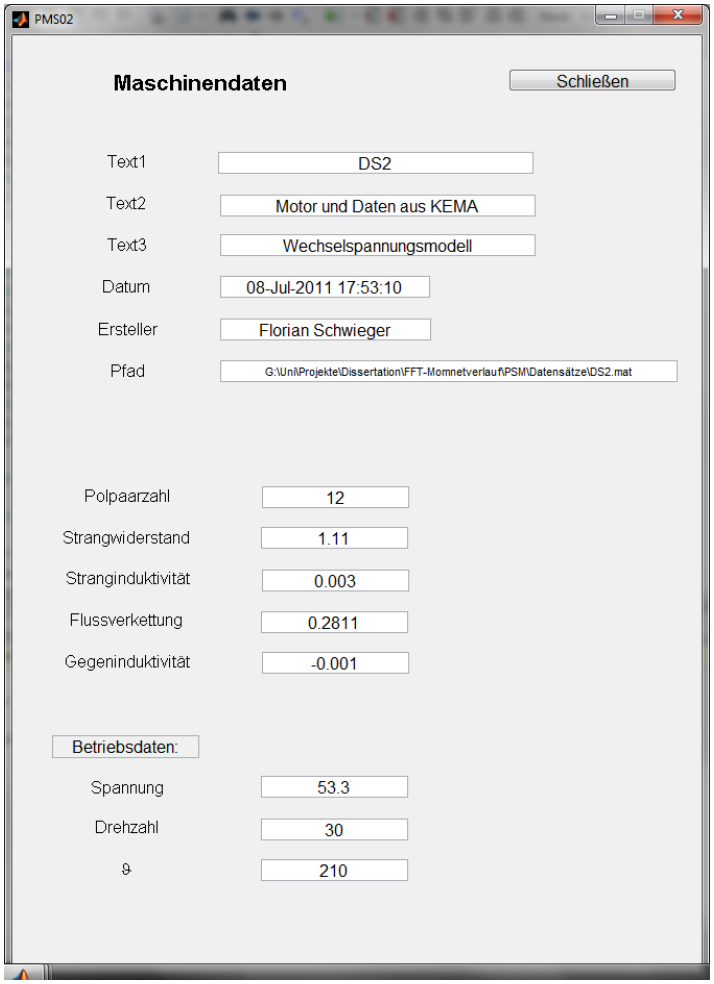


Bild 2.13: Bildschirm Maschinendaten PMS02 von DS2

In diesen Bildschirm können alle für die Berechnung des Drehmoments relevanten Daten des Motors eingegeben werden. In den Eingabefenstern *Text*... können individuelle Beschreibungen des Motors abgelegt werden. Im Eingabefenster *Datum* braucht man keine Eintragungen vorzunehmen, da diese Information der Datei entnommen wird. Das gleiche gilt auch für *Pfad*. Bei *Ersteller* wird der Name der Person, die diesen Datensatz angelegt hat, hinterlegt. Bei den folgenden Eingabefeldern *Polpaarzahl*, *Strangwiderstand*, *Stranginduktivität* und *Flussverkettung* werden die Werte in SI-Einheiten eigegeben. Bei der Flussverkettung ist jedoch darauf zu achten, dass der Spitzenwert angegeben wird.

Bei den Eingabefeldern der Gruppe *Betriebsdaten* ist auch auf die richtige Eingabe zu achten. Während die Spannung in Volt eingegeben werden muss, muss die Drehzahl in min^{-1} und der Winkel $p\vartheta_{S1}$ in Grad eingegeben werden.

Mit dem Schließen des Fensters *PMS02* sind die Daten in den Arbeitsspeicher von Matlab übernommen worden, jedoch noch nicht abgespeichert. Dieses muss nun, wie schon zuvor beschrieben, im Startbildschirm *PMS01* unter dem Menüpunkt *Datei* erfolgen.

Wird der Knopf *Berechnung* im Startbildschirm *PMS01* betätigt, so wird der Bildschirm *PMS03* oder *PMS032* geöffnet. Bildschirm PMS03 wird angezeigt, wenn eine sinusförmige Flussverkettung in *PMS04_1* ausgewählt worden ist. Bei Auswahl einer trapezförmigen Flussverkettung erscheint *PMS032*. Welcher Bildschirm angezeigt wird, ist also von der Wahl der Flussverkettung in Bildschirm *PSM04_1* abhängig. Dieser Bildschirm kann über den Knopf Flussverkettung in *PMS01* aufgerufen werden. Bild 2.14 zeigt den Bildschirm *PMS04_1*.

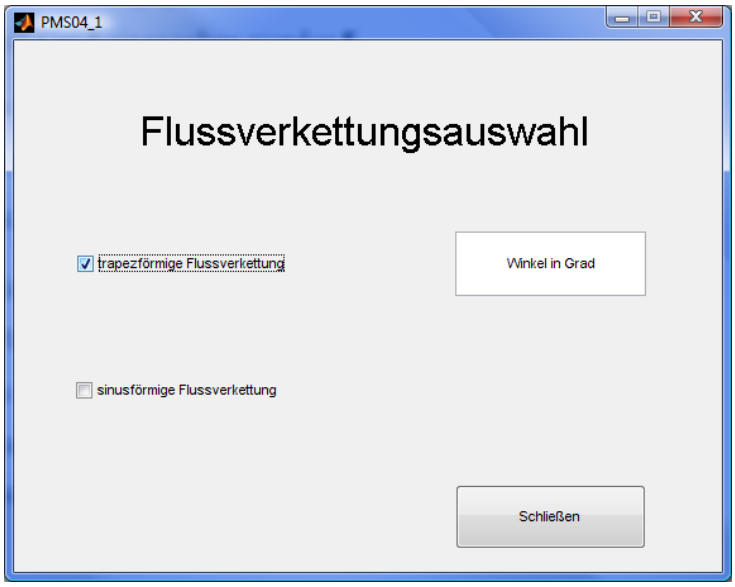


Bild 2.14: Bildschirm PMS04_1

In *PMS04_1* wird die Art der Flussverkettung für die zu untersuchende Maschine bestimmt. Hier kann zwischen einer sinus- oder trapezförmigen Flussverkettung gewählt werden. Bei Wahl der trapezförmigen Flussverkettung muss der Winkel α noch mit angegeben werden. Wie dieser Winkel zu verstehen ist, ist in Kapitel 2.5 näher erläutert.

In diesem Bildschirm *PMS03* bzw. *PMS032* wird die eigentliche Berechnung gestartet. Bild 2.15 zeigt den Bildschirm *PMS03* nach erstmaliger Betätigung des Knopfes *Start Berechnung* in *PMS03*.

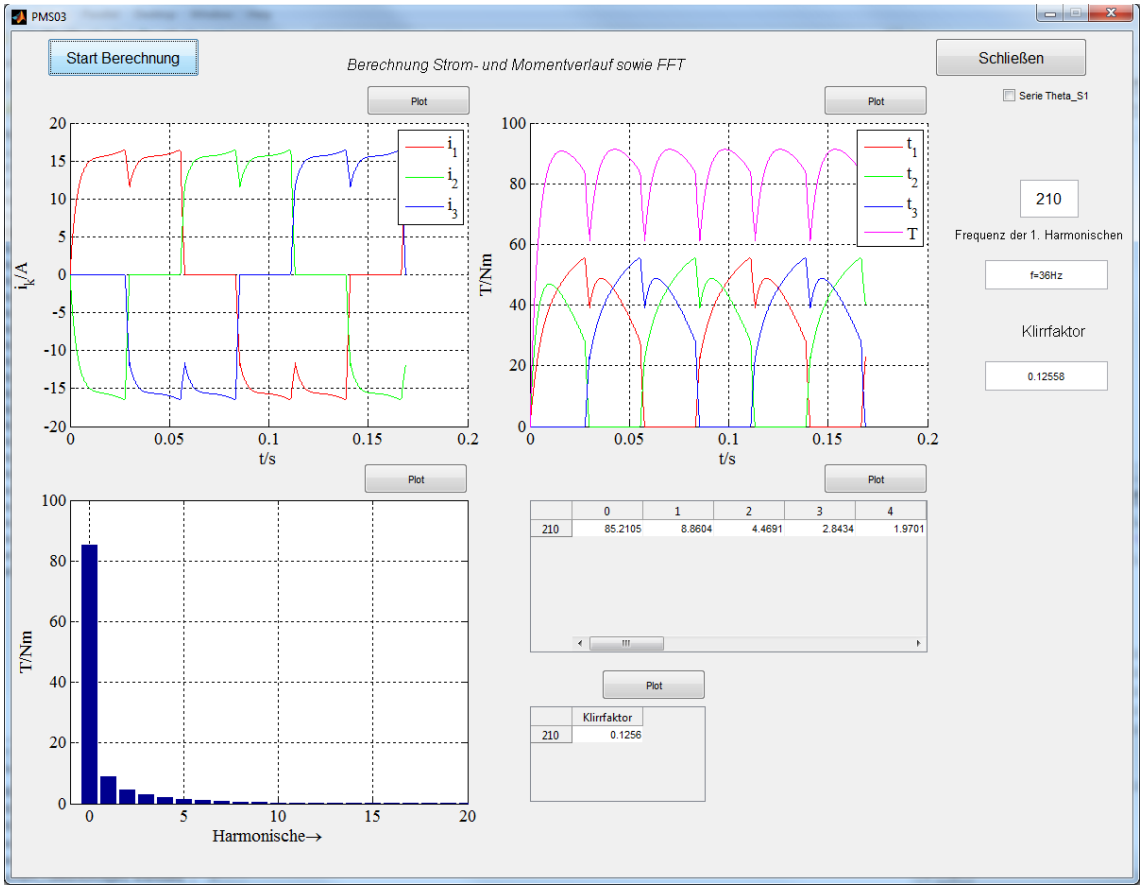


Bild 2.15: Bildschirm PMS03

Die Diagramme zeigen von links oben beginnend den Stromverlauf, den Momentverlauf sowie das Ergebnis der FFT-Analyse des Drehmoments. In der oberen großen Tabelle rechts unten in *PMS03* sind die Amplitudenwerte der FFT-Analyse abgelegt. Hier können diese Werte noch genauer betrachtet werden. Die kleinere Tabelle unten rechts in *PMS03* zeigt den Klirrfaktor Γ für den eingegebenen Schaltwinkel $p\vartheta_{S1}$. Dieser Klirrfaktor wird nach (2.106) berechnet.

Über jedem der Diagramme ist ein Knopf *Plot* vorhanden. Dieser ermöglicht es, das aktuelle Diagramm in einem Plotfenster zu öffnen, um es ausdrucken zu können.

Im Eingabefenster rechts neben dem Diagramm des Momentverlaufs können verschiedene Winkel $p\vartheta_{S1}$ eingeben werden. Anschließend wird der Knopf *Start Berechnung* betätigt und man erhält das Ergebnis für den Strom- und Momentverlauf, eine FFT-Analyse sowie den Klirrfaktor für diesen Winkel.

Möchte man nun eine Serie von $p\vartheta_{S1}$ berechnen lassen, ist auch dieses möglich. Hierzu muss der Haken im Kästchen *Serie Theta_S1* gesetzt werden. Der Bildschirm von *PMS03* sieht nun wie folgt aus:

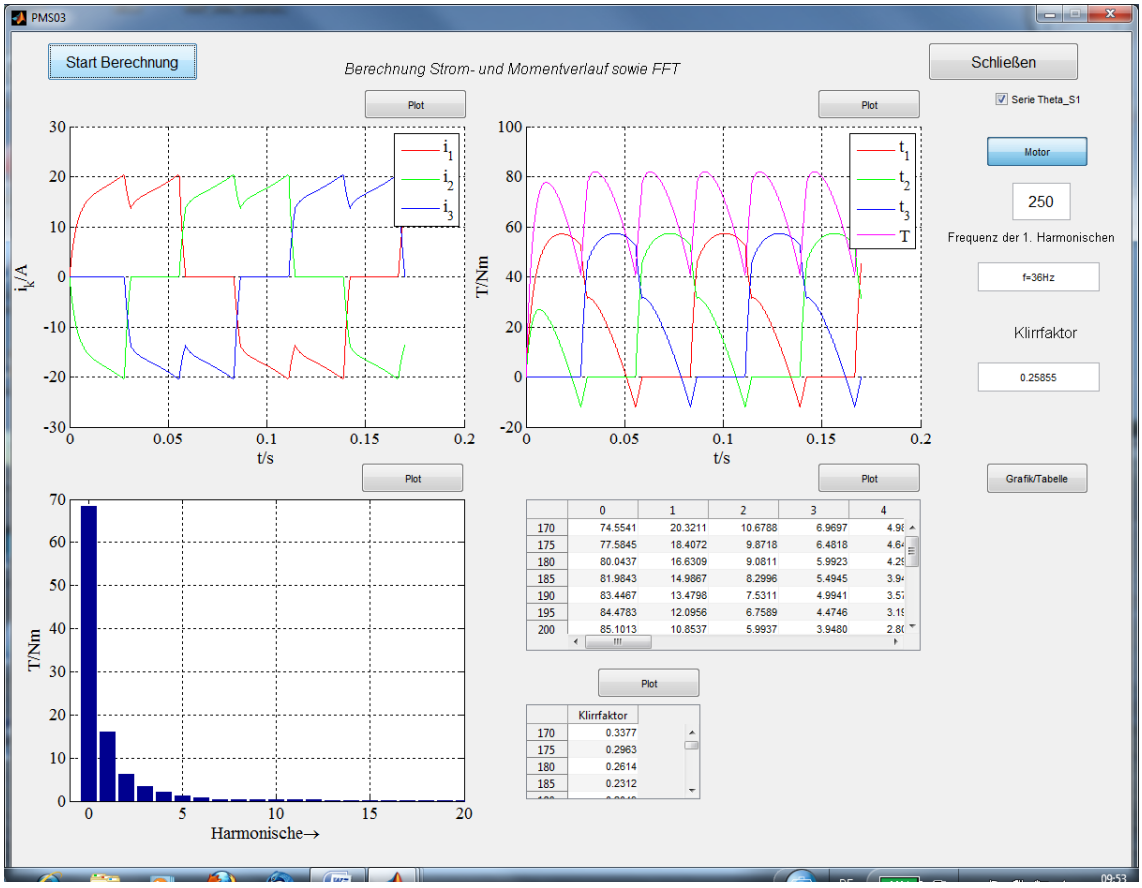


Bild 2.16: Bildschirm PMS03 bei Serienberechnung von $p\vartheta_{S1}$

Im Fenster *PMS03* erscheinen auf der rechten Seite zwei neue Betätigungsknöpfe mit den Namen *Grafik/Tabelle* und *Motor*. Mit dem Knopf *Grafik/Tabelle* ist es möglich, sich den Klirrfaktor grafisch anzeigen zu lassen. Das in Bild 2.16 gezeigte Beispiel sieht nach der Betätigung des Knopfes *Grafik/Tabelle* das Fenster *PMS03* etwas anders aus. In Bild 2.17 ist der Bildschirm nach der Betätigung dieses Knopfes dargestellt. Mit dem Knopf *Grafik/Tabelle* kann zwischen der grafischen und tabellarischen Darstellung immer wieder umgeschaltet werden.

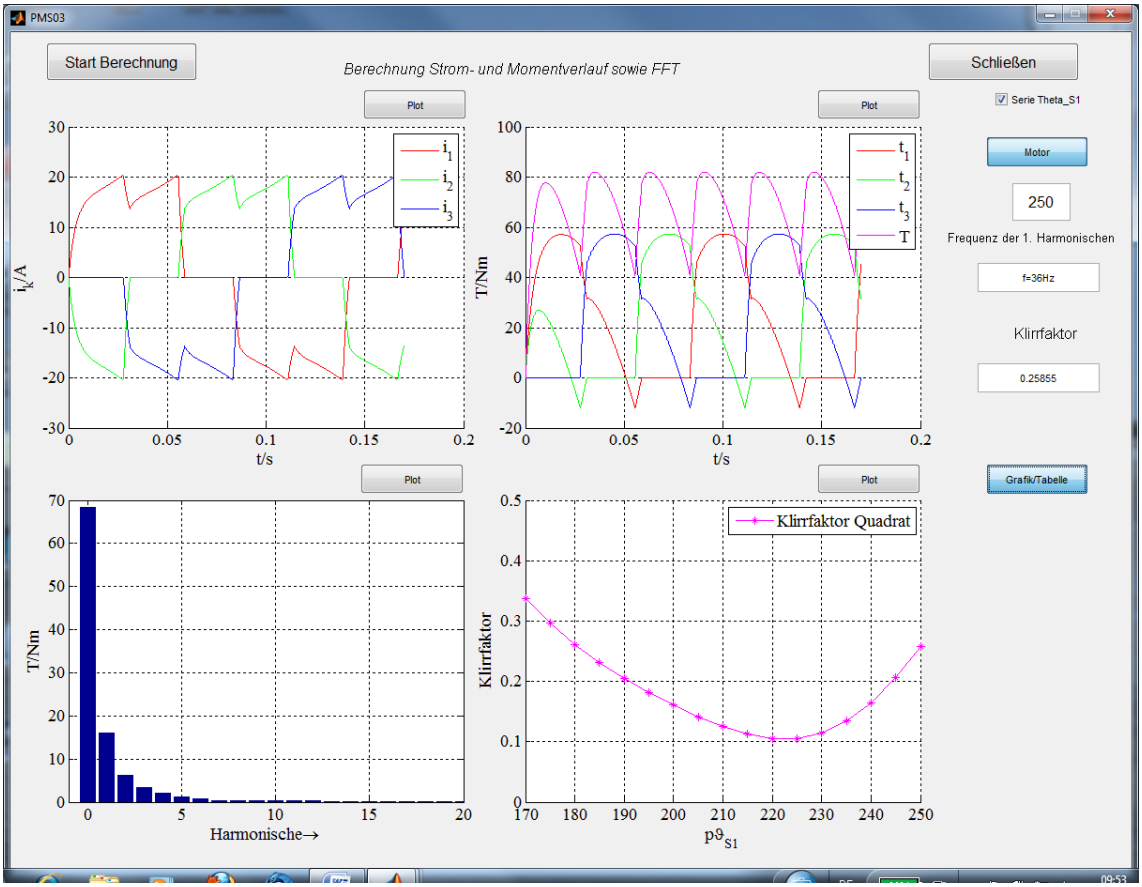


Bild 2.17: Bildschirm PMS03 bei Serienberechnung von $p\vartheta_{S1}$ mit grafischer Darstellung des Klirrfaktors

So erhält man einen ersten Eindruck des Klirrfaktors in Abhängigkeit vom Schaltwinkel $p\vartheta_{S1}$.

Während der Berechnung wird der Winkel $p\vartheta_{S1}$ von 170°-250° durchlaufen. Dieses Winkelfenster ist um den theoretisch besten Winkel $p\vartheta_{S1} = 210°$ gelegt. Dass nun der optimale Winkel in der Berechnung ein anderer als in der theoretischen Überlegung ist, liegt im Einfluss der Induktivitäten begründet. Diese Berechnung gilt für den Motorbetrieb.

Die gleiche Rechnung ist auch für den Generatorbetrieb möglich. Hier liegt das Winkelfenster um den theoretischen Wert von $p\vartheta_{S1} = 30°$ (350°-70°). Dass Generatorbetrieb vorliegt, erkennt man am Verlauf des Moments in Bild 2.18. Um sich die Berechnung im Generatorbetrieb anschauen zu können, muss der Knopf *Motor* in *PMS03* betätigt werden. Nach dessen Betätigung wechselt die Beschriftung des Kopfes von *Motor* in *Generator*. Jetzt werden Stromverlauf, Drehmomentverlauf sowie Klirrfaktor nach Betätigung von *Start Berechnung* berechnet. Der Betätigungsknopf *Motor* bzw. *Generator* zeigt immer den aktuellen eingestellten Betrieb an. Steht auf dem Knopf *Motor*, so ist der Motor-

betrieb für die Berechnung eingestellt. Steht auf diesem Knopf *Generator*, so ist der Generatorbetrieb für die Berechnung eingestellt.

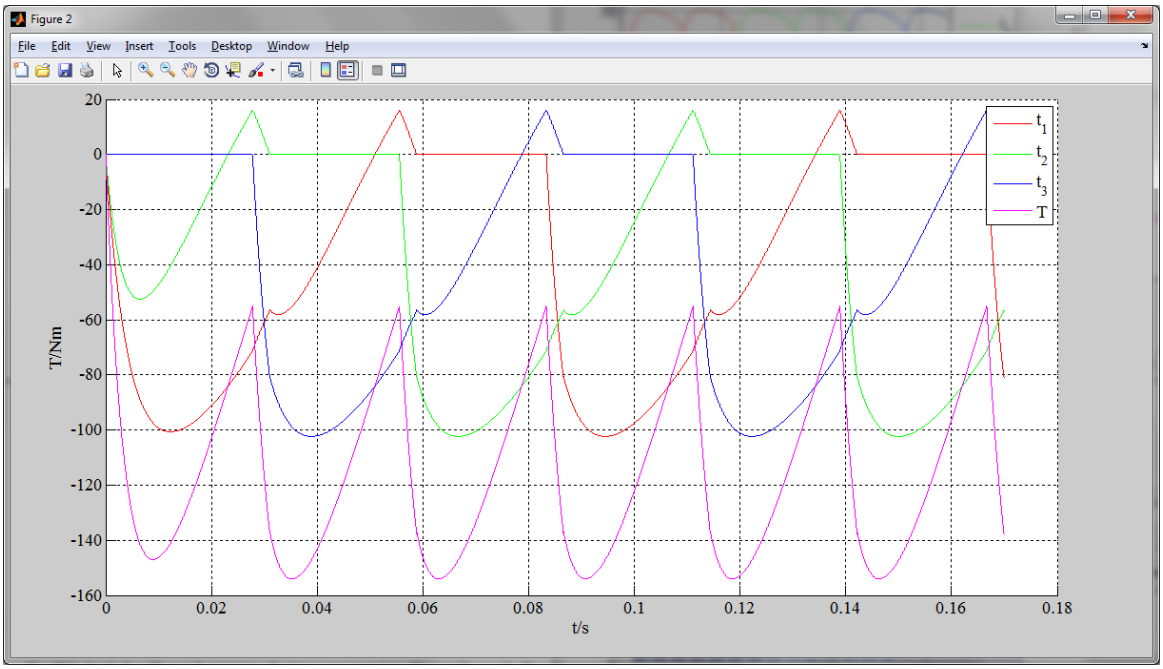
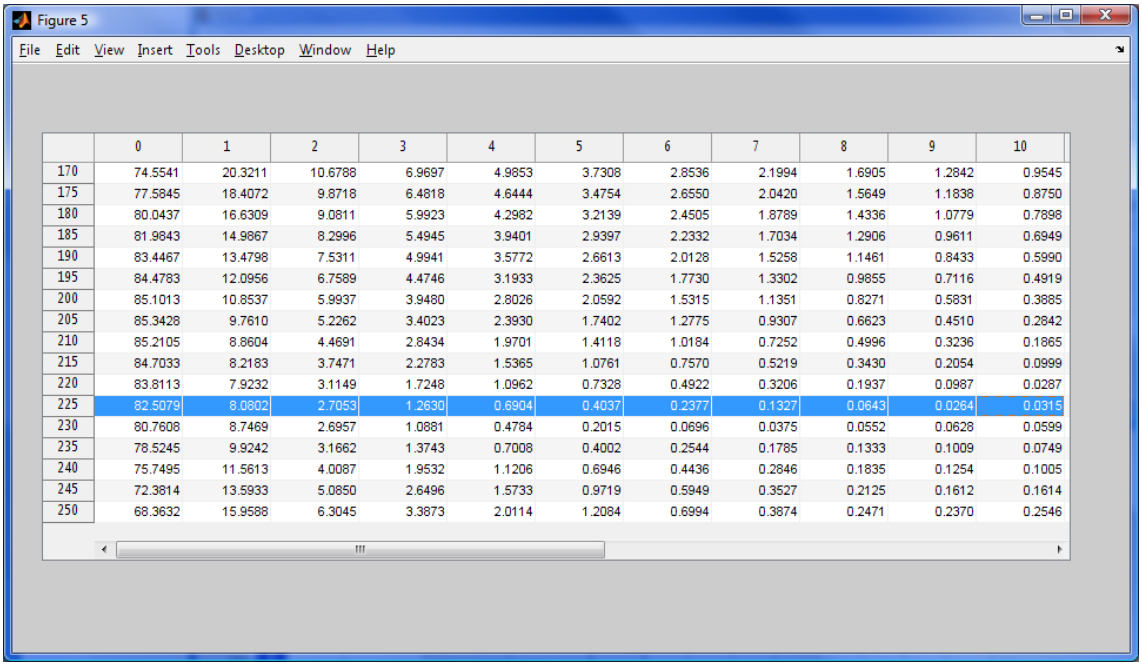


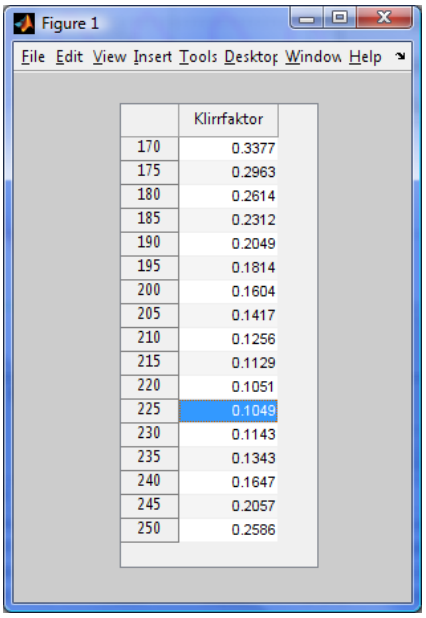
Bild 2.18: Drehmomentverlauf der Maschine DS2 bei $p\vartheta_{S1} = 70°$ (Generatorbetrieb)

Im bisherigen Eingabefenster des Schaltwinkels wird während der Berechnung der aktuelle Winkel des Berechnungsschrittes angezeigt. Das gilt auch für das Ausgabefenster des Klirrfaktors. Die Berechnung wird in 5°-Schritten von 170-250° für $p\vartheta_{S1}$ durchgeführt. Es entstehen somit 16 Berechnungszyklen, deren Ergebnisse der FFT-Analyse in der Tabelle 2.3 und des Klirrfaktors in der Tabelle 2.4 in *PMS03* abgelegt werden. Des Weiteren wird neben der Tabelle des Momentverlaufs in *PMS03* noch die Frequenz der 1. Harmonischen der FFT-Analyse angezeigt.



	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
170	74.5541	20.3211	10.6788	6.9697	4.9853	3.7308	2.8536	2.1994	1.6905	1.2842	0.9545
175	77.5845	18.4072	9.8718	6.4818	4.6444	3.4754	2.6550	2.0420	1.5649	1.1838	0.8750
180	80.0437	16.6309	9.0811	5.9923	4.2982	3.2139	2.4505	1.8789	1.4336	1.0779	0.7898
185	81.9843	14.9867	8.2996	5.4945	3.9401	2.9397	2.2332	1.7034	1.2906	0.9611	0.6949
190	83.4467	13.4798	7.5311	4.9941	3.5772	2.6613	2.0128	1.5258	1.1461	0.8433	0.5990
195	84.4783	12.0956	6.7589	4.4746	3.1933	2.3625	1.7730	1.3302	0.9855	0.7116	0.4919
200	85.1013	10.8537	5.9937	3.9480	2.8026	2.0592	1.5315	1.1351	0.8271	0.5831	0.3885
205	85.3428	9.7610	5.2262	3.4023	2.3930	1.7402	1.2775	0.9307	0.6623	0.4510	0.2842
210	85.2105	8.8604	4.4691	2.8434	1.9701	1.4118	1.0184	0.7252	0.4996	0.3236	0.1865
215	84.7033	8.2183	3.7471	2.2783	1.5365	1.0761	0.7570	0.5219	0.3430	0.2054	0.0999
220	83.8113	7.9232	3.1149	1.7248	1.0962	0.7328	0.4922	0.3206	0.1937	0.0987	0.0287
225	82.5079	8.0802	2.7053	1.2630	0.6904	0.4037	0.2377	0.1327	0.0643	0.0264	0.0315
230	80.7608	8.7469	2.6957	1.0881	0.4784	0.2015	0.0696	0.0375	0.0552	0.0628	0.0599
235	78.5245	9.9242	3.1662	1.3743	0.7008	0.4002	0.2544	0.1785	0.1333	0.1009	0.0749
240	75.7495	11.5613	4.0087	1.9532	1.1206	0.6946	0.4436	0.2846	0.1835	0.1254	0.1005
245	72.3814	13.5933	5.0850	2.6496	1.5733	0.9719	0.5949	0.3527	0.2125	0.1612	0.1614
250	68.3632	15.9588	6.3045	3.3873	2.0114	1.2084	0.6994	0.3874	0.2471	0.2370	0.2546

Tabelle 2.3: FFT-Analyse des Drehmoments beim Motor DS2, $^{1}f_{H}$=36Hz



	Klirrfaktor
170	0.3377
175	0.2963
180	0.2614
185	0.2312
190	0.2049
195	0.1814
200	0.1604
205	0.1417
210	0.1256
215	0.1129
220	0.1051
225	0.1049
230	0.1143
235	0.1343
240	0.1647
245	0.2057
250	0.2586

Tabelle 2.4: Klirrfaktor des Drehmoments beim Motor DS2

Die Tabelle 2.3 zeigt das Ergebnis der FFT-Analyse des Drehmoments. Blau hervorgehoben ist die Analyse bei $p\vartheta_{S1} = 225°$. Beim Analysieren der Tabelle 2.3 in Verbindung mit Tabelle 2.4 kommt man zu dem Ergebnis, dass die Wahl von $p\vartheta_{S1} = 225°$ den bestmöglichsten Wert für die Drehmomentbildung darstellt. Bei allen anderen Schaltwinkeln ist das Verhältnis von Gleichanteil und Harmonischen beim Drehmoment ungünstiger, was durch die grafische Darstellung in Bild 2.19 bestätigt wird.

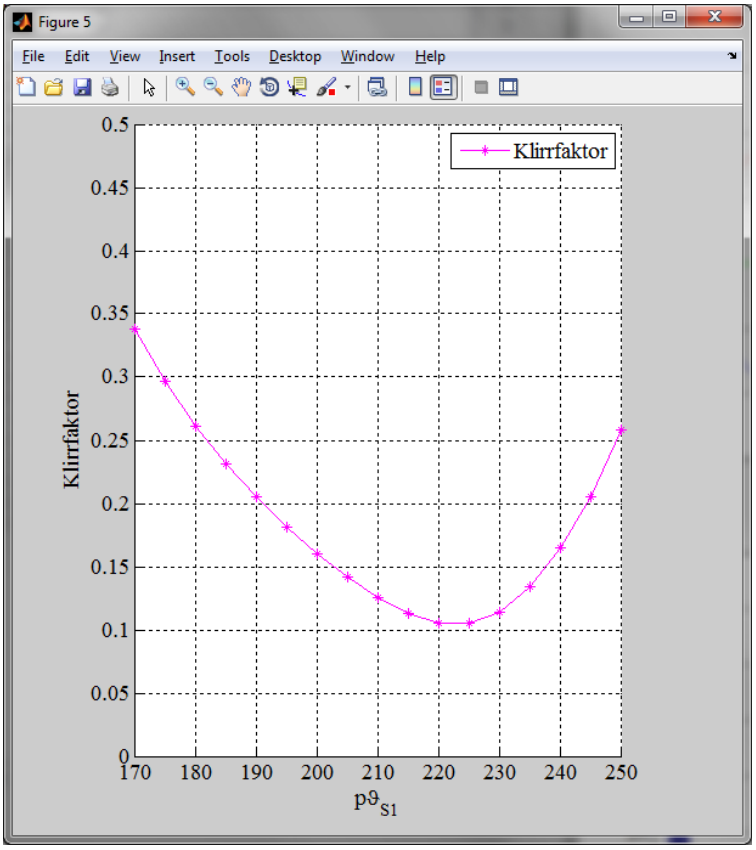
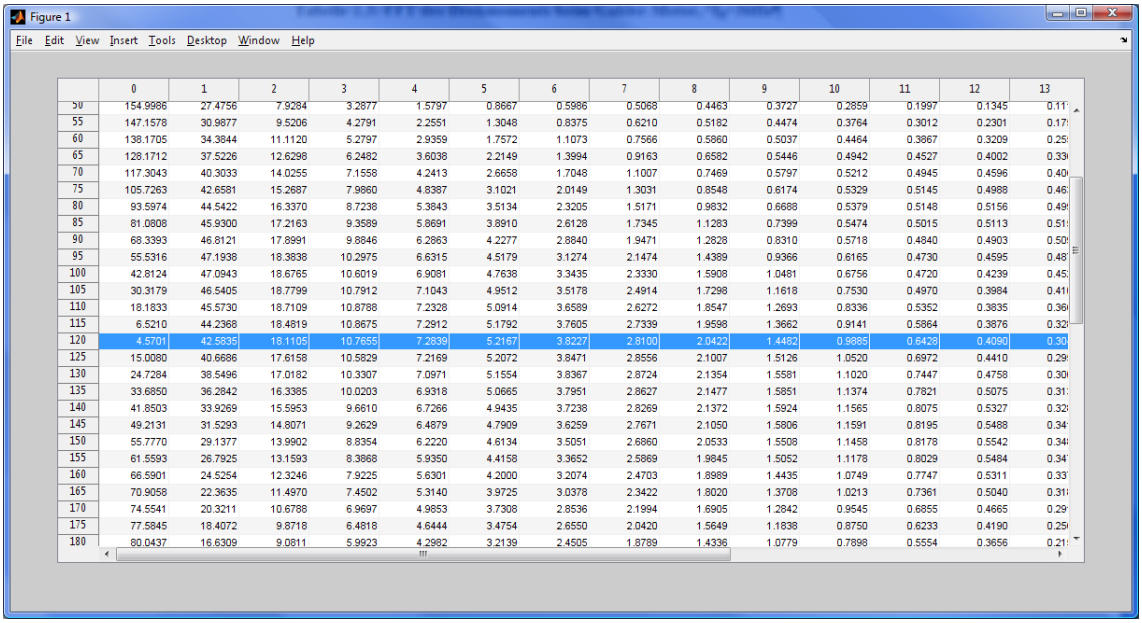


Bild 2.19: Grafische Darstellung des Klirrfaktors beim Motor DS2

Das Diagramm in Bild 2.19 zeigt den Klirrfaktor. Hier bedeutet 0 einen optimalen Klirrfaktor. Ein immer größer werdender Klirrfaktor bedeutet eine Verschlechterung der Qualität des Drehmoments.



	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
50	154.9986	27.4756	7.9284	3.2877	1.5797	0.8667	0.5986	0.5068	0.4463	0.3727	0.2859	0.1997	0.1345	0.11
55	147.1578	30.9877	9.5206	4.2791	2.2551	1.3048	0.8375	0.6210	0.5182	0.4474	0.3764	0.3012	0.2301	0.17
60	138.1705	34.3844	11.1120	5.2797	2.9359	1.7572	1.1073	0.7566	0.5860	0.5037	0.4464	0.3867	0.3209	0.25
65	128.1712	37.5226	12.6298	6.2482	3.6038	2.2149	1.3994	0.9163	0.6582	0.5446	0.4942	0.4527	0.4002	0.33
70	117.3043	40.3033	14.0255	7.1558	4.2413	2.6658	1.7048	1.1007	0.7469	0.5797	0.5212	0.4945	0.4596	0.40
75	105.7263	42.6581	15.2687	7.9860	4.8387	3.1021	2.0149	1.3031	0.8548	0.6174	0.5329	0.5145	0.4988	0.46
80	93.5974	44.5422	16.3370	8.7238	5.3843	3.5134	2.3205	1.5171	0.9832	0.6688	0.5379	0.5148	0.5156	0.49
85	81.0808	45.9300	17.2163	9.3589	5.8691	3.8910	2.6128	1.7345	1.1283	0.7399	0.5474	0.5015	0.5113	0.51
90	68.3393	46.8121	17.8991	9.8846	6.2863	4.2277	2.8840	1.9471	1.2828	0.8310	0.5718	0.4840	0.4903	0.50
95	55.5316	47.1938	18.3838	10.2975	6.6315	4.5179	3.1274	2.1474	1.4389	0.9366	0.6165	0.4730	0.4595	0.48
100	42.8124	47.0943	18.6765	10.6019	6.9081	4.7638	3.3435	2.3330	1.5908	1.0481	0.6756	0.4720	0.4239	0.45
105	30.3179	46.5405	18.7799	10.7912	7.1043	4.9512	3.5178	2.4914	1.7298	1.1618	0.7530	0.4970	0.3984	0.41
110	18.1833	45.5730	18.7109	10.8788	7.2328	5.0914	3.6589	2.6272	1.8547	1.2693	0.8336	0.5352	0.3835	0.36
115	6.5210	44.2368	18.4819	10.8675	7.2912	5.1792	3.7605	2.7339	1.9598	1.3662	0.9141	0.5864	0.3876	0.32
120	4.5701	42.5835	18.1105	10.7655	7.2839	5.2167	3.8227	2.8100	2.0422	1.4482	0.9885	0.6428	0.4090	0.30
125	15.0080	40.6686	17.6158	10.5829	7.2169	5.2072	3.8471	2.8556	2.1007	1.5126	1.0520	0.6972	0.4410	0.29
130	24.7284	38.5496	17.0182	10.3307	7.0971	5.1554	3.8367	2.8724	2.1354	1.5581	1.1020	0.7447	0.4758	0.30
135	33.6850	36.2842	16.3385	10.0203	6.9318	5.0665	3.7951	2.8627	2.1477	1.5851	1.1374	0.7821	0.5075	0.31
140	41.8503	33.9269	15.5953	9.6610	6.7266	4.9435	3.7238	2.8269	2.1372	1.5924	1.1565	0.8075	0.5327	0.32
145	49.2131	31.5293	14.8071	9.2629	6.4879	4.7909	3.6259	2.7671	2.1050	1.5806	1.1591	0.8195	0.5488	0.34
150	55.7770	29.1377	13.9902	8.8354	6.2220	4.6134	3.5051	2.6860	2.0533	1.5508	1.1458	0.8178	0.5542	0.34
155	61.5593	26.7925	13.1593	8.3868	5.9350	4.4158	3.3652	2.5869	1.9845	1.5052	1.1178	0.8029	0.5484	0.34
160	66.5901	24.5254	12.3246	7.9225	5.6301	4.2000	3.2074	2.4703	1.8989	1.4435	1.0749	0.7747	0.5311	0.33
165	70.9058	22.3635	11.4970	7.4502	5.3140	3.9725	3.0378	2.3422	1.8020	1.3708	1.0213	0.7361	0.5040	0.31
170	74.5541	20.3211	10.6788	6.9697	4.9853	3.7308	2.8536	2.1994	1.6905	1.2842	0.9545	0.6855	0.4665	0.29
175	77.5845	18.4072	9.8718	6.4818	4.6444	3.4754	2.6550	2.0420	1.5649	1.1838	0.8750	0.6233	0.4190	0.25
180	80.0437	16.6309	9.0811	5.9923	4.2982	3.2139	2.4505	1.8789	1.4336	1.0779	0.7898	0.5554	0.3656	0.21

Tabelle 2.5: FFT-Analyse des Drehmoments beim Motor DS2, ^1f_H=36Hz

In der Tabelle 2.5 ist das eine Extrem von zweien dargestellt, wie es zuvor schon beschrieben worden ist. Hier ist bei $p\vartheta_{S1} = 120°$ der Gleichanteil sehr niedrig und der Anteil der Harmonischen sehr hoch. Im Betrieb bedeutet das ein sehr stark pulsierendes Drehmoment. Dass sich das Drehmoment so entwickelt, liegt in der Bildung des Drehmoments nach (2.3) und (2.4) begründet. Wenn der Stromverlauf nicht optimal zur Flussverkettung abgestimmt ist, so entstehen Drehmomentanteile, die für eine Entwicklung eines gleichförmigen Drehmoments nicht geeignet sind. Die Tabelle 2.3 und Tabelle 2.5 zeigen diese Auswirkung, die mit dem Winkel $p\vartheta_{S1}$ beeinflusst werden kann.

