

Analytische Modelle der Asynchronmaschine unter Berücksichtigung der Stromverdrängung in den Stäben des Kurzschlusskäfigs

Vom Fachbereich Elektrotechnik

der Helmut-Schmidt-Universität / Universität der Bundeswehr Hamburg

zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktor-Ingenieurs

genehmigte

DISSERTATION

vorgelegt von

Stephan Fiebig

aus Kirchhellen

Hamburg 2006

Erstgutachter: Prof. Dr.-Ing. Ekkehard Bolte
Helmut-Schmidt-Universität
Universität der Bundeswehr Hamburg

Zweitgutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. Detlef Schulz
Helmut-Schmidt-Universität
Universität der Bundeswehr Hamburg

Tag der mündlichen Prüfung: 15. Juni 2006

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Elektrische Maschinen und Antriebe der Helmut Schmidt Universität / Universität der Bundeswehr Hamburg.

Herr Prof. Dr.-Ing. E. Bolte gab die Anregung zu dieser Arbeit und hat ihre Durchführung durch zahlreiche wertvolle Hinweise und Ratschläge gefördert. Für seine Unterstützung sowie für das stetige mir entgegengebrachte Vertrauen während der gesamten Zeit meiner Tätigkeit danke ich Herrn Professor Bolte sehr herzlich.

Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. D. Schulz gilt mein Dank für die bereitwillige Übernahme des Koreferates sowie Herrn Prof. Dr.-Ing. G. Scholl für den Vorsitz in der Prüfungskommission.

Mein Dank gilt auch allen Mitarbeitern des Lehrstuhls, die durch eine sehr gute und freundschaftliche Zusammenarbeit sowie fruchtbare Diskussionen zum Gelingen der Arbeit beigetragen haben.

Schließlich möchte ich meiner Familie danken, die mir Rückhalt und Ansporn während dieser Zeit war und stets an mich geglaubt hat.

Stephan Fiebig

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|-------|---|----|
| 1 | Einleitung | 5 |
| 2 | Systemmodell..... | 6 |
| 2.1 | Systemgleichungen der Asynchronmaschine mit Käfigläufern..... | 7 |
| 2.2 | Modellparameter aus zweidimensionalen Feldberechnungen | 8 |
| 2.3 | Modellierung des mechanischen Systemanteils..... | 9 |
| 3 | Stromverdrängung in den Käfigstäben | 10 |
| 3.1 | Integration der analytischen Beschreibung der Stromverteilung in Rundstäben in das System Modell der Asynchronmaschine | 11 |
| 3.2 | Stromverdrängungsmodell für Rechteckstabläufer | 17 |
| 4 | Integration der Systemgleichungen..... | 19 |
| 4.1 | Lösungsstrategien für dynamische Betriebszustände | 20 |
| 4.1.1 | Intervallfestlegung zur Linearisierung | 20 |
| 4.1.2 | Die Lösung des homogenen DGL - Systems..... | 23 |
| 4.1.3 | Eine partikuläre Lösung | 23 |
| 4.2 | Lösungsstrategien für den eingeschwungenen Zustand..... | 25 |
| 4.2.1 | Periodizitätsbedingung | 26 |
| 4.2.2 | Berechnung für Grundfrequenztaktung | 27 |
| 4.2.3 | Berechnung für Pulsweitenmodulation..... | 28 |
| 4.2.4 | Berechnung für ein symmetrisches Drehspannungsnetz | 29 |
| 4.3 | Realisierung der Systemmodelle in Echtzeit | 30 |
| 4.3.1 | Grundmodell | 30 |
| 4.3.2 | Stromverdrängungsmodell für Rechteckstab-Käfig | 31 |

| | | |
|-------|--|----|
| 4.3.3 | Stromverdrängungsmodell für Rundstab-Käfig..... | 35 |
| 5 | Numerische Auswertung der Modelle unter MATLAB® | 36 |
| 5.1 | Realisierung der Spannungsquellen..... | 36 |
| 5.1.1 | Pulsweitenmodulation im Natural Sampling - Verfahren..... | 37 |
| 5.1.2 | Grundfrequenztaktung | 43 |
| 5.2 | Umsetzung der Lösungsstrategien | 43 |
| 5.2.1 | Der dynamische Betrieb..... | 43 |
| 5.2.2 | Der eingeschwungene Zustand | 46 |
| 6 | Vergleich mit Messwerten eines Hochspannungsmotor..... | 47 |
| 6.1 | Der Einfluss magnetischer Nutverschlusskeile auf die Modellparameter | 47 |
| 6.1.1 | Berechnung der Nutstreuinduktivität bei magnetischen Nutverschlusskeilen | 48 |
| 6.1.2 | Der Cartersche Faktor bei Verwendung magnetischer Nutverschlusskeile ... | 52 |
| 6.2 | Bestimmung des ungesättigten Bereichs | 68 |
| 6.3 | Vergleich der Messungen mit den Simulationsergebnissen | 69 |
| 7 | Messtechnische Verifikation am 11kW-Eigenbau..... | 74 |
| 7.1 | Versuchsaufbau, Experimentsteuerung und Messdatenerfassung | 74 |
| 7.2 | Ausschluss nicht simulierter Einflüsse | 75 |
| 7.2.1 | Bestimmung des ungesättigten Bereichs | 75 |
| 7.2.2 | Bestimmung des Reibmoments..... | 78 |
| 7.3 | Auswertung | 81 |
| 8 | Untersuchung der Auswirkungen möglicher Fehlerquellen | 84 |
| 8.1 | Wahl des Stromverdrängungsparameter r_{\max} | 84 |
| 8.2 | Unsicherheiten in den berechneten Modellparametern | 86 |
| 8.2.1 | Bestimmung des Eingangsfehlers der Modellparameter | 87 |
| 8.3 | Ungenauigkeiten im Modell des mechanischen Systemanteils | 92 |

| | | |
|--------|---|-----|
| 9 | Maßnahmen zur Ausschaltung von Fehlerquellen..... | 93 |
| 9.1 | Messtechnische Verifikation der Modellparameter | 93 |
| 9.1.1 | Bestimmung der Stator-Drehfeldinduktivität L_1 | 94 |
| 9.1.2 | Bestimmung der Rotorzeitkonstanten aus der Messung der Restspannung ... | 95 |
| 9.1.3 | Bestimmung der totalen Streuziffer aus dem Kurzschlussversuch..... | 104 |
| 9.1.4 | Nutzung der experimentell ermittelten Modellparameter für Simulationen dynamischer Betriebszustände..... | 108 |
| 9.2 | Simulation unter Berücksichtigung der Stromverdrängung mit gemessenen Modellparametern | 109 |
| 9.3 | Verifikation des Rotormaschenwiderstands | 113 |
| 9.4 | Abkopplung des mechanischen Systemanteils | 116 |
| 10 | Zusammenfassung..... | 118 |
| 11 | Anhänge | 122 |
| 11.1 | Beschreibung der Werkstoff-, Wicklungs- und Geometriedaten zur Berechnung der Modellparameter..... | 122 |
| 11.2 | Algorithmen zur Berechnung der Modellparameter | 126 |
| 11.2.1 | Mehrfach verwendete Größen..... | 126 |
| 11.2.2 | Stator-Drehfeldinduktivität L_1 | 129 |
| 11.2.3 | Gegeninduktivität $M_{2,1}$ | 130 |
| 11.2.4 | Rotormascheninduktivität L_2 | 131 |
| 11.2.5 | Statorstrangwiderstand R_1 | 132 |
| 11.2.6 | Rotormaschenwiderstand R_2 | 132 |
| 11.3 | Maschinendaten und Modellparameter der Versuchsmaschine 60500-57690 | 133 |
| 11.4 | Abhängigkeit der Modellparameter von den Maschinengrößen..... | 136 |
| 11.5 | Quelltext der Umsetzung des Grundmodells in C++..... | 150 |

| | | |
|--------|---|-----|
| 11.6 | Quelltext der Umsetzung des Stromverdrängungsmodells für Rechteckstäbe in C++ | 153 |
| 11.6.1 | Konditionierung der Matrix | 153 |
| 11.6.2 | Umwandlung der Matrix C in eine Hessenberg - Matrix | 154 |
| 11.6.3 | Das QR-Verfahren in C++ | 155 |
| 12 | Literaturverzeichnis | 159 |

1 Einleitung

Die elektrischen Maschinen und Antriebe finden in immer mehr Bereichen Anwendung. Ein sehr aktuelles Thema im Bereich der Forschung und Entwicklung ist derzeit der Einsatz von Elektrischen Maschinen anstelle von hydraulischen und pneumatischen Elementen in Fahrzeugen, auch Luftfahrzeugen. Verbreitete Schlagwörter in diesem Gebiet sind „Steer by wire“ und „Brake by wire“. Aber auch die Hybrid-Kraftfahrzeuge finden bei immer mehr Herstellern den Weg in die Modellpaletten.

Die Asynchronmaschine (ASM) hat hier gegenüber den anderen Maschinentypen sicherlich die Vorteile ihrer Robustheit und einfachen Bauweise. Aufwendiger stellt sich dagegen die theoretische Beschreibung der ASM in der Entwicklungsphase oder für Regelungen dar. Hier sind viele Aspekte dieses Maschinentyps in die Überlegungen einzubeziehen, deren Einflüsse, wenn überhaupt, nur unter großem Aufwand erfasst werden können.

Ein Aspekt der Asynchronmaschine mit Käfigläufer wird in dieser Arbeit vertieft. Dieser Maschinentyp wird anwendungsspezifisch bewusst mit Stabprofilen ausgeführt, die die Stromverdrängung in den Käfigstäben begünstigen. Dies Phänomen wird zur Beeinflussung des Betriebsverhaltens der Maschine eingesetzt.

Hier soll nun ein analytisches Verfahren zur Berücksichtigung der Stromverdrängung sowohl in Rechteck- als auch in Rundstäben untersucht werden. Dieses führt auf ein Systemmodell, in dem die Stromverteilung im Stabprofil simultan gelöst wird. Dabei werden die Modellinduktivitäten i.w. mittels zweidimensionaler Feldberechnungen ermittelt.

Neben der Erarbeitung von Lösungsstrategien für den dynamischen und stationären Betrieb wird auch die Umsetzung für Echtzeitmodelle aufgezeigt.

Die messtechnische Verifikation erfolgt an einem 4 MW Hochspannungsmotor mit Hochstäben und an 11 kW - Niederspannungsmotoren. Dabei werden Fehlerquellen analysiert und Methoden aufgezeigt, diese Verfahren universell einzusetzen.

2 Systemmodell

Abbildung 1 zeigt eine typische Anwendung für die Asynchronmaschine. Für den drehzahlveränderlichen Betrieb wird sie von einem Umrichter gespeist und ist über die Welle an eine Last gekoppelt. Um dieses System vollständig zu beschreiben, ist eine ganzheitliche Betrachtung aller Systemteile, also

- der Quelle zur Spannungs-/Stromversorgung,
- der Maschine und
- der Last

notwendig. Ausgehend vom Hauptelement - der Asynchronmaschine - ist es sinnvoll, deren Systemgleichungen zunächst aufzustellen und die Verknüpfungspunkte mit der Quelle und der Last so zu halten, dass keine Einschränkungen in Bezug auf deren Art gemacht sind. Dies ermöglicht eine breite Anwendung des Maschinenmodells.