Für die Betrachtung des Drehmoments ist somit aus den o. g. Gründen nur ein Winkelfenster für die Beobachtung gewählt worden. Drehmomente mit einem sehr hohen Klirrfaktor sind nicht wünschenswert und können somit auch aus der Betrachtung wegfallen.

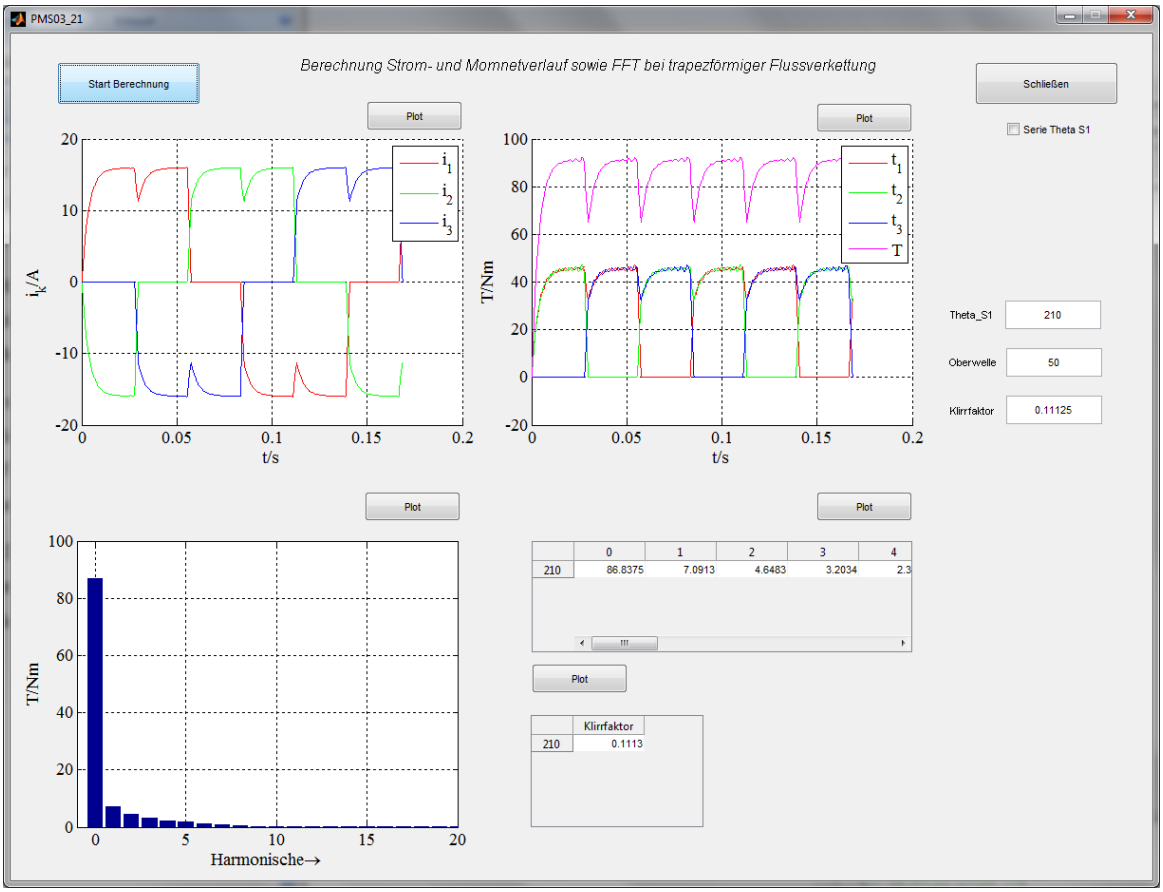


Bild 2.20: Strom- und Drehmomentverlauf bei trapezförmiger Flussverkettung DS2

Im Bildschirm *PMS01* (siehe Bild 2.12) ist ein Knopf *Vergleich Trapez/Sinus* zu sehen. Mit diesem Knopf ist es möglich, sich einen Vergleich zwischen einer sinus- und trapezförmigen Flussverkettung bei gleichem Effektivwert der Flussverkettungen anzuschauen. Betätigt man diesen Knopf so erscheint das Bild 2.21.

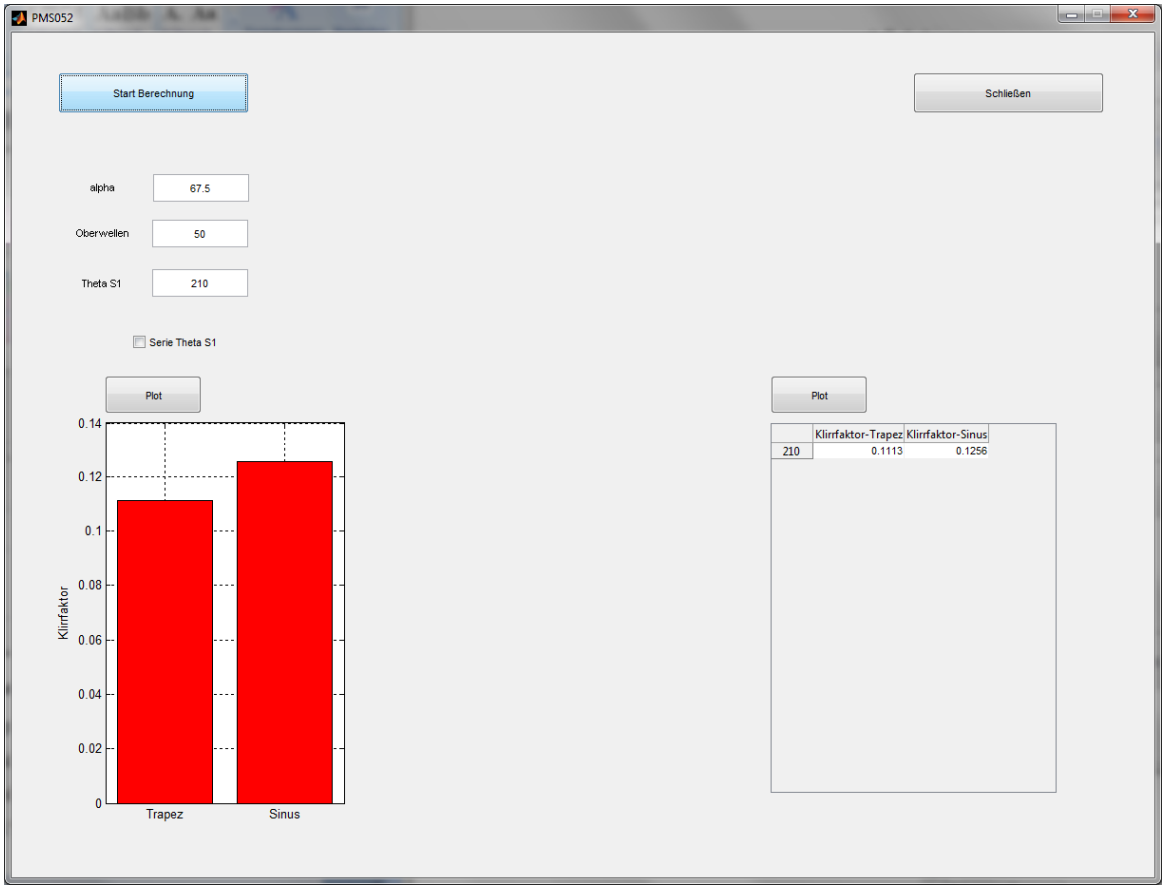


Bild 2.21: PMS052 Grundbild

Bild 2.21 zeigt nach erstmaliger Betätigung des Knopfes *Start Berechnung* das Ergebnis der Vergleichsrechnung für einen bestimmten Winkel $p\vartheta_{S1}$. Links im Bildschirm *PMS052* ist ein Balkendiagramm zu sehen, dass die Klirrfaktoren der sinus- und trapezförmigen Flussverkettung zeigt. Rechts sind die Werte der Klirrfaktoren in einer Tabelle abgelegt. Über die beiden Knöpfe *Plot* ist es möglich, das Diagramm bzw. die Tabelle zum Ausdruck zu bringen. Des Weiteren ist über dem Diagramm noch der Winkel α, die Anzahl der Oberwellen ν der trapezförmigen Flussverkettung und der Winkel $p\vartheta_{S1}$ zu sehen. Mit dem Kontrollkästchen *Serie Theta S1* ist es wiederum möglich, sich eine Serie von $p\vartheta_{S1}$-Winkel anzeigen zu lassen. Hierbei kann auch wieder zwischen Motor- und Generatorbetrieb unterschieden werden. Nach der Betätigung dieses Kontrollkästchens sieht *PMS052* wie folgt aus.

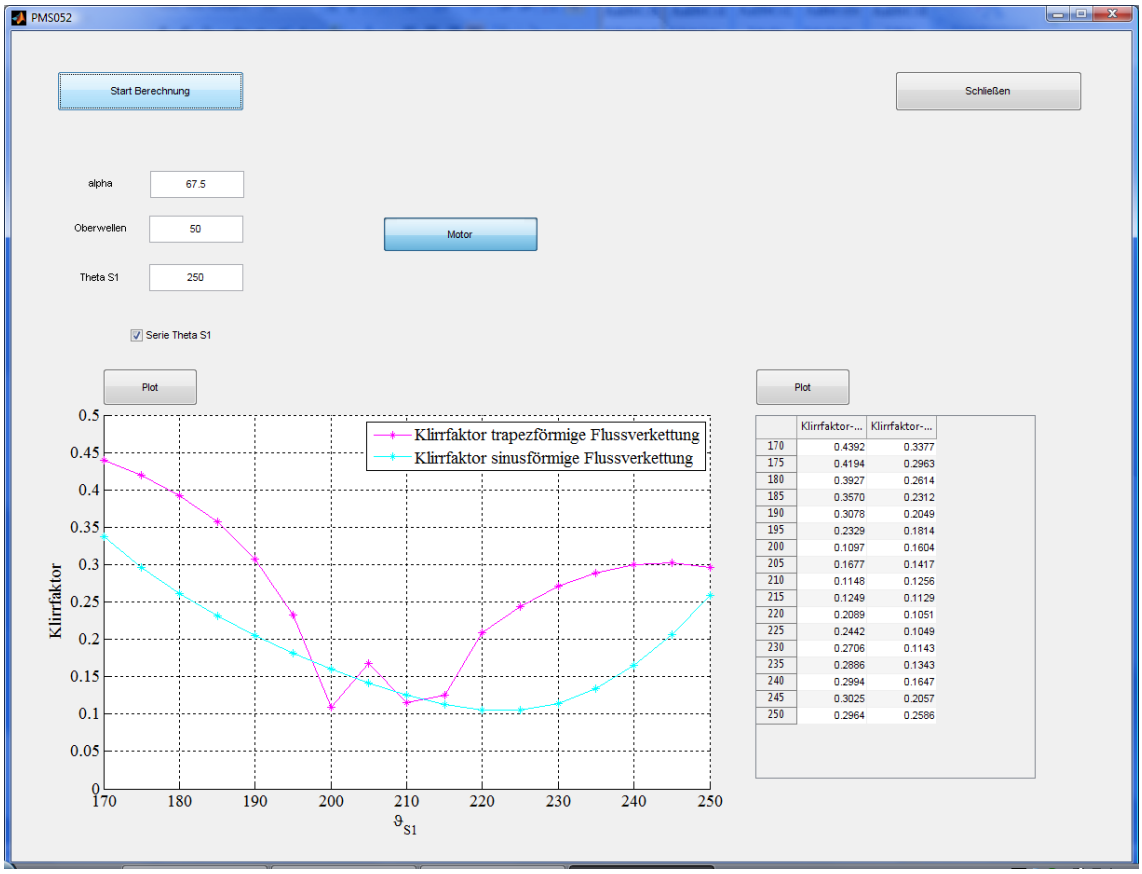


Bild 2.22: PMS052 Vergleich der Flussverkettungen

In Bild 2.22 ist nun der Vergleich zwischen einer sinus- und trapezförmigen Flussverkettung zu sehen. Hier besteht nun auch die Möglichkeit über die Knöpfe *Plot* das Diagramme bzw. die Tabelle auszudrucken.

In der bisherigen Beschreibung des Programms *PMS* ist schon zum Teil die Bewertung der Rechnung vorweggenommen worden. Gegenstand des folgenden Kapitels soll nun die Gegenüberstellung der Flussverkettungen sein.

2.8 Gegenüberstellung der Flussverkettungen

In diesem Kapitel werden die Ströme, die Drehmomente und die Klirrfaktoren der verschieden Flussverkettungen gegenübergestellt. Der Motor DS4 wird als zu untersuchender Motor ausgewählt. Für den Vergleich der Flussverkettungen wird ein gleicher Effektivwert der Flussverkettung vorausgesetzt (siehe auch Kapitel 2.5).

2.8.1 Strom- und Momentverläufe

In diesem Unterkapitel werden die Stromverläufe gegenübergestellt.

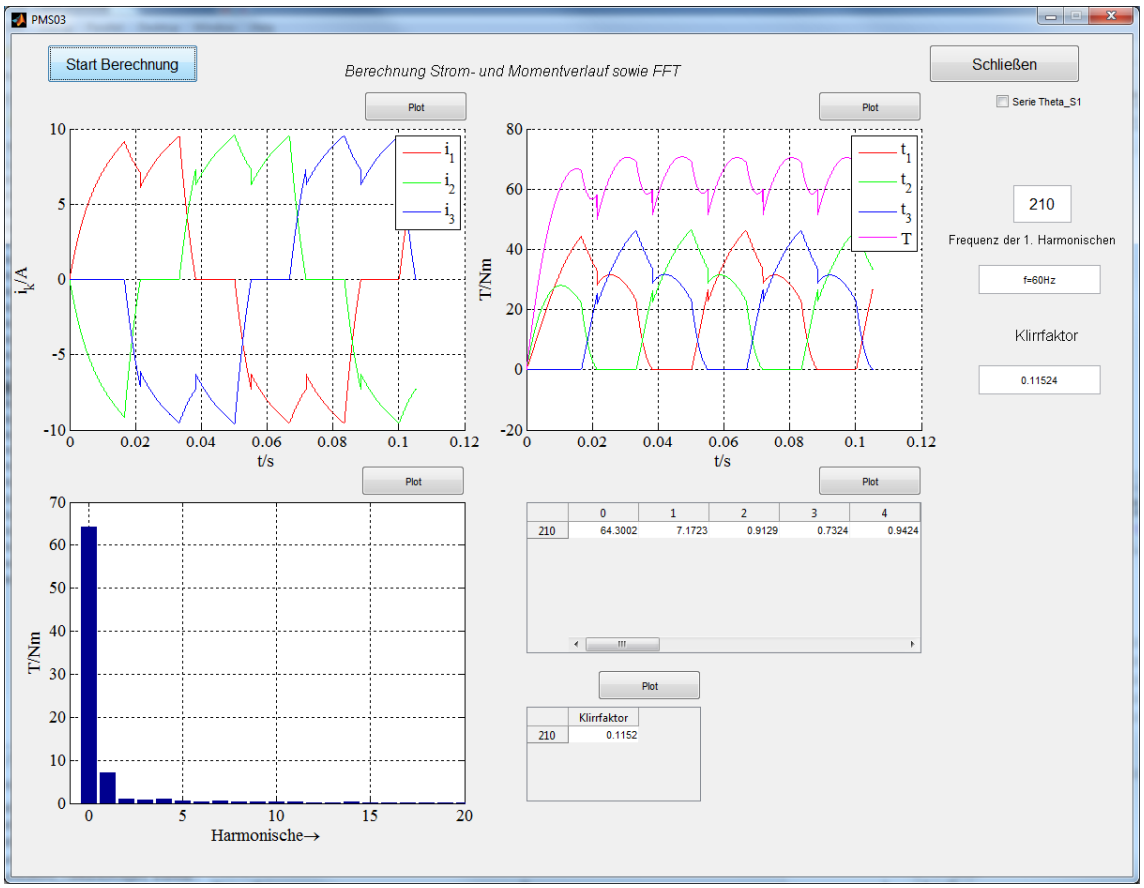


Bild 2.23: Strom- und Momentverlauf bei sinusförmiger Flussverkettung des Motors DS4

Bild 2.23 zeigt den Strom- und Momentverlauf des MBT für $p\vartheta_{S1} = 210°$. Im nächsten Bild wird für den gleichen Winkel $p\vartheta_{S1}$ aber bei trapezförmiger Flussverkettung der Strom- und Momentverlauf gezeigt.

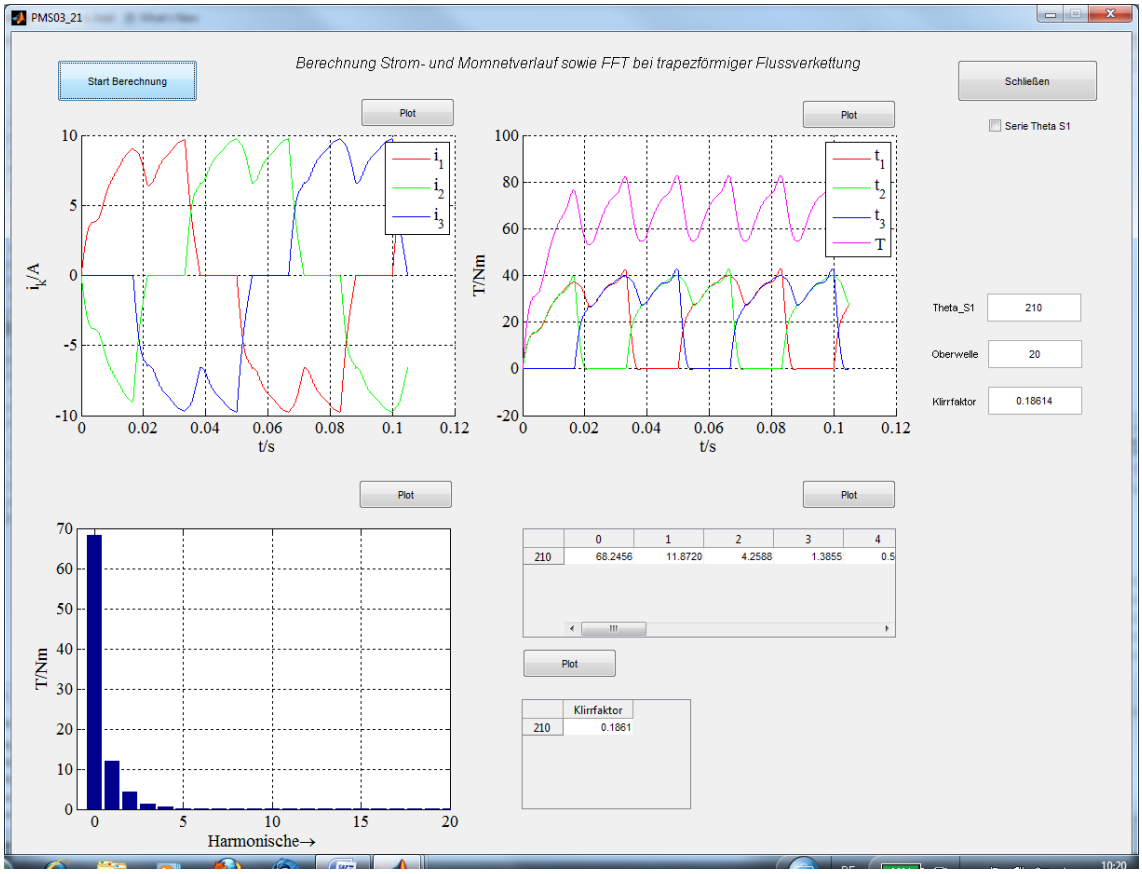


Bild 2.24: Strom- und Momentverlauf bei trapezförmiger Flussverkettung des Motors DS4

Für eine trapezförmige Flussverkettung sieht der Strom- und Momentverlauf schlechter aus.

Nun ist es nicht zweckmäßig für jeden Winkel $p\vartheta_{S1}$ den Strom- und Momentverlauf darzustellen, da diese Vergleichsmethode unübersichtlich ist. Vielmehr wird jetzt die Qualität des Drehmoments der beiden Flussverkettungen verglichen. Das bedeutet, dass die Klirrfaktoren der sinus- und trapezförmigen Flussverkettungen grafisch sowie tabellarisch gegenübergestellt werden.

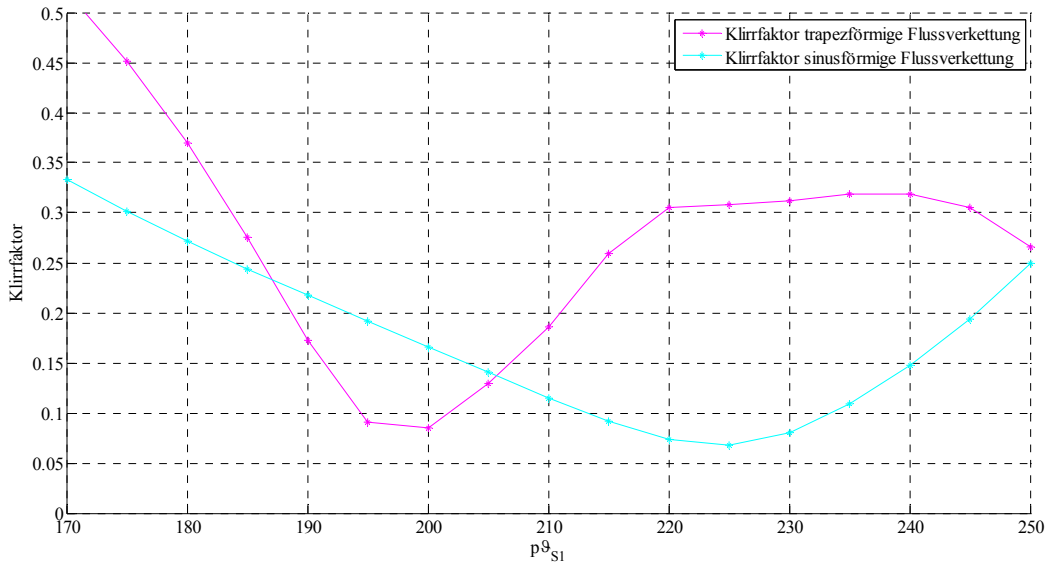


Bild 2.25: Klirrfaktoren des Motors DS4 bei $\nu = 20$ im Motorbetrieb

Das Bild 2.25 zeigt die Gegenüberstellung der Klirrfaktoren im Motorbetrieb. Mit der sinusförmigen Flussverkettung erhält man beim Wert von $p\vartheta_{S1} = 210°$ einen wesentlich besseren Klirrfaktor und somit auch ein qualitativ besseres Drehmoment. Der Grund liegt in der geringeren Abweichung der Komponenten vom Idealverlauf zur Erzeugung eines gleichförmigen Drehmoments (s. Kapitel 2.1). Das folgende Bild 2.26 zeigt Bild 2.25 in tabellarischer Form.

	Klirrfaktor-Trapez	Klirrfaktor-Sinus
170	0.5219	0.3336
175	0.4518	0.3014
180	0.3698	0.2716
185	0.2758	0.2436
190	0.1726	0.2173
195	0.0904	0.1914
200	0.0848	0.1654
205	0.1294	0.1404
210	0.1861	0.1152
215	0.2588	0.0920
220	0.3057	0.0738
225	0.3084	0.0679
230	0.3120	0.0807
235	0.3184	0.1089
240	0.3185	0.1473
245	0.3055	0.1939
250	0.2663	0.2497

Bild 2.26: Klirrfaktoren des Motors DS4 bei $\nu = 20$ im Motorbetrieb (tabellarisch)

Die vorherigen Bilder haben den Klirrfaktor bei Motorbetrieb des Motors DS4 gezeigt. Nun kann die gleiche Gegenüberstellung auch für den Generatorbetrieb erfolgen.

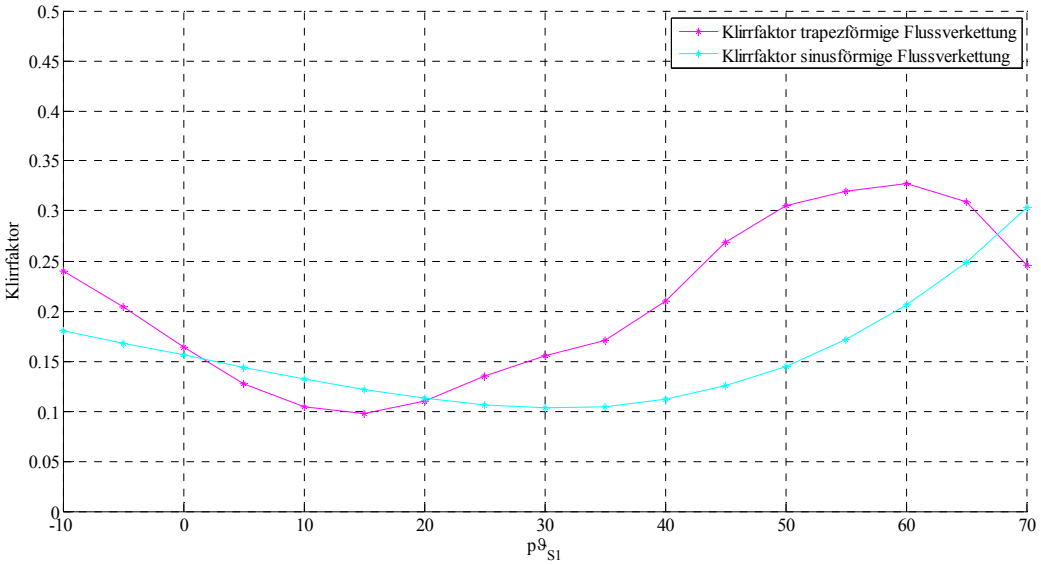


Bild 2.27: Klirrfaktoren des Motor DS4 bei $\nu = 20$ im Generatorbetrieb

	Klirrfaktor-Trapez	Klirrfaktor-Sinus
-10	0.2403	0.1805
-5	0.2047	0.1680
0	0.1639	0.1558
5	0.1272	0.1439
10	0.1047	0.1325
15	0.0978	0.1220
20	0.1106	0.1129
25	0.1348	0.1062
30	0.1552	0.1030
35	0.1706	0.1045
40	0.2105	0.1116
45	0.2690	0.1251
50	0.3051	0.1451
55	0.3199	0.1718
60	0.3273	0.2060
65	0.3091	0.2489
70	0.2454	0.3031

Bild 2.28: Klirrfaktoren des Motors DS4 bei $\nu = 20$ im Generatorbetrieb (tabellarisch)

Auch im Generatorbetrieb kann der gleiche Trend festgestellt werden wie im Motorbetrieb. Je größer die Abweichung der Komponenten zur Erzeugung eines gleichförmigen

Drehmoments ist, desto schlechter wird die Qualität des Drehmoments bzw. der Klirrfaktor steigt an.

3 Verbesserung des Drehmoments

Bei der Vorstellung der Betriebsart „Elektronisch kommutierte Gleichstrommaschine“ ist von idealen Stromverläufen ausgegangen worden. Das bedeutet, dass der Strom ohne jegliche Verzögerung von Null auf seinen maximalen Wert springt und umgekehrt. Diese Vorstellung entspricht aber nicht der Realität, da in dem zu bestromenden Pfad Induktivitäten und Widerstände vorhanden sind. Durch diesen Umstand kann der Strom nicht in einer unendlich kurzen Zeit seinen Wert ändern. Er benötigt eine endliche Zeitspanne. Durch diesen Sachverhalt, der in der Berechnung des Drehmoments zunächst nicht berücksichtig ist, ist man der Meinung, dass das Drehmoment so sein qualitatives Maximum erreicht. Durch die Untersuchung des Drehmoments in Abhängigkeit des Winkels $p\vartheta_{S1}$ wird jedoch diese Tatsache schnell widerlegt.

Ziel ist es nun, einen Formalismus, der die Induktivitäten und Widerstände der Statorwicklung berücksichtigt, zu entwickeln. Aus den ersten Überlegungen wird gefolgert, dass der Winkel $p\vartheta_{S1}$ einen s. g. Vorhalt benötigt. Vorhalt bedeutet hier, dass der Strom in der entsprechenden Statorwicklung etwas früher zum Fließen kommen muss, als es in der Theorie ohne Berücksichtigung der Induktivitäten und Widerstände der Fall ist. So kann dann das Produkt aus Strom und Induktivitätsänderung seinen optimalen Beitrag zur Drehmomentbildung leisten.

3.1 Berechnung des Vorhaltewinkels

Zur Berechnung des Vorhaltewinkels für $p\vartheta_{S1}$ wird von der Statorzeitkonstanten ausgegangen, da diese sich aus den Konstruktionsdaten der Maschine berechnen lässt.

$$\tau = \frac{L}{R} \tag{3.1}$$

Nun muss diese Zeitkonstante bei der entsprechenden Drehzahl auf den Winkel umgerechnet werden. Die folgende Gleichung (3.2) setzt sich aus der Statorzeitkonstanten τ, der Drehzahl n und Winkelanzahl für eine Umdrehung der Maschine zusammen. So erhält man einen mechanischen Vorhaltewinkel γ, der die Statorzeitkonstante und die Drehzahl n berücksichtigt.

$$\gamma = \tau \cdot n \cdot 360° \tag{3.2}$$

Wobei

γ … mechanischer Vorhaltewinkel

n … Drehzahl s^{-1}

ist.

Nun wird der mechanische Vorhaltewinkel in einen elektrischen umgerechnet. Diese Maßnahme ist nötig, da $p\vartheta_{S1}$ ein elektrischer Winkel ist. Die Verknüpfung vom mechanischen zum elektrischen Winkel wird über die Polpaarzahl p vollzogen.

$$\beta = p \cdot \gamma \tag{3.3}$$

Die folgenden Bilder zeigen eine Fourieranalyse des Drehmoments mit und ohne Berücksichtigung des Vorhaltewinkels β bei den Maschinen DS2 und DS 4.

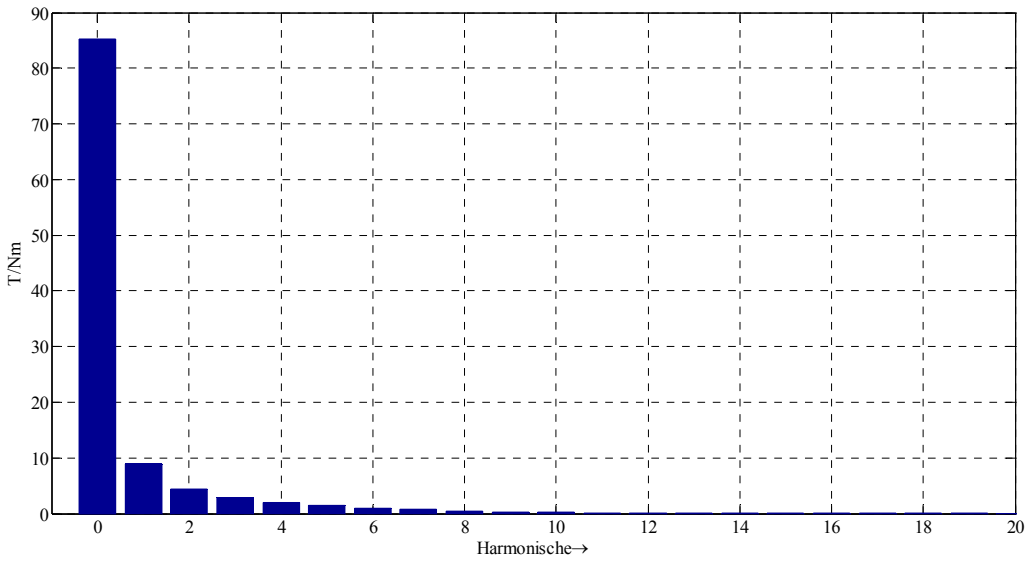


Bild 3.1: Fourieranalyse des Drehmoments ohne β bei dem Motor DS2

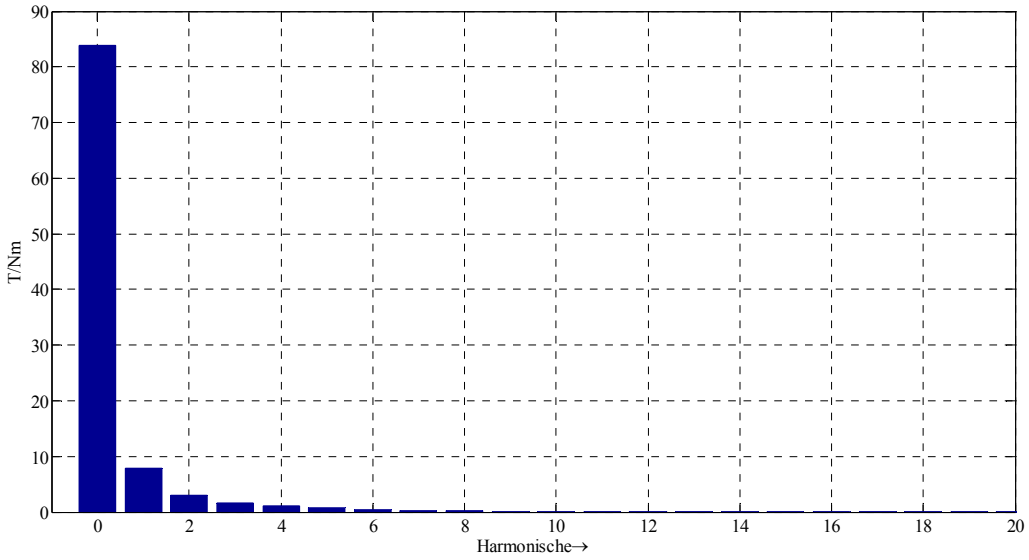


Bild 3.2: Fourieranalyse des Drehmoments mit β bei dem Motor DS2

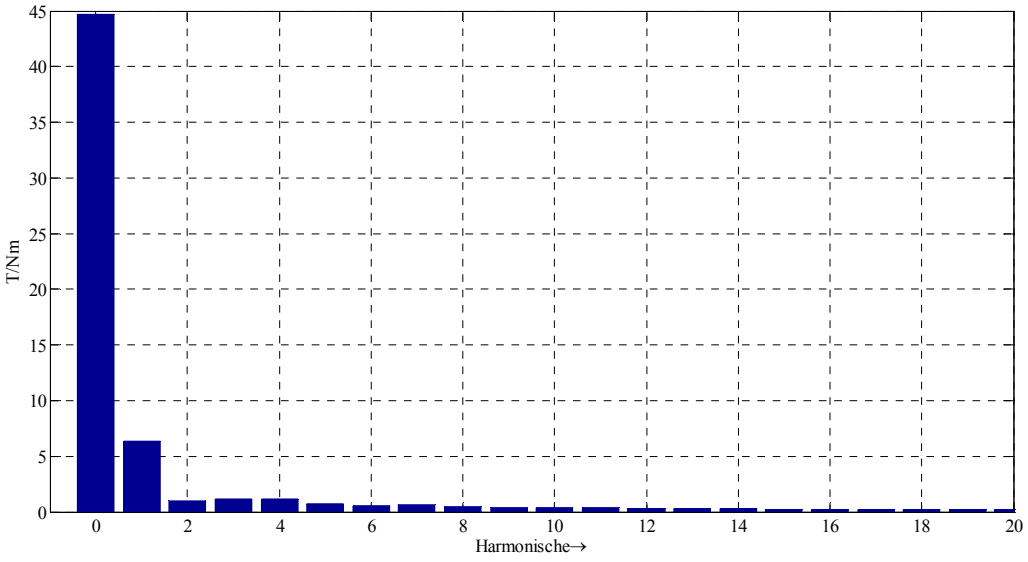


Bild 3.3: Fourieranalyse des Drehmoments ohne β bei dem Motor DS4

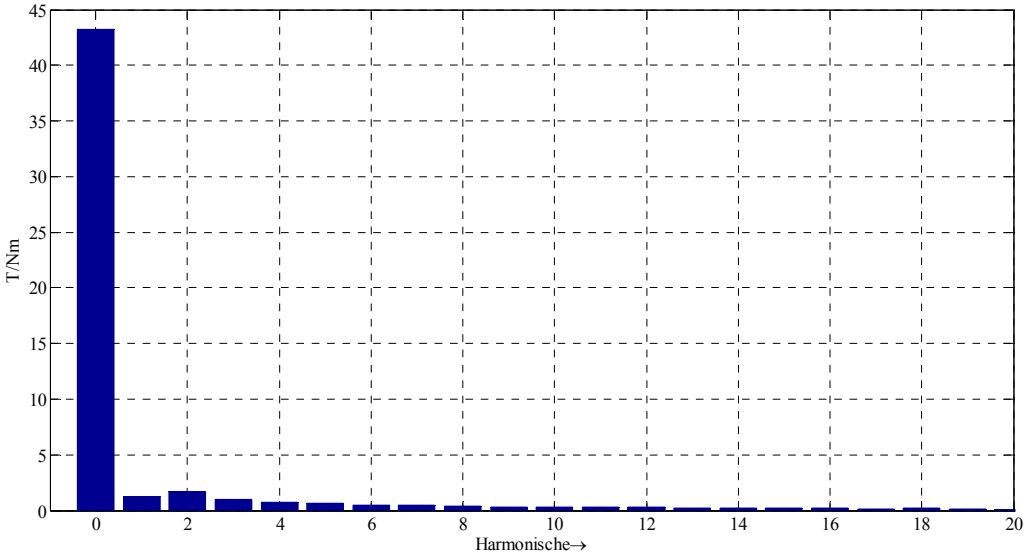


Bild 3.4: Fourieranalyse des Drehmoments mit β bei dem Motor DS4

3.2 Berechnung des Klirrfaktors unter Berücksichtigung des Vorhaltewinkels

In Kapitel 2.6 ist die Berechnung des Klirrfaktors erläutert worden. Nun werden mit Hilfe des vorherigen Kapitels 3.1 die Klirrfaktoren mit und ohne Berücksichtigung des Vorhaltewinkels β gegenüber gestellt. Die Werte der Klirrfaktoren sind mit dem Programm aus Kapitel 2.7 berechnet worden.

	Vorhaltewinkel β gemäß (3.3)	**Vorhaltewinkel β Gemäß PMS**
DS2	11,93°	10°
DS4	20,8°	20°

Tabelle 3.1: Klirrfaktoren

Aus Tabelle 3.1 ist nun zu sehen, dass die Berücksichtigung des Vorhaltewinkels β die Qualität des Drehmoments positiv beeinflusst, d. h. der Oberschwingungsgehalt des Drehmoments ist durch diese Maßnahme reduziert worden.

Die Rückführung des Vorhaltewinkels auf konstruktive Größen des Motors ist eine einfache Methode zur Verbesserung des Drehmoments gefunden worden. Die nächsten beiden Bilder stellen den Klirrfaktor in Abhängigkeit vom Winkel $p\vartheta_{S1}$ grafisch dar.

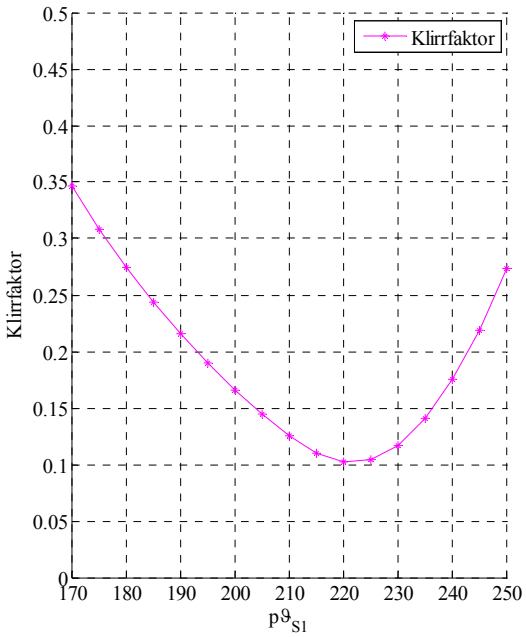


Bild 3.5: Klirrfaktor DS2

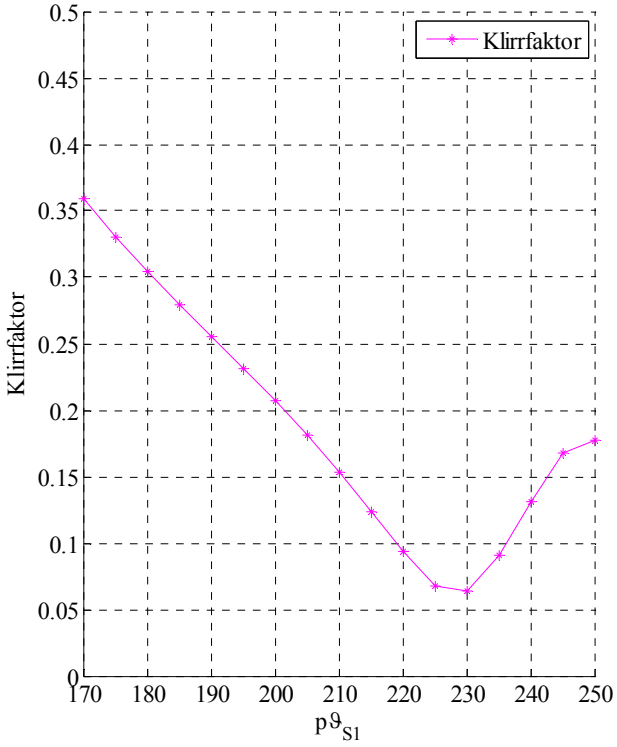


Bild 3.6: Klirrfaktor des DS4

4 Verbesserung des Drehmomentes durch Anpassung der Strangspannung mittels PWM

Im vorherigen Kapitel 3 ist eine einfache Methode aufgezeigt worden, die zur Verbesserung des Drehmoments beiträgt. Diese Maßnahme ist jedoch nicht sehr wirkungsvoll, da damit eine nur sehr kleine Verbesserung des Drehmoments zu erreichen ist. Im folgenden Kapitel wird deshalb ein ganz anderer Ansatz zur Verbesserung des Drehmoments vorgestellt.

Bis jetzt ist bei dem Betrieb der elektronisch kommutierten Gleichstrommaschine immer mit einer konstanten Strangsspannung gearbeitet worden. Die Zwischenkreisspannung wird nach einem bekannten Muster auf die Stränge der Maschine geschaltet und es ergibt sich zusammen mit den Randbedingungen unter Lösung der DGLen für die Ströme der Strom- und somit auch der Momentverlauf. Nun kann man zwei Wege beschreiten, um zu untersuchen, was die Ursache für den Einbruch des Drehmoments ist. Der erste Weg ist, dass man der mathematischen Beschreibung zur Entwicklung des Moments folgt, oder sich das Ersatzschaltbild während der Kommutierung anschaut. Hier soll zunächst der zweite Weg beschritten werden, um zunächst eine Vorstellung von der Ursache des Drehmomenteinbruchs zu bekommen. Es wird keine mathematische Anstrengung unternommen, um das Problem auf diesem Wege zu lösen.

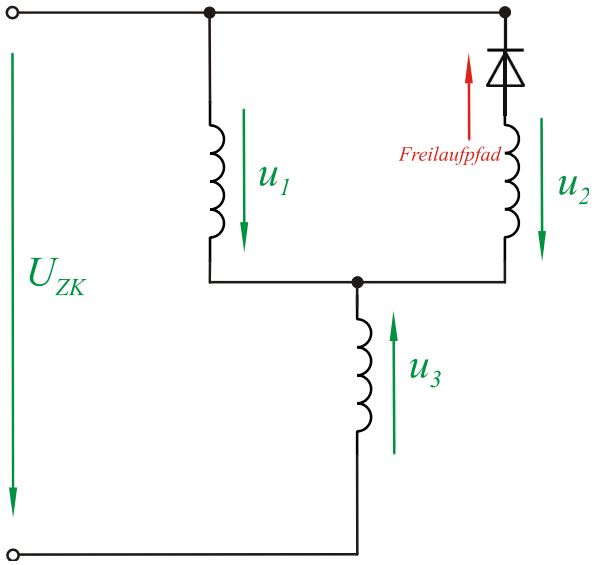


Bild 4.1: Ersatzschaltbild im Intervall $1b_1$

Das Bild 4.1 zeigt das Ersatzschaltbild im Intervall $1b_1$. Hier ist zu sehen, dass sich der 2. Strang der Maschine im Freilauf befindet, d. h. der Strom läuft sich im eingezeichneten

Kreis frei, bis er auf null abgeklungen ist. Während dieses Freilaufs ist erkennbar, dass die Selbstinduktionsspannung des Stranges 2 über die Zwischenkreisspannung U_{ZK} den Strang 3 beeinflusst. Diese Zwischenkreisspannung ist für den Stromaufbau in Strang 3 verantwortlich. Das bedeutet, dass sich der Strom in Strang 3 nicht im gleichen Maße aufbauen kann, wie er sich im Strang 2 abbaut. Dieses hat zur Folge, dass während des Kommutierungsintervalls der Drehmomentverlauf einbricht.

Der Freilauf des entsprechenden Stranges im entsprechenden Kommutierungsintervall ist für den Drehmomenteinbruch verantwortlich. Im folgenden Unterkapitel wird mit dem ersten Weg ausführlich beschrieben, wie dieser Drehmomenteinbruch vermieden wird.

Für jedes Intervall nach Bild 2.8 muss die Drehmomentgleichung nach Gleichung (2.1) aufgestellt werden. Diese Gleichungen enthalten das entsprechend Produkt von Strömen und der Ableitung der jeweiligen Flussverkettung. Jetzt wird hier ein konstantes Moment für jedes Intervall gefordert und so diese Gleichungen nach dem Strom umgestellt. Diese Stromgleichungen werden in die jeweils benötigten Strom-DGLen eingesetzt. So erhält man einen Zusammenhang zwischen gefordertem Moment und erforderlicher Spannung. Als nächstes werden für die Intervalle $1a_2$ und $1b_1$ die Gleichungen für die benötigte Spannung bei konstantem Drehmoment ausführlich hergeleitet.

4.1 Entwicklung der Spannungsgleichung für das Intervall $1a_2$

Zunächst bildet die Gleichung (2.1) die Grundlage.

$$T_{1a2} = i_1 \cdot \frac{d\Psi_{f,1}}{d\vartheta} + i_2 \cdot \frac{d\Psi_{f,2}}{d\vartheta} \tag{4.1}$$

Mit

$$i_{1,1a2} = -i_{2,1a2} \tag{4.2}$$

wird Gleichung (4.2) zu

$$T_{1a2} = i_{1,1a2}\left(\frac{d\Psi_{f,1}}{d\vartheta} - \frac{d\Psi_{f,2}}{d\vartheta}\right). \tag{4.3}$$

Die Flussverkettung wird nach (2.28) in Gleichung (4.3) mit folgendem Ergebnis eingesetzt

$$T_{1a2} = i_{1,1a2} p\widehat{\Psi}_f \left[\sin\left(p\vartheta - \frac{2\pi}{3}\right) - \sin(p\vartheta)\right]. \tag{4.4}$$

Der Ausdruck in den eckigen Klammern in (4.4) lässt sich durch Additionstheoreme für trigonometrische Funktionen umformen. Gleichung (4.4) geht über in

$$T_{1a2} = -i_{1,1a2} p\sqrt{3}\widehat{\Psi}_f \sin\left(p\vartheta + {}^{\pi}/_{6}\right). \tag{4.5}$$

Gleichung (4.5) wird nun nach dem Strom i_1 aufgelöst

$$i_{1,1a2} = -\frac{T_{1a2}}{p\sqrt{3}\widehat{\Psi}_f \sin\left(p\vartheta + {}^{\pi}/_{6}\right)}. \tag{4.6}$$

Die benötigte DGL für den Strom i_1 im Intervall 1_{a2} lautet

$$(L - M)\frac{di_{1,1a2}}{dt} + Ri_{1,1a2} = \frac{1}{2}U + \frac{\sqrt{3}}{2}\widehat{U}_p \sin\left(p\vartheta + {}^{\pi}/_{6}\right), \tag{4.7}$$

wobei

$$\widehat{U}_p = p\Omega\widehat{\Psi}_f \tag{4.8}$$

der Spitzenwert der Polradspannung ist. Mit Gleichung (4.6) wird aus Gleichung (4.7) nun

$$U = \frac{2(L-M)T\Omega}{\sqrt{3}\hat{\Psi}_f} \cdot \frac{\cos\left(p\vartheta + {}^{\pi}/_{6}\right)}{\sin^2\left(p\vartheta + {}^{\pi}/_{6}\right)} - \frac{2RT}{\sqrt{3}\hat{\Psi}_f} \cdot \frac{1}{\sin\left(p\vartheta + {}^{\pi}/_{6}\right)} - \sqrt{3}\hat{U}_p \sin\left(p\vartheta + {}^{\pi}/_{6}\right). \tag{4.9}$$

Somit ist für das Intervall $1a_2$ die Spannungsgleichung bestimmt. Um nun den Stromverlauf in diesem Intervall zu erhalten, muss die DGL für den Strom i_2 in diesem Intervall gelöst werden. Diese lautet wie folgt

$$(L-M)\frac{di_{2,1a2}}{dt} + Ri_{2,1a2} = -\frac{1}{2}U - \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{U}_p \sin\left(p\vartheta + {}^{\pi}/_{6}\right). \tag{4.10}$$

Bei der Lösung dieser DGL muss die Gleichung (4.9) als Störfunktion benutzt werden.

4.2 Entwicklung der Spannungsgleichung für das Intervall $1b_1$

Für diesen Abschnitt sieht die Momentgleichung etwas anders aus als im Abschnitt $1a_2$. Sie lautet wie folgt

$$T_{1b1} = i_{1,1b1} \cdot \frac{d\Psi_{f,1}}{d\vartheta} + i_{2,1b1} \cdot \frac{d\Psi_{f,2}}{d\vartheta} + i_{3,1b1} \cdot \frac{d\Psi_{f,3}}{d\vartheta}. \tag{4.11}$$

Da in diesem Intervall drei Ströme fließen, sind auch drei Teildrehmomente vorhanden. Weiterhin gilt

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0. \tag{4.12}$$

Mit Gleichung (4.12) und (2.28) wird (4.11) zu

$$T_{1b1} = i_1 p\widehat{\Psi}_f \left[\sin\left(p\vartheta - \frac{4\pi}{3}\right) - \sin(p\vartheta)\right] + i_2 p\widehat{\Psi}_f \left[\sin\left(p\vartheta - \frac{4\pi}{3}\right) - \sin\left(p\vartheta - \frac{2\pi}{3}\right)\right]. \tag{4.13}$$

Dieser Ausdruck lässt sich mit Hilfe von Additionstheoremen umformen zu

$$T_{1b1} = -i_1 p\widehat{\Psi}_f \sqrt{3} \sin\left(p\vartheta - \frac{\pi}{6}\right) + i_2 p\widehat{\Psi}_f \sqrt{3} \cos(p\vartheta)\,. \tag{4.14}$$

Daraus folgt

$$i_1 = -\frac{T}{p\widehat{\Psi}_f \sqrt{3} \sin\left(p\vartheta - \frac{\pi}{6}\right)} + i_2 \frac{\cos(p\vartheta)}{\sin\left(p\vartheta - \frac{\pi}{6}\right)}. \tag{4.15}$$

Die DGL für i_1 im Intervall $1b_1$ lautet

$$(L - M)\frac{di_1}{dt} + Ri_1 = \frac{1}{3}U + \widehat{U}_p \sin(p\vartheta)\,. \tag{4.16}$$

Die Gleichung für die Spannung U in diesem Intervall kann nun angegeben werden mit

$$U = -\frac{3RT}{p\widehat{\Psi}_f\sqrt{3}\sin\left(p\vartheta-\frac{\pi}{6}\right)} + i_2 3R\frac{\cos(p\vartheta)}{\sin\left(p\vartheta-\frac{\pi}{6}\right)} + \frac{3(L-M)T\Omega}{\widehat{\Psi}_f\sqrt{3}}\cdot\frac{\cos\left(p\vartheta-\frac{\pi}{6}\right)}{\sin^2\left(p\vartheta-\frac{\pi}{6}\right)} + 3(L-M)\cdot\frac{cos(p\vartheta)}{\sin\left(p\vartheta-\frac{\pi}{6}\right)}\frac{di_2}{dt} - \frac{3(L-M)p\Omega\sqrt{3}}{2\sin^2\left(p\vartheta-\frac{\pi}{6}\right)}i_2 - 3\widehat{U}_p\sin(p\vartheta). \tag{4.17}$$

Nun fehlt in der Gleichung (4.17) noch der Strom i_2. Dieser kann aus der DGL für i_2 in diesem Abschnitt bestimmt werden. Die DGL für i_2 lautet

$$(L-M)\frac{di_2}{dt} + Ri_2 = \frac{1}{3}U - \widehat{U}_p\sin\left(p\vartheta-\frac{2\pi}{3}\right). \tag{4.18}$$

Als Spannung U in (4.18) ist (4.17) über die Dauer des gesamten Intervalls $1b_1$ für (4.18) zu nehmen, da es sich um den Freilauf des Strangs 2 handelt. Dieses Intervall dauert gerade so lange, bis i_2 auf null abgeklungen ist. Für den Stromlauf von i_1 wird Gleichung (4.16) mit (4.17) in diesem Intervall benutzt.

Somit ist nun für zwei Intervalle die Berechnung der Ströme und Spannungen ausführlich erläutert worden. Für die anderen Intervalle sind Spannungen und Ströme entsprechend den Randbedingungen auf die gleiche Art und Weise zu berechnen. Im nächsten Unterkapitel gibt eine Tabelle die Übersicht der Gleichungen für einen elektrischen Zyklus wieder.

4.3 Strom-DGL- und Spannungsgleichungen

Int	Spannungsgleichung U	DGL Stromverlauf i_k	DGL für den Freilauf des Stromes i_k
$1a_1$	$U = -\frac{3RT}{p\hat{\Psi}_f\sqrt{3}\sin\left(p\vartheta+\frac{\pi}{6}\right)} + i_3 3R\frac{\sin\left(p\vartheta-\frac{\pi}{6}\right)}{\sin\left(p\vartheta+\frac{\pi}{6}\right)} + \frac{3(L-M)T\Omega}{\hat{\Psi}_f\sqrt{3}}\cdot\frac{\cos\left(p\vartheta+\frac{\pi}{6}\right)}{\sin^2\left(p\vartheta+\frac{\pi}{6}\right)} + 3(L-M)\cdot\frac{\sin\left(p\vartheta-\frac{\pi}{6}\right)}{\sin\left(p\vartheta+\frac{\pi}{6}\right)}\frac{di_3}{dt} + \frac{3(L-M)\,p\Omega\sqrt{3}}{2\sin^2\left(p\vartheta+\frac{\pi}{6}\right)}i_3 + 3\hat{U}_p\sin\left(p\vartheta-\frac{\pi}{6}\right)$	$(L-M)\frac{di_2}{dt} + Ri_2 = -\frac{1}{3}U - u_{p,2}$	$(L-M)\frac{di_3}{dt} + Ri_3 = -\frac{1}{3}U - u_{p,3}$
$1a_2$	$U = \frac{2(L-M)T\Omega}{\sqrt{3}\hat{\Psi}_f}\cdot\frac{\cos\left(p\vartheta+\frac{\pi}{6}\right)}{\sin^2\left(p\vartheta+\frac{\pi}{6}\right)} - \frac{2RT}{\sqrt{3}\hat{\Psi}_f}\cdot\frac{1}{\sin\left(p\vartheta+\frac{\pi}{6}\right)} - \sqrt{3}\hat{U}_p\sin\left(p\vartheta+\frac{\pi}{6}\right)$	$(L-M)\frac{di_2}{dt} + Ri_2 = -\frac{1}{2}U - \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{U}_p sin\left(p\vartheta+\frac{\pi}{6}\right)$	
$1b_1$	$U = -\frac{3RT}{p\hat{\Psi}_f\sqrt{3}\sin\left(p\vartheta-\frac{\pi}{6}\right)} + i_2 3R\frac{\cos(p\vartheta)}{\sin\left(p\vartheta-\frac{\pi}{6}\right)} + \frac{3(L-M)T\Omega}{\hat{\Psi}_f\sqrt{3}}\cdot\frac{\cos\left(p\vartheta-\frac{\pi}{6}\right)}{\sin^2\left(p\vartheta-\frac{\pi}{6}\right)} + 3(L-M)\cdot\frac{cos(p\vartheta)}{\sin\left(p\vartheta-\frac{\pi}{6}\right)}\frac{di_2}{dt} - \frac{3(L-M)\,p\Omega\sqrt{3}}{2\sin^2\left(p\vartheta-\frac{\pi}{6}\right)}i_2 - 3\hat{U}_p\sin(p\vartheta)$	$(L-M)\frac{di_1}{dt} + Ri_1 = \frac{1}{3}U - u_{P,1}$	$(L-M)\frac{di_1}{dt} + Ri_1 = \frac{1}{3}U - u_{p,2}$
$1b_2$	$U = \frac{2(L-M)T\Omega}{\sqrt{3}\hat{\Psi}_f}\cdot\frac{\cos\left(p\vartheta-\frac{\pi}{6}\right)}{\sin^2\left(p\vartheta-\frac{\pi}{6}\right)} - \frac{2RT}{\sqrt{3}\hat{\Psi}_f}\cdot\frac{1}{\sin\left(p\vartheta-\frac{\pi}{6}\right)} - \sqrt{3}\hat{U}_p\sin\left(p\vartheta-\frac{\pi}{6}\right)$	$(L-M)\frac{di_1}{dt} + Ri_1 = \frac{1}{2}U + \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{U}_p sin\left(p\vartheta-\frac{\pi}{6}\right)$	

Tabelle 4.1

Int	Spannungsgleichung U	DGL Stromverlauf i_k	DGL für den Freilauf des Stromes i_k
$2a_1$	$U = \frac{3RT}{p\hat{\Psi}_f\sqrt{3}\cos(p\vartheta)} \cdot \frac{\sin\left(p\vartheta+\frac{\pi}{6}\right)}{\cos(p\vartheta)} + i_1 3R + \frac{3(L-M)T\Omega}{\hat{\Psi}_f\sqrt{3}} \cdot \frac{\sin(p\vartheta)}{\cos^2(p\vartheta)} + 3(L-M)\cdot\frac{\sin\left(p\vartheta+\frac{\pi}{6}\right)}{\cos(p\vartheta)}\frac{di_1}{dt} + \frac{3(L-M)\,p\Omega\sqrt{3}}{2\cos^2(p\vartheta)} i_1 - 3\hat{U}_p \sin\left(p\vartheta-\frac{4\pi}{3}\right)$	$(L-M)\frac{di_3}{dt} + Ri_3 = -\frac{1}{3}U - u_{P,3}$	$(L-M)\frac{di_1}{dt} + Ri_1 = -\frac{1}{3}U - u_{P,1}$
$2a_2$	$U = \frac{2(L-M)T\Omega}{\sqrt{3}\hat{\Psi}_f} \cdot \frac{\sin(p\vartheta)}{\cos^2(p\vartheta)} + \frac{2RT}{\sqrt{3}\hat{\Psi}_f} \cdot \frac{1}{\cos(p\vartheta)} + \sqrt{3}\hat{U}_p \cos(p\vartheta)$	$(L-M)\frac{di_3}{dt} + Ri_3 = -\frac{1}{2}U + \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{U}_p cos(p\vartheta)$	
$2b_1$	$U = \frac{3RT}{p\hat{\Psi}_f\sqrt{3}\sin\left(p\vartheta+\frac{\pi}{6}\right)} - i_3 3R \frac{\sin\left(p\vartheta-\frac{\pi}{6}\right)}{\sin\left(p\vartheta+\frac{\pi}{6}\right)} - \frac{3(L-M)T\Omega}{\hat{\Psi}_f\sqrt{3}} \cdot \frac{\cos\left(p\vartheta+\frac{\pi}{6}\right)}{\sin^2\left(p\vartheta+\frac{\pi}{6}\right)} - 3(L-M)\cdot\frac{\sin\left(p\vartheta-\frac{\pi}{6}\right)}{\sin\left(p\vartheta+\frac{\pi}{6}\right)}\frac{di_3}{dt} - \frac{3(L-M)\,p\Omega\sqrt{3}}{2\sin^2\left(p\vartheta+\frac{\pi}{6}\right)} i_3 - 3\hat{U}_p \sin\left(p\vartheta-\frac{2\pi}{3}\right)$	$(L-M)\frac{di_2}{dt} + Ri_2 = \frac{1}{3}U - u_{P,2}$	$(L-M)\frac{di_3}{dt} + Ri_3 = \frac{1}{3}U - u_{P,3}$
$2b_2$	$U = -\frac{2(L-M)T\Omega}{\sqrt{3}\hat{\Psi}_f} \cdot \frac{\cos\left(p\vartheta+\frac{\pi}{6}\right)}{\sin^2\left(p\vartheta+\frac{\pi}{6}\right)} + \frac{2RT}{\sqrt{3}\hat{\Psi}_f} \cdot \frac{1}{\sin\left(p\vartheta+\frac{\pi}{6}\right)} + \sqrt{3}\hat{U}_p \sin\left(p\vartheta+\frac{\pi}{6}\right)$	$(L-M)\frac{di_2}{dt} + Ri_2 = \frac{1}{2}U - \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{U}_p sin\left(p\vartheta+\frac{\pi}{6}\right)$	

Tabelle 4.2

Int	Spannungsgleichung U	DGL Stromverlauf i_k	DGL für den Freilauf des Stromes i_k
$3a_1$	$U = +\frac{3RT}{p\hat{\Psi}_f\sqrt{3}\sin\left(p\vartheta-\frac{\pi}{6}\right)} - i_2 3R\frac{\cos(p\vartheta)}{\sin\left(p\vartheta-\frac{\pi}{6}\right)} - \frac{3(L-M)T\Omega}{\hat{\Psi}_f\sqrt{3}}\cdot\frac{\cos\left(p\vartheta-\frac{\pi}{6}\right)}{\sin^2\left(p\vartheta-\frac{\pi}{6}\right)} - 3(L-M)\cdot\frac{\cos(p\vartheta)}{\sin\left(p\vartheta-\frac{\pi}{6}\right)}\frac{di_2}{dt} + \frac{3(L-M)p\Omega\sqrt{3}}{2\sin^2\left(p\vartheta-\frac{\pi}{6}\right)}i_2 + 3\hat{U}_p\sin(p\vartheta)$	$(L-M)\frac{di_1}{dt} + Ri_1 = -\frac{1}{3}U - u_{p,1}$	$(L-M)\frac{di_2}{dt} + Ri_2 = -\frac{1}{3}U - u_{p,2}$
$3a_2$	$U = -\frac{2(L-M)T\Omega}{\sqrt{3}\hat{\Psi}_f}\cdot\frac{\cos\left(p\vartheta-\frac{\pi}{6}\right)}{\sin^2\left(p\vartheta-\frac{\pi}{6}\right)} + \frac{2RT}{\sqrt{3}\hat{\Psi}_f}\cdot\frac{1}{\sin\left(p\vartheta-\frac{\pi}{6}\right)} + \sqrt{3}\hat{U}_p\sin\left(p\vartheta-\frac{\pi}{6}\right)$	$(L-M)\frac{di_1}{dt} + Ri_1 = -\frac{1}{2}U + \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{U}_p sin\left(p\vartheta-\frac{\pi}{6}\right)$	
$3b_1$	$U = -\frac{3RT}{p\hat{\Psi}_f\sqrt{3}\cos(p\vartheta)} - i_1 3R\frac{\sin\left(p\vartheta+\frac{\pi}{6}\right)}{\cos(p\vartheta)} - \frac{3(L-M)T\Omega}{\hat{\Psi}_f\sqrt{3}}\cdot\frac{\sin(p\vartheta)}{\cos^2(p\vartheta)} - 3(L-M)\cdot\frac{\sin\left(p\vartheta+\frac{\pi}{6}\right)}{\cos(p\vartheta)}\frac{di_1}{dt} - \frac{3(L-M)p\Omega\sqrt{3}}{2\cos^2(p\vartheta)}i_1 - 3\hat{U}_p\sin\left(p\vartheta-\frac{4\pi}{3}\right)$	$(L-M)\frac{di_3}{dt} + Ri_3 = \frac{1}{3}U - u_{p,3}$	$(L-M)\frac{di_1}{dt} + Ri_1 = \frac{1}{3}U - u_{p,1}$
$3b_2$	$U = -\frac{2(L-M)T\Omega}{\sqrt{3}\hat{\Psi}_f}\cdot\frac{\cos\left(p\vartheta-\frac{\pi}{6}\right)}{\sin^2\left(p\vartheta-\frac{\pi}{6}\right)} + \frac{2RT}{\sqrt{3}\hat{\Psi}_f}\cdot\frac{1}{\sin\left(p\vartheta-\frac{\pi}{6}\right)} + \sqrt{3}\hat{U}_p\sin\left(p\vartheta-\frac{\pi}{6}\right)$	$(L-M)\frac{di_1}{dt} + Ri_1 = -\frac{1}{2}U + \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{U}_p sin\left(p\vartheta-\frac{\pi}{6}\right)$	

Tabelle 4.3

4.4 Berechnung der Spannungssollwerte mit Simulink

Im vorherigen Kapitel 4.3 sind in tabellarischer Form die Spannungsgleichungen mit den dazugehörigen Strom-DGLen aufgelistet. In diesem Kapitel wird die Umsetzung dieser Gleichungen in Simulink erläutert.

In der Mitte von Bild 4.2 sind sechs farblich gekennzeichnete Blöcke zu erkennen. Diese Blöcke stellen die Abschnitte $1a_1$-$3b_2$, wobei die Abschnitte $1a_1$ und $1a_2$ dem Block 1 zugeordnet sind. Die Abschnitte $1b_1$ und $1b_2$ sind im Block 2 zusammengefasst. Diese Zusammenfassung setzt sich entsprechend fort. Somit ergeben sich sechs Blöcke, womit ein elektrischer Zyklus durchlaufen ist. Anschließend beginnt die Berechnung wieder bei Block 1. Der elektrische Winkel von 360° bzw. 2π ist auf 6 normiert. Somit wird alle 60° ein Block weitergeschaltet. Damit werden die Intervalle 1a, 1b, 2a, 2b, 3a und 3b unterschieden. Die weitere Unterscheidung dieser Teilintervalle wird dann in den Blöcken 1-6 durchgeführt. Doch zunächst soll in dieser Ebene verblieben werden.

Der elektrische Winkel $p\vartheta$ wird mit Hilfe des *Subsstytem* erzeugt. Mit dem *Subsystem 1* wird die schon zuvor beschrieben Normierung des Winkels auf *6* erreicht. Die Blöcke *Compare To Constant*... stellen nun sicher, dass im entsprechenden Winkel nur der entsprechende Block aktiv ist und dieser zur Berechnung mit den entsprechenden Gleichungen benutzt wird. Die Blöcke 1-6 geben den Spannungs-, Strom- und Momentverlauf als Ergebnis ihrer Berechnung aus. Über die Blöcke *Index Vector*... wird der jeweilige Abschnitt auf die Ausgabe geschaltet. Das System liefert so in Abhängigkeit von der Zeit, bzw. dem Winkel den Spannungs-, Strom- sowie Momentverlauf.

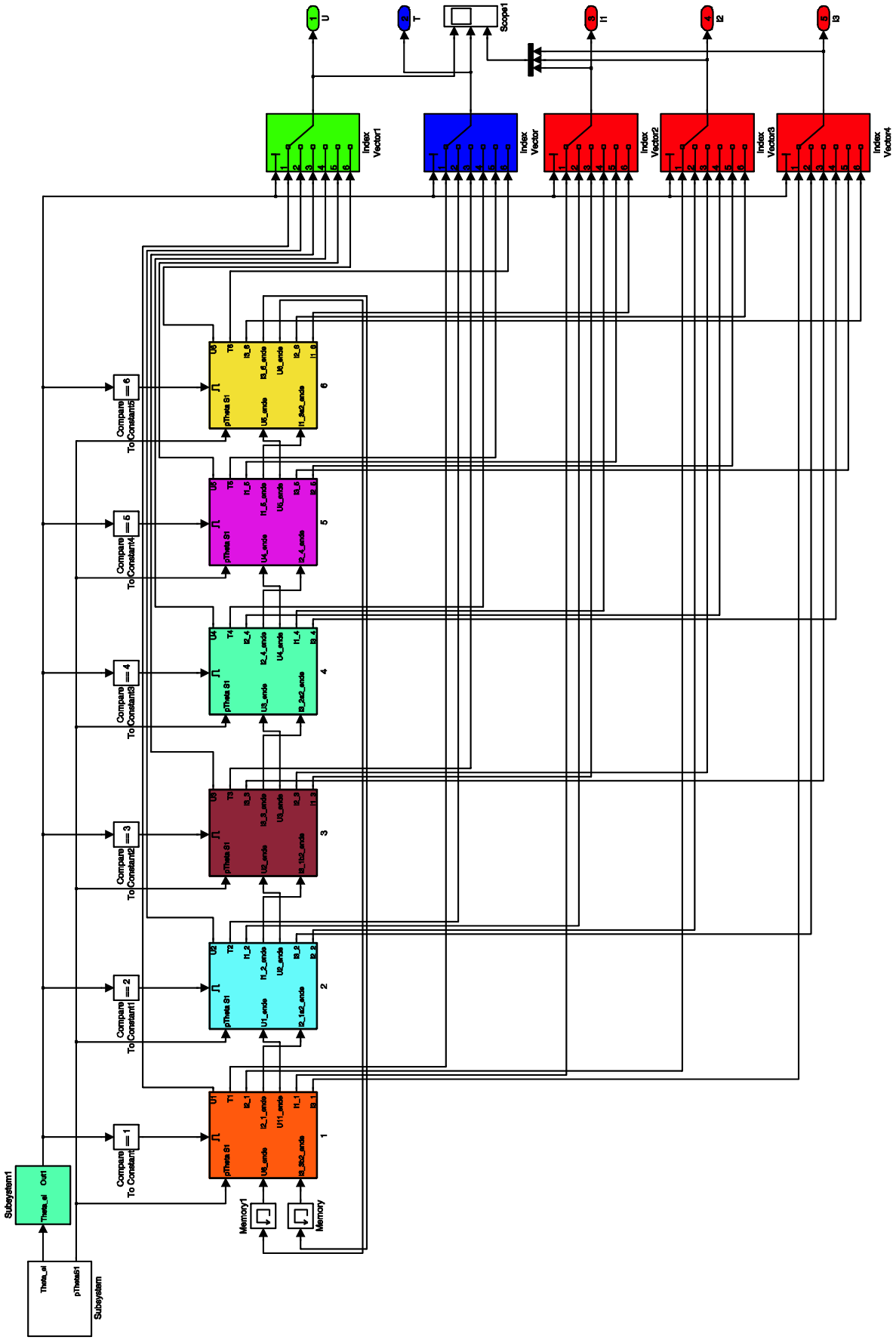


Bild 4.2: Simulink Modell zur Berechnung der Spannung *U*

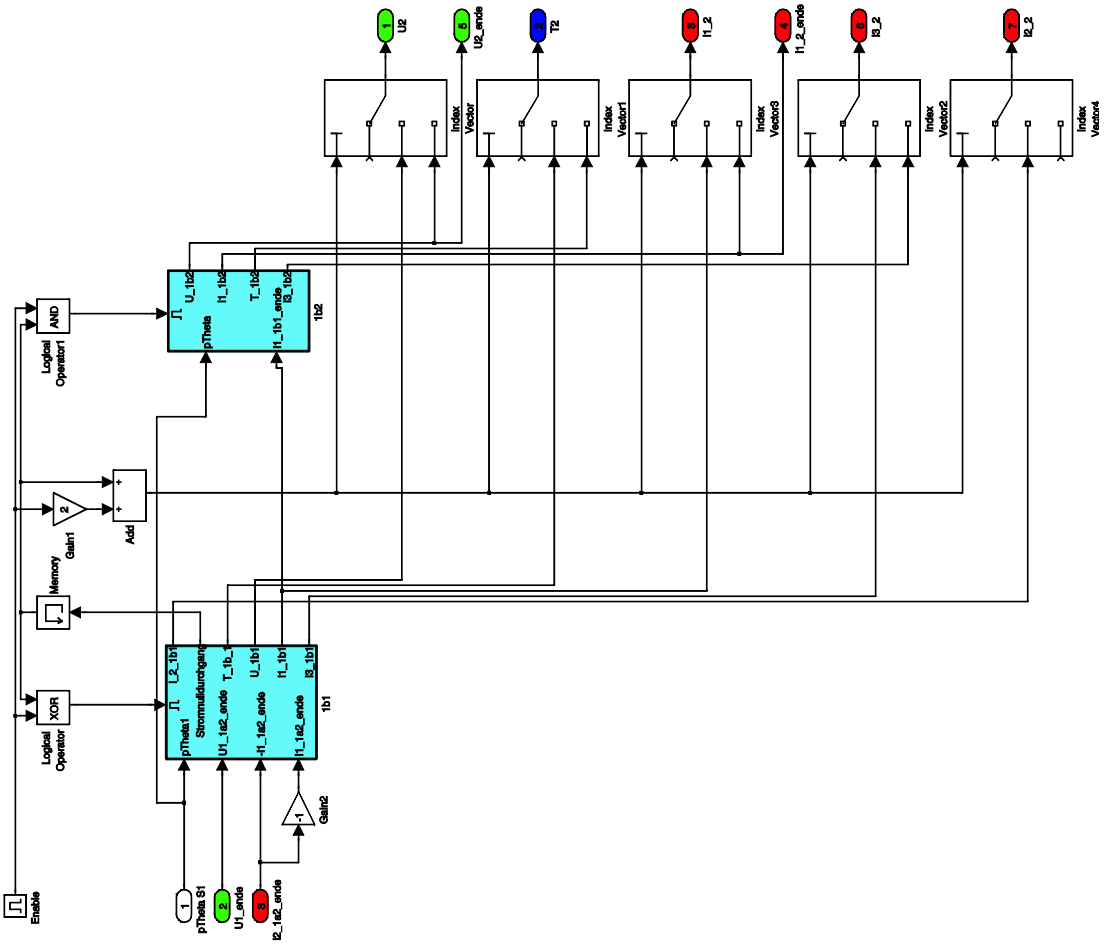


Bild 4.3 Intervall 2 des Simulink-Modells

Im Bild 4.3 ist der Block 2 des Simulink-Modells zu sehen. Hier wird im Intervall 1_b zwischen 1_{b1} und 1_{b2} unterschieden. Der Block *1b1* legt selbst fest, wann sein Intervall zu Ende ist. Dieses Intervall ist dann zu Ende, wenn der abzubauende Strom auf null abgeklungen ist. Dieser Nulldurchgang wird im Block *1b1* detektiert und am Ausgang *Stromnulldurchgang* des Blockes *1b1* ausgegeben. Die Steuerlogik schaltet nun den Block *1b1* ab und den Block *1b2* aktiv. Somit stehen an den Ausgängen 1-3 die Spannungs-, Moment- und Stromverläufe zur Verfügung. Am Ausgang 4 wird der letzte Stromwert dieses Intervalls ausgegeben. Das ist notwendig, damit der Integrator für das nächste Intervall auf den richtigen Startwert gesetzt werden kann. Für die anderen Intervalle sind die Blöcke identisch aufgebaut. Nur die Bezeichnungen sind entsprechend angepasst.