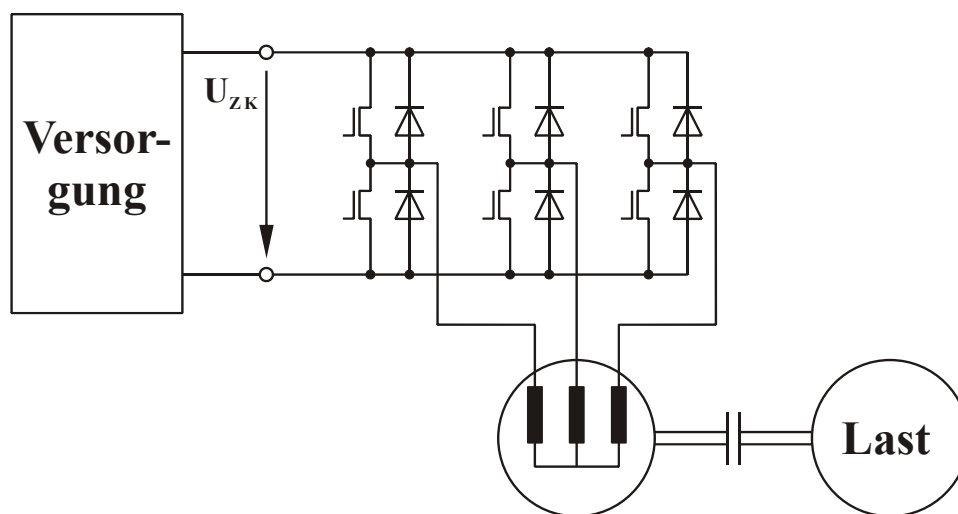


Abbildung 1: Asynchronmaschine im Gesamtsystem
hier: Betrieb am Wechselrichter mit
Spannungszwischenkreis

2.1 Systemgleichungen der Asynchronmaschine mit Käfigläufern

Die Systemgleichungen der Asynchronmaschine mit Käfigläufer sind das Ergebnis der Analyse der Flussverkettungen eines Systems aus 3 Statorwicklungen und Z_2 Rotor-
maschen. Diese Analyse ist in [1] durchgeführt. Dabei basiert die Flussverkettungs-
rechnung auf Modellparametern, die aus zweidimensionalen analytischen Feld-
berechnungen gewonnen sind. Das Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 0 & L_1 \\ -\sigma T_2 & T_2 \end{pmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \dot{i}_1 \\ \dot{i}_m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R_1 & 0 \\ -(1-j\sigma p\Omega T_2) & (1-jp\Omega T_2) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{i}_1 \\ \dot{i}_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{u}_1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

$$\text{mit } \dot{i}_m = \dot{i}_1 + \frac{M_{2,1}}{L_1} \cdot \dot{i}_2 \cdot e^{jp\vartheta}, \quad \dots \text{ Magnetisierungsstrom} \quad (1.a)$$

$$\Omega = \frac{d}{dt} \vartheta = 2\pi n, \quad \dots \text{ Rotorwinkelgeschwindigkeit} \quad (1.b)$$

$$T_2 = \frac{L_2}{R_2}, \quad \dots \text{ Rotorzeitkonstante} \quad (1.c)$$

$$\sigma = 1 - \frac{\frac{3}{Z_2} M_{2,1}^2}{L_1 L_2}, \quad \dots \text{ totale Streuziffer} \quad (1.d)$$

$$\dot{i}_1, \quad \dots \text{ Statorstrom}$$

$$\dot{i}_2, \quad \dots \text{ Rotorstrom}$$

$$\underline{u}_1, \quad \dots \text{ Statorspannung}$$

$$p, \quad \dots \text{ Polpaarzahl}$$

stellt als Ergebnis eine vollständige Beschreibung der Asynchronmaschine dar. Gegen-
über [1] ist hier das Nullsystem weggelassen, da in den hier betrachteten Anwendungs-
fällen dieses nicht auftreten kann. Für Betriebsmodi, in denen ein Nullsystem auftreten
kann, ist dieses dann entsprechend zu berücksichtigen.

Die verwendeten Parameterbezeichnungen werden in Kapitel 2.2 definiert. Die
elektrischen Größen sind als Raumzeiger der Form

$$\underline{g}_1 = \frac{2}{3}(g_u + \underline{a} g_v + \underline{a}^2 g_w) \quad (2)$$

mit $\underline{a} = \exp\left(j \frac{2\pi}{3}\right)$

$g_{u,v,w}$... Momentanwerte der elektrischen Stranggrößen

eingeführt (siehe [1], Seite 7).

Der zeitliche Verlauf des Spannungsraumzeigers ist hier beliebig, so dass die Forderung aus Kapitel 2.1 im Bezug auf die Quelle erfüllt ist.

2.2 Modellparameter aus zweidimensionalen Feldberechnungen

Die Berechnung der Modellparameter aus zweidimensionalen Feldberechnungen ist in [2], Kapitel 9, 10 und 16, sowie in [3] durchgeführt. Das (dreidimensionale) Feld wird dort in drei Feldbereiche, den Luftspalt, den Stirn- und den Nutenraum aufgeteilt. In den einzelnen Feldräumen wird dann die Feldverteilung analytisch ermittelt. Durch Anwendung von Ersatzproblemen kann damit das Vektorpotential in den Feldräumen berechnet und darauf basierend können die Induktivitäten der Maschine bestimmt werden. Die in den Systemgleichungen verwendeten Modellparameter sind im Einzelnen:

- L_1 ... Stator-Drehfeldinduktivität
- R_1 ... Statorstrangwiderstand
- $M_{2,1}$... Gegeninduktivität (Z_2 Rotormaschen \leftrightarrow ein Statorstrang)
- L_2 ... Rotormascheninduktivität
- R_2 ... Rotormaschenwiderstand

Die Algorithmen zur Berechnung der Parameter sind im Anhang, Kapitel 11.2 aufgeführt, die dort verwendeten Eingangsgrößen (Wicklungs-, Werkstoff-, und Geometriedaten der Maschine) sind im Anhang, Kapitel 11.1 definiert. Die

zweidimensionalen Feldberechnungen ermöglichen dabei eine Aufstellung der Systemgleichungen allein auf Basis der Geometrie-, Wicklungs- und Werkstoffdaten der Maschine.

2.3 Modellierung des mechanischen Systemanteils

Für eine vollständige Systembeschreibung benötigt man neben den Spannungsgleichungen die damit gekoppelten mechanischen Größen. Diese sind das von der Maschine entwickelte Drehmoment und die sich ergebende Winkelgeschwindigkeit der Welle, die wiederum als unbekannte Zeitfunktion in die Spannungsgleichungen eingeht. Als von außen an das System angreifende Größe ist das Lastmoment definiert, welches über die Welle die Maschine beeinflusst. Die Beschreibung dieser drei Größen vervollständigt das Systemmodell der Asynchronmaschine.

Das Drehmoment erhält man über die allgemeinen Drehmomentbeziehung aus [1]

$$M(t) = \frac{m}{2} p L_1 \operatorname{Im}\{i_1(t) \cdot i_m(t)^*\} \quad (3)$$

und den Stromwerten als Lösung der Spannungsgleichungen. Damit liegt bei gelöstem System für jeden Zeitpunkt t das von der Maschine entwickelte Moment vor.

Die Winkelgeschwindigkeit Ω wird mit Hilfe der Bewegungsgleichung

$$J \cdot \frac{d}{dt} \Omega = M - M_L \quad (4)$$

berechnet. Die Lösung der Differentialgleichung (4) wird in Kapitel 5.2 beschrieben. Mit den Gleichungen (1), (3) und (4) ist das System aus Abbildung 1 vollständig beschrieben.

Das Lastmoment in der Bewegungsgleichung kann auf verschiedene Arten beschrieben werden. In einer Polynombeschreibung wird die Lastkurve beispielsweise durch ein Polynom dritten Grades der Form

$$M_L(n) = a \cdot n^3 + c \cdot n + e + (b \cdot n^2 + d) \cdot \text{sign}(n) \quad (5)$$

angenähert.

Alternativ kann aus einer in einer Look-Up-Table abgelegten Lastkennlinie das momentane Lastmoment über die Eingangsgröße „Drehzahl“ interpoliert werden. Dieses Verfahren ermöglicht die Anwendung jeder beliebigen Last.

3 Stromverdrängung in den Käfigstäben

Der Effekt der Stromverdrängung in den im Rotoreisen eingebetteten Rotorstäben ist z.B. in [4] beschrieben. Dabei induziert das Eigenfeld des Stabstromes Wirbelströme im Stab, die den Strom in Richtung Nutöffnung verdrängen. Dieser Effekt nimmt mit steigender Frequenz des Stromes zu, ist also im Stillstand sehr hoch, im Nennbetrieb dagegen sehr gering. Ebenfalls Einfluss hat der Stabquerschnitt. Deutlich ausgeprägt ist der Stromverdrängungseffekt z.B. in hohen, schmalen Rechteckstäben.

Die Stromverdrängung führt zu einer Verringerung der Stabinduktivität und einer Vergrößerung des Stabwiderstandes. Dieser Effekt wird ausgenutzt, um das Anlaufverhalten von Asynchronmaschinen zu beeinflussen. Der erhöhte Rotorwiderstand führt zu einem höheren Anlaufmoment dieser Stromverdrängungsläufer. Der negative Effekt eines hohen Rotorwiderstandes im Nennbetrieb tritt dagegen aufgrund der Schlupfabhängigkeit nicht bzw. nur sehr gering auf.

Da der Stromverdrängungseffekt sowohl das stationäre als auch das dynamische Verhalten der Asynchronmaschine beeinflusst, ist eine Berücksichtigung für viele Anwendungen von großem Interesse. Dies erfolgt bisher mit verschiedenen Methoden.

Die Anwendung der Stromverdrängungsfaktoren nach Field ist z.B. in [5], [6] und [7] erfolgt. Dies stellt eine gute Lösung des Problems für den stationären Betrieb dar. Die Faktoren führen dabei zu einer Korrektur der Stabinduktivität und des Stabwiderstandes in Abhängigkeit vom Rotorschleupf.

In [8] und [9] wird der Leiterquerschnitt in n Schichten unterteilt, in denen wiederum eine gleichmäßige Stromverteilung angenommen wird. Dieses Schichtenmodell kann dann analytisch oder mit Hilfe von FEM - Programmen gelöst werden.

Hier sollen nun analytische Beschreibungen der Stromverteilung in den Rotorstäben genutzt werden, die in die Systemgleichungen der Asynchronmaschine integriert werden können. Dies ermöglicht eine simultane Lösung beider Beschreibungen und eine richtige Erfassung der Stromverdrängung.

Die Beschreibung der Stromverteilung ist in [10] für Rundstäbe und in [11] für Rechteckstäbe hergeleitet. Dies führt in beiden Fällen zu einer Modifizierung der Rotorspannungsgleichung, die an die Konventionen des Systemmodells (1) angepasst werden muss, damit eine Integration gelingt.

Für den Rechteckstabläufer ist dies in [11] bereits durchgeführt, deshalb wird hier nur die Gesamtlösung in Kapitel 3.2 angegeben. Für den Rundstabläufer muss die Integration in die Systemgleichungen noch erfolgen. Dies geschieht im folgenden Kapitel.

Für die Definition der Rotormascheninduktivität L_2 muss beachtet werden, dass der Anteil der Stabinduktivität sich verringert, da hier der Bereich der Nut heraus fällt. Dieser ist mit der analytischen Beschreibung bereits im Systemmodell berücksichtigt.

3.1 Integration der analytischen Beschreibung der Stromverteilung in Rundstäben in das System Modell der Asynchronmaschine

In [10] wird die transiente, zweidimensionale Stromverdrängung in eingebetteten Rundstäben analytisch berechnet. Die zugrunde liegende Geometrie ist in Abbildung 2

beschrieben. Die Lösung der Wirbelstromgleichung für dieses Problem führt zu einer modifizierten Rotorspannungsgleichung

$$0 = R_2 \underline{i}_2 + \frac{d}{dt} \{L_2 \underline{i}_2 + M_{1,2} e^{-jp\vartheta} \underline{i}_1\} + R_{St} \left(2 \sin \frac{p\pi}{Z_2} \right)^2 \sum_n \sum_i {}^{i,n} E^* J_n({}^n x_i) \cdot e^{-n x_i^2 \tau} \int_0^\tau \frac{\partial}{\partial \tau_m} \underline{i}_2 e^{n x_i^2 \tau_m} d\tau_m, \quad (6)$$

in der die Konstante ${}^{i,n} E$ und die Funktion J_n aufgrund der im Lösungsweg auftretenden Bessel'schen DGL eingeführt sind. Der Index n folgt aus dem Reihenansatz für die Randbedingung (Tangentialkomponente der magnetischen Feldstärke auf der Leiteroberfläche) und der Index i steht für die Nullstellen der Besselfunktionen J_n .

Um die modifizierte Rotorspannungsgleichung (6) an die Konvention des Grundmodells anzupassen, werden zunächst alle Elemente auf eine gemeinsame, rotierende Bezugsachse (Index t) transformiert.