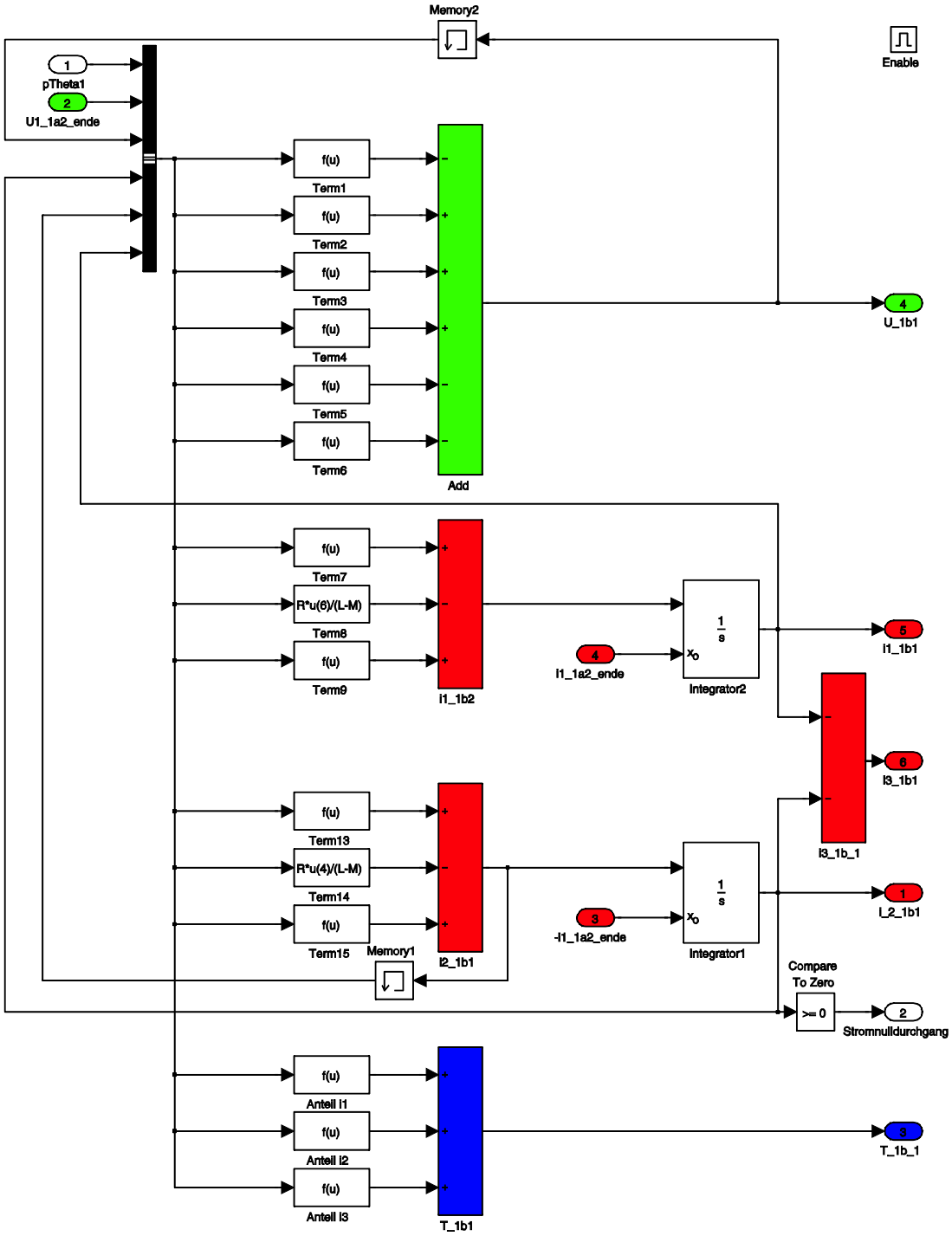


Bild 4.4: Intervall $1b_1$

Im Bild 4.4 ist das Modell des Intervall $1b_1$ zu sehen. In der Mitte des Bildes sind von oben nach unten vier Additionsblöcke zu erkennen. Alle Blöcke, die auf den grünen Additionsblock führen, stellen die Spannungsgleichung mit ihren sechs Einzeltermen dar.

Die Reihenfolge dieser Terme ist dieselbe wie in der Tabelle 4.1. Als Ergebnis erhält man am Ausgang *U_1b1* den Spannungsverlauf für das Intervall $1b_1$.

Der erste rote Additionsblock stellt den Stromverlauf des Stromes dar, der in diesem Intervall nicht abklingt. Auch seine Terme sind in entsprechender Reihenfolge dem Additionsblock zugeführt. Für das Intervall $1b_1$ ist das der Strom i_1, dessen Verlauf am Ausgang *i1_1b1* zur Verfügung gestellt wird.

Der zweite rote Additionsblock bildet den Strom, der in diesem Intervall auf null abklingt. In diesem Intervall $1b_1$ ist das der Strom i_2. Sein Verlauf wird am Ausgang *i2_1b1* nach außen geführt. Der Verlauf dieses Stromes ist außerdem auf einen Funktionsblock *Compare to Zero* geführt. Dieser Funktionsblock erkennt den Nulldurchgang des Stromes und gibt nach der Erkennung eine *1* am Ausgang *Stromnulldurchgang* aus. Ist dieser Nulldurchgang erkannt, ist das Intervall $1b_1$ zu Ende und der Block $1b_2$ wird aktiv geschaltet. Der Freilauf des Stromes i_2 ist beendet.

Der blaue Additionsblock bildet das Drehmoment für dieses Intervall. Hier sind die Anteile des jeweiligen Stromes in diesem Intervall auf den Additionsblock geführt. In diesem Intervall haben drei Ströme Anteil an der Drehmomentbildung. Somit sind auch drei Stromverläufe auf den Additionsblock geführt. Zwei Ströme werden in diesem Intervall berechnet. Der dritte Strom ist aus der Forderung $\sum_{k=1}^{m} i_k = 0$ bekannt. So wird am Ausgang *T_1b_1* der Momentverlauf in diesem Intervall bereitgestellt.

Die anderen Intervalle sind in ihrer Funktion identisch aufgebaut. Es sind aber die Terme der Spannungs-, Strom- und Momentengleichung entsprechend angepasst.

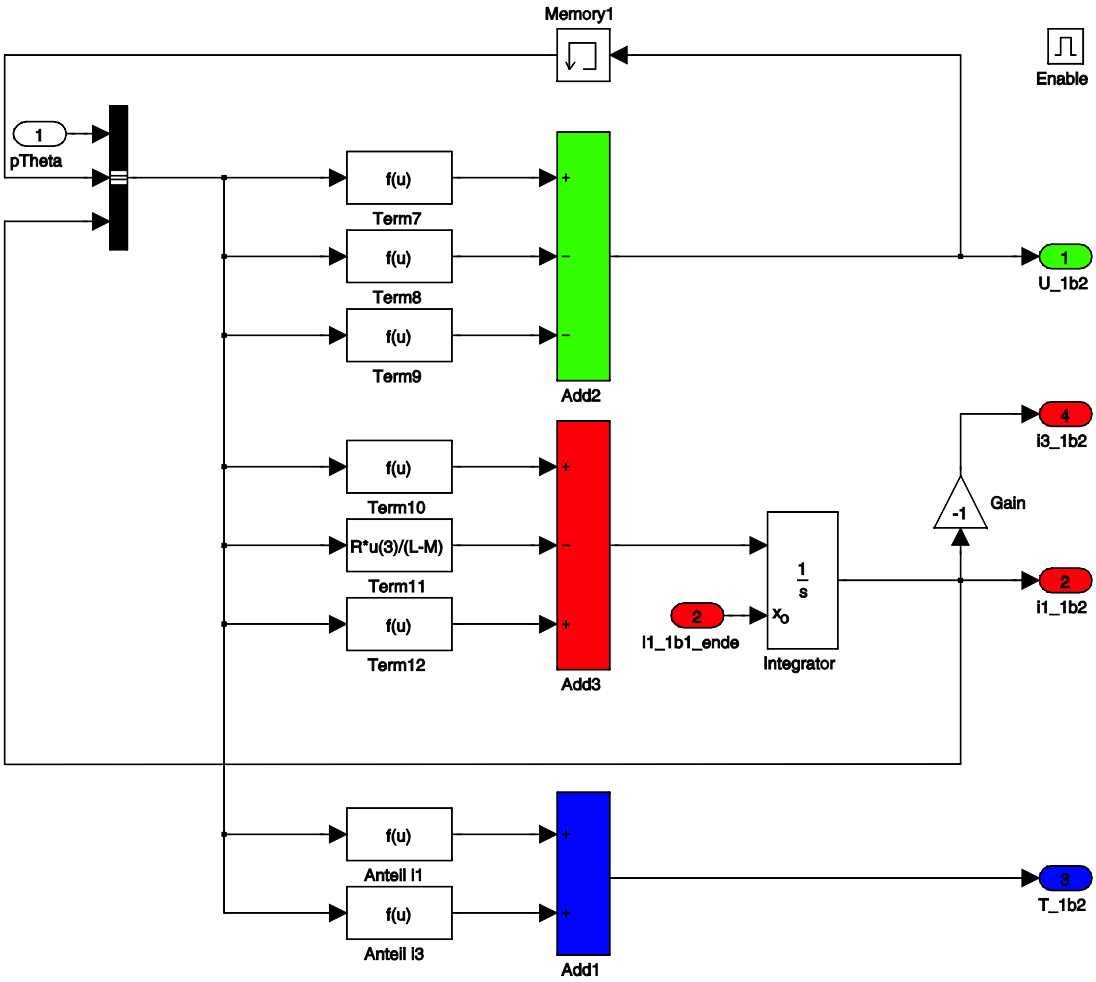


Bild 4.5: Intervall $1b_2$

Bild 4.5 zeigt beispielsweise für das Intervall $1b_2$ die Berechnung des Spannungs-, Strom- und Momentverlaufs. In der Mitte des Bildes sind wiederum von oben nach unten drei Additionsblöcke zu sehen. Der grüne Additionsblock stellt die Spannungsgleichung aus Tabelle 4.1 für das Intervall $1b_2$ dar. Am Ausgang *U_1b2* wird der Spannungsverlauf zur nächsten höheren Ebene ausgegeben.

Der rote Additionsblock bildet die Strom-DGL in diesem Abschnitt für i_1 nach. Die DGL wird mit Hilfe des Integrators gelöst. Als Startbedingung wird dem Integrator durch den Eingang *i1_1b1_ende* der letzte Stromwert des Intervalls $1b_1$ zugeführt. Somit hat der Integrator die richtige Startbedingung. Der Verlauf dieses Stromes wird am Ausgang *i1_1b2* nach außen gegeben.

Der blaue Additionsblock bildet das Drehmoment für dieses Intervall. Da in diesem Intervall nur zwei Ströme an der Momentbildung beteiligt sind, sind auch nur zwei Strom-

verläufe an den Additionsblock geführt. Zum Einen ist das der Strom i_1 und zum Anderen der Strom i_3. Da aber gerade $i_1 = -i_3$ in diesem Intervall ist, ist ohne weitere Berechnung auch i_3 bekannt.

Für alle entsprechenden Intervalle ist dieser Funktionsablauf identisch. Es müssen jedoch schon wie für das Intervall $1b_1$ die Gleichungen entsprechend angepasst werden. Die Tabelle 4.1, Tabelle 4.2 und Tabelle 4.3 geben Aufschluss über die notwendigen Gleichungen für jedes Intervall.

5 Simulationsergebnisse

Die nachfolgenden Grafiken zeigen den Spannungs-, Drehmoment- und Stromverlauf bei gewünschter Drehzahl und Drehmoment für den Motor DS4. Die Drehzahlen betragen $n = 5, 10, 30$ und $60\ min^{-1}$ bei jeweils 20 und $40\ Nm$. Die Simulation wird mit einer festen Schrittweite von $t_{Schritt} = 1\mu s$ durchgeführt.

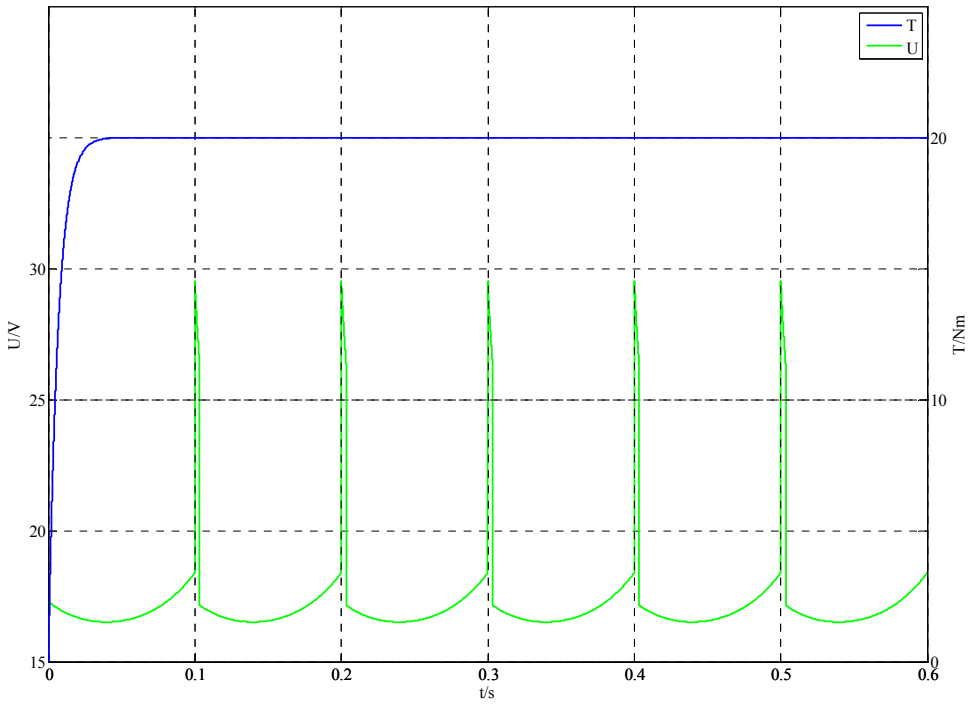


Bild 5.1: Spannungs- und Momentverlauf bei n=5min^{-1} und T= 20Nm

Die nachfolgenden Bilder sind immer als Paar zu sehen. Es werden der Spannungs- und Drehmomentverlauf und anschließend der Stromverlauf für den jeweiligen Betriebspunkt dargestellt.

Als nächstes Bild folgt der Stromverlauf für den in Bild 5.1 dargestellten Betriebspunkt.

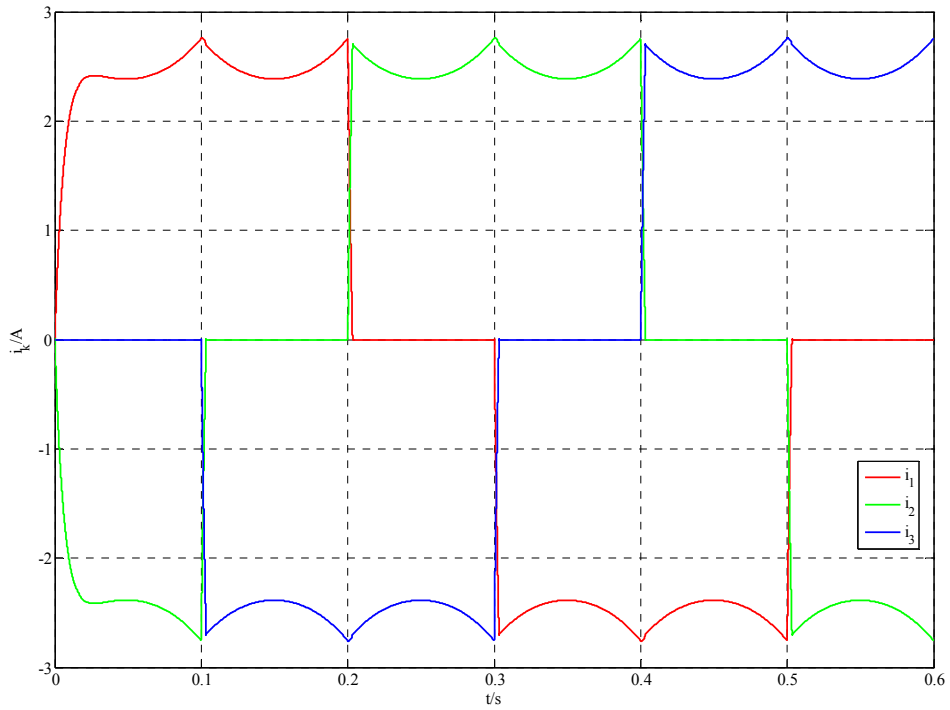


Bild 5.2: Stromverlauf bei T=20Nm und n=5min^{-1}

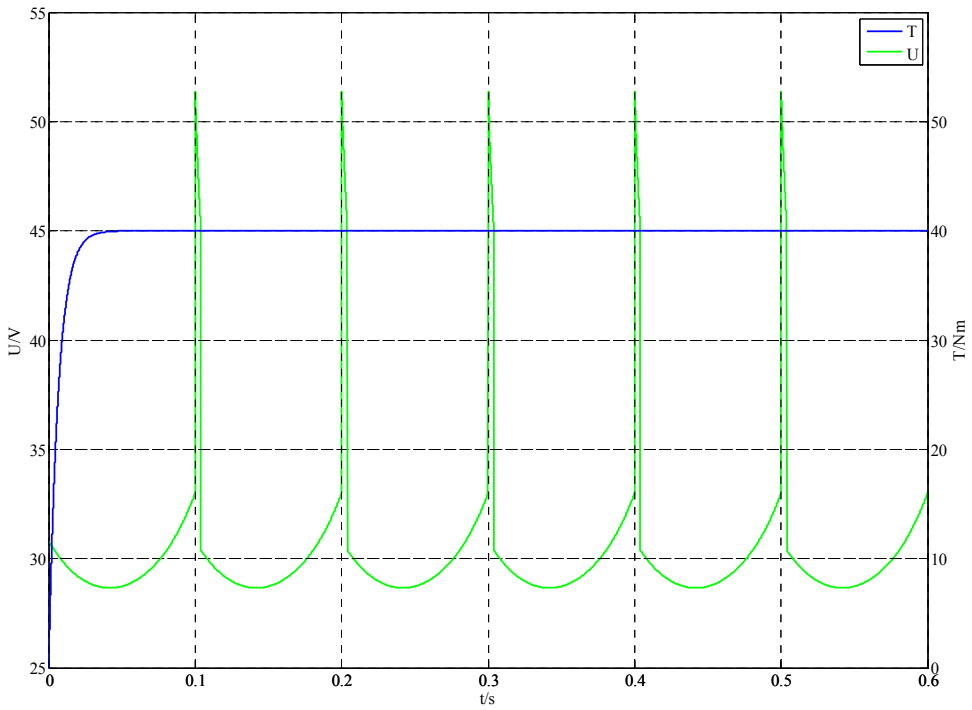


Bild 5.3: Spannungs- und Momentverlauf bei n=5min^{-1} und T= 40Nm

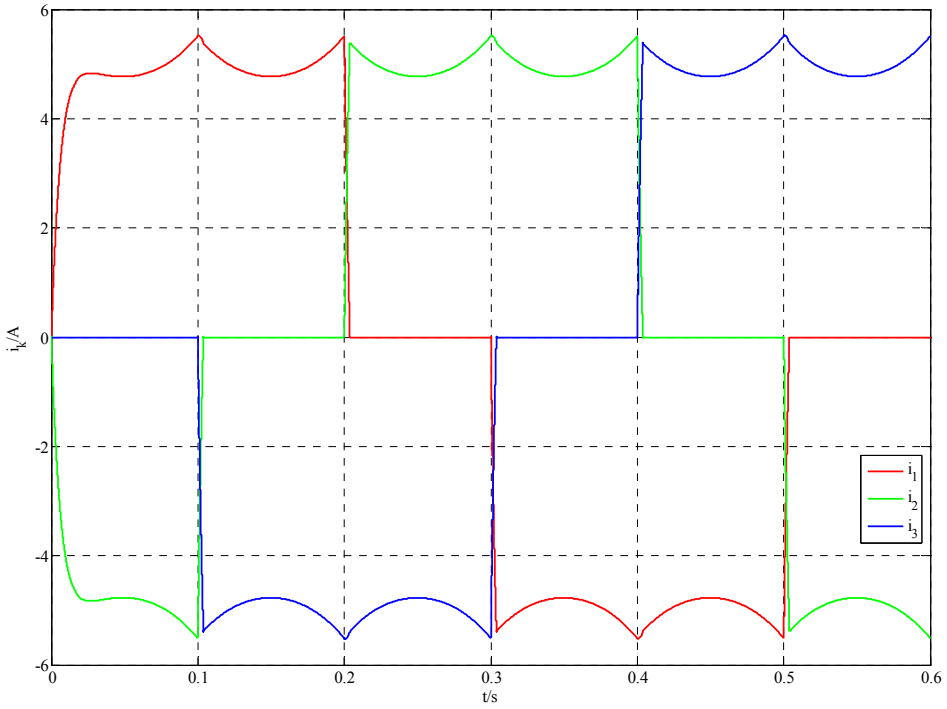


Bild 5.4: Stromverlauf bei T=40Nm und n=5min^{-1}

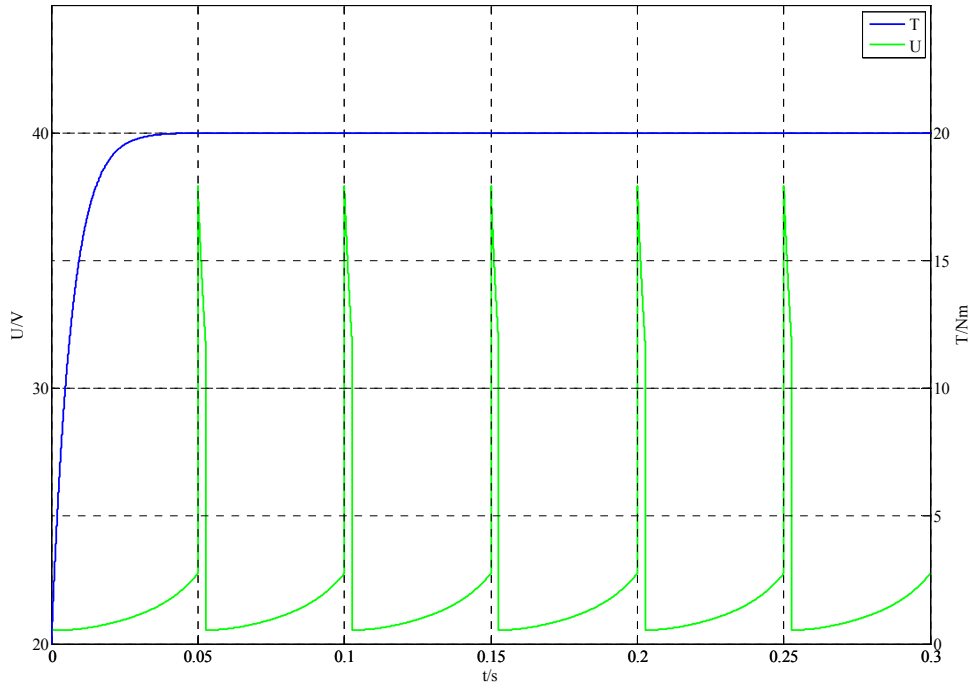


Bild 5.5: Spannungs- und Momentverlauf bei n=10min^{-1} und T=20Nm

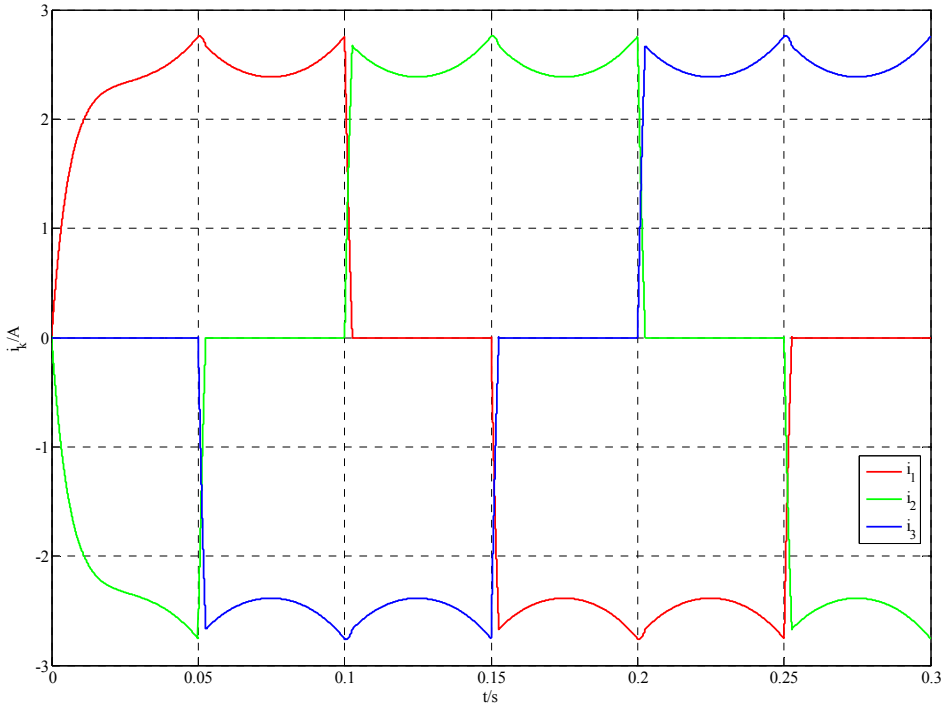


Bild 5.6: Stromverlauf bei T=20Nm und n=10min^{-1}

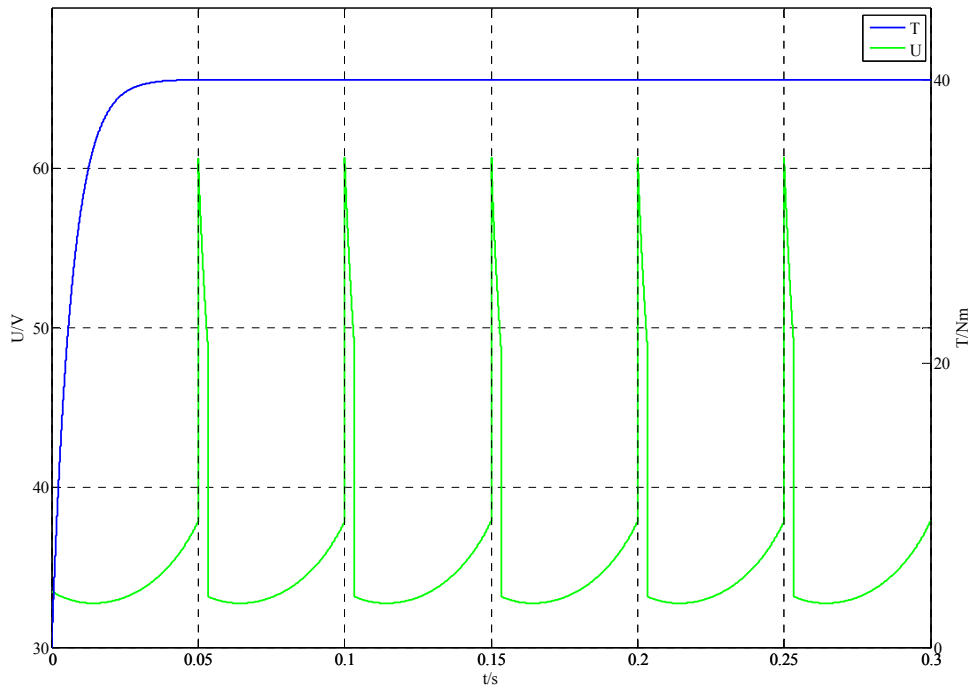


Bild 5.7: Spannungs- und Momentverlauf bei n=10min^{-1} und T=40Nm

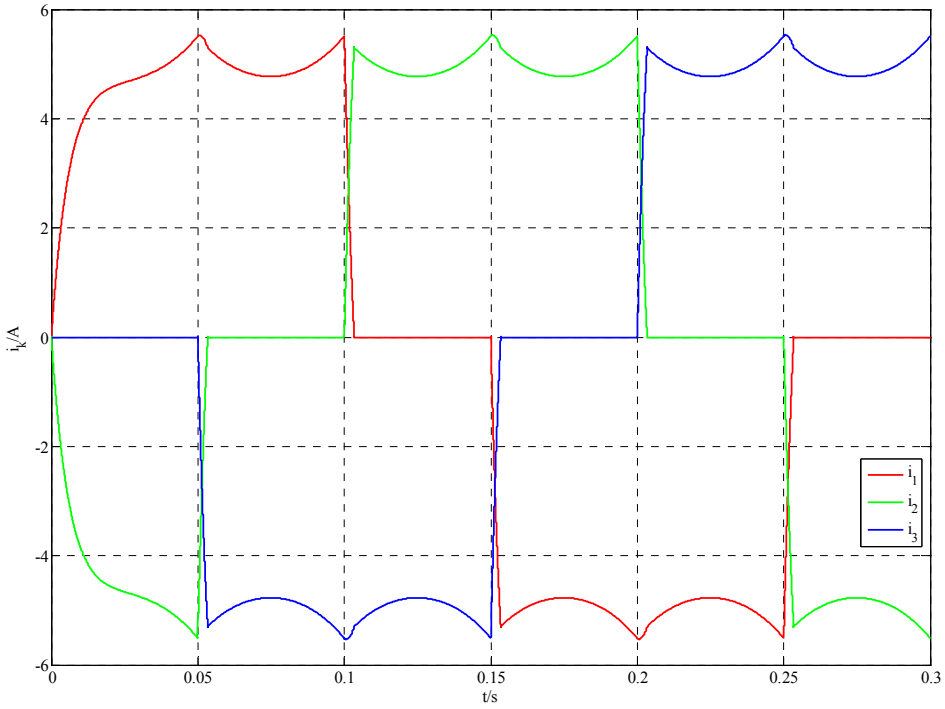


Bild 5.8: Stromverlauf bei T=40Nm und n=10min^{-1}

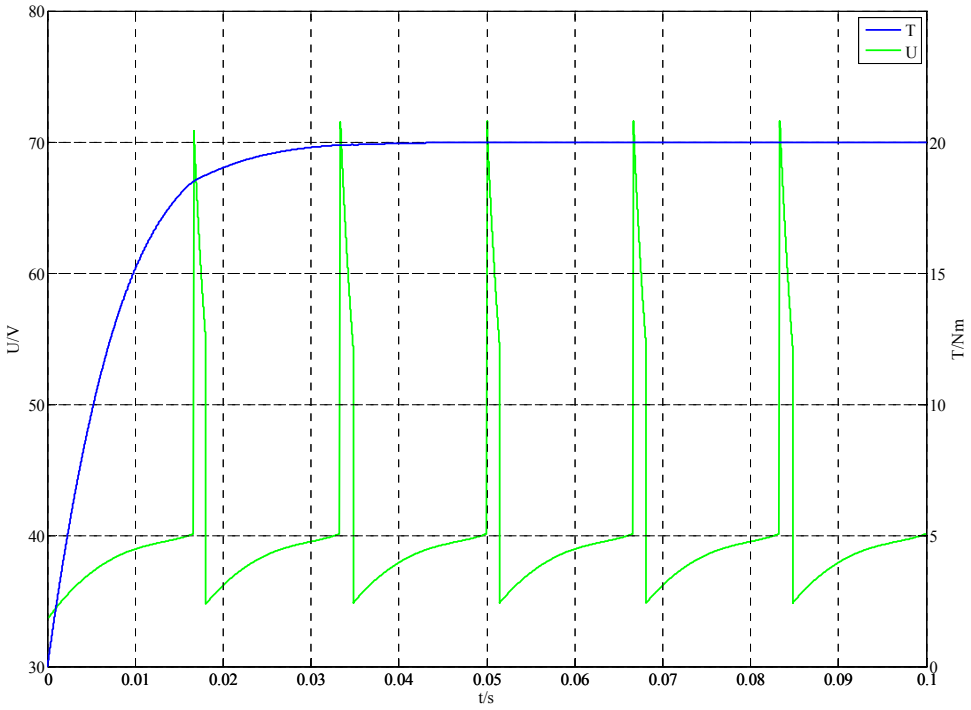


Bild 5.9: Spannungs- und Momentverlauf bei n=30min^{-1} T=20Nm

Bild 5.9 zeigt den Spannungs- und Drehmomentverlauf für einen elektrischen Zyklus bei einer Drehzahl von $n = 30min^{-1}$. Dass das Drehmoment nicht von Anfang an den geforderten Wert von 20Nm erreicht, liegt dran, dass die Stränge der Maschine zu Beginn der Simulation keinen Strom führen und sich der Strom somit erst aufbauen muss. Das folgende Bild 5.10 zeigt den Stromverlauf für diesen Betriebspunkt.

Das Bild 5.11 und Bild 5.12 zeigen den Verlauf der Spannung, des Drehmoments und des Stromverlaufs bei gleicher Drehzahl, aber bei erhöhtem Moment von $T = 40Nm$.

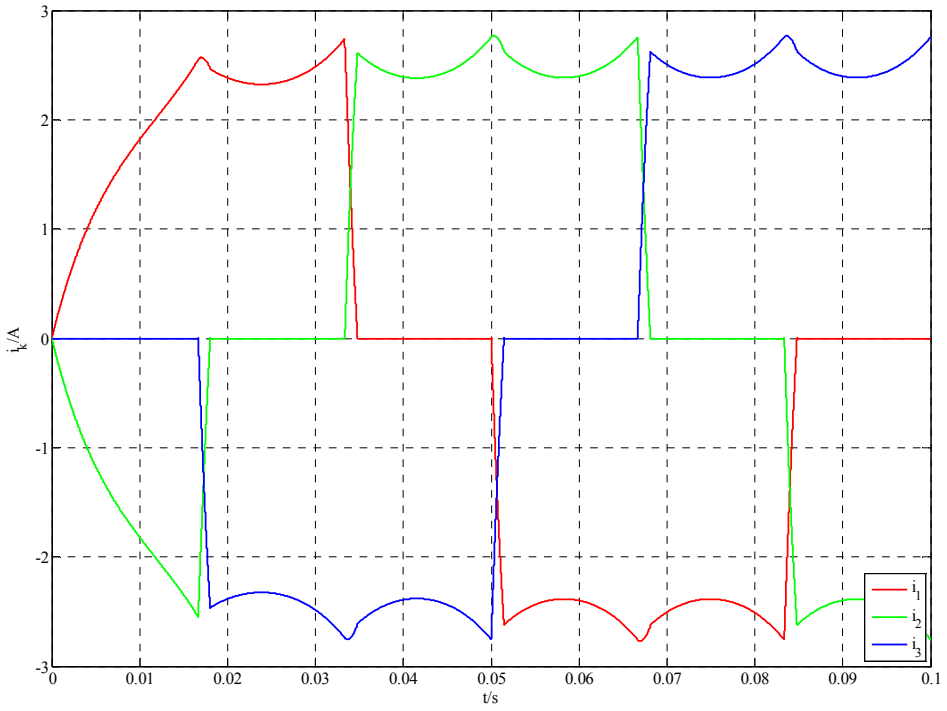


Bild 5.10: Stromverlauf bei T=20Nm und n=30min^{-1}

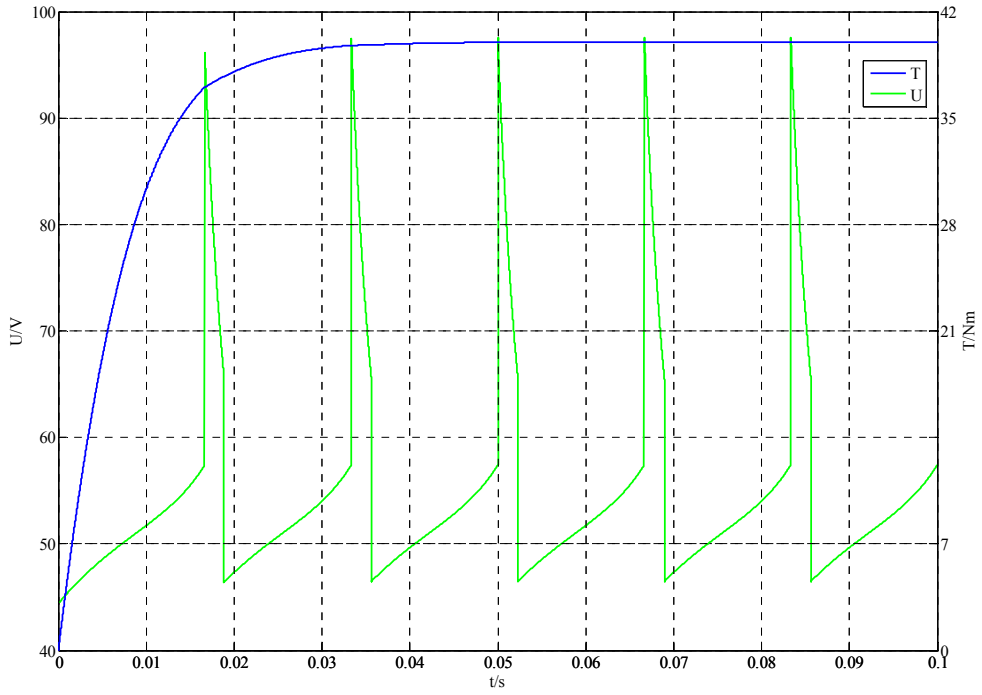


Bild 5.11 Spannungs- und Momentverlauf bei n=30min^{-1} und T=40Nm

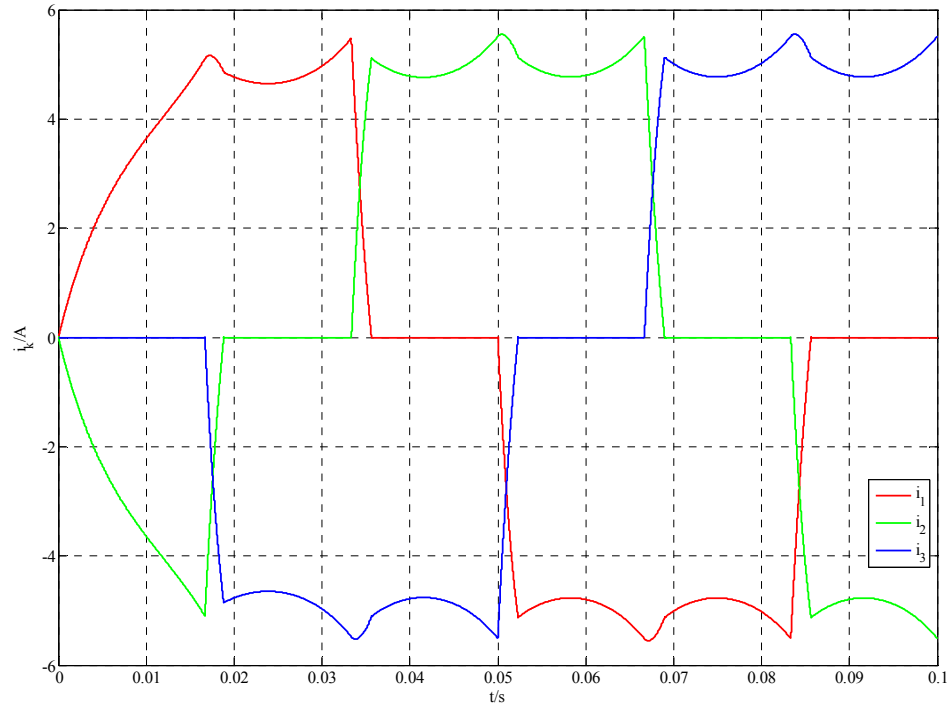


Bild 5.12: Stromverlauf bei T=40Nm und n=30min^{-1}

Die nächsten vier Bilder zeigen wiederum den Spannungs-, Moment- und Stromverlauf. Jedoch ist bei diesen Bildern die Drehzahl auf $n = 60min^{-1}$ erhöht. An diesen Bildern ist erkennbar, dass das Drehmoment fast einen ganzen elektrischen Zyklus benötigt, um das geforderte Drehmoment zu erreichen; das bedeutet, dass sich der stationäre Betrieb erst nach einem elektrischen Zyklus einstellt. Die höhere Spannung liegt in der kürzeren Kommutierungszeit der Stränge begründet. Genau dort, wo das Spannungsmaximum sich befindet, beginnt die Kommutierung von zwei Strängen. In einem Strang wird der Strom abgebaut und im anderen aufgebaut. Die Kommutierung ist zu dem Zeitpunkt abgeschlossen, wenn die Spannung zum Minimum springt.