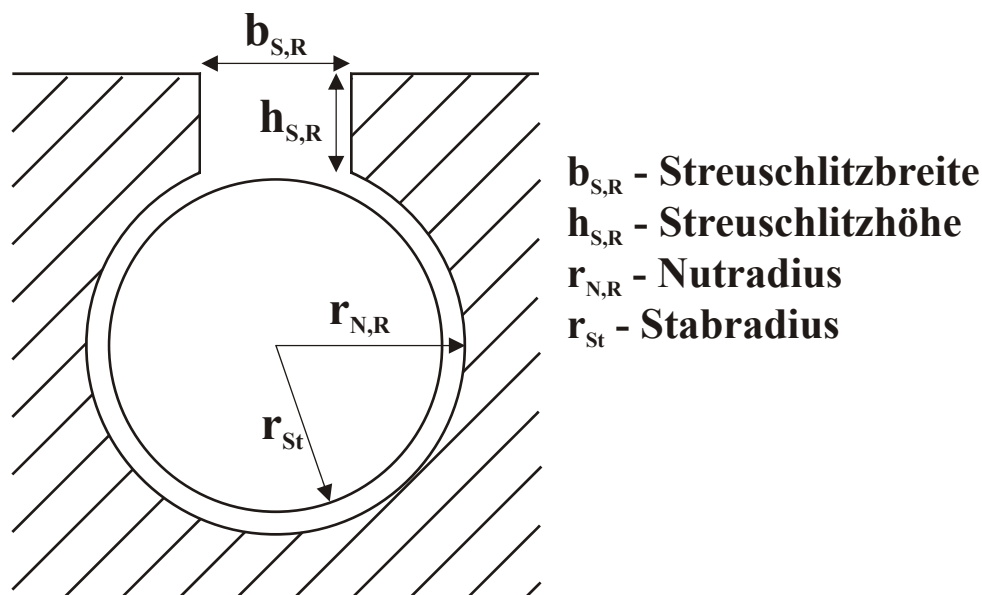


Abbildung 2: Geometrie der Rotornut inklusive Stab

Dies geschieht durch eine Multiplikation mit „ $\exp(j(p\vartheta - \vartheta_t))$ “ (vgl. [1])

$$\begin{aligned}
0 = R_2 \dot{i}_{2t} + \frac{d}{dt} (L_2 \dot{i}_{2t} + M_{1,2} \dot{i}_{1t}) - j(p\Omega - \Omega_t) \cdot (L_2 \dot{i}_{2t} + M_{1,2} \dot{i}_{1t}) \\
+ R_{St} \left(2 \sin \frac{p\pi}{Z_2} \right)^2 \sum_n \sum_i^{i,n} E^* J_n({}^n x_i) \cdot e^{j(p\vartheta - \vartheta_t)} \cdot e^{-n x_i^2 \tau} \int_0^\tau \frac{\partial}{\partial \tau_m} \dot{i}_{2t} e^{n x_i^2 \tau_m} d\tau_m.
\end{aligned} \tag{7}$$

Da der Ausdruck hinter der Doppelsumme formal einen Strom darstellt, wird er (vgl. Ansatz aus [11]) durch eine eingeführte Zeitfunktion

$$\dot{i}_{2+S,t} = {}^{i,n} E^* J_n({}^n x_i) \cdot e^{-n x_i^2 \tau + j(p\vartheta - \vartheta_t)} \cdot \int_0^\tau \frac{\partial}{\partial \tau_m} \dot{i}_{2t} e^{n x_i^2 \tau_m} d\tau_m \tag{8}$$

definiert. Dabei ist S ein Parameter der sich aus den Variablen n und i der Doppelsumme zusammensetzt.

Um dabei jeder Kombination aus n- und i-Werten einen eindeutigen S-Wert zuzuordnen, muss die Bildung der Doppelsumme in ihrer Reihenfolge definiert werden.

Dies geschieht am sinnvollsten (siehe [10]), wenn für jeden n-Wert, beginnend bei 0, zunächst die Summe über i gebildet und danach n um 1 erhöht wird.

Für $n=0$ ist der Wert $i=1$ gem. Lösungsansatz in [10] nicht zulässig, so dass das Wertepaar $(n/i)=(0/1)$ ausgelassen werden muss.

Aus diesen Vorbedingungen erhält man als Berechnungsvorschrift für S

$$S = n \cdot i_{\max} + i - 1. \tag{9}$$

Die eingeführten Rotorströme $\dot{i}_{2+S,t}$ in der Rotorspannungsgleichung stellen nun zusätzliche unbekannte Zeitfunktionen dar, die die Gesamtzahl der Unbekannten im Systemmodell auf $S_{\max} + 2$ erhöht. Zur Lösung der Systemgleichungen werden somit insgesamt $S_{\max} + 2$ Gleichungen benötigt.

Neben der Stator- und Rotorspannungsgleichung ist für jeden Wert von S mit (8) eine zusätzliche Bestimmungsgleichung vorhanden. Um für die Systembeschreibung ein lösbares DGL - System zu erhalten, wird (8) nach τ differenziert. Dadurch ergibt sich für jeden S-Wert eine zusätzliche Differentialgleichung, welche den Strom $\dot{i}_{2+S,t}$ mit dem Rotorstrom \dot{i}_{2t} verknüpft

$$\begin{aligned}
\frac{d}{d\tau}(\underline{i}_{2+S,t} \cdot e^{-(-^n x_i^2 \tau + j(p\vartheta - \vartheta_t))}) &= {}^{i,n}E^* J_n({}^n x_i) \cdot \frac{d}{d\tau} \left(\int_0^\tau \frac{\partial}{\partial \tau_m} \underline{i}_2 e^{n x_i^2 \tau_m} d\tau_m \right) \\
\Rightarrow \left[\frac{d}{d\tau} \underline{i}_{2+S,t} - \left(-^n x_i^2 + j \left(p \frac{d}{d\tau} \vartheta - \frac{d}{d\tau} \vartheta_t \right) \right) \underline{i}_{2+S,t} \right] e^{-(-^n x_i^2 \tau + j(p\vartheta - \vartheta_t))} & \\
&= {}^{i,n}E^* J_n({}^n x_i) \cdot e^{n x_i^2 \tau} \cdot \frac{d}{d\tau} \underline{i}_2 \\
\Rightarrow \frac{d}{d\tau} \underline{i}_{2+S,t} - \left(-^n x_i^2 + j \left(p \frac{d}{d\tau} \vartheta - \frac{d}{d\tau} \vartheta_t \right) \right) \underline{i}_{2+S,t} &= {}^{i,n}E^* J_n({}^n x_i) \cdot e^{j(p\vartheta - \vartheta_t)} \cdot \frac{d}{d\tau} \underline{i}_2.
\end{aligned}$$

Durch die Umwandlung in eine DGL gelingt es nun, den noch auf die Rotorachse bezogenen Strom \underline{i}_2 im letzten Summanden ebenfalls auf die gemeinsame Bezugsachse zu transformieren

$$\begin{aligned}
\underline{i}_2 &= \underline{i}_{2t} \cdot e^{-j(p\vartheta - \vartheta_t)} \quad \Rightarrow \\
\frac{d}{d\tau} \underline{i}_2 &= \frac{d}{d\tau} (\underline{i}_{2t} \cdot e^{-j(p\vartheta - \vartheta_t)}) = \left(\frac{d}{d\tau} \underline{i}_{2t} - j \left(p \frac{d\vartheta}{d\tau} - \frac{d\vartheta_t}{d\tau} \right) \cdot \underline{i}_{2t} \right) \cdot e^{-j(p\vartheta - \vartheta_t)}, \\
\frac{d}{d\tau} \underline{i}_{2+S} - \left(-^n x_i^2 + j \left(p \frac{d}{d\tau} \vartheta - \frac{d}{d\tau} \vartheta_t \right) \right) \underline{i}_{2+S} &= {}^{i,n}E^* J_n({}^n x_i) \cdot \left(\frac{d}{d\tau} \underline{i}_{2t} - j \left(p \frac{d}{d\tau} \vartheta - \frac{d}{d\tau} \vartheta_t \right) \underline{i}_{2t} \right). \quad (10)
\end{aligned}$$

Um (10) in das Gesamtmodell einzubinden wird die normierte Zeit τ durch t ersetzt.

Der zu ersetzende Ausdruck $\frac{d}{d\tau}$ ergibt sich aus [10]:

$$\frac{d}{d\tau} = \mu_0 \gamma r_1^2 \frac{d}{dt}. \quad (11)$$

Nach der Division mit $\mu_0 \gamma r_1^2$ sowie der Einbindung der Winkelgeschwindigkeit

$\Omega = \frac{d}{dt} \vartheta$, geht (10) über in

$$\frac{d}{dt} \underline{i}_{2+S} - \left(-\frac{{}^n x_i^2}{\mu_0 \gamma r_1^2} + j(p\Omega - \Omega_t) \right) \underline{i}_{2+S} = {}^{i,n}E^* J_n({}^n x_i) \cdot \left(\frac{d}{dt} \underline{i}_{2t} - j(p\Omega - \Omega_t) \underline{i}_{2t} \right). \quad (12)$$

Damit liegen die transformierten Systemgleichungen (vgl: [11] Seite 17) vor

$$\begin{aligned}
\underline{u}_{1t} &= R_1 \dot{i}_{1t} + \frac{d}{dt} (L_1 \dot{i}_{1t} + M_{2,1} \dot{i}_{2t}) + j\Omega_t (L_1 \dot{i}_{1t} + M_{2,1} \dot{i}_{2t}), \\
0 &= R_2 \dot{i}_{2t} + \frac{d}{dt} (L_2 \dot{i}_{2t} + M_{1,2} \dot{i}_{1t}) - j(p\Omega - \Omega_t)(L_2 \dot{i}_{2t} + M_{1,2} \dot{i}_{1t}) \\
&\quad + R_{St} \left(2 \sin \frac{p\pi}{Z_2} \right)^2 \sum_n \sum_i \dot{i}_{2+S,t} \quad , \\
0 &= -j(p\Omega - \Omega_t) \dot{i}_{2t} + \frac{-(\mu_0 \gamma r_1^2)^{-1} x_i^2 + j(p\Omega - \Omega_t)}{i,n E^* J_n({}^n x_i)} \dot{i}_{2+S,t} + \frac{d}{dt} \left(\dot{i}_{2t} - \frac{1}{i,n E^* J_n({}^n x_i)} \dot{i}_{2+S,t} \right).
\end{aligned} \tag{13}$$

Der Übergang in statorfeste Koordinaten gem. [1], Seite 24 ($\Omega_t = 0$) vereinfacht das System zu

$$\begin{aligned}
\underline{u}_1 &= R_1 \dot{i}_1 + \frac{d}{dt} (L_1 \dot{i}_1 + M_{2,1} \dot{i}_{2S}), \\
0 &= R_2 \dot{i}_{2S} + \frac{d}{dt} (L_2 \dot{i}_{2S} + M_{1,2} \dot{i}_1) - jp\Omega (L_2 \dot{i}_{2S} + M_{1,2} \dot{i}_1) + R_{St} \left(2 \sin \frac{p\pi}{Z_2} \right)^2 \sum_n \sum_i \dot{i}_{2+S,S} \quad , \\
0 &= -jp\Omega \cdot \dot{i}_{2S} + \frac{-(\mu_0 \gamma r_1^2)^{-1} x_i^2 + jp\Omega}{i,n E^* J_n({}^n x_i)} \dot{i}_{2+S,S} + \frac{d}{dt} \left(\dot{i}_{2S} - \frac{1}{i,n E^* J_n({}^n x_i)} \dot{i}_{2+S,S} \right),
\end{aligned} \tag{14}$$

und die Einführung des Magnetisierungsstrom-Raumzeigers (1.a), der totalen Streuziffer (1.d) sowie der Rotorzeitkonstanten (1.c) ergeben das Systemmodell in der Konvention des Grundmodells

$$\begin{aligned}
\underline{u}_1 &= R_1 \dot{i}_1 + \frac{d}{dt} (L_1 \cdot \dot{i}_m), \\
0 &= (-1 + jp\Omega \sigma T_2) \dot{i}_1 + (1 - jp\Omega T_2) \dot{i}_m + \frac{d}{dt} (-\sigma T_2 \dot{i}_1 + T_2 \dot{i}_m) \\
&\quad + \frac{R_{St} M_{2,1}}{R_2 L_1} \left(2 \sin \frac{p\pi}{Z_2} \right)^2 \sum_n \sum_i \dot{i}_{2+S,S} \quad , \\
0 &= -jp\Omega \cdot \frac{L_1}{M_{2,1}} (\dot{i}_m - \dot{i}_1) + \underbrace{\frac{-(\mu_0 \gamma r_1^2)^{-1} x_i^2 + jp\Omega}{i,n E^* J_n({}^n x_i)}}_{F_1} \dot{i}_{2+S,S} \\
&\quad + \frac{d}{dt} \left(\frac{L_1}{M_{2,1}} (\dot{i}_m - \dot{i}_1) - \underbrace{\frac{1}{i,n E^* J_n({}^n x_i)}}_{F_2} \dot{i}_{2+S,S} \right).
\end{aligned} \tag{15}$$