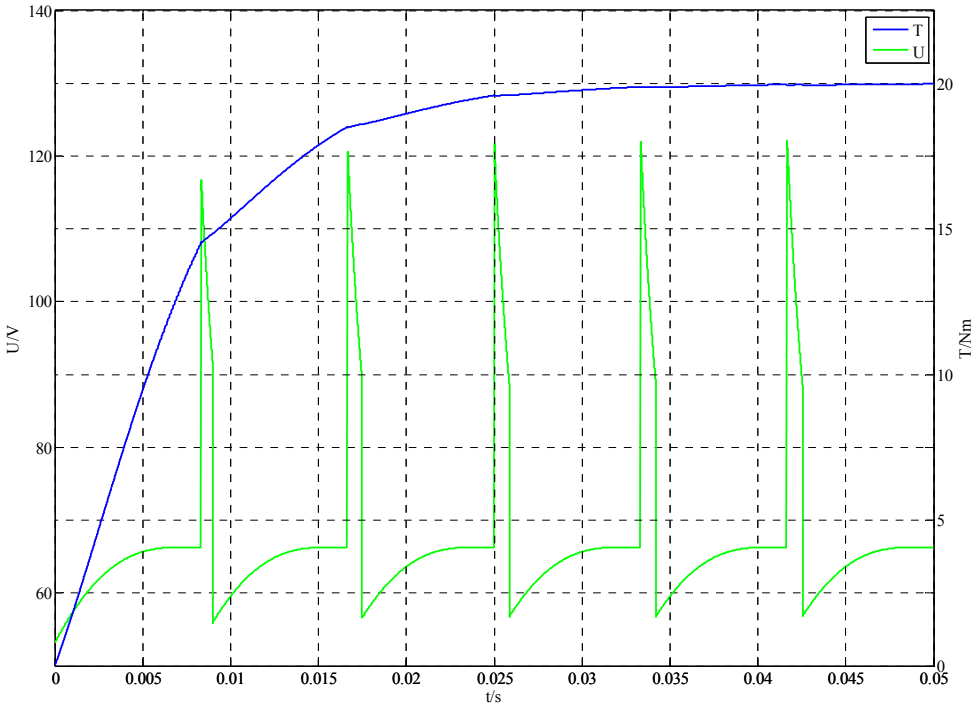


Bild 5.13: Spannungs- und Momentverlauf bei n=60min^{-1} und T=20Nm

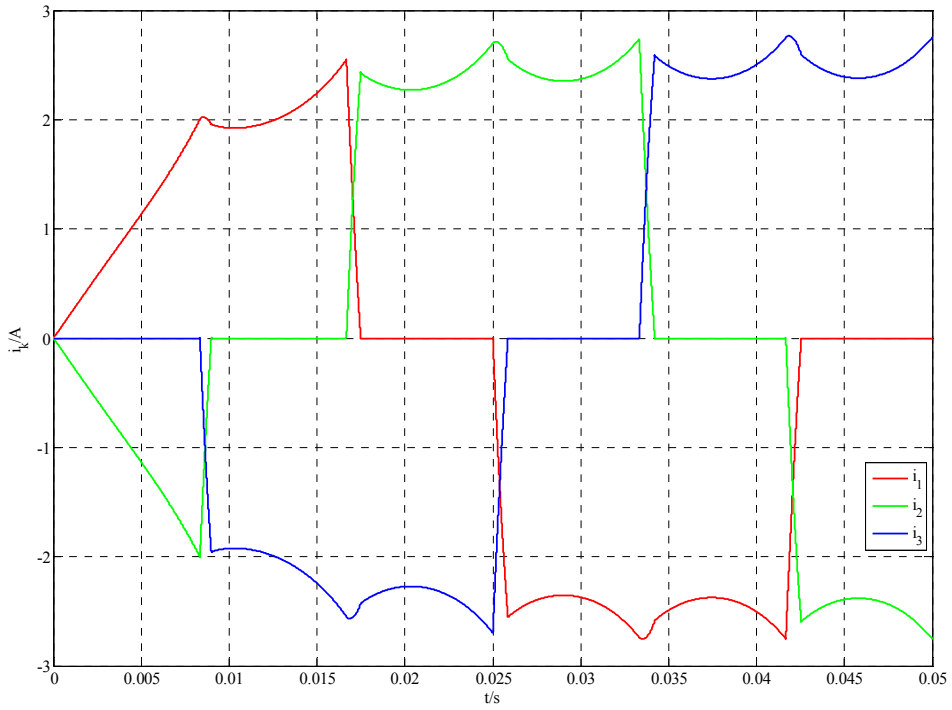


Bild 5.14: Stromverlauf bei T=20Nm und n=60min^{-1}

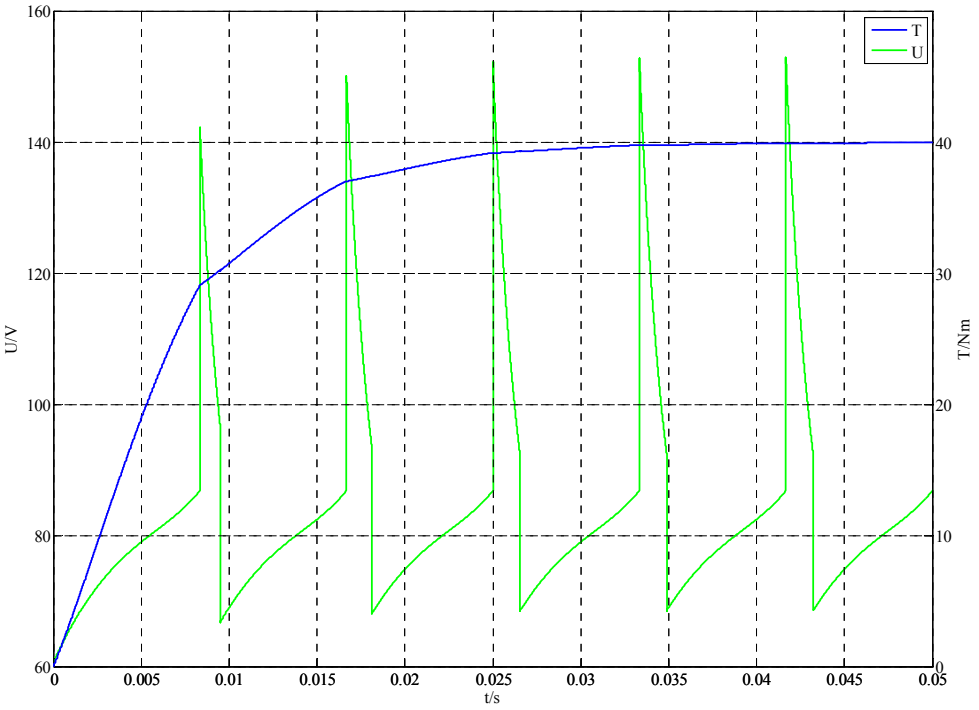


Bild 5.15: Spannungs- und Momentverlauf bei n=60min^{-1} und T=40Nm

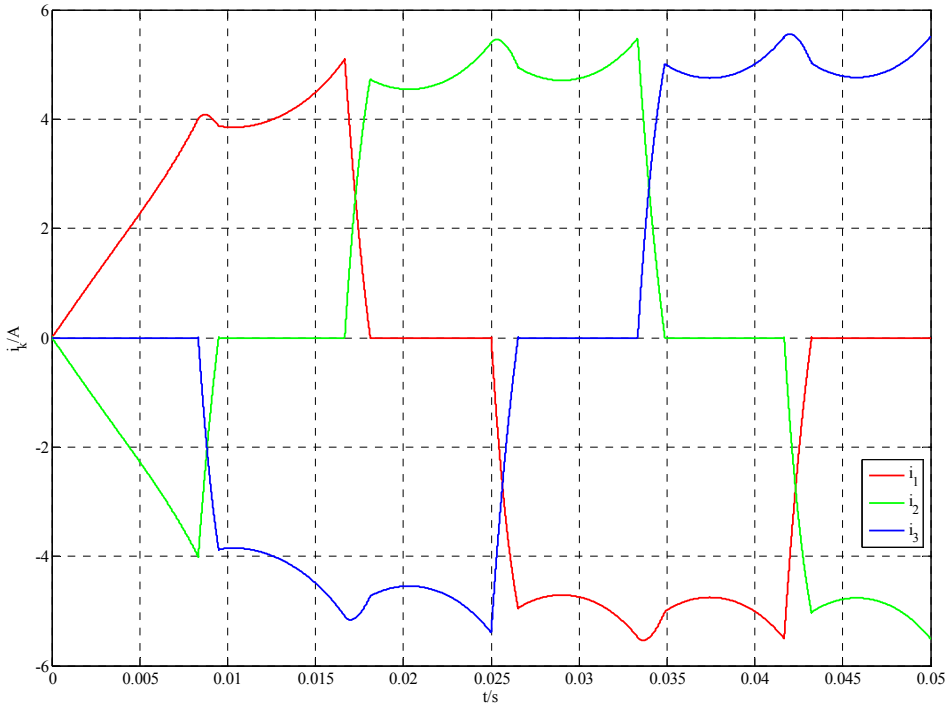


Bild 5.16: Stromverlauf bei T=40Nm und n=60min^{-1}

6 Verifizierung der Simulationsergebnisse

In diesem Kapitel werden die Simulationsergebnisse aus Kapitel 5 verifiziert. Dazu wird das bestehende Simulationsmodell erweitert, um es für diesen Zweck gebrauchen zu können. Diese Erweiterungen sind für die Verifizierung notwendig, da das Simulink-Modell auf ein dSpace-System aufgespielt wird. Als Rechner-Karte wird das *DS1005 PPC Board* verwendet. Speziell für die Generierung von PWM-Signalen kommt die Karte *DS5202 ACMC* mit der Software-Version V6.6 zum Einsatz. Es wird mit konstanter Zwischenkreisspannung gearbeitet. Diese wird jedoch durch den Umrichter so moduliert, dass sich die an den Wicklungssträngen geforderte Spannung als Mittelwert ergibt. Es handelt sich bei diesem Verfahren um eine stellungsabhängige PWM. In diesem Kapitel wird mit den Daten des Motors DS4 gerechnet.

6.1 Beschreibung des Simulink-Modells zur Verwendung von dSpace

Die oberste Ebene des Simulink-Modells heißt *Ansteuerungsmodell_1_0*. In diesem Bild 6.1 sind sechs Blöcke farblich hervorgehoben, die nun im Einzelnen erläutert werden. Für den mit der Farbe Violett ausgefüllten Block werden nur die Änderungen genannt, da dieser Block aus der Simulation im Kapitel 4.4 stammt. Doch zunächst wird mit der Erläuterung des orangen Blocks begonnen.

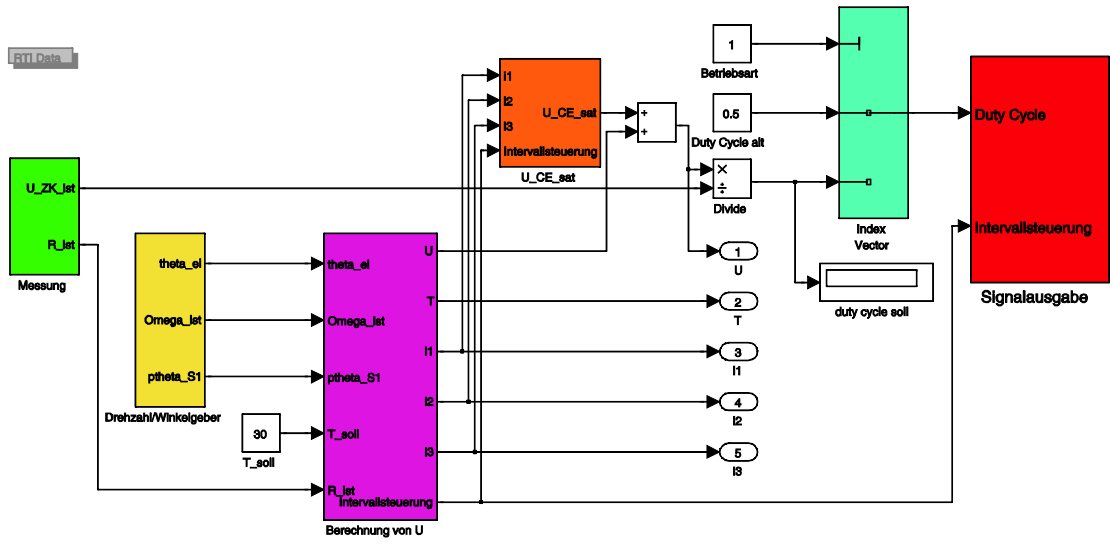


Bild 6.1: Simulationsmodell für dSpace

Der in Bild 6.1 mit der Farbe Orange eingefärbte Block berücksichtigt die Sättigungsspannung der IGBTs im Umrichter. Abhängig vom Strom werden in diesem Block diese Spannungsabfälle berechnet. Die Spannungsabfälle werden in jedem Intervall zur berechneten Spannung *U* addiert und zwar vor der Berechnung des *Duty Cycles*. So ist sichergestellt, dass die Spannungsverluste an den IGBTs mit berücksichtigt werden.

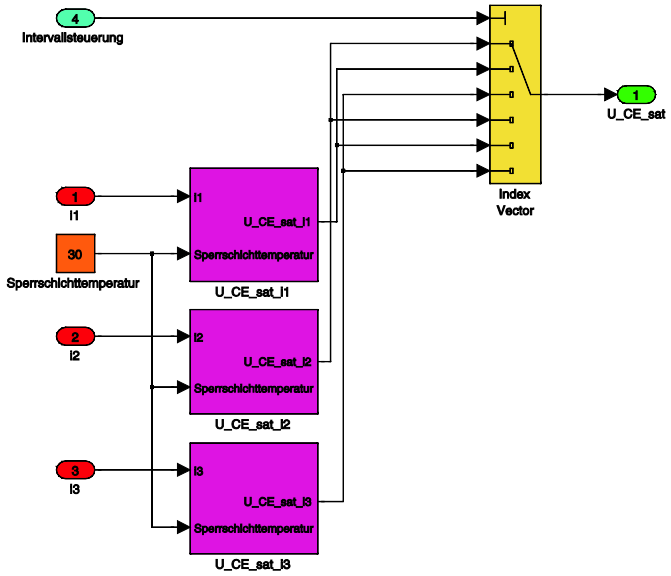


Bild 6.2: Steuerung der Sättigungsspannung der IGBTs

Das Bild 6.2 zeigt die Steuerung der Sättigungsspannung in Abhängigkeit vom Intervall. Das ist notwendig, da die Sättigungsspannung abhängig vom Strom berechnet wird, da z. B. i_1 nicht in jedem Intervall zum Fließen kommt.

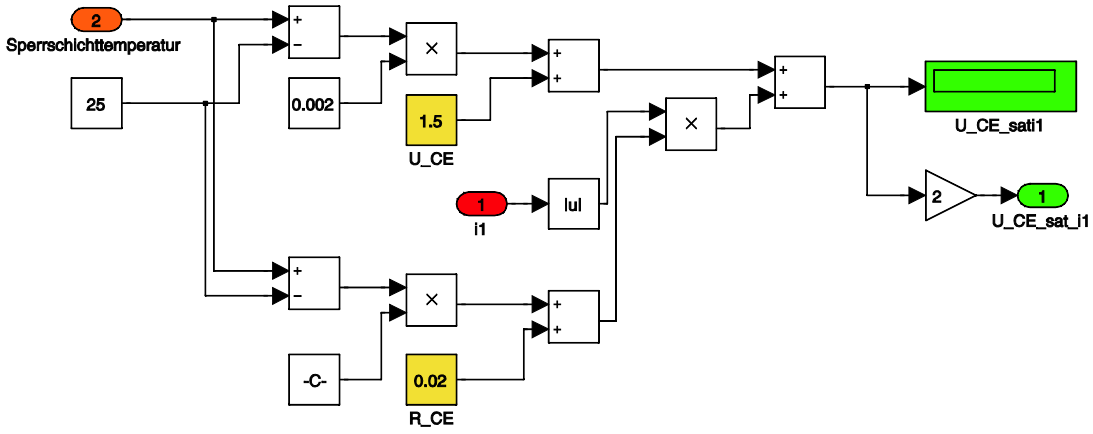


Bild 6.3: Berechnung der Sättigungsspannung

Die in Bild 6.3 gezeigt Berechnung ist aus [10] entnommen. Der orange Eingang führt die zu erwartende Sperrschichttemperatur in diesen Block. Diese ist jedoch beim genutzten Umrichter aus [10] nicht messbar. Sie ist daher hier frei gewählt. Schaut man sich jedoch die Gleichung zur Berechnung genauer an, stellt man fest, dass die Temperatur kaum einen Einfluss auf die Sättigungsspannung hat. Die Sättigungsspannung hängt im Wesentlichen vom Strom ab, der durch den IGBT fließt.

Bild 6.4 zeigt den Inhalt des violetten Blocks aus Bild 6.1 mit dem Namen *Berechnung von U*. Zunächst sind die vorher in der Simulation konstanten Größen nach außen geführt, um sie zum Einen von außen beeinflussen zu können und zum Anderen dort den aktuellen Wert der Berechnung bereitzustellen. Die Größe die später mit Hilfe von *Control Desk* vorgegeben wird, ist das gewünschte Drehmoment. Die aktuelle Drehzahl und der Strangwiderstand werden gemessen und der Berechnung online zur Verfügung gestellt. Daher haben diese Größen, die auf der linken Seite mit der Bezeichnung *T_soll(4), Omega_ist(2)* und *R_ist(5)* zu finden sind, einen Eingang erhalten. Desweitern ist die normierte Größe des elektrischen Winkels mit einem Ausgang versehen. Der Ausgang ist rechts oben mit der Bezeichnung *Intervallsteuerung(6)* in der Farbe Türkis zu sehen. Diese Größe wird für die Steuerung des Umrichters benötigt. Die Ein- und Ausgänge dieses Blockes finden sich auch in Bild 6.1 wieder. Desweitern sind die berechneten Größen wie Spannung, Drehmoment und Ströme sowie die Intervalle farblich hervorgehoben, um sie besser zu unterscheiden und wiederzufinden.

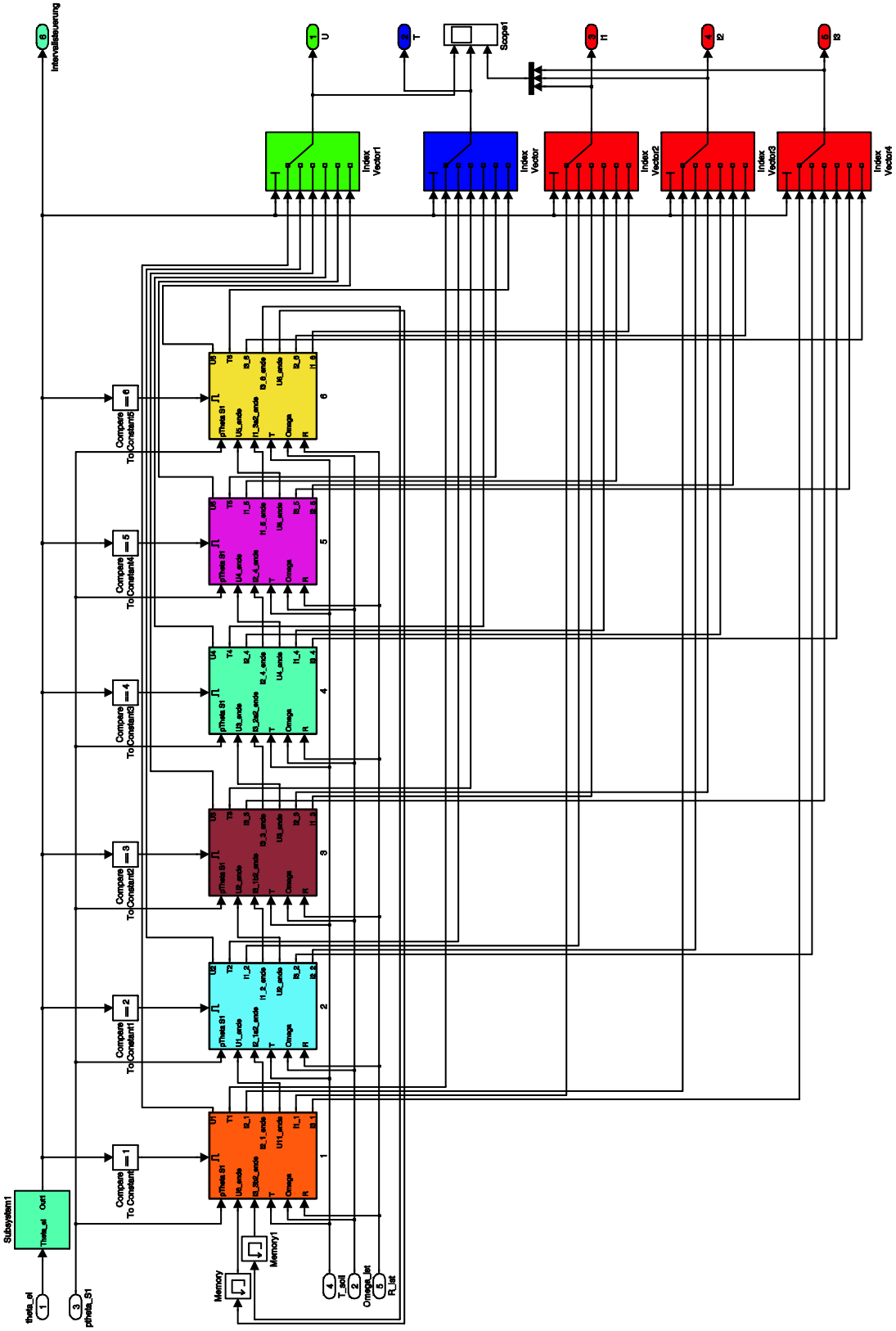


Bild 6.4: Berechnung der Spannung U und Intervallsteuerung

Als nächstes wird der grüne Block mit der Bezeichnung *Messung* aus Bild 6.1 beschrieben. Sein Inhalt gibt das folgende Bild 6.5 wieder.

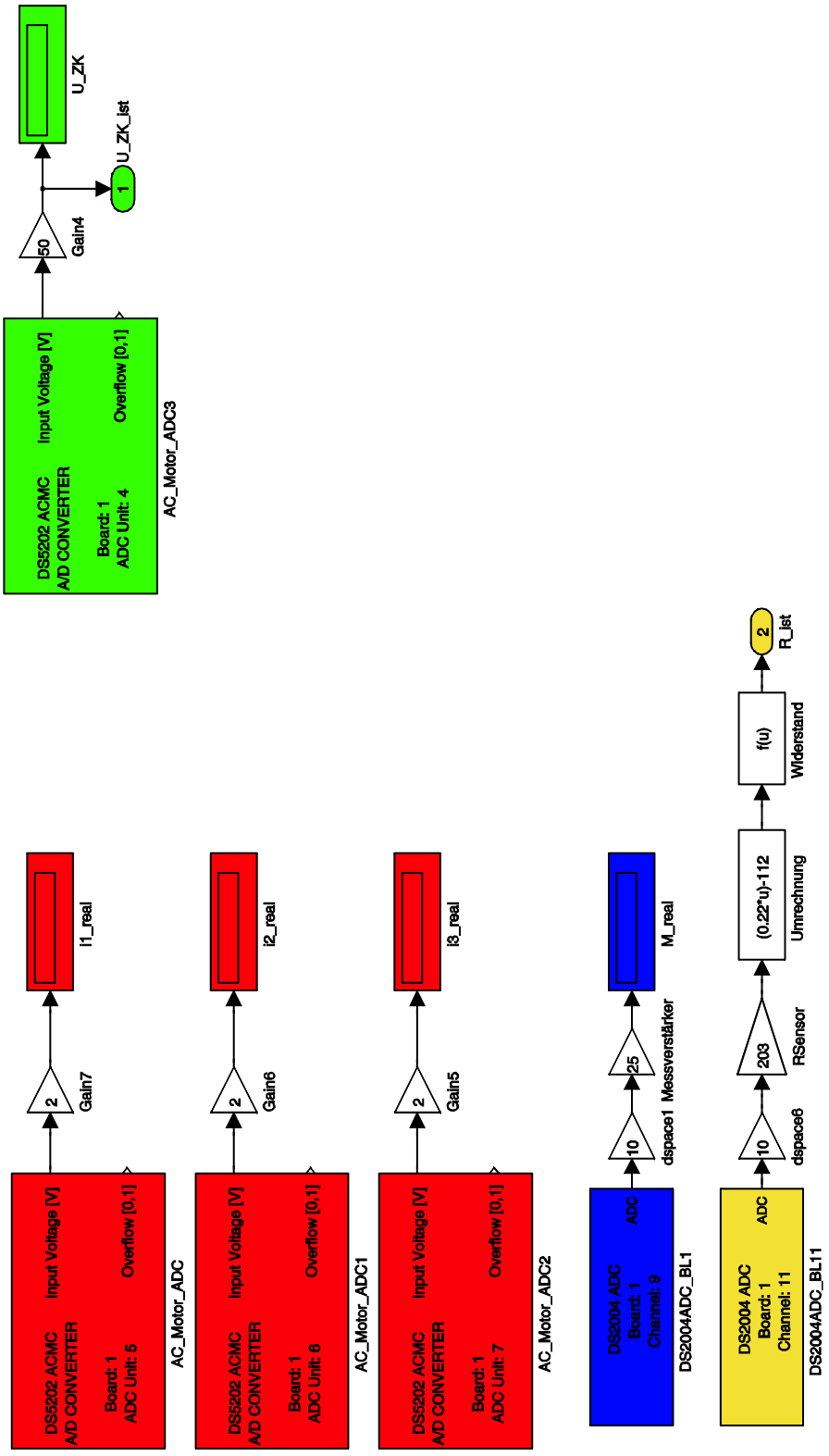


Bild 6.5: Block *Messung*

Die drei roten Blöcke auf der linken Seite des Bild 6.5 greifen auf die Analog/Digital Wandler der Karte *DS 5202* zu. Mit dieser Karte werden über Stromwandler die Ströme in den Strängen des MBTs gemessen.

Das Gleiche gilt für den grünen Block. Hier wird allerdings die Zwischenkreisspannung mit Hilfe eines Spannungswandlers gemessen. Diese Größe ist zur Berechnung des *Duty Cycle* notwendig.

Der blaue und der gelbe Block greifen auf Analog/Digital Eingänge der Karte DS2004 zu. Dem blauen Block wird das Messsignal einer Drehmomentmesswelle über einen Messverstärker zugeführt, um so das aktuelle Moment anzeigen zu können.

Der gelbe Block liefert die Temperatur des Motors. Diese Information ist notwendig, da sich die Maschine im Betrieb erwärmt und sich somit auch der Strangwiderstand ändert. Das ist eine unabdingbare Voraussetzung, damit im weiteren Verlauf die Spannung richtig berechnet werden kann.

Der nächste Block in Bild 6.1 ist der gelbe mit dem Namen Drehzahl/Winkelgeber. In ihm werden die Signale des Kübler-Winkelgebers entsprechend aufbereitet und des Weiteren daraus die Drehzahl bzw. die mechanische Winkelgeschwindigkeit abgeleitet. Bild 6.6 zeigt den Inhalt dieses Blockes.

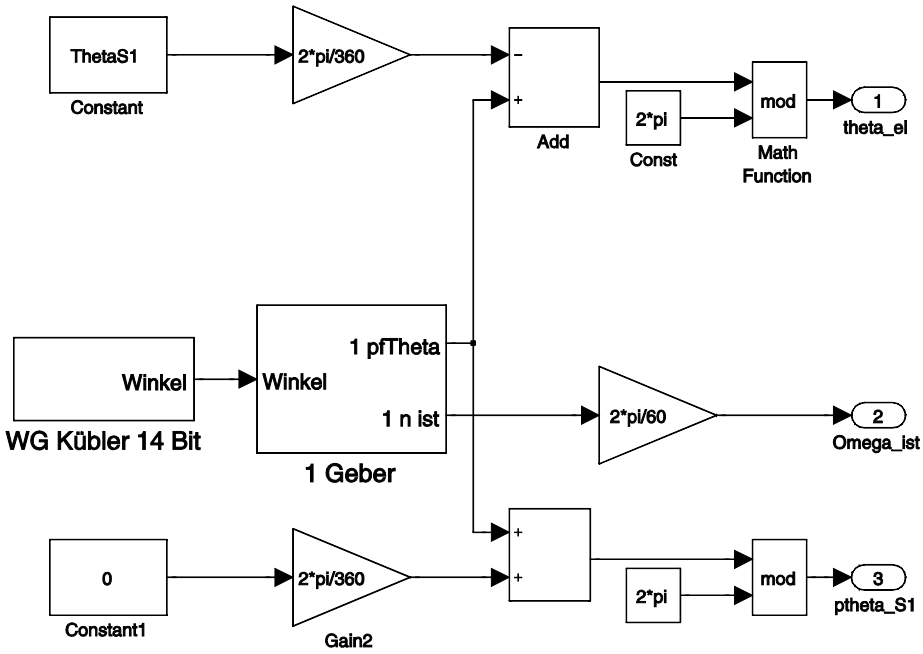


Bild 6.6: Block *Drehzahl/Winkelgeber*

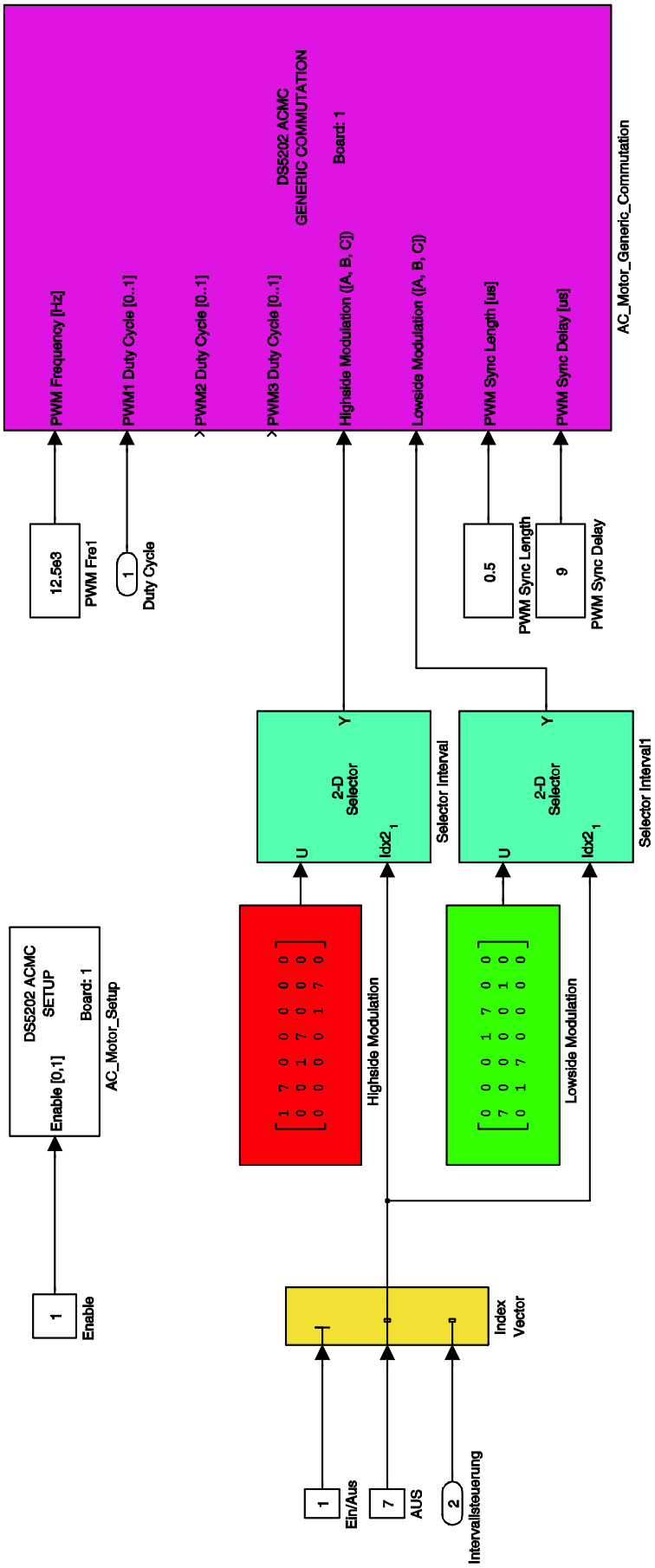


Bild 6.7: Block *Signalausgabe*

In Bild 6.7 ist der rote Block aus Bild 6.1 zu sehen. In diesem Block werden die Ansteuersignale für den Betrieb des Motors am Umrichter generiert. Dabei wird außerdem von außen das Signal *Intervallsteuerung(2)* zugeführt, das auch die Berechnung der benötigten Spannung *U* steuert.

6.2 Systemaufbau

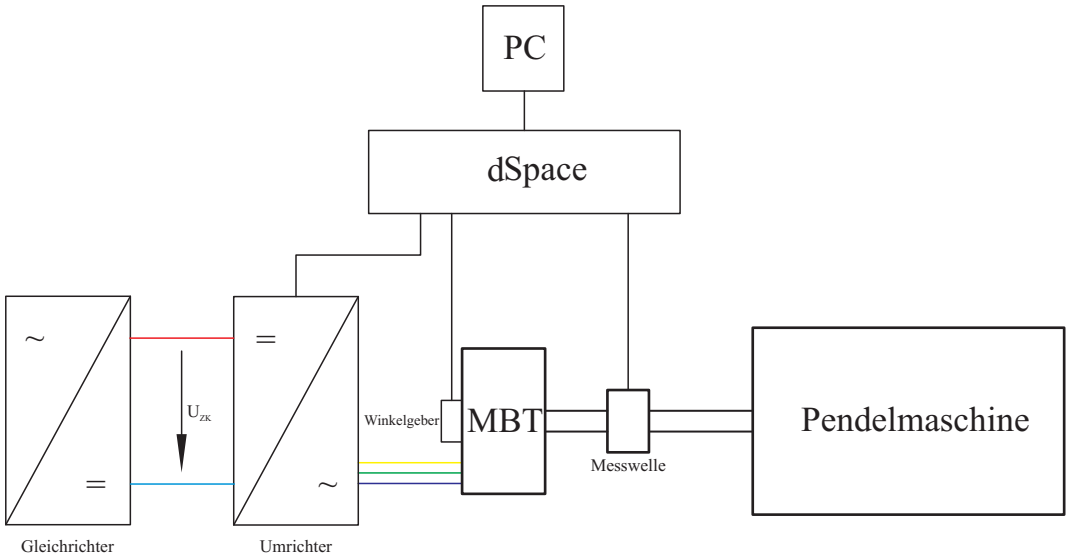


Bild 6.8: Systemaufbau

Das Bild 6.8 zeigt den Aufbau des zu untersuchenden Systems. Hierbei ist absichtlich auf die Eintragung der Messung von Strom und Zwischenkreisspannung verzichtet worden, um die Übersicht zu wahren. Wie aus Bild 6.8 zu entnehmen ist, wird mit dSpace das System gesteuert. Die Pendelmaschine wird hierbei als passive Last betrieben.

6.3 Messungen

In diesem Kapitel wird das Ergebnis der praktischen Umsetzung zur Verbesserung des Drehmoments vorgestellt. Es zeigt die Betriebspunkte, die bei der Simulation verwendet worden sind. Lediglich die unteren Drehzahlen ($n = 5min^{-1}$ und $n = 10min^{-1}$) werden nicht angefahren, da die Pendelmaschine bei diesen Drehzahlen nicht die erforderliche Last aufbringen kann. Die nachfolgende Tabelle gibt eine Übersicht der Betriebspunkte.

Betriebspunkt	1	2	3	4	5
Drehzahl/min^{-1}	30	30	60	60	80
Drehmoment/Nm	20	40	20	40	85

Tabelle 6.1: Betriebspunkte

Das nächste Bild zeigt die Messung der Polradspannung der Versuchsmaschine DS4.

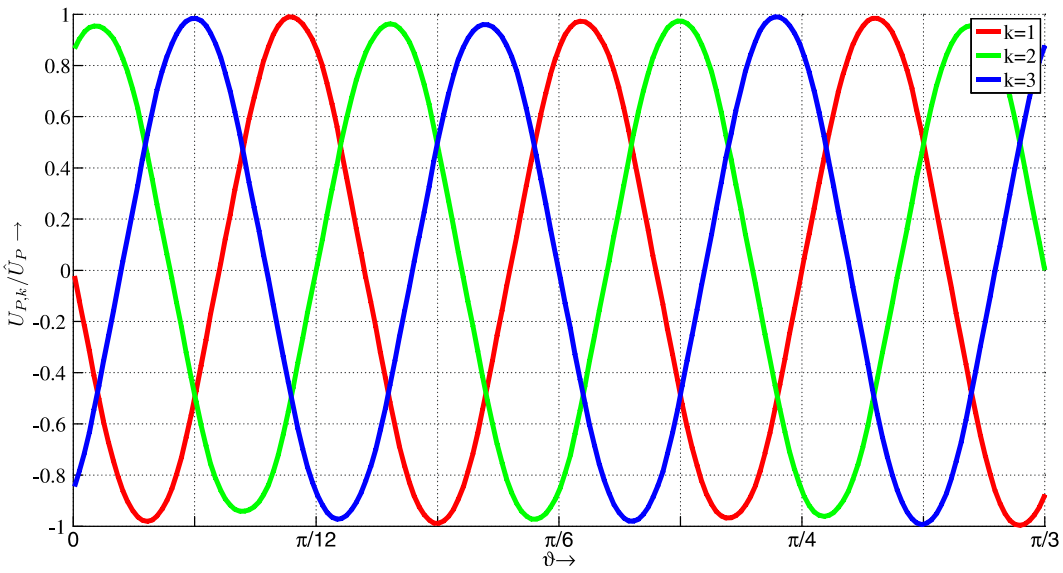


Bild 6.9: Gemessene Polradspannung der Versuchsmaschine DS4 aus [8]

Somit ist die gemachte Voraussetzung erwiesen, dass die Flussverkettung der Versuchsmaschine einen sinusförmigen Verlauf hat, siehe auch Gleichung (2.27) und (2.28).

6.3.1 Betriebspunkt 1

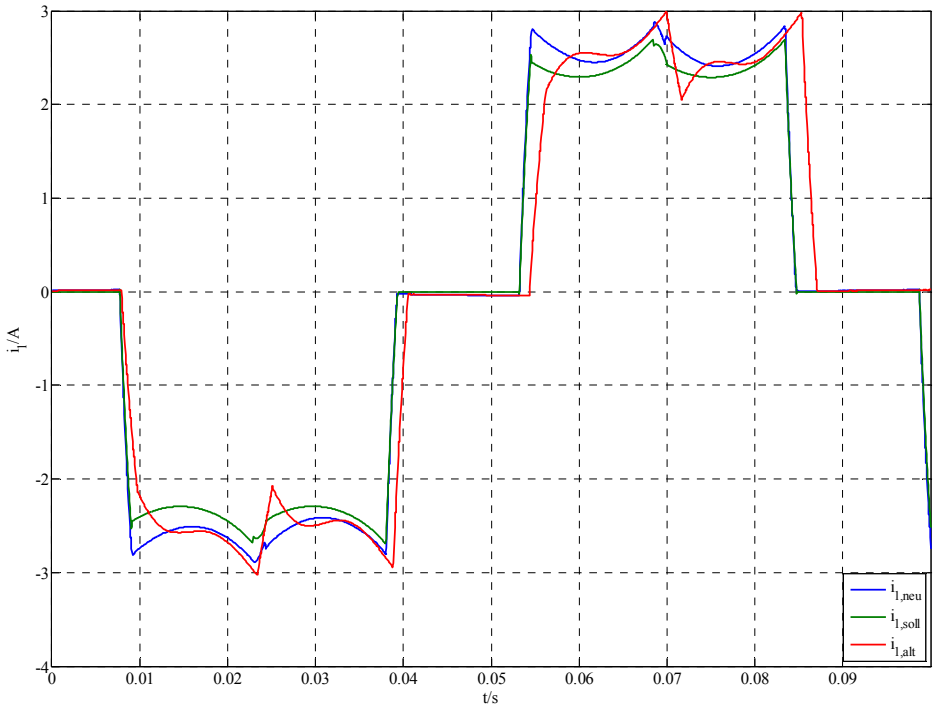


Bild 6.10: Stromverlauf bei n=30 min^{-1} und T=20 Nm im Strang 1

In Bild 6.10 sind die Stromverläufe bei zwei unterschiedlichen Betriebsarten zu sehen. Mit $i_{1,alt}$ ist der Strom zu sehen, der sich beim Betrieb mit konstanter Spannung einstellt. Dieser Verlauf ist auch in der Simulation im Kapitel 2.8.1 wieder zu finden.

Der Strom $i_{1,soll}$ ist der Stromverlauf, der gemäß Rechnung (unter Berücksichtigung der Spannungsabfälle an den IGBTs) mit variabler Spannung entstehen soll. Im Gegensatz dazu ist der Strom $i_{1,neu}$ der Strom, der sich tatsächlich einstellt.

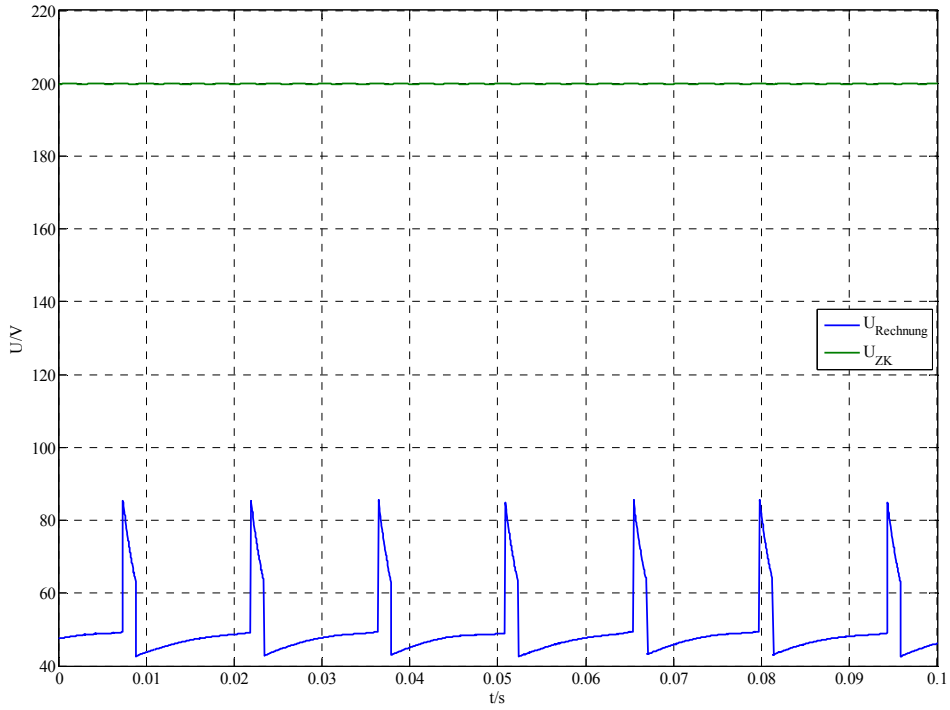


Bild 6.11: U_{ZK} und errechnete Spannung für n=30 min^{-1} und T=20 Nm

Das obige Bild 6.11 zeigt die am Umrichter eingestellte Zwischenkreisspannung und den benötigten Spannungsverlauf für die Entwicklung eines gleichförmigen Drehmoments.

Das nächste Bild 6.12 zeigt den Drehmoment- und Drehzahlverlauf beim betrachteten Betriebspunkt *1*.

In Bild 6.13 ist die Fourieranalyse des Drehmoments im Betriebspunkt 1 bei herkömmlicher Bestromung zu sehen.

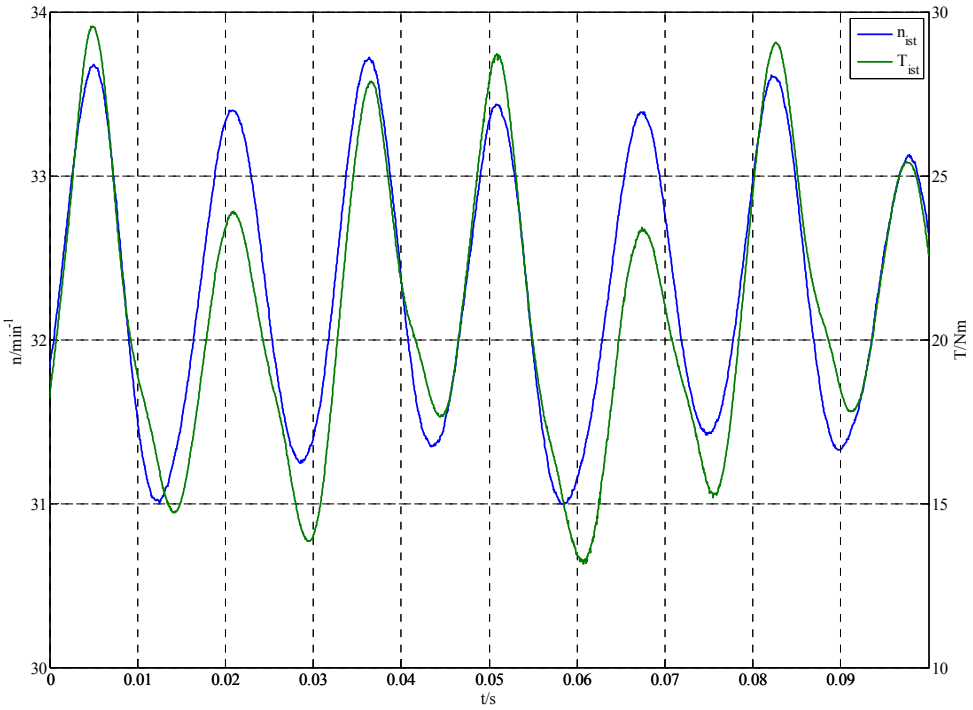


Bild 6.12: Drehmoment und Drehzahl bei herkömmlicher Bestromung

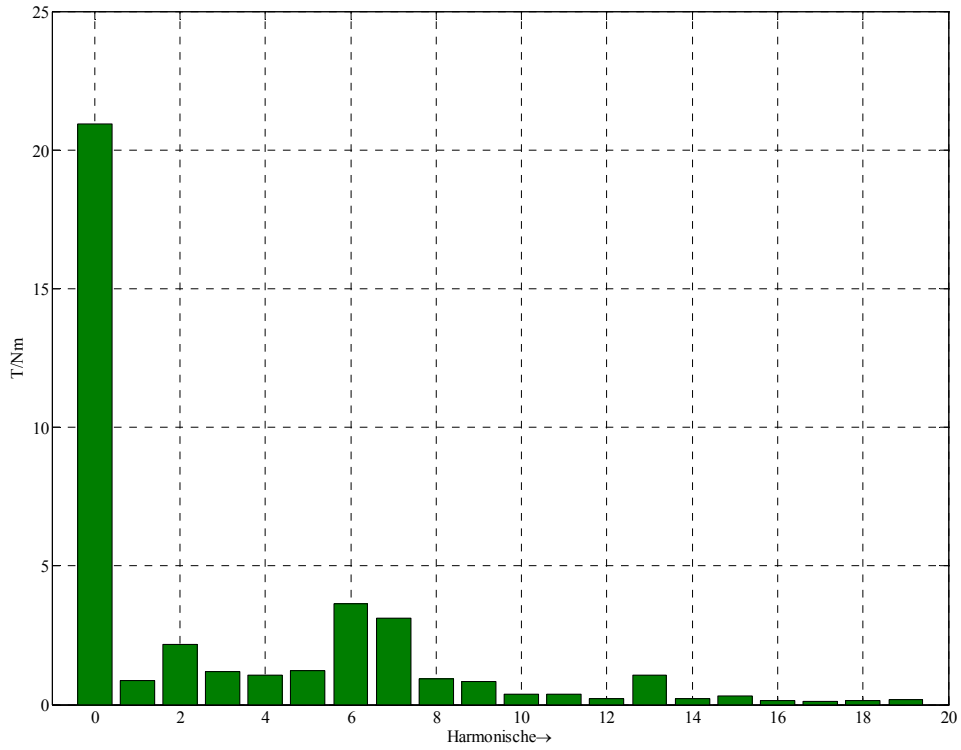


Bild 6.13: Fourieranalyse des Drehmoments aus Bild 6.12 mit f_1=10 Hz

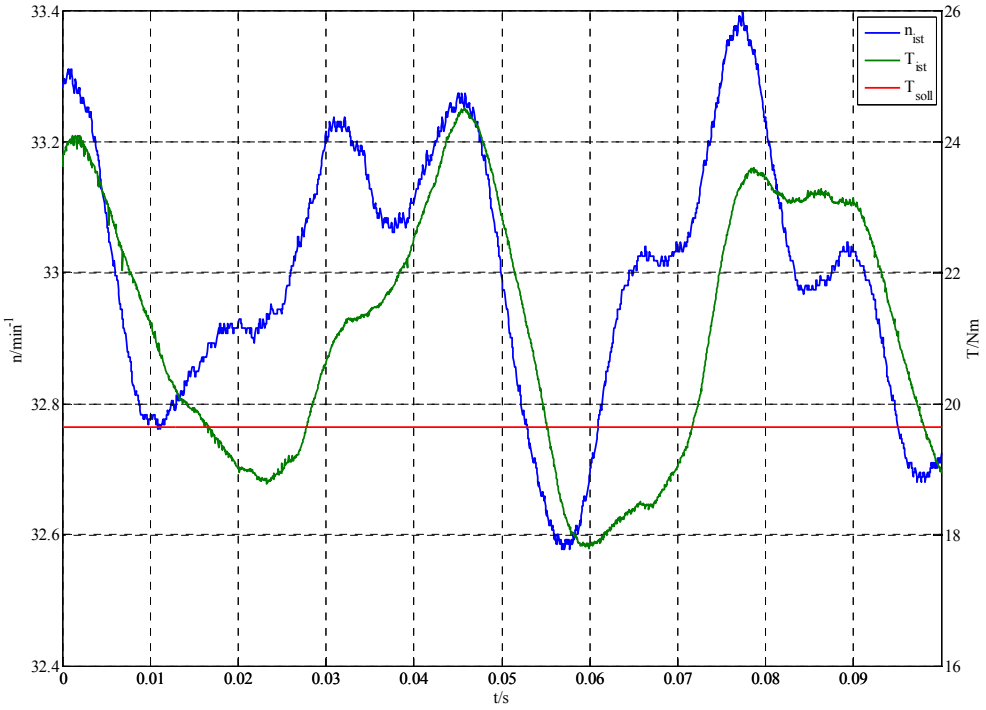


Bild 6.14: Drehmoment und Drehzahl bei verbesserter Bestromung

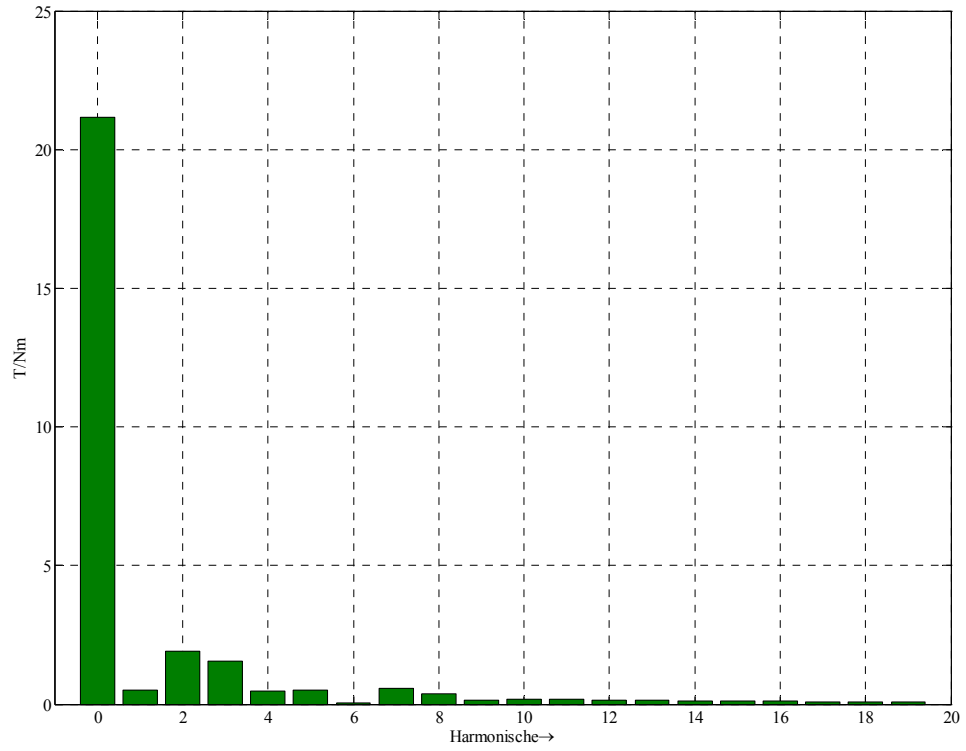


Bild 6.15: Fourieranalyse des Drehmoments aus Bild 6.14 mit f_1=10 Hz

Das Bild 6.14 zeigt wiederum den Drehzahl- und Drehmomentverlauf bei diesem Betriebspunkt allerdings mit der verbesserten Ansteuerung. Zusätzlich ist der Drehmoment-Sollwert eingetragen, der bei der verbesserten Ansteuerung als Parameter vorgeben wird.

Die Schwankung des Drehmoments um den Mittelwert der Messung ist auch plausibel. Die Ursachen dieser Schwankungen werden im nächsten Kapitel näher betrachtet. Der Mittelwert der grünen Kurve T_{ist} liegt über der der roten Kurve T_{soll}. Das liegt darin begründet, dass T_{soll} ein Wert ist, der durch den Anwender vorgegeben wird. Die Last ist mittels der Pendelmaschine nun vom Anwender einzustellen, weil hier eine Steuerung und keine Regelung implementiert ist.

Die Reduzierung der Schwankungen im Drehmoment durch die verbesserte Ansteuerung ist deutlich zu erkennen. Das macht sich auch in der Geräuschentwicklung bemerkbar. Der Motor läuft deutlich leiser als bei der Ansteuerung mit konstanter Spannung.

Das Bild 6.15 zeigt die Fourieranalyse des gleichen Betriebspunktes jedoch mit verbesserter Bestromung. Die Quantität der harmonische Frequenzen hat deutlich gegenüber Bild 6.13 abgenommen. Das ist durch die modulierte Zwischenkreisspannung erreicht worden.

6.3.2 Betriebspunkt 2

Bei diesem Betriebspunkt beträgt die Drehzahl weiterhin $n = 30\,min^{-1}$. Das Drehmoment hingegen wird auf $T = 40\,Nm$ erhöht.

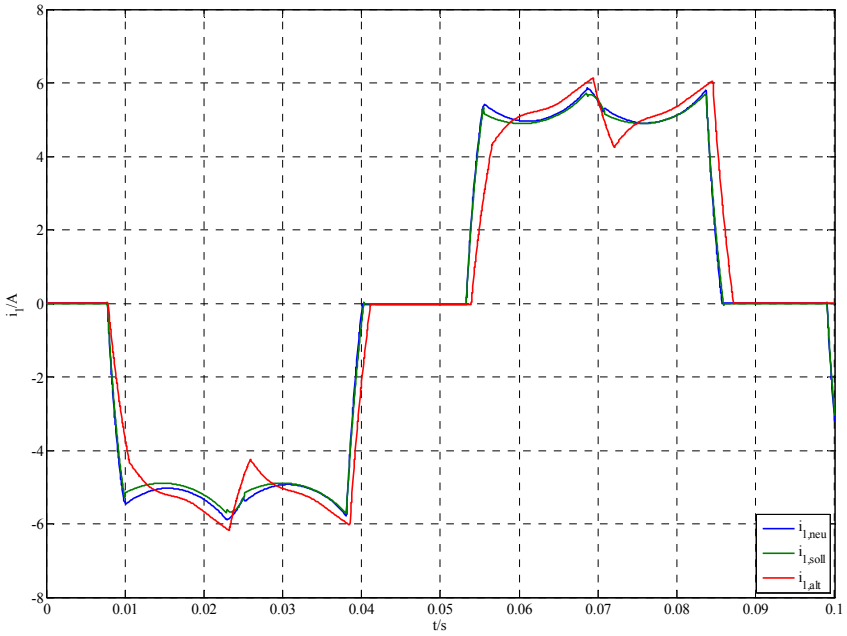


Bild 6.16: Stromverlauf bei n=30 min^{-1} und T=40 Nm im Strang 1

Bild 6.16 zeigt den Stromverlauf im Strang 1 beim Betriebspunkt 2. Wie zu erwarten, ist der Strom bei Erhöhung des Drehmoments angestiegen.

Das nächste Bild 6.17 zeigt die gestellte Zwischenkreisspannung U_{ZK} und die erforderliche Spannung U an den Lastklemmen des Umrichters. Bedingt durch den höheren Strom in diesem Betriebspunkt steigt auch die erforderliche Spannung.

Das übernächste Bild 6.18 zeigt den Drehzahl- und Drehmomentverlauf bei herkömmlicher Bestromung. In diesem Bild sind Drehmomentschwankungen von bis zu $22\,Nm$ feststellbar.

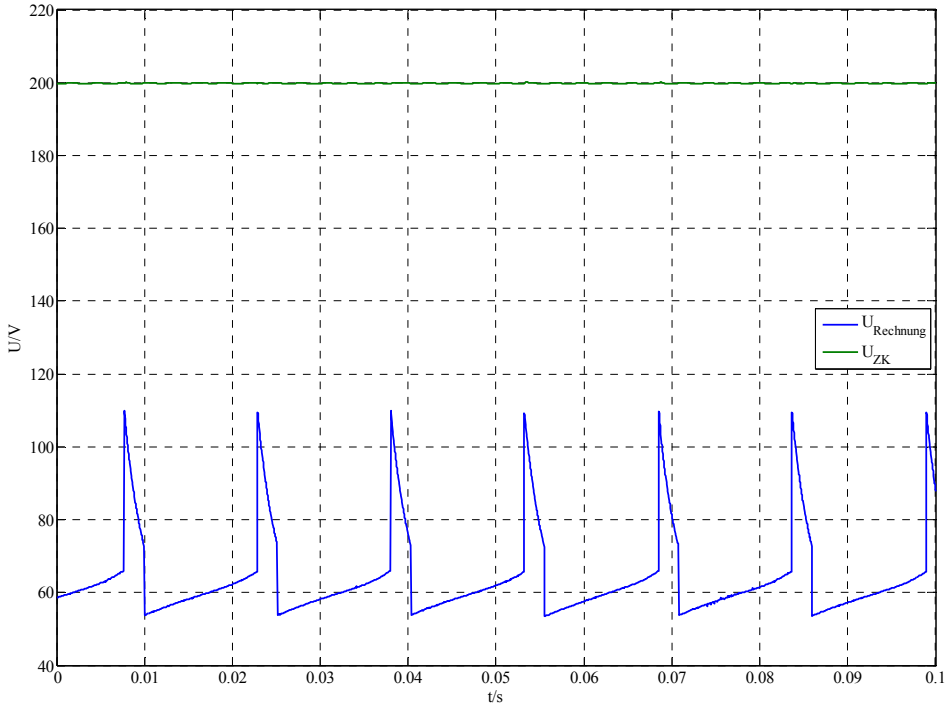


Bild 6.17: U_{ZK} und errechnete Spannung für n=30 min^{-1} und T=40 Nm

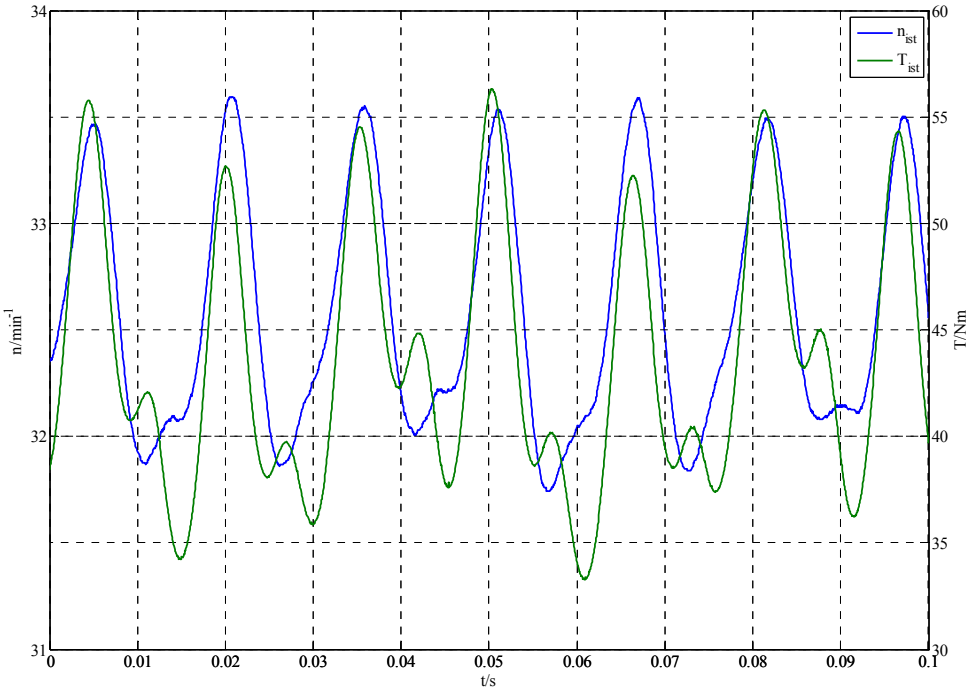


Bild 6.18: Drehmoment und Drehzahl bei herkömmlicher Bestromung

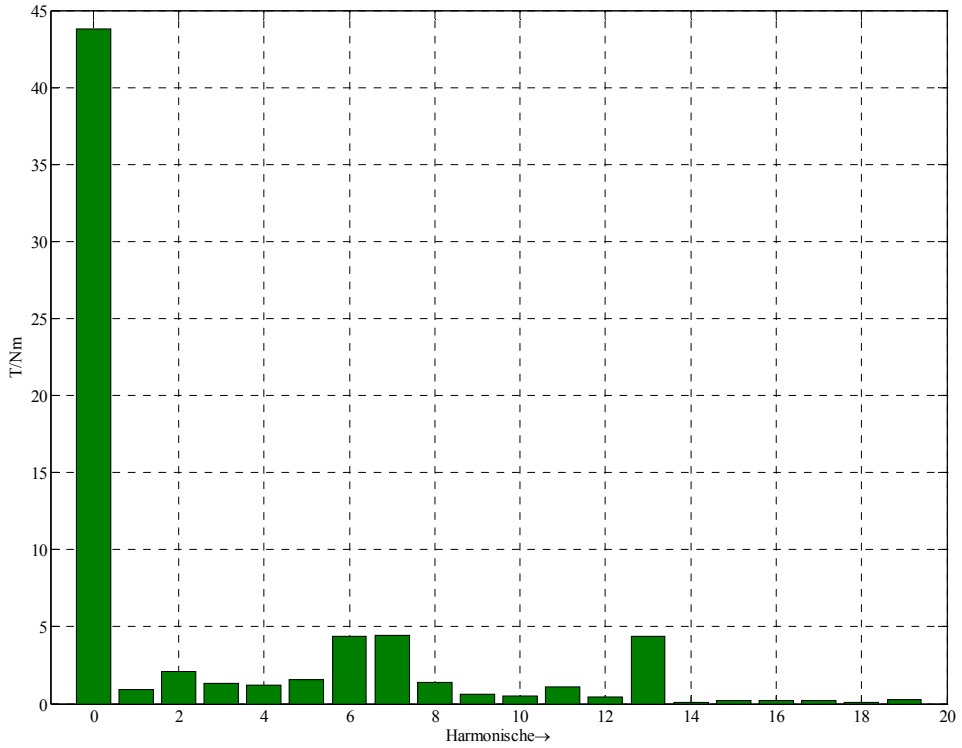


Bild 6.19: Fourieranalyse des Drehmoments aus Bild 6.18 mit f_1=10 Hz

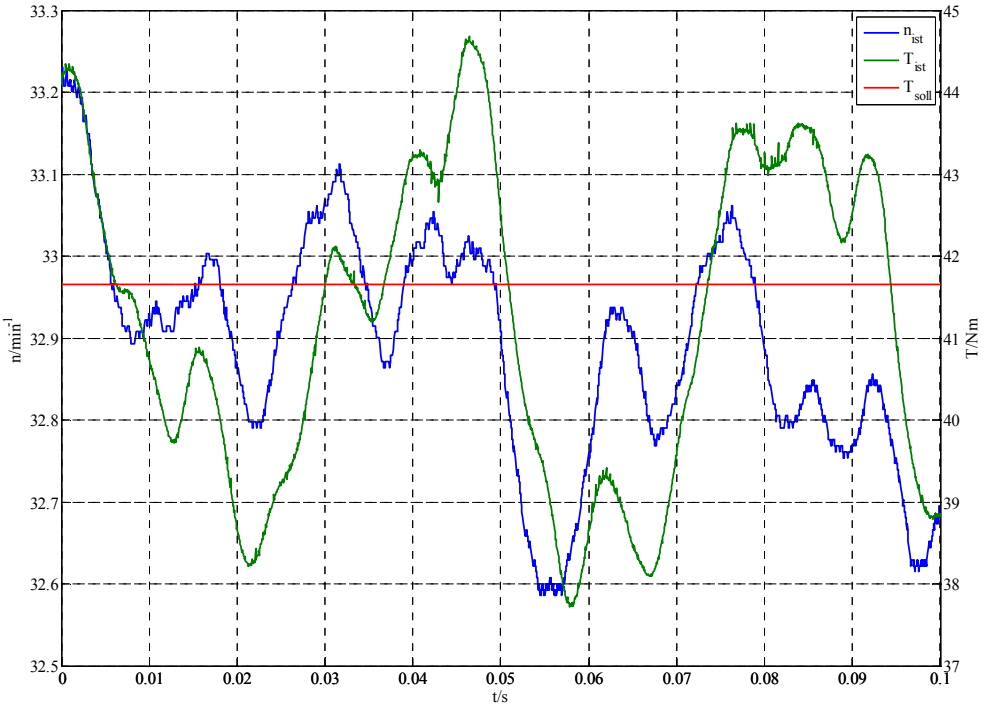


Bild 6.20: Drehmoment und Drehzahl bei verbesserter Bestromung

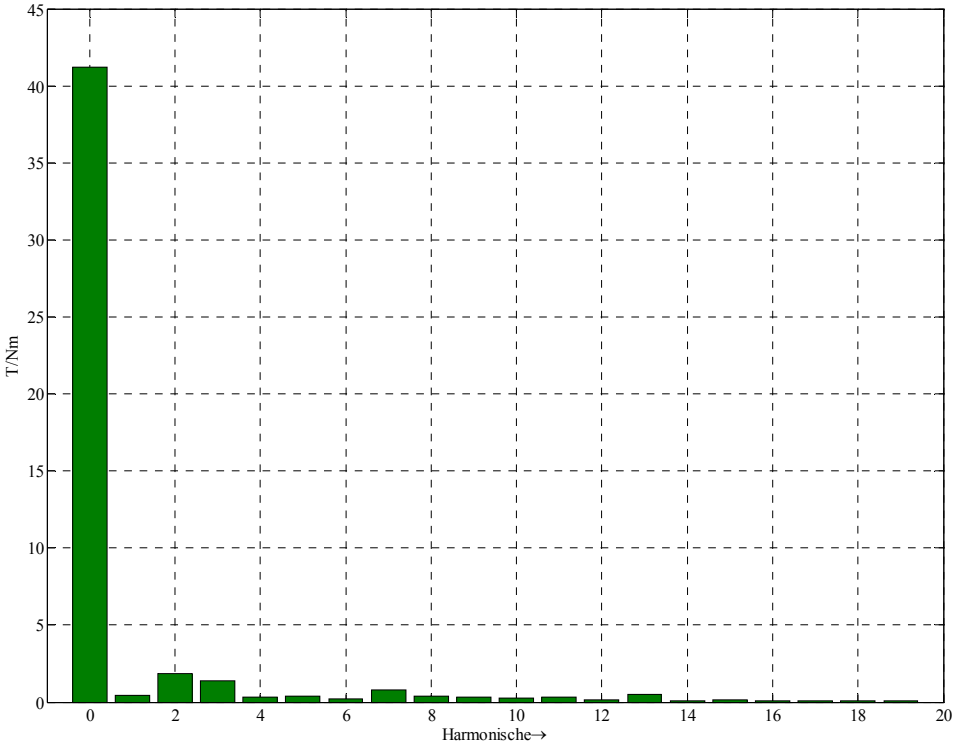


Bild 6.21: Fourieranalyse des Drehmoments aus Bild 6.20 mit f_1=10 Hz

Im Bild 6.20 ist mit Hilfe von Bild 6.21 eine deutliche Reduzierung der Drehmomentschwankungen zu erkennen. Die Schwankungen betragen ca. $8\,Nm$. Hier wird die Auswirkung der kontinuierlich angepassten Zwischenkreisspannung deutlich.

6.3.3 Betriebspunkt 3

In diesem Betriebspunkt ist die Drehzahl auf $n = 60\,min^{-1}$ erhöht. Das Drehmoment beträgt $T = 20\,Nm$. Das nächste Bild 6.22 zeigt den Stromverlauf in diesem Betriebspunkt bei beiden Ansteuerungsarten. Bei der Erhöhung der Drehzahl sinkt die Periodendauer für einen elektrischen Umlauf. Da sich die Drehzahl verdoppelt hat, halbiert sich die Periodendauer. Dieser Sachverhalt ist in Bild 6.22 zu sehen. Der Strom hat in etwa die gleiche Höhe wie in Bild 6.10, da in diesem Betriebspunkt das gleiche Drehmoment abverlangt wird wie im Betriebspunkt 1.

Bild 6.22: Stromverlauf bei n=60 min^{-1} und T=20 Nm im Strang 1

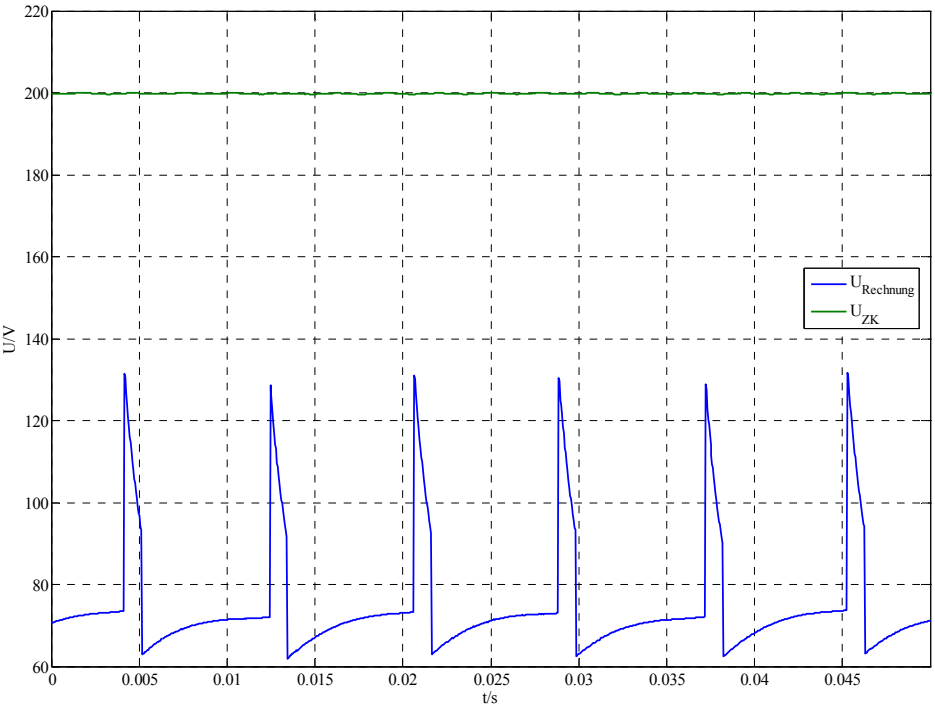


Bild 6.23: U_{ZK} und errechnete Spannung für n=60 min^{-1} und T=20 Nm

Bild 6.23 zeigt die erforderliche Spannung U und die gestellte Zwischenkreisspannung U_{ZK}. Die Spannung steigt wegen der höheren Drehzahl an. Es muss nun in kürzerer Zeit der gleiche Strom abgebaut werden wie im Betriebspunkt 1.

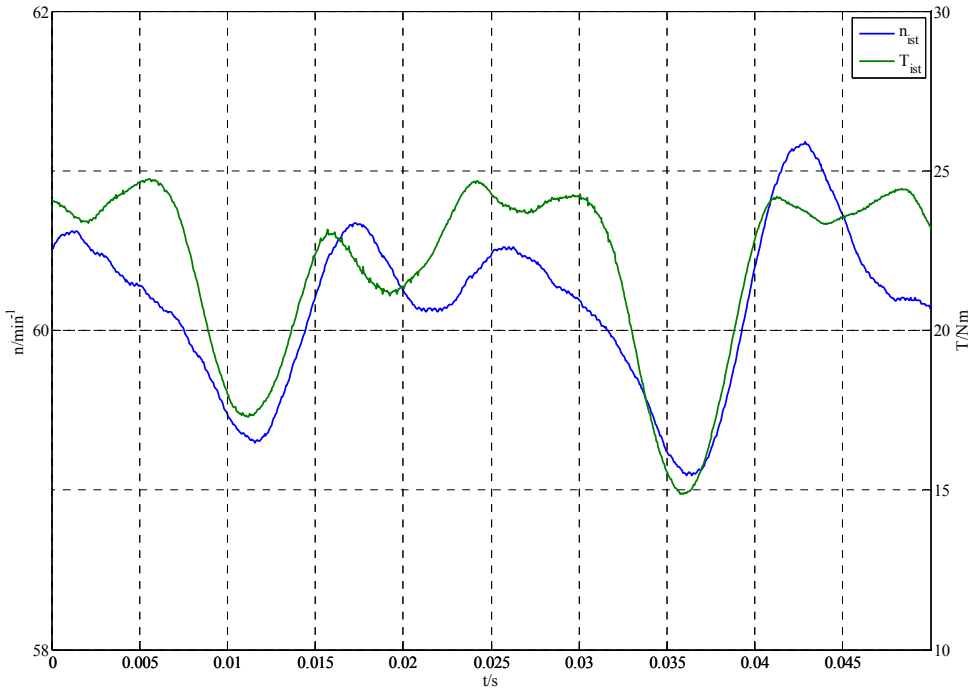


Bild 6.24: Drehmoment und Drehzahl bei herkömmlicher Bestromung

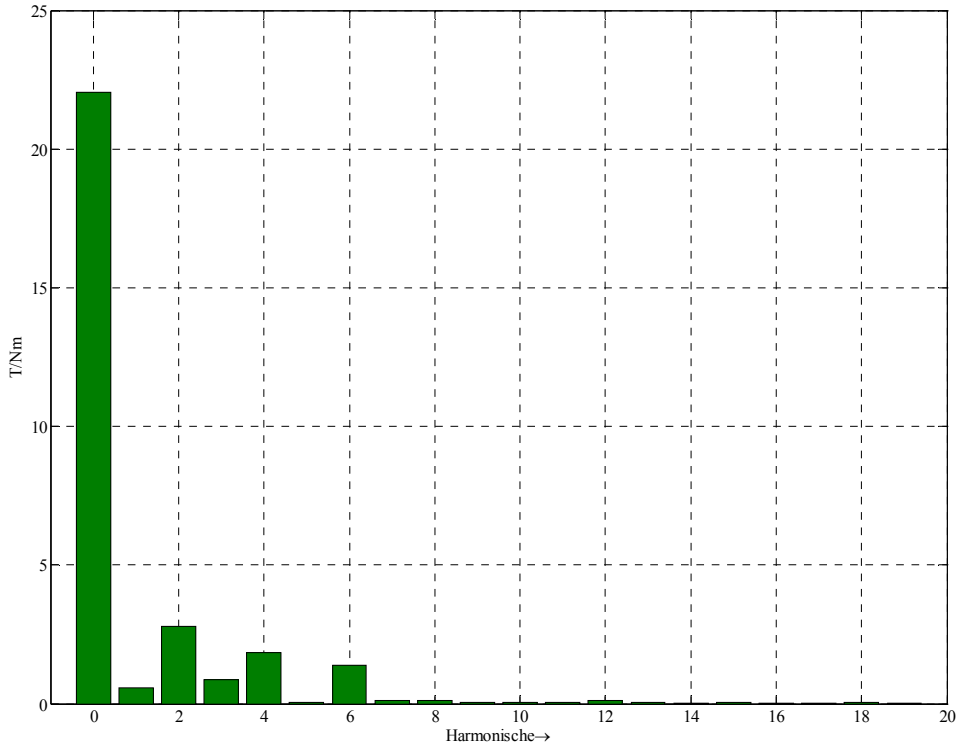


Bild 6.25: Fourieranalyse des Drehmoments aus Bild 6.24 mit f_1=20 Hz

Im Bild 6.24 ist der Drehzahl-Drehmomentverlauf und in Bild 6.25 die Fourieranalyse des Drehmoments bei herkömmlicher Bestromung zu sehen.

Im folgenden Bild 6.26 ist bei dieser Drehzahl offensichtlich keine Verbesserung in der Qualität des Drehmoments gegenüber Bild 6.24 eingetreten. Jedoch zeigt Bild 6.27 eine Verringerung der Oberschwingungsanteile im Drehmoment.