Für die weitere Betrachtung des Systemmodells sind die Faktoren F_1 und F_2 aufzulösen. Es gilt gemäß [10]:

$${}^{i,0}E^* = J_0^{-1}({}^0x_i) \quad (16)$$

und
$${}^{i,n}E^* = 2si(n\alpha) \frac{J_n^{-1}({}^n x_i)}{1 - (n / {}^n x_i)^2} \quad n \neq 0. \quad (17)$$

Daraus erhält man die Faktoren für

$n = 0$:
$$F_1 = \frac{-(\mu_0 \gamma r_1^2)^{-1} {}^0 x_i^2 + jp\Omega}{{}^{i,0}E^* J_0({}^0 x_i)} = -\frac{{}^0 x_i^2}{\mu_0 \gamma r_1^2} + jp\Omega \quad (18)$$

und
$$F_2 = \frac{1}{{}^{i,0}E^* J_0({}^0 x_i)} = 1, \quad (19)$$

sowie für

$n \neq 0$:
$$F_1 \frac{-(\mu_0 \gamma r_1^2)^{-1} {}^n x_i^2 + jp\Omega}{{}^{i,n}E^* J_n({}^n x_i)} = \left(-\frac{{}^n x_i^2}{\mu_0 \gamma r_1^2} + jp\Omega \right) \cdot \frac{1 - (n / {}^n x_i)^2}{2si(n\alpha)} \quad (20)$$

und
$$F_2 = \frac{1}{{}^{i,n}E^* J_n({}^n x_i)} = \frac{1 - (n / {}^n x_i)^2}{2si(n\alpha)}. \quad (21)$$

Die Matrizendarstellung der Systemgleichungen lautet dann:

$$\begin{pmatrix} R_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -1 + jp\Omega\sigma T_2 & 1 - jp\Omega T_2 & {}^\circ STV & \dots & {}^\circ STV \\ jp\Omega \frac{L_1}{M_{2,1}} & -jp\Omega \frac{L_1}{M_{2,1}} & \frac{-{}^{0,2}X + jp\Omega}{({}^{0,2}\lambda)^{-1}} & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ jp\Omega \frac{L_1}{M_{2,1}} & -jp\Omega \frac{L_1}{M_{2,1}} & 0 & 0 & \frac{-{}^{n,i}X + jp\Omega}{({}^{n,i}\lambda)^{-1}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{i}_1 \\ \dot{i}_m \\ \dot{i}_{3s} \\ \vdots \\ \dot{i}_{2+s,s} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & L_1 & 0 & \dots & 0 \\ -\sigma T_2 & T_2 & 0 & \dots & 0 \\ -\frac{L_1}{M_{2,1}} & \frac{L_1}{M_{2,1}} & -{}^{0,2}\lambda & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ -\frac{L_1}{M_{2,1}} & \frac{L_1}{M_{2,1}} & 0 & 0 & -{}^{n,i}\lambda \end{pmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \dot{i}_1 \\ \dot{i}_m \\ \dot{i}_{3s} \\ \vdots \\ \dot{i}_{2+s,s} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{u}_1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (22)$$

$$\text{mit } {}^{n,i}\lambda = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 1 - \left(\frac{n}{n x_i}\right)^2 & n \neq 0 \\ \frac{1}{2\text{si}(n\alpha)} & n \neq 0 \end{cases}, \quad (22.a)$$

$${}^{n,i}X = \frac{{}^n x_i^2}{\mu_0 \gamma r_1^2}, \quad (22.b)$$

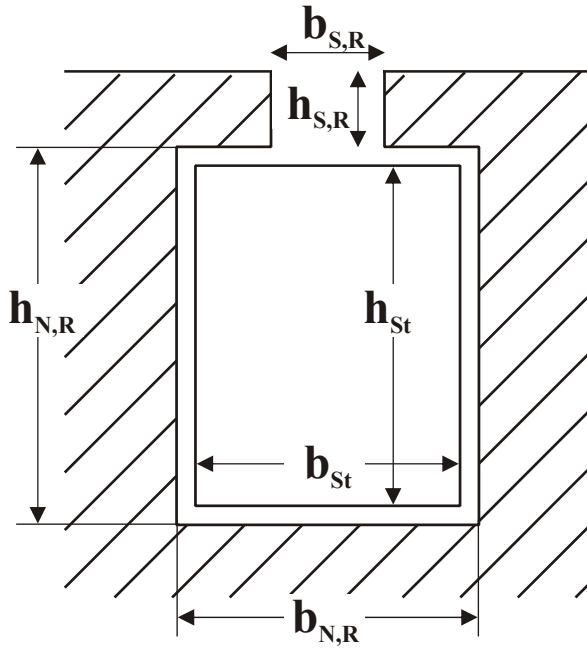
$$\circ STV = \frac{R_{St}}{R_2} \frac{M_{2,1}}{L_1} \left(2 \sin \frac{p\pi}{Z_2} \right). \quad (22.c)$$

Bei der Aufstellung des DGL-Systems ist darauf zu achten, dass der Ausdruck „sin(nα)“ nicht den Wert Null annehmen darf, um eine Division mit 0 zu vermeiden. Dies bedeutet, dass das Produkt (n · α) für n = 0...n_{max} kein ganzzahliges Vielfaches von π ergeben darf.

3.2 Stromverdrängungsmodell für Rechteckstabläufer

In [11] wird die einseitige Stromverdrängung in Rechteckstäben analytisch berechnet. Die zugrunde liegende Geometrie ist in Abbildung 3 beschrieben.

Das Ergebnis fließt analog zur Beschreibung im vorigen Kapitel über eine modifizierte Rotorspannungsgleichung in das Grundmodell ein. Aufgrund des als Summe mit dem Parameter r eingeführten Lösungsansatzes treten im Rotor r_{\max} zusätzliche Spannungsabfälle auf, die über frei definierte Ströme beschrieben werden. Diese Ströme werden durch Überführung ihrer Definition in eine Differentialgleichung mit den Strömen aus dem Grundmodell gekoppelt, so dass das Systemmodell für den Rechteckstabläufer dann aus $r_{\max} + 2$ gekoppelten Differentialgleichungen besteht. Die Ausführung dieser Integration ist bereits in [11] erfolgt.



$b_{S,R}$ - Streuschlitzbreite
 $h_{S,R}$ - Streuschlitzhöhe
 $b_{N,R}$ - Nutbreite
 $h_{N,R}$ - Nuthöhe
 b_{St} - Stabbreite
 h_{St} - Stabhöhe

Abbildung 3: Geometrie der Rotornut inklusive Stab

Die Matrix-Schreibweise des Systems ist im Folgenden aufgeführt:

$$\begin{pmatrix} R_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -1 + jp\Omega\sigma T_2 & 1 - jp\Omega T_2 & {}^{\square}STV & \dots & {}^{\square}STV \\ jp\Omega \frac{L_1}{M_{2,1}} & -jp\Omega \frac{L_1}{M_{2,1}} & {}^1v + jp\Omega & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ jp\Omega \frac{L_1}{M_{2,1}} & -jp\Omega \frac{L_1}{M_{2,1}} & 0 & 0 & {}^{r_{\max}}v + jp\Omega \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{i}_1 \\ \dot{i}_m \\ \dot{i}_{3,s} \\ \vdots \\ \dot{i}_{r_{\max}+2,s} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & L_1 & 0 & \dots & 0 \\ -\sigma T_2 & T_2 & 0 & \dots & 0 \\ -\frac{L_1}{M_{2,1}} & \frac{L_1}{M_{2,1}} & -1 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ -\frac{L_1}{M_{2,1}} & \frac{L_1}{M_{2,1}} & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \dot{i}_1 \\ \dot{i}_m \\ \dot{i}_{3,s} \\ \vdots \\ \dot{i}_{r_{\max}+2,s} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{u}_1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (23)$$

mit ${}^{\square}STV = 2 \frac{R_{St} M_{2,1}}{L_1 R_2} \left(2 \sin \frac{p\pi}{Z_2} \right)^2,$ (23.a)

${}^1v = -\frac{1}{\mu_0 \gamma b} \left(\frac{r\pi}{h_L} \right)^2.$ (23.b)

4 Integration der Systemgleichungen

Mit den Gleichungen (1), (22) und (23) in Verbindung mit (3) und (4) stehen Systemmodelle der Asynchronmaschine zur Verfügung, die ein System von gekoppelten, nichtlinearen, inhomogenen Differentialgleichungen der Form

$$\mathbf{A} \cdot \frac{d}{dt} \mathbf{I} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{U} \quad (24)$$

darstellen. Die Nichtlinearität der Systeme entsteht durch die Verknüpfung der unbekanntenen Zeitfunktionen

- Winkelgeschwindigkeit $\Omega(t)$ als Koeffizient,
- Drehmomentbildung $i_1(t) \cdot i_m^*(t)$.

Für die Erarbeitung von Lösungsansätzen soll die Variabilität der Induktivitäten und Widerstände an dieser Stelle ausgeschlossen werden.

Die weitere Betrachtung der Lösungsstrategie soll differenziert erfolgen.

Ein weites Feld von Anwendungen fällt in das Gebiet der dynamischen Betriebszustände (Hochlauf, Spannungsunterbrechung, Lastwechsel, etc.). Für diese sind die Modelle explizit aufgestellt, so dass hier eine allgemeingültige Lösung herzuleiten ist.

Ein Sonderfall im Bereich der dynamischen Betriebszustände stellt der eingeschwungene Zustand dar. Zwar ist dieser Zustand auch bei der dynamischen Betrachtung abgedeckt, dort muss aber der Einschwingvorgang jeweils mit berechnet werden. Deshalb ist eine angepasste Lösungsstrategie sinnvoll.

Eigene Anforderungen an eine Lösungsstrategie stellen Echtzeit-Anwendungen mit dynamischen Betriebszuständen. Hier müssen die Lösungsverfahren an Echtzeit fähige Hard- und Software angepasst werden.

4.1 Lösungsstrategien für dynamische Betriebszustände

Diese Lösungsstrategie ist in Teilen bereits in [12] entwickelt. Sie wird hier der Vollständigkeit halber komplett aufgeführt.

Die Nichtlinearität der Modelle resultiert aus den zeitveränderlichen Parametern der Koeffizientenmatrizen A und B. Dies ist nach Festlegung in Kapitel 4 nur noch die Winkelgeschwindigkeit.

Um dennoch für die Lösung von einem linearen DGL-System ausgehen zu können, wird die Berechnung in kleine Zeitintervalle unterteilt, in denen die Winkelgeschwindigkeit als konstant angenommen werden kann. Dadurch vereinfacht sich das Modell zu einem System gekoppelter, linearer, inhomogener Differentialgleichungen. Dessen Lösung ist dann die Summe der homogenen und einer partikulären Lösung

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_{\text{hom}} + \mathbf{I}_{\text{part}} . \quad (25)$$

Für die folgenden Betrachtungen ist die Definition des Störvektors U erforderlich. Um praxisnahe Anwendungen zu ermöglichen, soll eine Speisung der Asynchronmaschine mit einem

- Frequenzumrichter mit Spannungszwischenkreis
 - in Grundfrequenztaktung
 - in Pulsweitenmodulation (Natural Sampling Verfahren)
- sinusförmigem Drehspannungsnetz

berücksichtigt werden können.

Eine genaue Beschreibung der Grundfrequenztaktung ist z.B. in [2], Kapitel 10 aufgeführt, das Natural Sampling Verfahren wird in Kapitel 5.1.1 behandelt.

4.1.1 Intervallfestlegung zur Linearisierung

Die Methode der Intervallfestlegung basiert auf der berechtigten Annahme, dass die mechanischen Größen sich im Verhältnis zu den elektrischen nur langsam ändern.

Dies legt nahe, dass beim Betrieb der ASM an einem Umrichter die Intervalle von den

Zeiten konstanter Spannung bestimmt werden sollten, da hier die partikuläre Lösung (siehe 4.1.3) konstant bleibt.

Beim Betrieb am sinusförmigen Drehspannungsnetz ist diese Methode nicht mehr anwendbar. Hier werden die Intervalle als Bruchteil einer Periode festgelegt. Da in der partikulären Lösung der Zeitverlauf der Spannung berücksichtigt wird, kann so mit annehmbaren Intervallzeiten bzgl. der Berechnungsdauer gearbeitet werden.

Als Option ist weiterhin, unabhängig von der Spannungsquelle, eine Überwachung der Drehzahl denkbar, die die getroffene Annahme der langsamen Drehzahländerung verifiziert und nötigenfalls das aktuelle Berechnungsintervall verkürzt. Diese Überwachung ist hier aber nicht Gegenstand der Betrachtung.

Für die einzelnen Spannungsquellen ergeben sich somit folgende Intervallanzahlen pro Spannungsperiode, wobei diese durch einen Faktor „Auflösung“ zur weiteren Unterteilung der Hauptintervalle zusätzlich beeinflussbar (Genauigkeit) sind:

| | |
|---------------------------|--|
| Grundfrequenztaktung | $A_{Intervall} = 6 \cdot \text{Auflösung}$ |
| Pulsweitenmodulation | $A_{Intervall} = \text{Auflösung} \cdot \text{Takt}$ <p style="text-align: center;">Takt: Verhältnis zwischen der Frequenz des Dreieck- und Sinussignal beim Natural Sampling Verfahren (siehe Kapitel 5.1.1)</p> |
| Sinusf. Drehspannungsnetz | $A_{Intervall} = 100 \cdot \text{Auflösung}$ |

In Abbildung 4 wird die Bestimmung der Intervalle noch einmal grafisch dargestellt. Unabhängig von der Speisung kann sich die Intervalllänge des letzten Intervalls von den übrigen unterscheiden, da diese begrenzt sind durch die gesamte Simulationszeit. Bei Betrieb mit Grundfrequenztaktung kann zusätzlich das erste Intervall, je nach Einschaltphase, eine abweichende Länge haben. Bei der Pulsweitenmodulation unterscheiden sich darüber hinaus die Intervalle auch innerhalb einer Periode. Die Intervalllängen wiederholen sich dann mit der Periodenzeit.

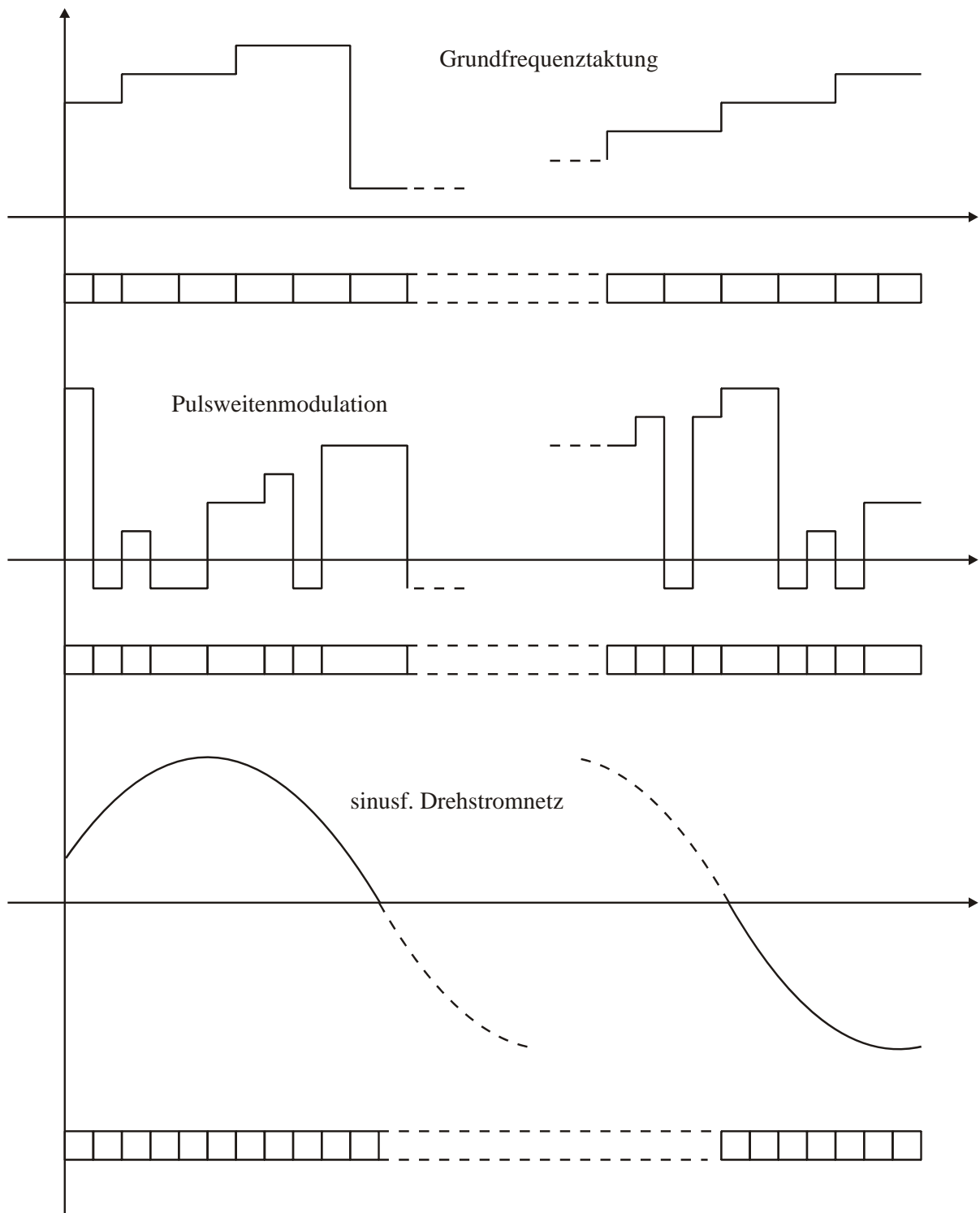


Abbildung 4: Intervallbestimmung
oben: Grundfrequenztaktung
Auflösung = 2
mitte: Pulsweitenmodulation
Auflösung = 1
unten: sinusförmiges Drehspannungsnetz
25 Intervalle / Periode

4.1.2 Die Lösung des homogenen DGL - Systems

Die homogene Lösung ist unabhängig vom Störvektor und deshalb für die Systemmodelle jeweils gleich. Sie lautet gem. [12]:

$$\mathbf{I}_v = \mathbf{Y}_v \cdot (\mathbf{K}_v \cdot \lambda_v) \quad \text{mit } \lambda_v = \begin{pmatrix} e^{-\lambda_1(t-t_v)} \\ e^{-\lambda_2(t-t_v)} \\ \vdots \\ e^{-\lambda_{\max}(t-t_v)} \end{pmatrix} \quad (26)$$

Dabei sind λ die Eigenwerte und \mathbf{Y} die Eigenvektoren der charakteristischen Matrix $\mathbf{C}=\mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{B}$. Der Index v ist die Laufvariable der Berechnungsintervalle, in denen die Winkelgeschwindigkeit als konstant erachtet wird. Da die Zeit t über die Intervallgrenzen weiterläuft, wird die Intervallstartzeit t_v im Intervall jeweils abgezogen.

Die Koeffizientenmatrix K_v berechnet sich aus der Kontinuität des Stromvektors an den Intervallgrenzen. Sollte aufgrund einer Spannungsunterbrechung die Statorströme abgeschaltet werden und somit keine Stromkontinuität vorliegen, wird K_v über die Kontinuität des Rotorflusses

$$\underline{\Psi}_{2,v}(t_{v+1}) = \underline{\Psi}_{2,v+1}(t_{v+1}) \quad (27)$$

bestimmt.

4.1.3 Eine partikuläre Lösung

Die partikuläre Lösung der Systemmodelle ist von der Art der Störfunktion abhängig. Darum ist für die einzuführenden Spannungssysteme gem. Kapitel 4.1 eine getrennte Betrachtung erforderlich.

Betrieb am Frequenzumrichter mit Spannungszwischenkreis

Beim Betrieb am Frequenzumrichter ist die Spannung im Intervall gem. Kapitel 4.1.1 konstant. Eine partikuläre Lösung ist dann

$$\mathbf{I}_p = \mathbf{B}^{-1} \cdot \mathbf{U}. \quad (28)$$

Betrieb am sinusförmigen Drehstromnetz

Bei diesem Betrieb wird von einer Speisung aus einem symmetrischen Drehstromnetz mit sinusförmigem Zeitverlauf ausgegangen. Die drei Phasenspannungen

$$\begin{aligned} U_{1U} &= \hat{U} \cdot \cos(\omega t + \varphi), \\ U_{1V} &= \hat{U} \cdot \cos(\omega t + \varphi - 2\pi/3), \\ U_{1W} &= \hat{U} \cdot \cos(\omega t + \varphi + 2\pi/3), \end{aligned} \quad (29)$$

bilden den Raumzeiger

$$\underline{U}_1 = \hat{U} \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}. \quad (30)$$

Das Systemmodell (24) beinhaltet damit den Störvektor

$$\mathbf{U} = \hat{\mathbf{U}} \cdot e^{j(\omega t + \varphi)} \quad \hat{\mathbf{U}} = \begin{pmatrix} \hat{U}_1 \\ \hat{U}_2 \\ \vdots \\ \hat{U}_{s_{\max}+2/r_{\max}+2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{U} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (31)$$

Zur Bestimmung der partikulären Lösung \mathbf{I}_p wird ein der Störfunktion angepasster Lösungsansatz der Form

$$\mathbf{I}_p = \hat{\mathbf{I}} \cdot e^{j(\omega t + \varphi + \varphi_I)} \quad (32)$$

gewählt (siehe z.B. [13]) und in das Systemmodell eingesetzt:

$$j\omega \cdot \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{I}} \cdot e^{j(\omega t + \varphi + \varphi_l)} + \mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{I}} \cdot e^{j(\omega t + \varphi + \varphi_l)} = \hat{\mathbf{U}} \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}$$

$$\Leftrightarrow (j\omega \cdot \mathbf{A} + \mathbf{B}) \cdot \hat{\mathbf{I}} \cdot e^{j(\omega t + \varphi + \varphi_l)} = \hat{\mathbf{U}} \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}$$

$$\Leftrightarrow (j\omega \cdot \mathbf{A} + \mathbf{B}) \cdot \hat{\mathbf{I}} \cdot e^{j\varphi_l} = \hat{\mathbf{U}}$$

$$\Leftrightarrow \hat{\mathbf{I}} \cdot e^{j\varphi_l} = (j\omega \cdot \mathbf{A} + \mathbf{B})^{-1} \cdot \hat{\mathbf{U}}$$

Daraus erhält man für die partikuläre Lösung:

$$\underline{\mathbf{I}}_p = \hat{\mathbf{I}} \cdot e^{j(\omega t + \varphi + \varphi_l)} \quad (33)$$

$$\text{mit: } \hat{\mathbf{I}} = \left| (j\omega \cdot \mathbf{A} + \mathbf{B})^{-1} \cdot \hat{\mathbf{U}} \right|, \quad (33.a)$$

$$\varphi_l = \angle((j\omega \cdot \mathbf{A} + \mathbf{B})^{-1} \cdot \hat{\mathbf{U}}). \quad (33.b)$$

Mit der Berechnung der partikulären Lösungen ist die Gesamtlösung für die dynamischen Betriebszustände in Abhängigkeit von der Spannungsquelle bestimmt.