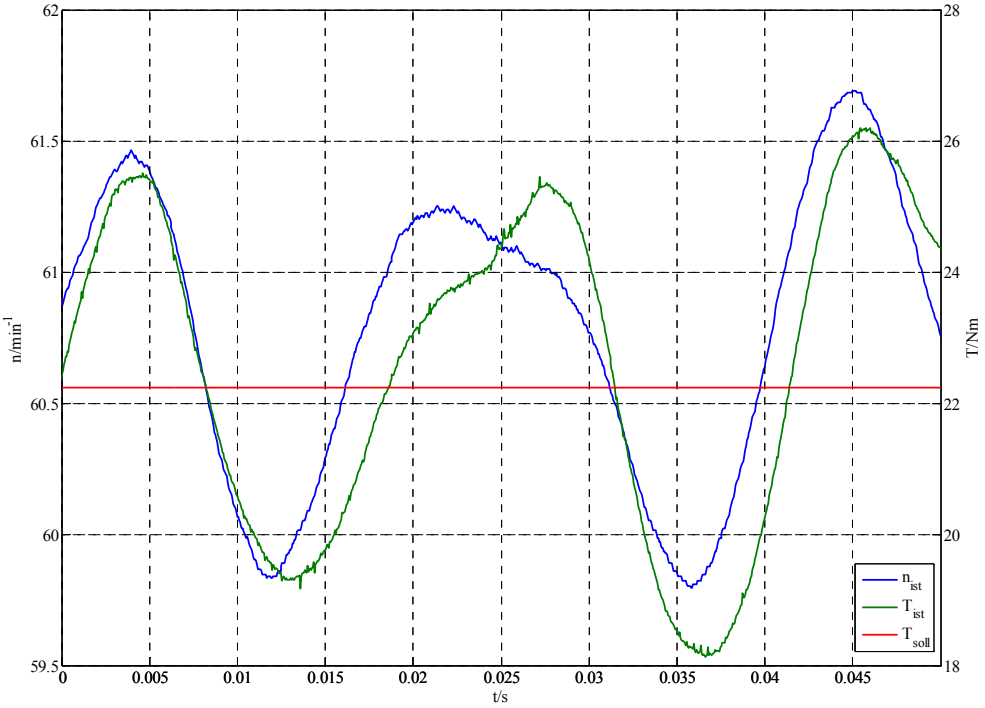


Bild 6.26: Drehmoment und Drehzahl bei verbesserter Bestromung

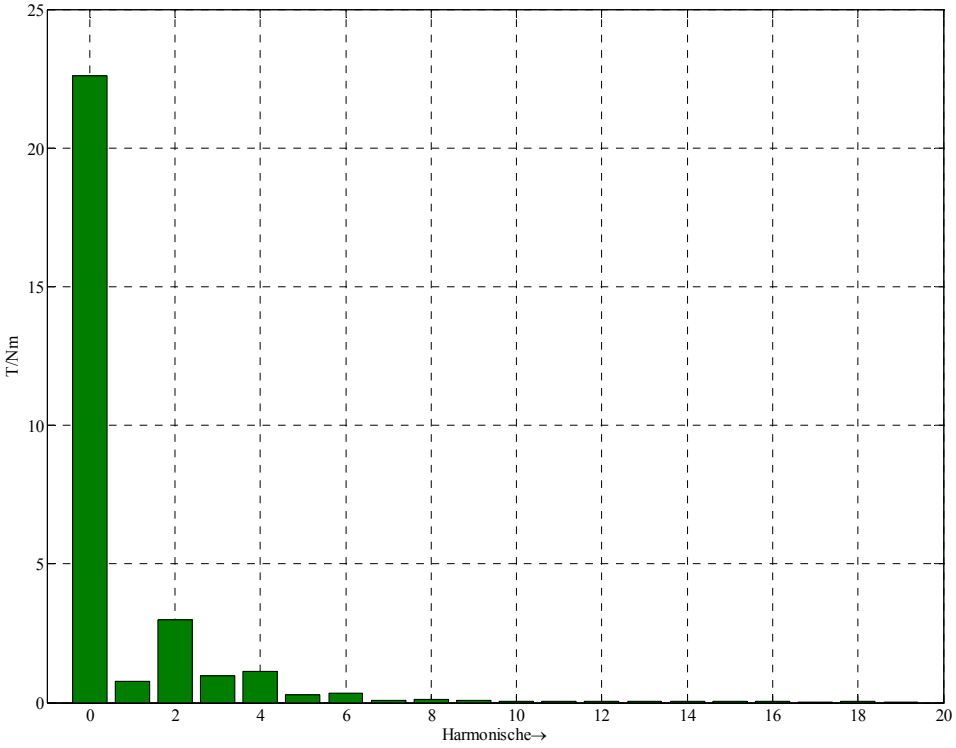


Bild 6.27: Fourieranalyse des Drehmoments aus Bild 6.26 mit f_1=20 Hz

6.3.4 Betriebspunkt 4

In diesem Betriebspunkt ist gegenüber dem Betriebspunkt 3 die Last auf 40 Nm erhöht. Der Strom ist, wie aus Bild 6.28 zu entnehmen, durch die erhöhte Last angestiegen.

In Bild 6.29 ist die gestellte Zwischenkreisspannung und erforderliche Spannung an den Lastklemmen für diesen Betriebspunkt zu sehen. Die Spannung ist gegenüber dem Betriebspunkt 3 angestiegen, da eine größere Last dem Motor abverlangt wird und somit auch ein höherer Strom notwendig ist.

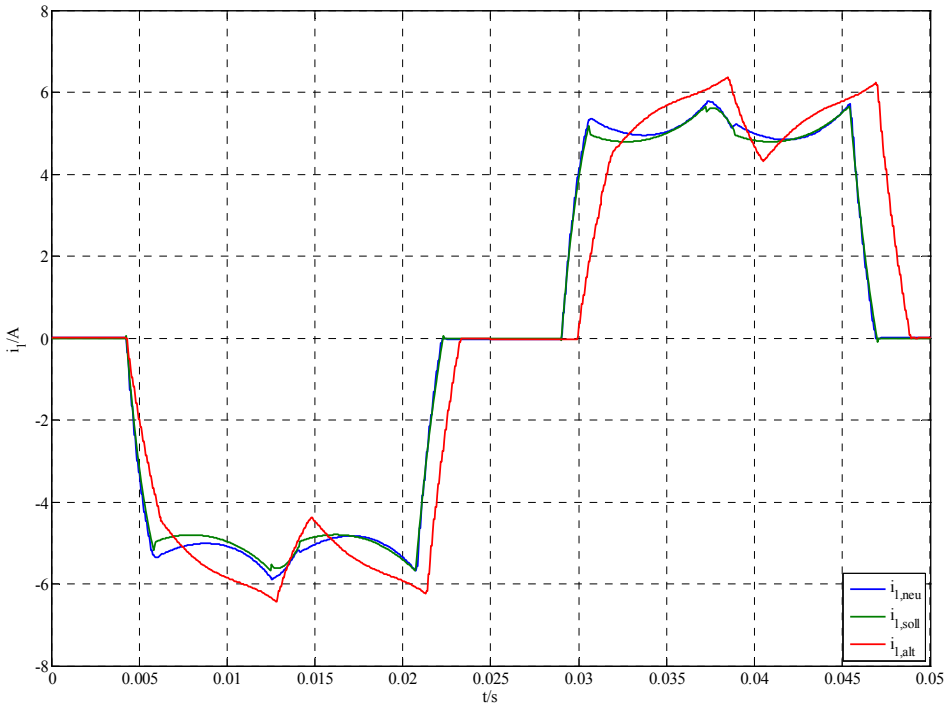


Bild 6.28: Stromverlauf bei n=60 min^{-1} und T=40 Nm im Strang 1

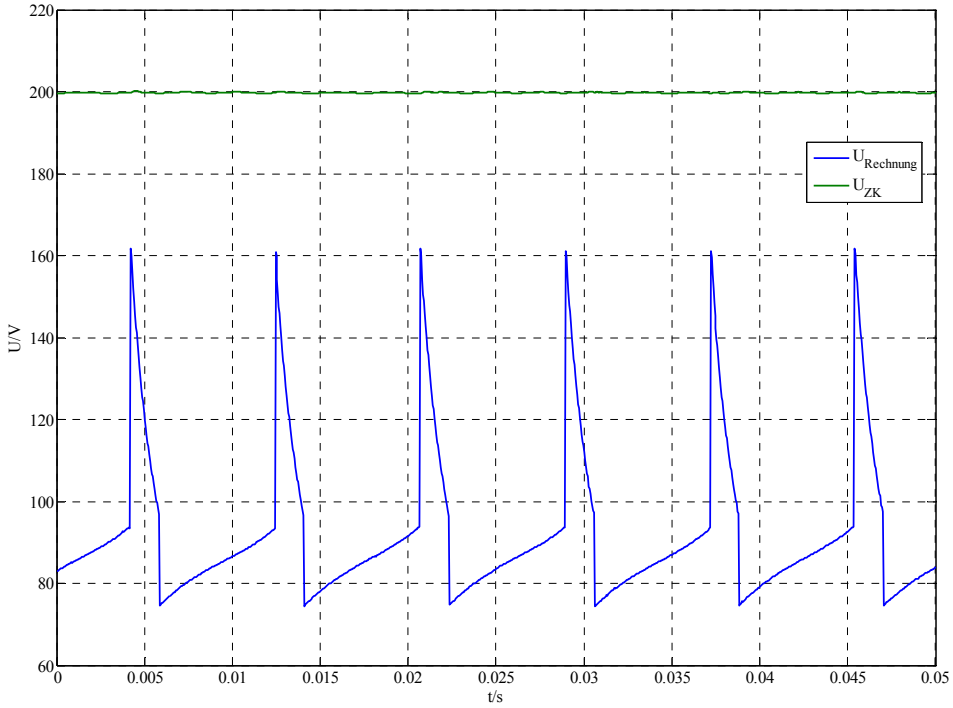


Bild 6.29: U_{ZK} und errechnete Spannung für n=60 min^{-1} und T=40 Nm

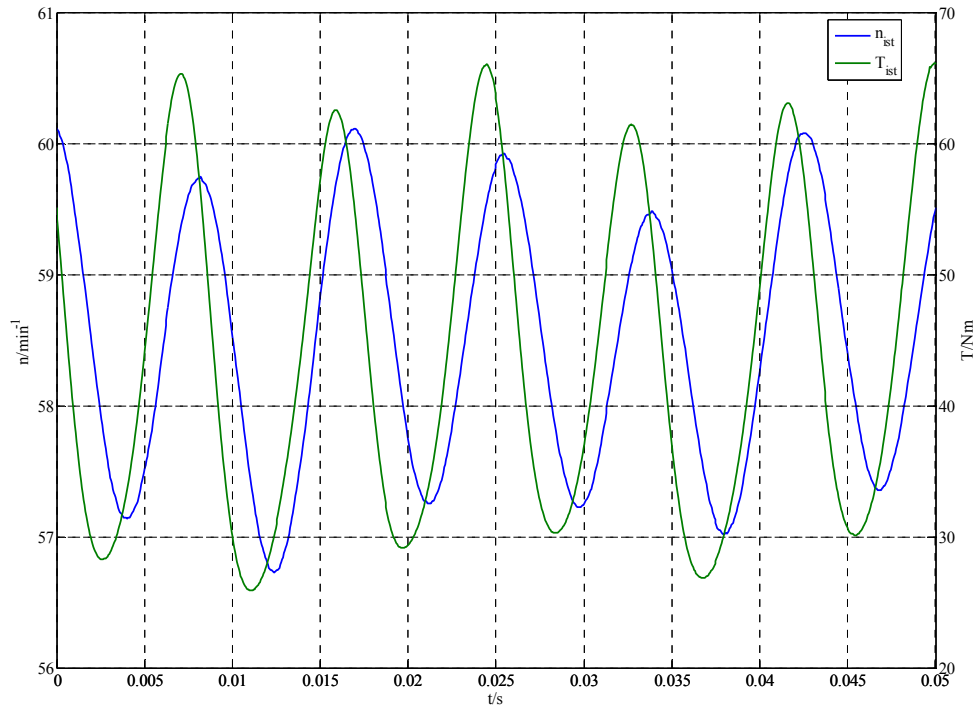


Bild 6.30: Drehmoment und Drehzahl bei herkömmlicher Bestromung

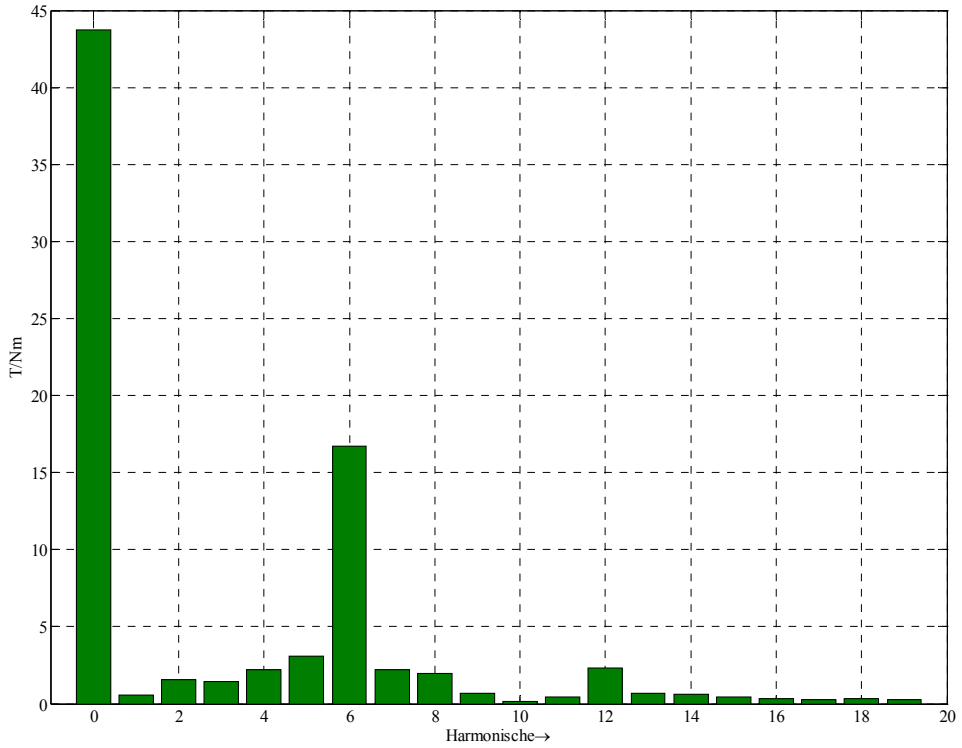


Bild 6.31: Fourieranalyse des Drehmoments aus Bild 6.30 mit f_1=20 Hz

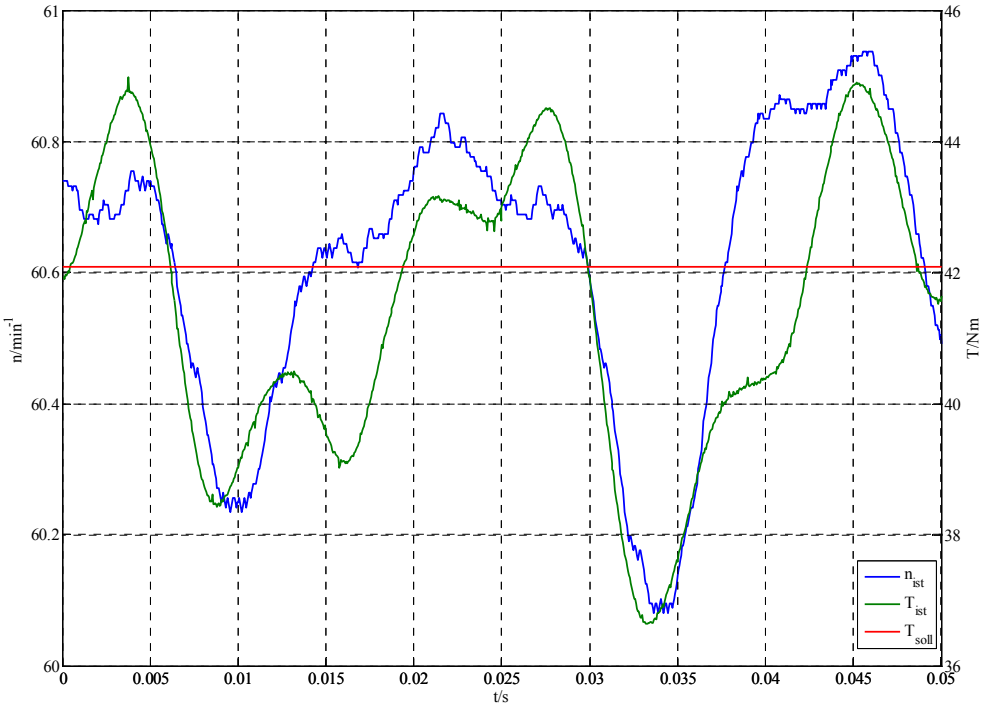


Bild 6.32: Drehmoment und Drehzahl bei verbesserter Bestromung

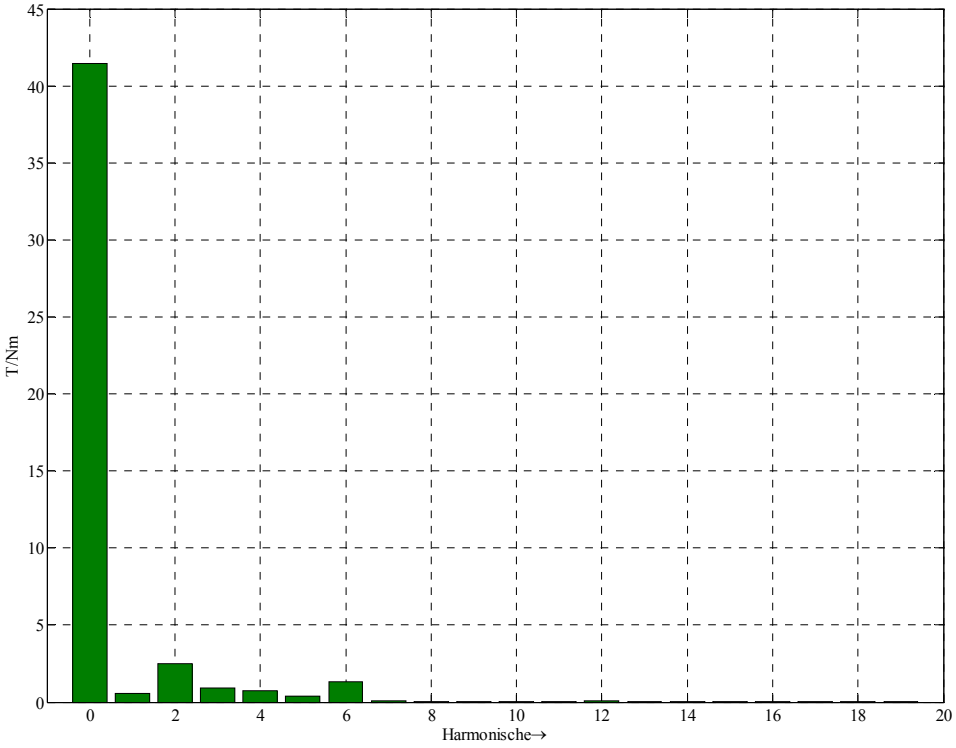


Bild 6.33: Fourieranalyse des Drehmoments aus Bild 6.32 mit f_1=20 Hz

Das Bild 6.30 und Bild 6.32 zeigen den Drehmoment- und Drehzahlverlauf bei herkömmlicher und verbesserter Ansteuerung. Während bei der herkömmlichen Ansteuerung Schwankungen im Drehmoment bis zu 41 Nm auftreten, so sind es bei der verbesserten Ansteuerung nur noch 18 Nm. Das Bild 6.33 zeigt gegenüber Bild 6.31 eine deutliche Verbesserung des Drehmoments. Der Oberschwingungsgehalt hat sehr stark im Vergleich zu Bild 6.31 abgenommen.

6.3.5 Betriebspunkt 5

In diesem Betriebspunkt ist die Drehzahl und das Drehmoment bewusst soweit erhöht, dass die berechnete Spannung U an den Lastklemmen des Umrichters in den Spitzenwerten größer ist als die gestellte Zwischenkreisspannung U_{ZK}.

In Bild 6.34 ist erkennbar, dass der blaue Stromverlauf im Kommutierungsintervall nicht mehr dem grünen Stromverlauf folgen kann. Das liegt an der fehlenden Zwischenkreisspannung. Aufgrund der hohen Drehzahl und der damit im rotierenden System gespeicherten Energie, wirkt sich diese Tatsache nicht negative auf die Qualität des Drehmo-

ments aus. Es ist weiterhin eine signifikante Verbesserung des Drehmoments gegenüber der herkömmlichen Ansteuerung feststellbar wie es in Bild 6.36 und Bild 6.38 der Fall ist.

In Bild 6.35 ist die Zwischenkreisspannung U_{ZK} und die errechnete Spannung U dargestellt. In den Kommutierungsphasen reicht nun die gestellte Zwischenkreisspannung nicht mehr aus um die erforderliche Spannung an den Lastklemmen zu liefern.

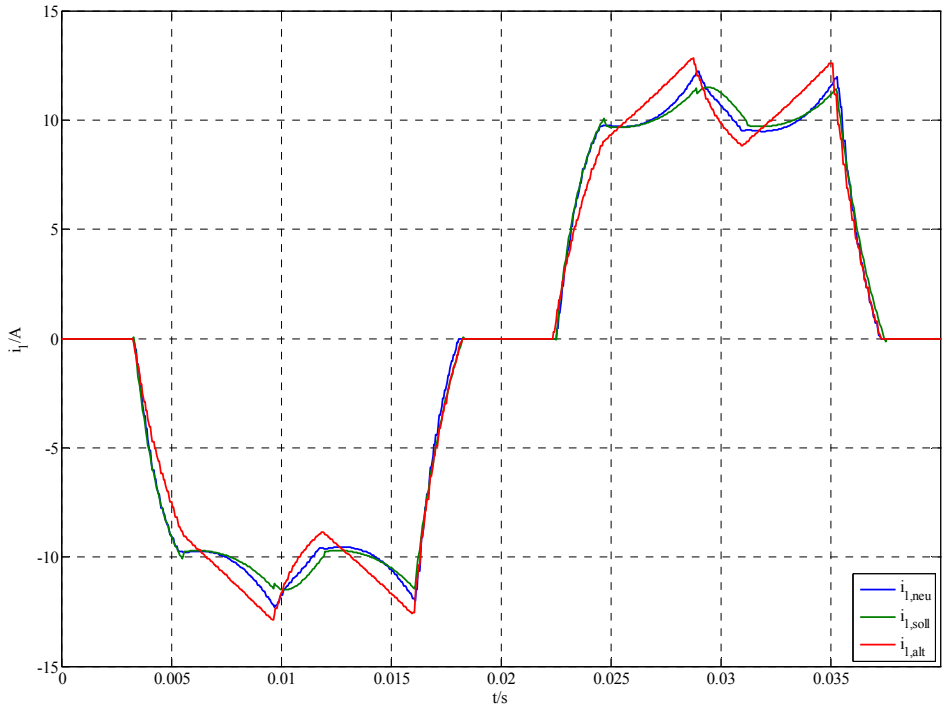


Bild 6.34: Stromverlauf bei n=80 min^{-1} und T=85 Nm im Strang 1

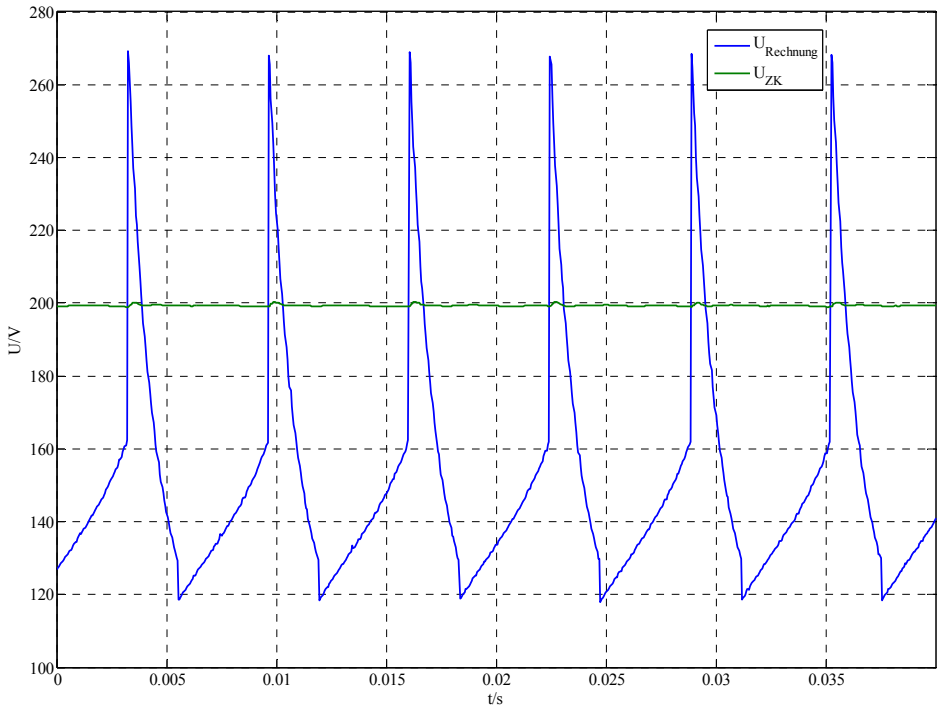


Bild 6.35: U_{ZK} und errechnete Spannung für n=80 min^{-1} und T=85 Nm

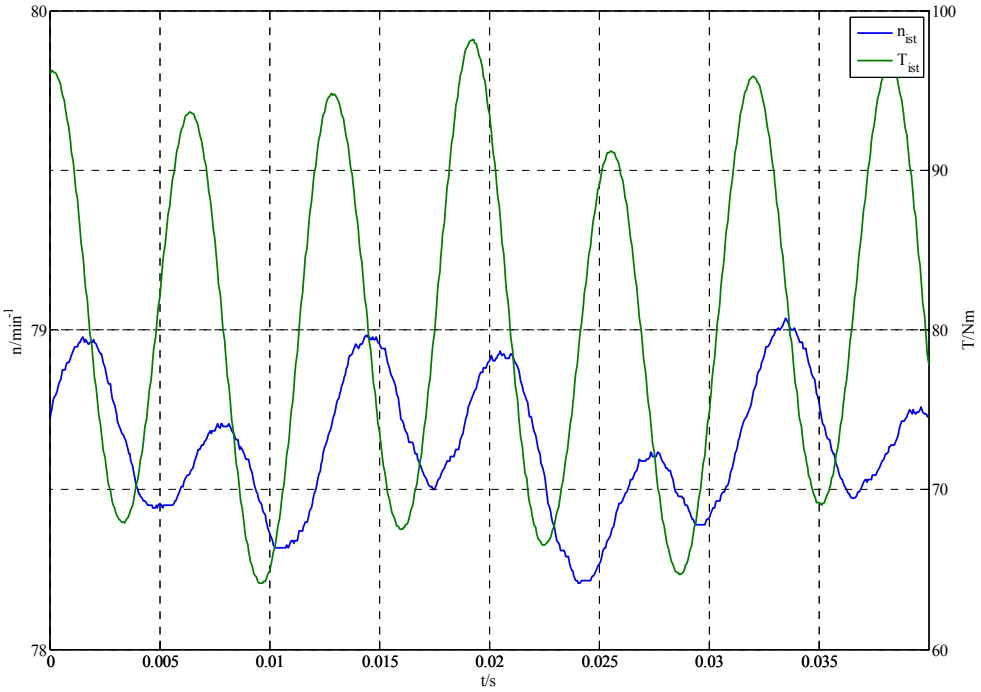


Bild 6.36: Drehmoment und Drehzahl bei herkömmlicher Bestromung

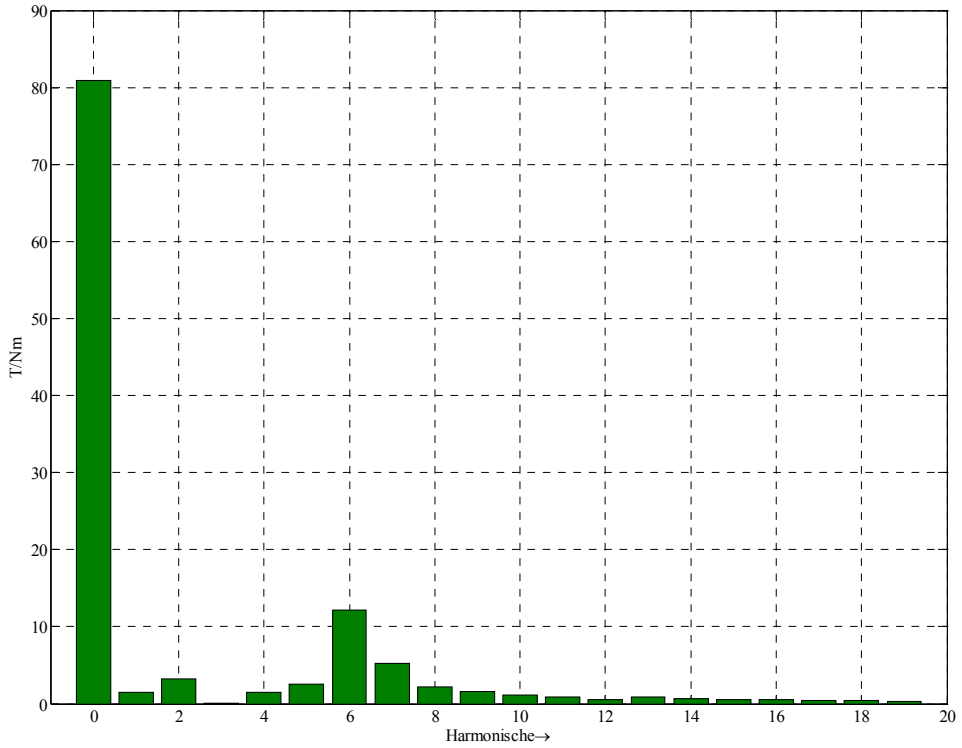


Bild 6.37: Fourieranalyse des Drehmoments aus Bild 6.36 mit f_1=25 Hz

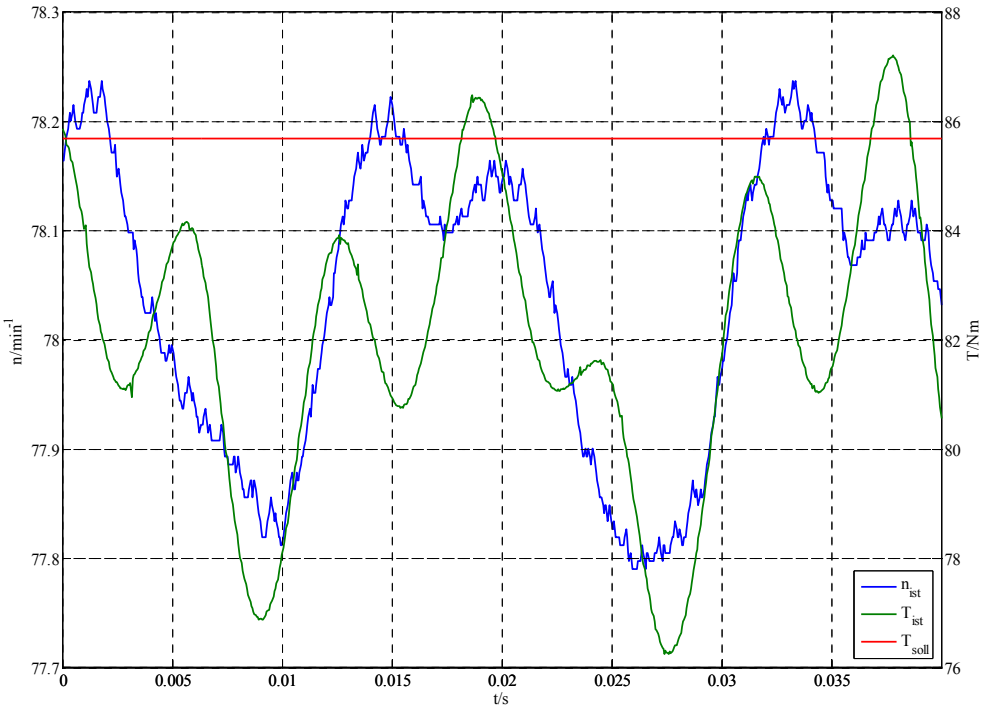


Bild 6.38: Drehmoment und Drehzahl bei verbesserter Bestromung

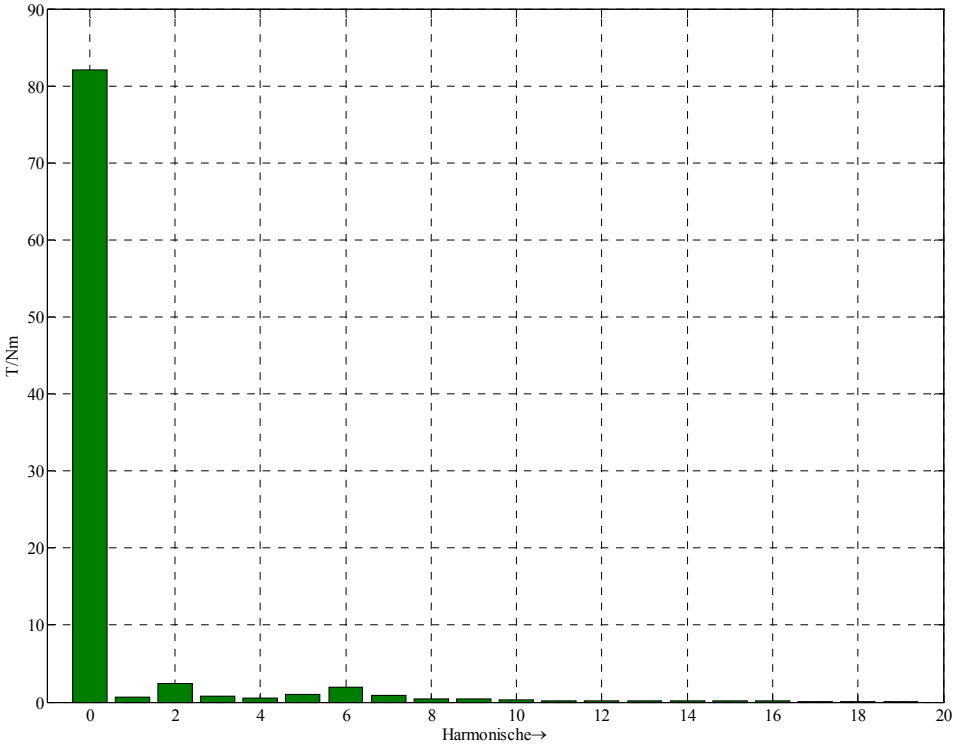


Bild 6.39: Fourieranalyse des Drehmoments aus Bild 6.38 mit f_1=25e Hz

Auch in diesem Betriebspunkt ist eine Verbesserung des Drehmoments deutlich zu sehen. Die Fourieranalyse in Bild 6.37und Bild 6.39 rechtfertigen diese Aussage.

6.4 Eigenfrequenz des Antriebsstranges

Um eine Bewertung der Messergebnisse in Kapitel 6.3 bezüglich eventueller Resonanzen durchführen zu können, benötigt man die dynamischen Eigenschaften des Antriebsstranges hinsichtlich rotatorischer Bewegungen und damit also die Kenntnis der Torsionseigenfrequenzen.

Der Antriebstrang besteht aus der Versuchsmaschine DS4, der Messwelle und der Gleichstrompendelmaschine, die über drehsteife Kupplungen miteinander verbunden sind (siehe auch Bild 6.8).

Bei Betrachtung der Kupplungs- und Wellendurchmesser des vorliegenden Antriebsstranges erscheint allein die Messwelle als mögliche Drehfeder für den tieferen Frequenzbereich in Frage zu kommen. Für die Ermittlung der tiefsten Eigenfrequenz dieses Systems ist die Kenntnis der Massenträgheitsmomente der einzelnen rotierenden Bauteile des Antriebsstranges sowie die Drehfeder-Konstante der Messwelle notwendig. Der Antriebsstrang wird damit als Zweimassen-Drehschwinger modelliert mit J_L als gesamte Drehmasse „links“ vom Messwellen-Torsionselement (Seite der Versuchsmaschine DS4) und J_R als gesamte Drehmasse „rechts“ vom Messwellen-Torsionselement (Seite der großen Gleichstrompendelmaschine). Da weiterhin aus [9] das Massenträgheitsmoment des gesamten Antriebsstranges J_{ges} bekannt ist, erhält man $J_R=J_{ges}-J_L$.

Die zu J_L gehörenden Teil-Massenträgheitsmomente und die Drehfeder-Konstante der Messwelle entnimmt man den Datenblättern und Konstruktionszeichnungen (CAD-Programmen).

Massenträgheitsmoment	Wert/$10^{-3}\ kg\ m^2$	Bemerkung
$J_{B,Rotor}$	23	
$J_{B,Kupplung}$	10,2081	
$J_{B,Rotorwelle\ innen}$	13,6118	
$J_{B,Magnetring}$	1,4743	
$J_{B,Kupplungsadapter}$	8,9678	
$J_{B,Geberflansch}$	0,7170	
$J_{B,Flansch\ Messwelle}$	3,4164	
$J_{B,Lagerring}$	1,524	
$J_{B,Messwelle}$	5,2	
J_{ges}	$2{,}398 \cdot 10^{+3}$	aus [9]
J_L	68,1741	
J_R	$2{,}3298259 \cdot 10^{+3}$	

Tabelle 6.2: Massenträgheitsmomente

Das für die Eigenfrequenz maßgebliche resultierende Massenträgheitsmoment J_{res} ist

$$J_{res} = \frac{J_L \cdot J_R}{J_L + J_R}. \tag{6.1}$$

Mit den vorliegenden Drehmassen nach Tabelle 6.2 erhält man

$$J_{res} = 66{,}236 \cdot 10^{-3}\ kg\ m^2. \tag{6.2}$$

Für die Berechnung ist des Weiteren die Drehfederkonstante der Messwelle notwendig. Sie ist beträgt

$$c_{Dreh} = 95493 \frac{Nm}{rad} \tag{6.3}$$

Zusammen mit der Drehfederkonstanten der Messwelle erhält man als tiefste Torsionseigenfrequenz des Wellenstranges

$$f_E = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c_{Dreh}}{J_{res}}} = 191\ Hz. \tag{6.4}$$

Die Eigenfrequenz ist bei der Beurteilung der Messergebisse aus Kapitel 6.3 zu berücksichtigen.

Um nun eine Aussage über Resonanzeffekte bei der Messung durchführen zu können, ist es sinnvoll die Frequenzen der Fourieranalyse in ein „Campell-Diagramm“ einzutragen. Aus diesem Diagramm ist ersichtlich, ob die Eigenfrequenz des Antriebsstranges angeregt wird.