4.2 Lösungsstrategien für den eingeschwungenen Zustand

Mit den bisher betrachteten Lösungsmethoden ist es möglich, den dynamischen Betrieb der Asynchronmaschine zu simulieren. Ist es nun von Interesse, den Strom- und Drehmomentverlauf für den eingeschwungenen Zustand bei konstanter Drehzahl zu berechnen, so sind diese Lösungswege zwar anwendbar, jedoch nicht optimal, da der Einschwingvorgang zeitintensiv mitberechnet werden muss. Eine in sich geschlossene direkte Berechnung der Lösung kann aufgrund der Periodizitätsbedingung durchgeführt werden (vgl. [14]).

4.2.1 Periodizitätsbedingung

In [14] wird für diese Problematik die Lösung eines DGL-Systems unter Ausnutzung der Periodizitätsbedingung

$$\dot{i}_1\left(t + \frac{T}{6}\right) = -\underline{a}^2 \cdot \dot{i}_1(t) = \dot{i}_1(t) \cdot e^{j\frac{\pi}{3}} \quad (34)$$

aufgezeigt. Die Periodizitätsbedingung ergibt sich wie folgt.

Der Statorstrom-Raumzeiger ist definiert gemäß

$$\dot{i}_1 = \frac{2}{3} \cdot (\dot{i}_U + \underline{a} \cdot \dot{i}_V + \underline{a}^2 \cdot \dot{i}_W) \quad \text{mit } \underline{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}} \quad (35)$$

Des Weiteren sind die Strangströme im eingeschwungenen, quasistationären Zustand lediglich zueinander phasenverschoben. (35) ergibt sich also zu:

$$\dot{i}_1 = \frac{2}{3} \cdot \left(\dot{i}_U + \dot{i}_U \left(t - \frac{T}{3} \right) \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}} + \dot{i}_U \left(t + \frac{T}{3} \right) \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}} \right) \quad (36)$$

Zunächst wertet man (36) für $t + \frac{T}{6}$ aus:

$$\dot{i}_1\left(t + \frac{T}{6}\right) = \frac{2}{3} \cdot \left(\dot{i}_U\left(t + \frac{T}{6}\right) + \dot{i}_U\left(t - \frac{T}{6}\right) \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}} + \dot{i}_U\left(t + \frac{T}{2}\right) \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}} \right) \quad (37)$$

Die Ströme sind genau wie die Ausgangsspannung des Pulswechselrichters halbschwingungssymmetrisch (Bedingungen: siehe Kapitel 5.1.1) und es gilt:

$$\dot{i}_U\left(t - \frac{T}{2}\right) = \dot{i}_U\left(t + \frac{T}{2}\right) = -\dot{i}_U(t) \quad (38)$$

Damit geht Gleichung (37) über in:

$$\begin{aligned}
i_1\left(t + \frac{T}{6}\right) &= \frac{2}{3} \cdot \left(-i_U\left(t - \frac{T}{3}\right) - i_U\left(t + \frac{T}{3}\right) \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}} - i_U(t) \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}} \right) \\
&= -\frac{2}{3} \cdot \left(i_U(t) \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}} + i_U\left(t - \frac{T}{3}\right) + i_U\left(t + \frac{T}{3}\right) \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}} - \right) \\
&= -\frac{2}{3} \cdot \left(i_U(t) + i_U\left(t - \frac{T}{3}\right) e^{j\frac{2\pi}{3}} + i_U\left(t + \frac{T}{3}\right) \cdot e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}} \\
&= -i_1(t) \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}} = -\underline{a}^2 \cdot i_1(t) \quad ,
\end{aligned} \tag{39}$$

womit die Periodizitätsbedingung (34) abgeleitet ist.

4.2.2 Berechnung für Grundfrequenztaktung

Für den Stromvektor \mathbf{I}_ν im Intervall ν gilt:

$$\mathbf{I}_\nu = \mathbf{I}_{\text{part},\nu} + \mathbf{I}_{\text{hom},\nu} \tag{40}$$

$$\mathbf{I}_\nu = \mathbf{B}_\nu^{-1} \cdot \mathbf{U}_\nu + \mathbf{Y}_\nu \cdot (\text{diag}(\mathbf{K}_\nu) \cdot \exp(-(\boldsymbol{\lambda}_\nu) \cdot (t - t_\nu)) \tag{41}$$

Für den eingeschwungenen Zustand sind die Koeffizientenmatrix \mathbf{B} und die Eigenvektoren \mathbf{Y} und Eigenwerte λ konstant. Über ein Sechstel der Periodendauer ist bei Grundfrequenztaktung zusätzlich auch der Spannungsvektor \mathbf{U} konstant. Die einzige Unbekannte stellt neben dem gesuchten Strom damit der Konstantenvektor \mathbf{K}_ν dar. Diese lässt sich nun mit Hilfe der Periodizitätsbedingung bestimmen.

Für den Stromvektor gilt nach (34)

$$\underbrace{\mathbf{B}_\nu^{-1} \cdot \mathbf{U}_\nu}_{\mathbf{I}_p} + \mathbf{Y}_\nu \cdot \left[\text{diag}(\mathbf{K}_\nu) \cdot e^{-\boldsymbol{\lambda}_\nu \frac{T}{6}} \right] = (\mathbf{B}_\nu^{-1} \cdot \mathbf{U}_\nu + \mathbf{Y}_\nu \cdot \text{diag}(\mathbf{K}_\nu)) \cdot e^{j\frac{\pi}{3}}$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{Y}_\nu \cdot \left[\text{diag}(\mathbf{K}_\nu) \cdot e^{-\boldsymbol{\lambda}_\nu \frac{T}{6}} - \text{diag}(\mathbf{K}_\nu) \cdot e^{j\frac{\pi}{3}} \right] = \mathbf{I}_p \cdot \left(e^{j\frac{\pi}{3}} - 1 \right)$$

$$\Leftrightarrow \text{diag}(\mathbf{K}_\nu) \cdot \left[e^{-\boldsymbol{\lambda}_\nu \frac{T}{6}} - e^{j\frac{\pi}{3}} \right] = \mathbf{Y}_\nu^{-1} \cdot \mathbf{I}_p \cdot \left(e^{j\frac{\pi}{3}} - 1 \right)$$

Da λ_ν keine Diagonalmatrix ist, ergibt sich für den Konstantenvektor:

$$\mathbf{K}_\nu = \left[\text{diag} \left(e^{-\lambda_\nu \frac{T}{6}} - e^{j\frac{\pi}{3}} \right) \right]^{-1} \cdot \mathbf{Y}_\nu^{-1} \cdot \mathbf{I}_p \cdot \left(e^{j\frac{\pi}{3}} - 1 \right) \quad . \quad (42)$$

Damit sind sämtliche Unbekannten in Gleichung (40) bestimmt und der Stromvektor kann berechnet werden. Da dies nur für ein Sechstel der Periode erfolgt ist, muss man für die anderen Intervalle das Ergebnis über die Periodizitätsbedingung umrechnen.

Umrechnung für die gesamte Periode

| | | | | | |
|-----------------------------|--|---|--|---|--|
| $0 \leq t \leq \frac{T}{6}$ | $\frac{T}{6} \leq t \leq \frac{T}{3}$ | $\frac{T}{3} \leq t \leq \frac{T}{2}$ | $\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{2T}{3}$ | $\frac{2T}{3} \leq t \leq \frac{5T}{6}$ | $\frac{5T}{6} \leq t \leq T$ |
| $\mathbf{I}(t)$ | $\mathbf{I}(t) \cdot e^{j\frac{\pi}{3}}$ | $\mathbf{I}(t) \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}}$ | $-\mathbf{I}(t)$ | $-\mathbf{I}(t) \cdot e^{j\frac{\pi}{3}}$ | $-\mathbf{I}(t) \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}}$ |

4.2.3 Berechnung für Pulsweitenmodulation

Für den Stromvektor \mathbf{I}_ν im Intervall ν gilt (41) entsprechend. Für den eingeschwungenen Zustand sind die Koeffizientenmatrix \mathbf{B} und die Eigenvektoren und -werte wiederum konstant. Im Gegensatz zur Grundfrequenztaktung ist der Spannungsvektor \mathbf{U} jedoch nicht über ein Sechstel der Periodendauer konstant, sondern nur für die Dauer eines Intervalls Δt_ν . Die Spannung ist beim Natural Sampling Verfahren ([15]) weiterhin halbschwingungssymmetrisch (Bedingungen: siehe Kapitel 5.1.1). Die Periodizitätsbedingung ist also weiter gültig. Um ein lösbares Gleichungssystem für den unbekanntem Konstantenvektor aufzustellen, muss neben der Periodizitätsbedingung eine weitere Verknüpfung zwischen dem letzten und ersten Intervall einer Sechstel-Periode hergestellt werden. Dies gelingt mit der Kontinuitätsbedingung für den Strom an den Intervallgrenzen

$$\mathbf{I}_\nu(t = \Delta t_\nu) = \mathbf{I}_{\nu+1}(t = 0)$$

oder

$$\mathbf{B}^{-1} \cdot \mathbf{U}_\nu + \mathbf{Y} \cdot (\text{diag}(\mathbf{K}_\nu)) \cdot \exp(-\lambda \cdot (\Delta t_\nu)) = \mathbf{B}^{-1} \cdot \mathbf{U}_{\nu+1} + \mathbf{Y} \cdot \mathbf{K}_{\nu+1}$$

mit Δt_ν ... Intervalllänge des Intervalls ν .

Zusammen mit der Periodizitätsbedingung

$$\mathbf{I}_{\nu_{\max}}(\Delta t_{\nu_{\max}}) = \mathbf{I}_1(0) \cdot e^{j\frac{\pi}{3}}$$

oder

$$\mathbf{B}^{-1} \cdot \mathbf{U}_{\nu_{\max}} + \mathbf{Y} \cdot (\text{diag}(\mathbf{K}_{\nu_{\max}})) \cdot \exp(-\lambda \cdot \Delta t_{\nu_{\max}}) = (\mathbf{B}^{-1} \cdot \mathbf{U}_1 + \mathbf{Y} \cdot \mathbf{K}_1) \cdot e^{j\frac{\pi}{3}}$$

ist nun ein Sechstel der Periode in sich geschlossen beschrieben. Findet an der Grenze der Sechstel-Periode keine Änderung des Schaltzustandes statt, muss die Intervalldauer $\Delta t_{\nu_{\max}}$ des letzten Zwischentaktes so angepasst werden, dass der Endwert $t + T/6$ entspricht.

Durch die Verknüpfung der Beziehungen entsteht ein Gleichungssystem, welches nachfolgend für vier Pulse im ersten Sechstel der Periode als Beispiel aufgestellt wird:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{Y} \cdot e^{-\lambda(\Delta t_1)} & -\mathbf{Y} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{Y} \cdot e^{-\lambda(\Delta t_2)} & -\mathbf{Y} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{Y} \cdot e^{-\lambda(\Delta t_3)} & -\mathbf{Y} \\ -\mathbf{Y} \cdot e^{j\frac{\pi}{3}} & 0 & 0 & \mathbf{Y} \cdot e^{-\lambda(\Delta t_4)} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{K}_1 \\ \mathbf{K}_2 \\ \mathbf{K}_3 \\ \mathbf{K}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{B}^{-1} \cdot (\mathbf{U}_2 - \mathbf{U}_1) \\ \mathbf{B}^{-1} \cdot (\mathbf{U}_3 - \mathbf{U}_2) \\ \mathbf{B}^{-1} \cdot (\mathbf{U}_4 - \mathbf{U}_3) \\ \mathbf{B}^{-1} \cdot \left(\mathbf{U}_1 \cdot e^{j\frac{\pi}{3}} - \mathbf{U}_4 \right) \end{pmatrix} \quad (43)$$

Durch Inversion der linken Matrix und linksseitiger Multiplikation erhält man die Konstantenvektoren der Zwischentaktes und der Stromverlauf kann somit über einem Sechstel der Periode berechnet werden. Die Umrechnung auf eine volle Periode erfolgt dann gemäß der Beschreibung in Kapitel 4.2.2.

4.2.4 Berechnung für ein symmetrisches Drehspannungsnetz

In diesem Fall ist der eingeschwungene Zustand durch die partikuläre Lösung beschrieben, wie sie in Kap. 4.1.3 erarbeitet wurde.

4.3 Realisierung der Systemmodelle in Echtzeit

Die Anwendung von Maschinenmodellen findet z.B. im Bereich der feldorientierten Regelung statt. Dort werden mit Hilfe von Flussmodellen der Betrag und die Richtung des Rotorflusses berechnet, womit eine getrennte Regelung von Fluss und Drehmoment ermöglicht wird (siehe z.B. [5] oder [16]).