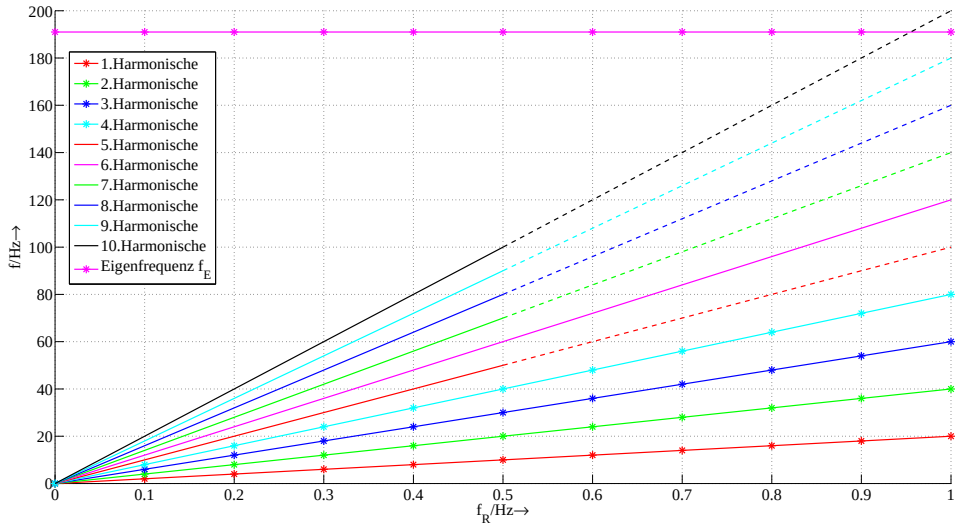


Bild 6.40: Campell-Diagramm bei herkömmlicher Bestromung T=20 Nm

Das Campell-Diagramm in Bild 6.40 zeigt die Frequenzen, die im jeweiligen Betriebspunkt vorkommen. Mit f_R ist die Rotationsfrequenz bezeichnet, f_i sind die Frequenzen der Harmonischen des Drehmoments. Für die in dieser Arbeit verwendeten Betriebspunkte ergibt das für $n = 30\,min^{-1}$ eine Frequenz von $f_R = 0{,}5Hz$ und bei einer Drehzahl von $n = 60min^{-1}$ eine Frequenz von $f_R = 1Hz$. Diese ist aus den Fourieranalysen ablesbar.

Die gestrichelten Linien bedeuten, dass die Frequenz nicht mehr auftritt. Dagegen bedeuten die durchgezogenen Linien, dass die Frequenz vorhanden ist. Die Markerpunkte auf den Linien dienen der besseren Unterscheidung der Harmonischen. Sie stellen keinen aufgenommenen Messpunkt da. Lediglich bei $f_R = 0{,}5Hz$ und $f_R = 1\,Hz$ sind es Messpunkte. In den *Campell-Diagrammen* in Bild 6.40, Bild 6.41,Bild 6.42 und Bild 6.43 ist die Eigenfrequenz f_E eingetragen. Daher ist aus Bild 6.40 ersichtlich, dass die Eigenfrequenz der Antriebswelle nicht angeregt wird. Das gilt auch für das Campell-Diagramm in Bild 6.41 mit der verbesserten Bestromung.

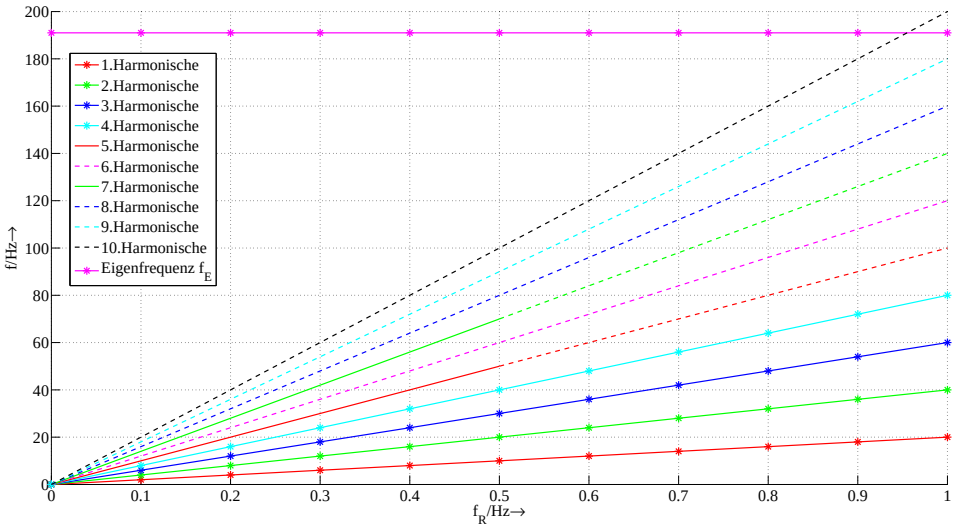


Bild 6.41: Campell-Diagramm bei verbesserter Bestromung T=20 Nm

Die nächsten beiden Bilder zeigen den Sachverhalt für die Betriebspunkte *2* und *4*. Hier beträgt die Last $T = 40\ Nm$.

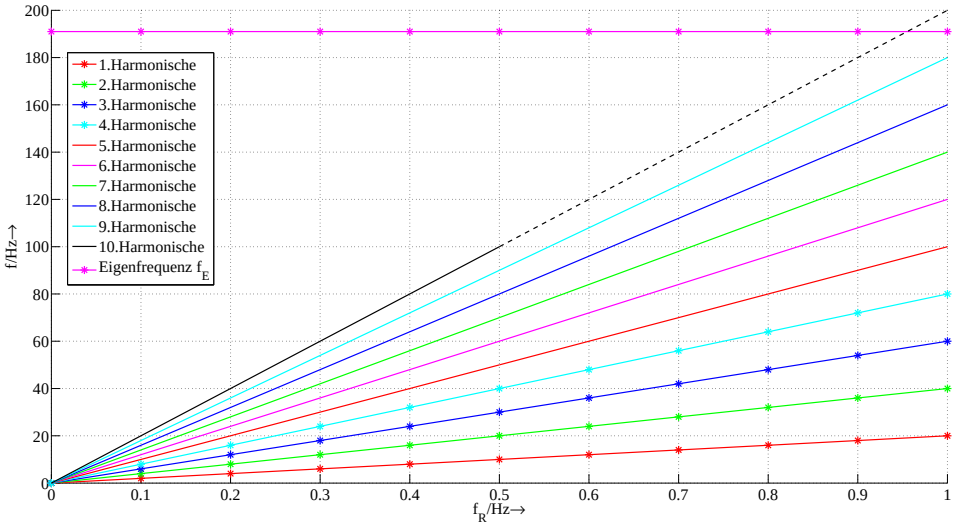


Bild 6.42: Campell-Diagramm bei herkömmlicher Bestromung T=40 Nm

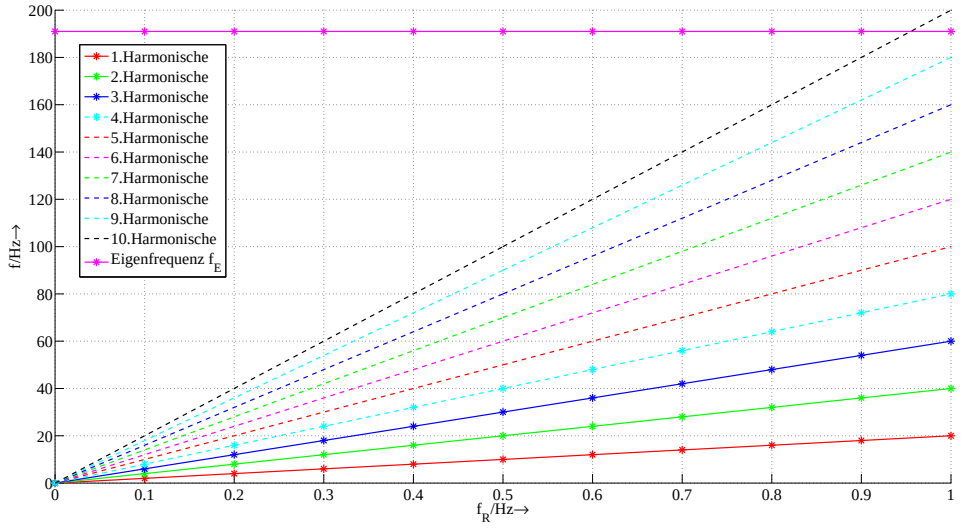


Bild 6.43: Campell-Diagramm bei verbesserter Bestromung T=40 Nm

In Bild 6.42 und Bild 6.43 sind die gleichen Aussagen zutreffend wie für Bild 6.40 und Bild 6.41. Auch hier wird die Eigenfrequenz des Antriebsstrangs nicht angeregt.

Die Drehmomentschwankungen liegen nicht in der Eigenfrequenz des Antriebsstrangs begründet. Die Ursache dafür sind das Auftreten von Rast- und Pendelmomenten. Diese Thematik wird in den zwei folgenden Kapiteln erläutert.

6.5 Rastmomente - Reluktanzmomente

Rastmomente entstehen hier durch Wechselwirkung der Magnetkanten mit den Eisenkanten der Nut. Es handelt sich um Reluktanzmomente. Untersuchungen, die mit freundlicher Unterstützung vom *Institut für Elektrische Maschine und Antriebe (IMAB)* der *TU-Braunschweig* durchgeführt worden sind, haben ergeben, dass die Versuchsmaschine in vier Elementarmaschinen zerlegt werden kann.

Die Untersuchungen zeigen, dass bei einer Bewegung des Rotors um eine Polteilung drei Rastpositionen auftreten können, bei 40 Polen während einer Umdrehung sind somit 120 Rastungen möglich. Die Reluktanzmomente liefern eine Beitrag in der Größenordnung von 2...4% zur Drehmomentschwankung. Wird die Anzahl der Rastungen nun auf die Frequenz der Fourieranalyse des Drehmoments umgerechnet, so ist die Drehzahl n erforderlich. Für den 1. Betriebspunkt ergibt sich somit eine Frequenz von $f = 60Hz$ bei einer Drehzahl von $n = 30min^{-1}$. Diese Frequenz ist in Bild 6.13 in der 6. Harmonischen

wiederzufinden. Bei den anderen Betriebspunkten ist das Rastmoment ebenfalls festzustellen.

6.6 Pendelmomente

Pendelmomente treten infolge der nicht sinusförmigen Speisung der Maschine auf. Diese entstehen durch die Interaktion der Induktionswelle mit den Felderregerkurven der Stromoberschwingungen.

Bei der Betrachtung der Felderregerkurve der Grundschwingung und der Induktionswelle zeigen die Berechnungen des *IMAB* deutlich, dass innerhalb des Entwicklungsintervalls der Elementarmaschine nur die 5. Harmonische der Felderregerkurve einen Beitrag zum Drehmoment leistet (Arbeitswelle). Alle anderen Harmonischen finden keine passende Induktionswelle, mit der sie ein Drehmoment bilden könnten. Hier erhält man keine Vielfache aus dem Verhältnis von Harmonischer zur Polteilung einer Elementarmaschine. Bei sinusförmiger Speisung und ohne Reluktanzeffekte müsste die Maschine also sehr ruhig laufen.

Beim Zusammenspiel von Stromoberschwingungen und Induktion ergeben sich auch Drehmomentbeiträge. Die Induktionswelle läuft mit der Geschwindigkeit des Rotors. Die Stromoberschwingungen der Ordnung ν haben Wellenspektren der Felderregerkurve zur Folge, die wiederum aus der Grundwelle und den wicklungsbedingten Harmonischen bestehen, die jedoch mit ν-facher Geschwindigkeit umlaufen. Hier kann auch nur die 5. Harmonische einen Beitrag liefern, wie die Berechnungen von *IMAB* belegen. Da aber die Stromoberschwingungswelle mit einer Vielfachen gegenüber der Induktionswelle läuft, liefert sie mal einen positiven und mal einen negativen Beitrag zum Drehmoment. Sie liefern also eine Pendelmoment. Der Drehmomentbeitrag mit der Induktionswelle des Rotors sind Pendelmomente $(\nu - 1)ter$ Ordnung, die den wesentlichen Anteil der beobachteten Pendelmomente (bis zu 12%) ausmachen.

6.7 Unterschiede Simulation/Messung

In der Messung sind andere Stromverläufe zu sehen als in der Simulation. Die Simulation ist mit festen Zeitschritten durchgeführt worden.

Läuft das in Kapitel 6.1 beschriebene Modell auf dem dSpace-Board, so benötigt dSpace eine s. g. *Turn Around Time* von $22\mu s$. Das ist die Zeit, die dSpace benötigt, um einmal durch die Applikation zu laufen. Diese Zeit ist auch gleichzeitig die kleinste Schrittweite, mit der die Applikation auf dem dSpace-Board laufen kann. In der Simulation ist eine feste Schrittweite von $1\mu s$ gewählt worden, die unter $22\mu s$ liegt. Somit entstehen Unterschiede in der Simulation und in der Berechnung auf dem dSpace-Board. Für das Laufen der Applikation auf dem dSpace-Board ist eine Sample Time von $50\mu s$ gewählt worden. Darin ist ein Sicherheitszuschlag vom Faktor 2 enthalten. Das Bild 6.44 und Bild 6.45 zeigen den Strom-, Moment- und Spannungsverlauf der Simulation mit einer Schrittweite von $50\mu s$.

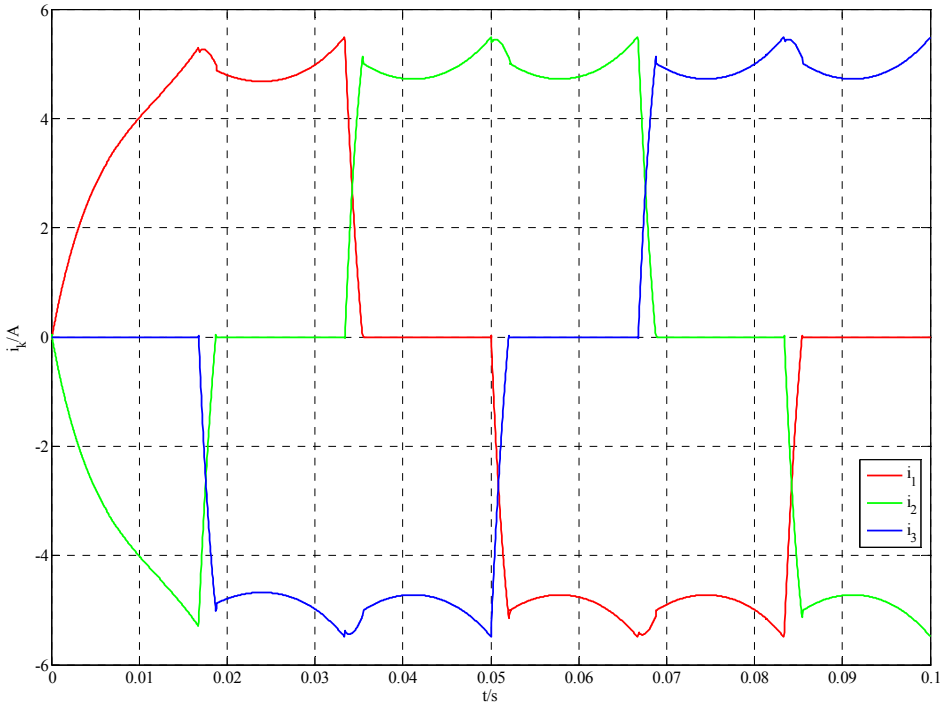


Bild 6.44: Simulierter Stromverlauf bei n=30 min^{-1}, T= 40 Nm und fester Schrittweite

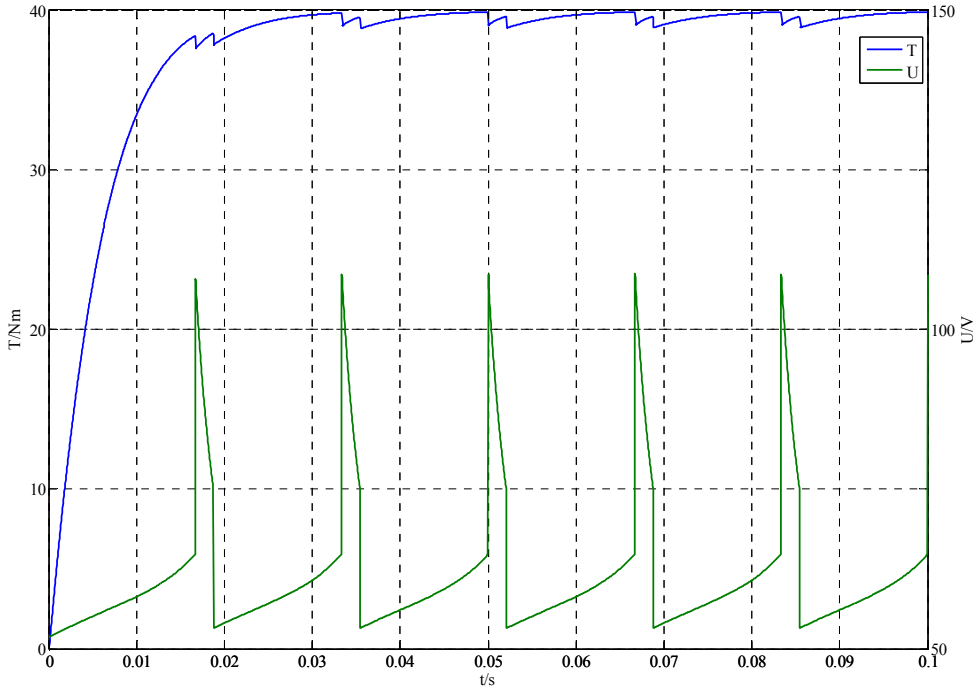


Bild 6.45: Simulierter Drehmoment- und Spannungsverlauf bei n=30 min^{-1} und fester Schrittweite

Die Abweichungen im Drehmoment sind hier nicht relevant. Da das Rastmoment der Maschine das Drehmoment überlagert, hat der Einbruch im Drehmomentverlauf in Bild 6.45 keine Auswirkungen.

Es zeigen sich demnach die gleichen Strom- und Momentverläufe in der Simulation sowie in der Messung.

6.8 Einfluss der Zwischenkreisspannung auf das Drehmoment

In der Simulation sind die Maxima in der erforderlichen Spannung zu erkennen. Dort befinden sich die Kommutierungsintervalle. Fällt die Spannung bis ungefähr auf die Hälfte des maximalen Wertes der benötigten Spannung in diesem Bereich ab, so hat das nur geringen Einfluss auf das Drehmoment. Der Stromverlauf kann zwar im Kommutierungsintervall nicht mehr optimal zur Drehmomententwicklung beitragen, aber das ist nicht gravierend.

Wird weiterhin die Zwischenkreisspannung abgesenkt, so hat das einen nennenswerten Einfluss auf das Drehmoment und auf die Geräuschentwicklung des Antriebes. Es stellen sich wieder die Strom- und Momentverläufe ein, wie sie ohne verbesserte Ansteuerung zu

sehen waren. Des Weiteren kann das gewünschte Moment vom Motor nicht mehr aufgebracht werden.

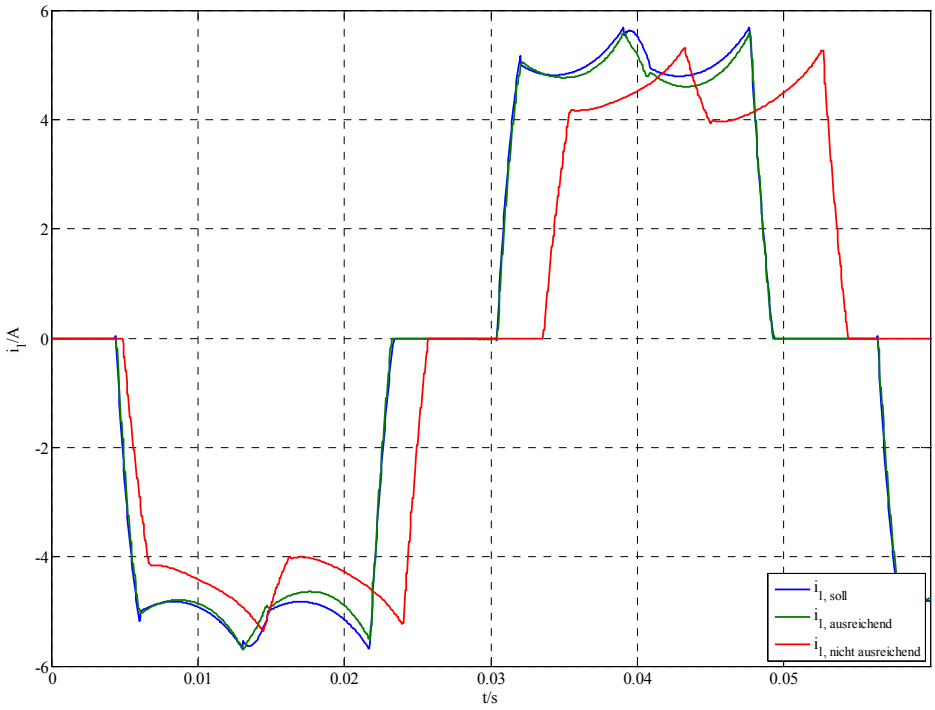


Bild 6.46: Betriebspunkt 4, Ströme

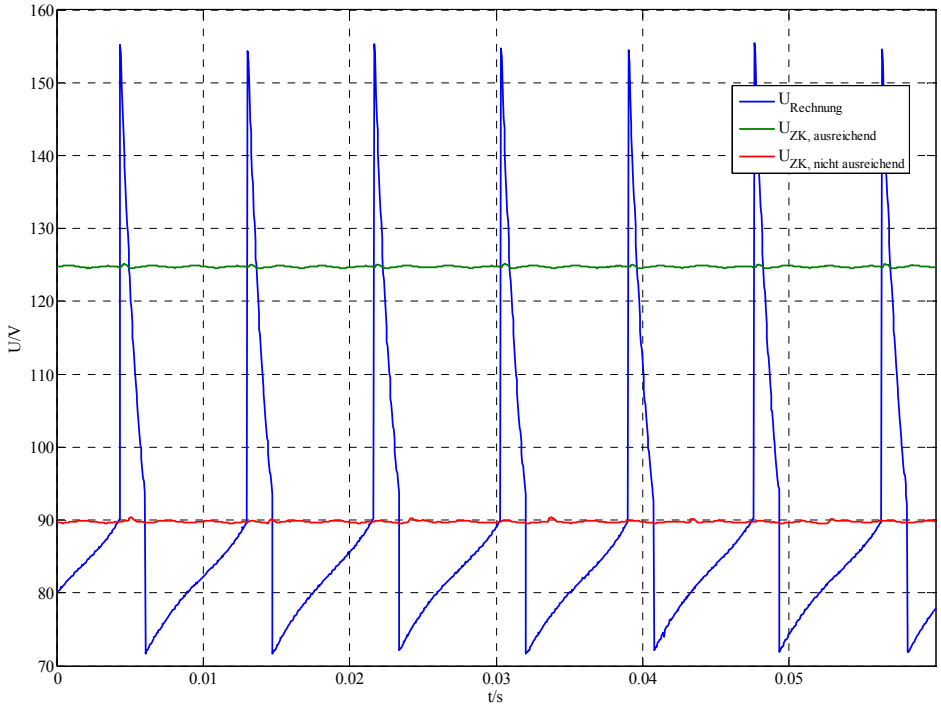


Bild 6.47: Betriebspunkt 4, Spannungen

Wie in dem Bild 6.46 und Bild 6.47 zu sehen ist, reicht die gestellte U_{ZK} nicht mehr aus um den geforderten Stromverlauf zu erreichen. In Bild 6.46 ist auch eine Abnahme der Drehzahl zu erkennen.

Im nächsten Bild 6.48 ist der Drehzahl- und Drehmomentverlauf bei den unterschiedlichen Zwischenkreisspannungen zu sehen. Das Bild zeigt deutlich, dass sich die Drehzahl bei sinkender Zwischenkreisspannung vermindert hat. Des Weiteren hat auch die Qualität des Drehmoments abgenommen, das sich auch an einer zunehmenden Geräuschentwicklung bemerkbar macht.

Reicht die Zwischenkreisspannung nicht aus, so treten Drehmomentschwankungen von 37,5% auf. Wird hingegen mit ausreichender Zwischenkreisspannung der Umrichter betrieben, so vermindern sich die Drehmomentschwankungen auf 17,5%.

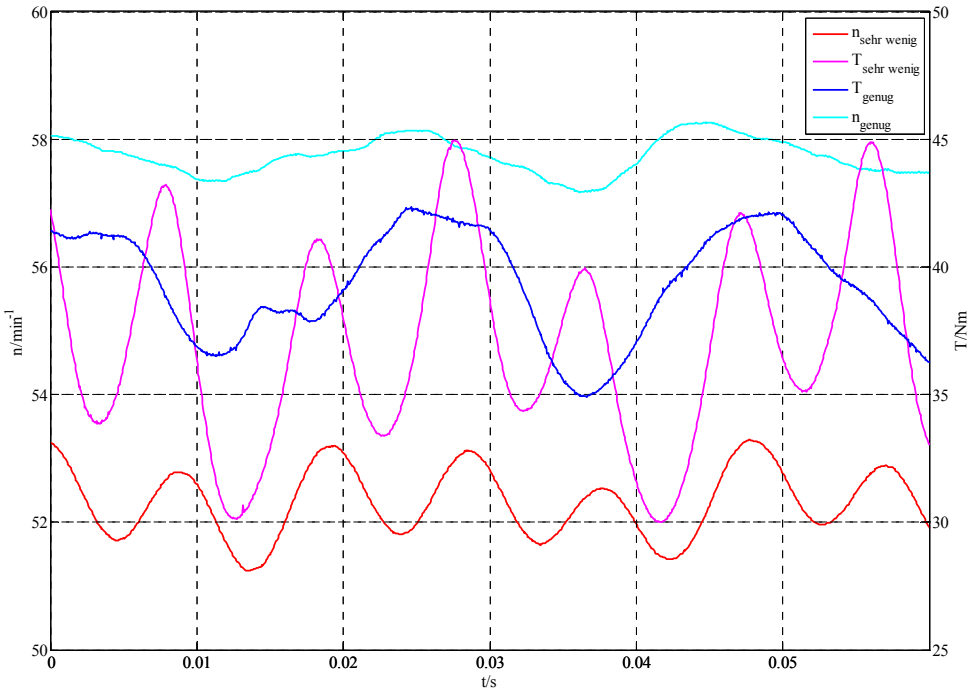


Bild 6.48: Betriebspunkt 4, Drehmoment und Drehzahlverlauf

Für einen Betrieb nach dem vorgestellten Verfahren ist der Arbeitsbereich festzulegen, um so mittels $T(n)$ ein $U(n)$ zu erhalten. Dieses $U(n)$ wird dann mittels PWM aus U_{ZK} gewonnen. Das bedeutet für den 120°-Blockbetrieb, dass während der Intervalle zwischengetaktet wird, um so die erforderlichen Spannungen an den Strängen bereitzustellen. Das Verbesserungspotential in dem beschriebenen Verfahren ist das, dass durch bessere Erzeugung der Strangspannungen in Abhängigkeit von $T(n)$ mit der konventionell festgelegten Zwischenkreisspannung erfolgt.

7 Dimensionierung des Zwischenkreiskondensators

Die Größen, die bei der Auswahl eines geeigneten Zwischenkreiskondensators (ZK-Kondensator) relevant sind, sind die Spannungsfestigkeit und die Kapazität.

Bei kleiner werdenden Drehzahlen müssen größere Kapazitäten bereitgestellt werden, weil bei konstantem Lastmoment die Kommutierungsphase sich verlängert.

Bei Erhöhung des Lastmoments, während die Drehzahl konstant bleibt, muss eine höhere Kapazität bereitgestellt werden, da ein größeres Drehmoment während der Kommutierungsphase aufrecht erhalten werden muss. Die Tabelle 7.1 veranschaulicht diesen Sachverhalt. In dieser Tabelle sind die erforderlichen ZK-Kapazitäten aufgeführt, die für die simulierten Betriebspunkte aus Kapitel 5 erforderlich sind.

n/min^{-1} / T/Nm	5	10	30	60
20	2358 µF	2145 µF	278 µF	66 µF
40	2430 µF	2967 µF	370 µF	120 µF

Tabelle 7.1: Erforderliche ZK-Kapazitäten

Die Kapazitäten berechnen sich nach

$$C_{ZK} = i \cdot \frac{\Delta t}{\Delta u} \tag{7.1}$$

mit

C_{ZK} ... $ZK - Kapazität$

Δt ... $Dauer\ der\ Kommutierung$

Δu ... $Spannungsdifferenz\ während\ der\ Kommutierung$

i ... $Zwischenkreisstrom$

Die Spannungsreserve, für die der ZK-Kondensator ausgelegt werden muss, muss durch die Auswertung der Spannungsgleichung aus Tabelle 4.1 bis Tabelle 4.3 erfolgen. Dabei

bestimmt das geforderte Lastmoment und die geforderte Drehzahl die notwendige Spannungsreserve bei bekannten Maschinendaten. Da in dieser Arbeit die Drehzahlen sehr niedrig gewählt worden sind, steht genügend Spannungsreserve zur Verfügung.

Die Höhe des Stroms, der für die Auslegung des ZK-Kondensators notwendig ist, ist ebenfalls aus der Simulation zu entnehmen. Die Gleichung (7.1) berücksichtigt nur den Spitzenwert des Stroms aus der Simulation. Eventuelle Stromschwankungen können mit einem Sicherheitsfaktor σ_i berücksichtigt werden. Gleichung (7.1) geht dann über in

$$C_{ZK} = \sigma_i \cdot i \cdot \frac{\Delta t}{\Delta u} \quad , \tag{7.2}$$

wobei $\sigma_i > 1$ zu wählen ist.

8 Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit ist eine Methode, die die Drehmomenteinbrüche während der Kommutierung vermeidet, vorgestellt worden. Durch Modulation der Zwischenkreisspannung ist es nun möglich, ein gleichförmiges Drehmoment zu erhalten. Hierfür ist kein zusätzlicher finanzieller Aufwand notwendig. Der Umrichter wird in jedem Fall gebraucht. Als Sensorik ist nur ein Winkelgeber, der die Rotorposition liefert, nötig, da die Berechnung der Spannung stellungsabhängig erfolgt. Für die Zwischenkreisspannung wird kein Spannungswandler benötigt, wenn die Zwischenkreisspannung konstant ist. Ihr Wert wird dann als konstante im Programm mit den Motordaten abgelegt. Als Vorgabe für die Rechnung ist nur das gewünschte Moment einzugeben. Die Drehzahl wird über den Winkelgeber der Berechnung online zur Verfügung gestellt. Damit ist eine kostengünstige Lösung zur Verbesserung des Drehmoments gefunden.

Die berechneten und gemessenen Stromverläufe stimmen gut mit der Simulation überein, siehe auch Bild 6.16. Beim Drehmomentverlauf ist der Erfolg der vorgestellten Methode nicht auf den ersten Blick sichtbar. Durch eine Fourieranalyse der gemessenen Drehmomente ist der Erfolg dieser Ansteuerungsart zweifelsfrei erwiesen. Durch einen Rückblick auf den Anfang dieser Arbeit wird aber schnell deutlich, was sich hinter dem Drehmomentverlauf bzw. der Abweichung von der Simulation verbirgt. Dabei handelt es sich um Rast- und Pendelmomente. Diese Rastmomente, die dem Drehmomentverlauf überlagert sind, finden ihren Ursprung im magnetischen Zusammenspiel von Stator- und Rotorblechschnitt. Die Eigenfrequenz des Antriebsstranges wird nicht angeregt. Die Pendelmomente sind auf die Interaktion zwischen der Induktionswelle und den Stromoberschwingungen zurückzuführen.

Diese Arbeit bietet gute Ausgansmöglichkeiten zur weiteren Verbesserung des Drehmoments. In dieser Arbeit ist das Rastmoment in der Ansteuerung nicht berücksichtigt. Durch eine analytische Beschreibung des Rastmoments kann es in der Berechnung zur Spannung mit berücksichtigt werden.

9 Literaturverzeichnis

[1] Bolte, Ekkehard; Technischer Bericht 26 *Dynamischer Betrieb von elektronisch kommutierten, Permanentmagnet erregten Motoren*, Helmut-Schmidt Universität / Universität der Bundeswehr, Hamburg, 2007

[2] Bolte, Ekkehard; Vorlesung *Elektrische Maschinen und Antriebe (EMA I-IV)*, Helmut-Schmidt Universität / Universität der Bundeswehr, Hamburg, 2007

[3] Bolte, Ekkehard; Wahlpflichtvorlesung *Ausgewählte Kapitel des Elektromaschinenbaus (KEMA)*, Helmut-Schmidt Universität / Universität der Bundeswehr, Hamburg, 2007

[4] Bolte, Ekkehard; Wahlpflichtvorlesung *Ausgewählte Kapitel des Elektromaschinenbaus (KEMA)*, Übungsaufgabe *Wechselspannungsmodell*, Helmut-Schmidt Universität / Universität der Bundeswehr, Hamburg, 2005

[5] Heumann, Klemens; *Grundlagen der Leistungselektronik*; überarbeitete und erweiterte 5. Auflage, Stuttgart, Teubner; 1991

[6] Kories, Schmidt-Walter; *Taschenbuch der Elektrotechnik*, Harri Deutsch Verlag; 7. erweiterte Auflage, Frankfurt/Main 2006

[7] Murai, Yoshihiro; Kawase, Yoshihiro; Ohashi, Kazuharu, Nagatake, Kazuo, Okuyama, Kyugo; *Torque Ripple Improvement for Brushless DC Miniature Motors*, IEEE 1989

[8] Niemeier, Christian; *Dreisträngiger dauermagneterregter Motor am leistungselektronischen Stellglied kommutiert mittels Back-EMF-Sensing*; Diplomarbeit; Helmut-Schmidt-Universität / Universität der Bundeswehr; Hamburg 2008

[9] Sahhary, Bassel; *Elektrische Antriebe mit dauermagneterregten Maschinen im dynamischen sensorlosen Betrieb*; Dissertation; Helmut-Schmidt-Universität / Universität der Bundeswehr; Hamburg 2008

[10] Sargos, Frédéric; *AN-8005 IGBT Power Electronics Teaching System, Principle for sizing power converters*, Datenblatt Semikron, Rev. 00, 24. 09. 2008

Anhang

A. Abkürzungen und Formelzeichen

Abkürzungen

AWP	Anfangswertproblem
DGL	Differentialgleichung
DGLen	Differentialgleichungen

Griechische Formelzeichen

α	Parameter für die Trapezfunktion
β	Vorhaltewinkel
γ	mechanischer Vorhaltewinkel
Γ	Klirrfaktor
δ	Zeitdifferenz
ϑ	Stellungswinkel
ϑ_{S1}	Einschaltwinkel
ν	Ordnungszahl
π	Ludolphsche Zahl
σ_i	Sicherheitsfaktor
φ_1	Winkel im statorfesten Koordinatensystem
φ_2	Winkel im rotorfesten Koordinatensystem
φ_i	Phasenverschiebung des Stroms
φ_{UP}	Polradwinkel

$\Psi_{f,k}$	Flussverkettung des k-ten Stranges
$\hat{\Psi}$	Spitzenwert der Flussverkettung
ω	elektrische Kreisfrequenz
Ω	mechanische Winkelgeschwindigkeit

Formelzeichen

c_{Dreh}	Drehfederkonstante Messwelle
C_{ZK}	Zwischenkreiskapazität
f	Frequenz
f_E	Eigenfrequenz des Antriebstranges
i_k	Strom im k-ten Strang
I_a	Strom in der Synchronmaschine
$J_{B,\dots}$	Massenträgheit Bauteil (siehe Index)
J_L	Massenträgheit linke Seite Antrieb bis zur Messwelle
J_R	Massenträgheit rechte Seite Antrieb von der Messwelle
k	Strangzahl
k_S^{-1}	Scheitelfaktor der Trapezfunktion
L	Stranginduktivität
m	Anzahl der Stränge
M	Gegeninduktivität
n	Drehzahl
p	Polpaarzahl
R, R_M	ohmscher Strangwiderstand

t	Zeit
t_k	Drehmoment des k-ten Strangs
T	Drehmoment
$u_{P,k}$	Polradspannung im k-ten Strang
u_k	Spannung des k-ten Strangs
U	Spannung zwischen den Brückenklemmen
U_{CE}	Sättigungsspannung der IGBTs
$\widehat{U}_P$	Spitzenwert der Polradspannung
U_{ZK}	Zwischenkreisspannung
V_k	Potentiale im k-ten Brückenzweig

B. Maschinendaten

Parameter des Betriebspunktes der Versuchsmaschine DS1	
Nenndrehzahl n_N	$10 min^{-1}$
Nennspannung U	$80{,}0V$
Statorwiderstand R_M	5Ω
Stranginduktivität L	$11{,}45mH$
Gegeninduktivität M	$-3{,}8mH$
Flussverkettung $\hat{\Psi}$	$31{,}57mVs$
Polpaarzahl p	16
$p\vartheta_{S1}$	210°

Parameter des Betriebspunktes der Versuchsmaschine DS2	
Nenndrehzahl n_N	$30 min^{-1}$
Nennspannung U	$53{,}3V$
Spitzenwert der Polradspannung $\hat{U}_P$	$10{,}6V$
Statorwiderstand R_M	$1{,}11\Omega$
Stranginduktivität L	$3mH$
Gegeninduktivität M	-1/3L
Flussverkettung $\hat{\Psi}$	$281{,}1mVs$
Polpaarzahl p	12
$p\vartheta_{S1}$	210°

Parameter des Betriebspunktes der Versuchsmaschine DS3	
Nenndrehzahl n_N	$100 min^{-1}$
Nennspannung U	$60{,}0V$
Statorwiderstand R_M	$0{,}8\Omega$
Stranginduktivität L	$5{,}3mH$
Gegeninduktivität M	$-1{,}77mH$
Flussverkettung $\hat{\Psi}$	$243{,}2mVs$
Polpaarzahl p	3
$p\vartheta_{S1}$	210°

Parameter der Versuchsmaschine DS4	
Nenndrehmoment T_N	$120Nm$
Nenndrehzahl n_N	$270min^{-1}$
Nennstrom I_N	$13A$
Nennspannung U_N	$183V$
Statorwiderstand $R_{\vartheta=20°C}$	$2{,}55\Omega$
Stranginduktivität L	$163{,}6mH$
Flussverkettung $\hat{\Psi}$	$242mVs$
Polpaarzahl p	20

Parameter des Betriebspunktes der Versuchsmaschine DS5	
Nenndrehzahl n_N	$30min^{-1}$
Nennspannung U	$60{,}0V$
Statorwiderstand R_M	$0{,}65\Omega$
Stranginduktivität L	$3{,}6mH$
Gegeninduktivität M	$-1{,}27mH$
Flussverkettung $\hat{\Psi}$	$121{,}6mVs$
Polpaarzahl p	20
$p\vartheta_{S1}$	210°

C. Lebenslauf

1993-1996	Ausbildung zum Energieelektroniker, Fachrichtung Anlagentechnik, Siemens AG Braunschweig
1996-1999	Fachgymnasium Technik, Berufsbildende Schulen II der Stadt Braunschweig
1999-2000	Wehrdienst
2000-2005	Studium der Elektrotechnik an der TU Braunschweig, Vertiefungsrichtung: Elektrische Maschinen und Antriebe, Abschluss: Dipl.-Ing.
2005-2011	Wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Professur für Elektrische Maschinen und Antriebe an der Helmut-Schmidt-Universität, Universität der Bundeswehr Hamburg
seit 2011	Planungsingenieur bei der Volkswagen AG