Darüber hinaus gibt es viele Anwendungen, in denen Maschinenmodelle genutzt werden, um die Anzahl der benötigten Messaufnehmer zu minimieren.

4.3.1 Grundmodell

Bei der Echtzeitemsetzung muss die Berechnung des Systems (1) mit Hilfe der Lösung aus Kapitel 4.1 so erfolgen, dass sie auf einem DSP autark läuft. Dazu ist eine Programmierung mit SIMULINK hilfreich, da dort Compiler zur Verfügung gestellt werden, die das Simulink - Modell für die Hardware übersetzen. Bei der Umsetzung ist es weiterhin sinnvoll, die Berechnungsblöcke in C zu programmieren, da dies im Vergleich zu den diskreten Blöcken der Simulink - Software eine bessere Performance auf Echtzeitsystemen bietet und jeder Berechnungsschritt zugänglich ist. Dazu muss die Berechnung in Imaginär- und Realteile aufgespalten werden, da die komplexe Rechnung von den in Simulink zur Verfügung gestellten Programmbibliotheken nicht unterstützt wird. Dies ist bei der Behandlung des Grundmodells ohne weiteres möglich. Die Eigenwerte und Eigenvektoren können analytisch bestimmt werden, da die charakteristische Gleichung ein Polynom zweiten Grades darstellt.

$$\lambda_{1/2} = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sigma T_1} + \frac{1}{\sigma T_2} - jp\Omega \right) \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{1}{\sigma T_1} + \frac{1}{\sigma T_2} - jp\Omega \right)^2 - \frac{1}{\sigma T_1 T_2} \cdot (1 - jp\Omega T_2)} \quad (44)$$

und

$$\mathbf{Y}_i = a_i \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ b_i \end{pmatrix} \quad (45)$$

mit a_i ... Parameter, wird bestimmt über Anfangsbedingungen

$$b_i = \frac{M}{L_2} \cdot \frac{1}{1 - jp\Omega T_2 + \lambda_i T_2}$$

Mit den Eigenvektoren und Eigenwerten kann der Stromvektor, daraus das Drehmoment und daraus wiederum die Winkelgeschwindigkeit berechnet werden. Der Quelltext zu dieser Rechnung ist im Anhang, Kapitel 11.5 aufgeführt. So steht ein Echtzeit-fähiges Motormodell zur Verfügung, welches jedoch die Stromverdrängung nicht berücksichtigt

4.3.2 Stromverdrängungsmodell für Rechteckstab-Käfig

Die Umsetzung des Stromverdrängungsmodells in ein Echtzeit fähiges Simulink – Modell ist wesentlich schwieriger, da das System nun aus $r_{\max} + 2$ gekoppelten Differentialgleichungen besteht. Dies ist auch unter der Verwendung von spezieller Software wie Maple oder Mathematica nicht mehr analytisch zu lösen. Diese Programme erzeugen schon bei drei gekoppelten DGL Lösungen für Eigenwerte und Eigenvektoren, die sich über mehrere DIN A4 Seiten erstrecken. Damit verbleiben für die weitere Vorgehensweise nur noch die numerischen Verfahren.

Für die Ermittlung der Eigenwerte und Eigenvektoren muss an das numerische Verfahren die Forderung gestellt werden, dass als Lösung sämtliche Eigenwerte und Eigenvektoren bestimmt werden und dies in einer möglichst kurzen Rechenzeit erfolgt. Je kürzer die Rechenzeit ist, umso häufiger kann der Wert der Winkelgeschwindigkeit aktualisiert und somit die Genauigkeit der Berechnung erhöht werden. Die kritische Rechenzeit ist erreicht, wenn die Intervallzeit so gewählt werden müsste, dass die Annahme einer konstanten Winkelgeschwindigkeit nicht mehr gerechtfertigt ist.

Die Struktur des Systemmodells für den Rechteckstab lässt eine einfache Berechnung der Eigenvektoren zu, wenn die Eigenwerte bekannt sind. Somit müssen in dem gewählten numerischen Verfahren nur die Eigenwerte bestimmt werden.

4.3.2.1 Berechnung der Eigenvektoren bei Vorgabe der Eigenwerte

Zur Berechnung der Eigenvektoren geht man aus von der charakteristischen Gleichung

$$(\mathbf{C} - \lambda_i \cdot \mathbf{E}) \cdot \mathbf{x}_i = 0 \quad (46)$$

mit \mathbf{E} ... Einheitsmatrix,

für die mit dem Eigenwert λ_i eine nicht triviale Lösung gefunden sei. Geht man über in die ausführliche Matrixschreibweise, so erhält man das Gleichungssystem der Form

$$\begin{pmatrix} a - \lambda_i & b & c & \dots & c \\ d & -\lambda_i & 0 & \dots & 0 \\ c_1 & c_2 & c_3 - jp\Omega - v - \lambda_i & c_3 & c_3 \\ \vdots & \vdots & c_3 & \ddots & c_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_3 & c_3 - jp\Omega - r_{\max} v - \lambda_i \end{pmatrix} \cdot \mathbf{x}_i = 0 \quad , \quad (47)$$

mit

$$a = \frac{1}{\sigma T_1} + \frac{1}{\sigma T_2} - jp\Omega$$

$$b = -\frac{1}{\sigma T_2} + j \frac{p\Omega}{\sigma}$$

$$c = -\frac{STV}{\sigma T_2}$$

$$c_1 = \frac{R_1 T_2 (\sigma - 1) - L_1}{M_{2,1} \sigma T_2}$$

$$c_2 = \frac{L_1 (1 + jp\Omega T_2 (\sigma - 1))}{M_{2,1} \sigma T_2}$$

$$c_3 = \frac{L_1 STV}{M_{2,1} \sigma T_2} \quad .$$

Für die Differenz der dritten Zeile Z_3 und einer beliebigen Zeile Z_{r+2} ($r \in \{1, 2, \dots, r_{\max}\}$) erhält man die Verhältnisgleichung

$$x_{i,r+2} = \frac{{}^1v + jp\Omega + \lambda_i}{r v + jp\Omega + \lambda_i} \cdot x_{i,3}. \quad (48)$$

Somit können die Zeilen Z_4 bis $Z_{r_{\max}+2}$ gem. (48) ersetzt werden. Damit gelingt ein Einsetzen dieser Gleichungen in die Zeilen 1-3, so dass das Gleichungssystem die Form

$$\begin{aligned} x_{i,2} &= \frac{d}{\lambda_i} \cdot x_{i,1} \\ x_{i,3} &= \frac{\frac{(a - \lambda_i) \cdot \lambda_i}{d} + b}{c \cdot \left(1 + \sum_{r=2}^{r_{\max}} \frac{{}^1v + jp\Omega + \lambda_i}{r v + jp\Omega + \lambda_i} \right)} \cdot x_{i,2} \\ x_{i,r+2} &= \frac{{}^1v + jp\Omega + \lambda_i}{r v + jp\Omega + \lambda_i} \cdot x_{i,3} \end{aligned} \quad (49)$$

erhält. Nun stellt die Lösung der charakteristischen Gleichung immer eine einparametrische Lösung dar. So ist die Richtung des Eigenvektors eindeutig bestimmt, der Betrag aber frei. Daher ist es zur Lösung des Gleichungssystems (49) zulässig, eine Unbekannte frei zu wählen. Der Betrag des Eigenvektors wird im Lösungsverfahren im Nachhinein dann erneut angepasst, so dass die Anfangsbedingungen erfüllt sind. Die Wahl der freien Unbekannten (hier: $x_{i,1}$) hat unter Berücksichtigung der Vermeidung von Rundungsfehlern und der unter C zu erfolgenden Aufteilung der Berechnung in Real- und Imaginärkomponenten zu erfolgen.

4.3.2.2 Numerische Verfahren zur Bestimmung der Eigenwerte

Bei der charakteristischen Matrix C handelt es sich um eine quadratische, unsymmetrische, komplexe Matrix der Größe $r_{\max} + 2$. Da die Berechnung wiederum in C erfolgen soll und viele Verfahren nur auf reelle Matrizen angewendet werden können, ist ein Übergang in ein reelles Problem notwendig. Nach [17] gelingt dies durch Anwendung des numerischen Verfahrens auf die reelle Matrix

$${}^R C = \begin{bmatrix} \operatorname{Re}\{C\} & -\operatorname{Im}\{C\} \\ \operatorname{Im}\{C\} & \operatorname{Re}\{C\} \end{bmatrix}. \quad (50)$$

Dabei erhält man $2 \cdot (r_{\max} + 2)$ Eigenwerte, da auch das konjugiert komplexe Problem auf das identische reelle Ersatzproblem gem. (50) führt. So erhält man also zu jedem Eigenwert der charakteristischen Matrix C auch dessen konjugiert komplexen. Im vorliegenden Fall kann die Auswahl des zutreffenden Eigenwertes vereinfacht durchgeführt werden, da der Imaginärteil der Matrix C von der Winkelgeschwindigkeit und deren Vorzeichen abhängt. So erhält man bei negativer Winkelgeschwindigkeit Eigenwerte mit positivem Imaginärteil und andersherum.

Die Vielzahl von numerischen Verfahren zur Lösung der Eigenwertaufgabe wird auf eine geringe Anzahl minimiert, wenn die vorliegende charakteristische Matrix keine spezielle Form hat. Für solche allgemeinen Matrizen hat sich das QR-Verfahren als Standard herauskristallisiert. Für die hier gewünschte Echtzeit-Anwendung auf einem Digitalen Signal Prozessor ist nach [18] dieses Verfahren in Verbindung mit einer vorherigen Konditionierung und Reduktion auf die Hessenberg-Form besonders gut geeignet.

Der entsprechende Quelltext einer s-function in SIMULINK ist im Anhang, Kapitel 11.6 angegeben. Untersuchungen haben ergeben, dass die Bestimmung der Eigenwerte und Eigenvektoren mit diesem Verfahren insgesamt auf einem DSP 1103 Board der Firma dSPACE weniger als $200 \mu\text{sec}$ benötigt. Damit ist eine Anwendung dieser Lösungsstrategie in einem Echtzeitmodell möglich.

4.3.3 Stromverdrängungsmodell für Rundstab-Käfig

Die Realisierung der Echtzeitemsetzung des Systemmodells für den Rundstabläufer ist nicht ohne weiteres möglich. Hier kann die Berechnung der Eigenvektoren nicht allgemeingültig abgespalten werden, da die Struktur in Abhängigkeit von den Maximalwerten für die Summenparameter variiert. Zudem ist die Ordnung der Matrix schon bei kleinen Werten für die Summenparameter sehr hoch. Hier sind die aktuellen Verfahren nicht ausreichend.

5 Numerische Auswertung der Modelle unter MATLAB[®]

Die in Kapitel 4.1 und 4.2 vorgestellten Lösungen für die Modelle sind ab einer bestimmten Systemgröße (> 3) nicht mehr analytisch zu berechnen. Gerade die analytische Eigenwert- und Eigenvektorbestimmung stößt schnell an die Grenzen der Durchführbarkeit und Verwertbarkeit. Deshalb muss bei der Auswertung der Modelle auf numerische Verfahren zurückgegriffen werden. Dies erfolgt mit der Software MATLAB[®], die in Industrie und Forschung weit verbreitet ist, und zudem eine breite Palette von grafischen Oberflächen bietet, die die Erstellung von eigenständigen Programmen für Forschung und Lehre, aber auch für industriellen Einsatz ermöglichen.

Das entwickelte Simulationsprogramm **ASMDyn 3** zur Anwendung der gefundenen Systemmodelle bildet eine Plattform, die es ermöglicht, mit Hilfe der Modellparameter, die in einem autarken Programm **ASMModell** aus den Maschinendaten berechnet werden, und mit Hilfe der Parameter der Spannungsquelle sowie der Lastkennlinie den dynamischen Betrieb und den eingeschwungenen Zustand der Asynchronmaschine vielfältig zu berechnen.

Im Folgenden soll die Umsetzung in das Programm erläutert werden, um die Ergebnisse bewerten zu können.

5.1 Realisierung der Spannungsquellen

Die Spannungsquelle definiert im Systemmodell den Störvektor und ist, wie in Kapitel 4.1 und 4.2 beschrieben, maßgeblich für die Lösungsstrategie. Da die Systemmodelle in Raumzeiger-Notation aufgestellt sind, ist dies auch für die Spannungsquellen erforderlich. Der Raumzeiger eines sinusförmigen Drehspannungssystems ist mit Gleichung (30) bereits hergeleitet. Nunmehr werden also noch die Raumzeiger bei Umrichterbetrieb benötigt. Hierbei werden die Schalt-, Durchlass- und Sperrverluste nicht berücksichtigt. Der Spannungsverlauf wird rein rechteckförmig und die Zwischenkreisspannung mit konstanter Amplitude angenommen.

5.1.1 Pulsweitenmodulation im Natural Sampling - Verfahren

Um die Schaltzeiten der einzelnen Halbleiterelemente des Wechselrichters zu bestimmen, wird der sog. Sinus-Dreieck- Vergleich (Natural Sampling) genutzt. Gem. [15] wird in diesem Verfahren das Sollsignal jedes Stranges (hier sinusförmig) mit dem für alle Stränge gleichen Dreiecksignal verglichen, um die Umschaltzeitpunkte des Wechselrichters zu ermitteln. Abbildung 5 gibt ein Beispiel.

Das generierte Dreiecksignal hat die Einheits-Amplitude und die Frequenz

$$f_{\text{Dreieck}} = \text{takt} \cdot f_1 \quad \text{mit } \text{takt} = (2i + 1) \cdot 3 \quad i = 0, 1, 2, 3 \dots$$

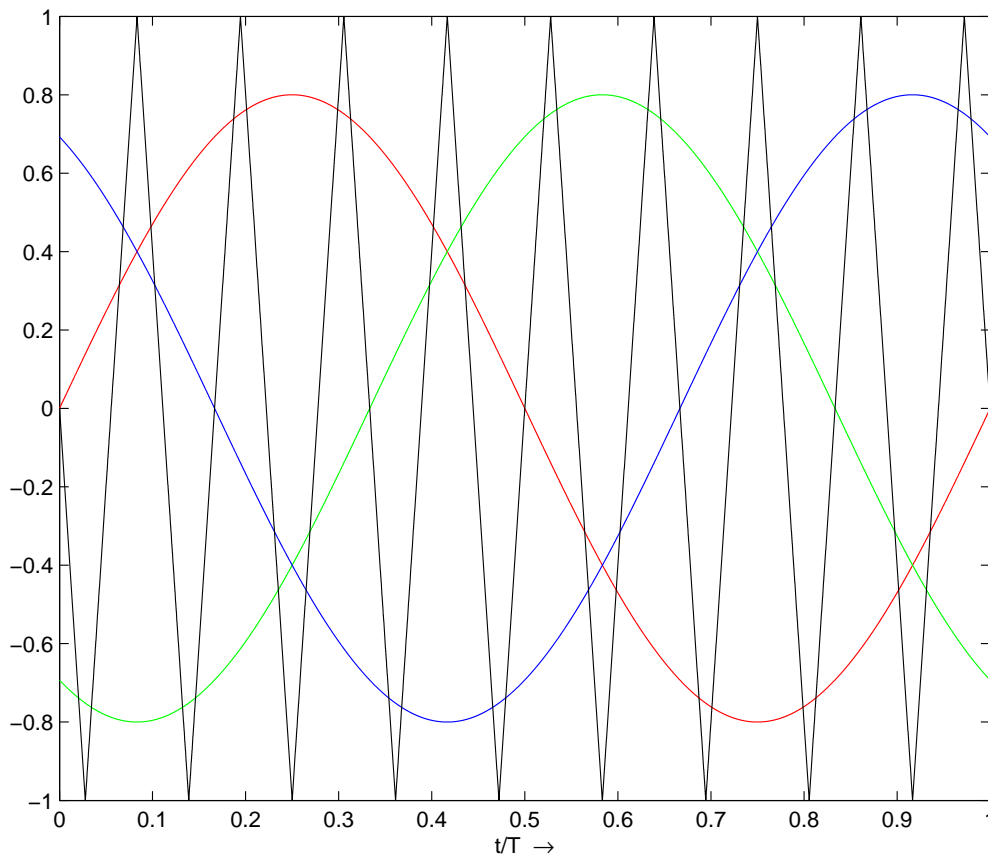


Abbildung 5: Dreiecksignal und Sollspannungen (\equiv Modulationssignal \equiv Referenzsignal)

$$u_{\text{soll}} = m \cdot \sin \alpha, \quad \alpha = \omega_1 t.$$

Gezeichnet für das Beispiel: $m = 0.8$, $f_1 = 50\text{Hz}$, $\text{takt} = 9$.

Diese Vorgabe des Frequenzverhältnisses garantiert die Halbschwingungssymmetrie sowie die Symmetrie der drei Ausgangsspannungen. Die Wahl von *takt* hat entscheidenden Einfluss auf den Oberschwingungsgehalt des Wechselrichterausgangssignals, da resultierend die Oberschwingungen vermindert werden, die unterhalb der Frequenz $f_{Dreieck}$ liegen, solange keine Übermodulation ($m > 1$) vorliegt.

Die Amplitude der Referenzsignale ist hier mit dem Formelbuchstaben m eingeführt, dem so genannten Modulationsgrad. Der Zusammenhang zwischen Modulationsgrad und gewünschter Amplitude wird im späteren Verlauf hergestellt.

Ist der Wert des Dreiecksignals kleiner als der des Referenzsignals, so wird im entsprechenden Wechselrichterzweig (siehe Abbildung 1) auf das hohe Potential (U_{zk}), sonst auf das niedrigere Potential (0 V) geschaltet. Die Auswertung des Vergleichs in Abbildung 5 ergibt somit die Potentialverläufe an den drei Maschinenklemmen gem. Abbildung 6.

Über die Transformationsmatrixgleichung aus [2], Kapitel 10

$$\begin{pmatrix} U \\ V \\ W \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_U \\ V_V \\ V_W \end{pmatrix} \quad (51)$$

erhält man aus den Potentialen an den Motorklemmen die jeweiligen Strangspannungen. Diese sind in Abbildung 7 dargestellt. Es ist offensichtlich, dass dieser Verlauf nicht dem gewünschten, sinusförmigen entspricht. Die Form

$$u_{soll} = \hat{U}_{soll} \cdot \sin(\omega_1 t) \quad (52)$$

der gewünschten Spannung eines Stranges wird mit der Grundschwingung der gepulsten Strangspannung angenähert.

Zur Ermittlung der erreichten Grundschwingungsamplitude müssen also die Strangspannungen einer Frequenz-Analyse, z.B. mittels FFT unterzogen werden.

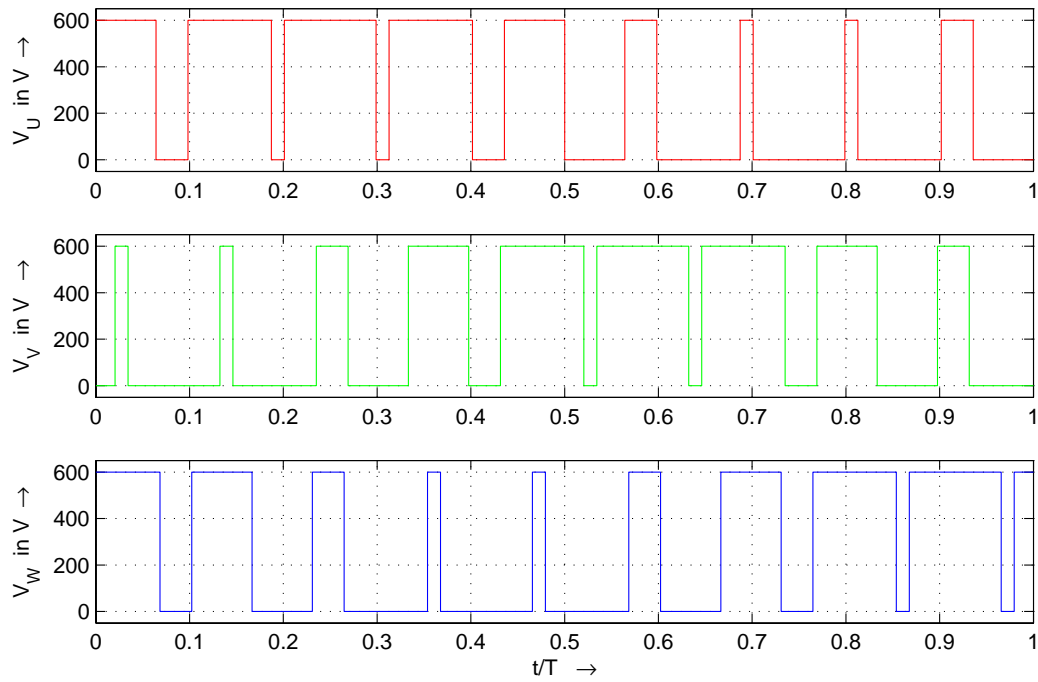


Abbildung 6: Potentialverläufe an den Maschinenklemmen; gezeichnet für Schaltzeitpunkte gem. Abbildung 5 und eine Zwischenkreisspannung von $U_{zk} = 600 V$.

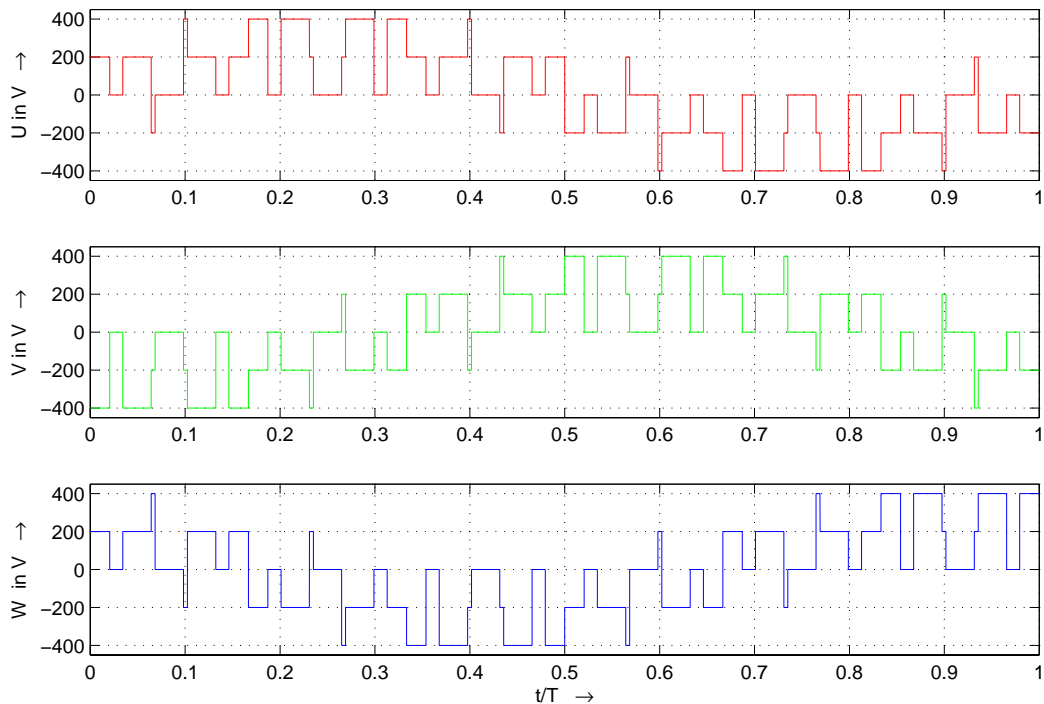


Abbildung 7: Strangspannungen für die Potentialverläufe gemäß Abbildung 6

Die Analyse einer Strangspannung mit Hilfe der FFT ergibt das Frequenzspektrum in Abbildung 8. Die Amplitude der Grundschiwingung ist ermittelt zu ca. 240 V. Dieses Ergebnis lässt sich nun dem Parametersatz $takt = 9, m = 0.8, U_{Zk} = 600V$ zuordnen. Um eine allgemeingültige Aussage über den Einfluss des Modulationsgrades m zu erhalten, muss das vorstehende Vorgehen für die Parametermengen

- $takt = 3, 9, 15 \dots$,
- $m = 0 \dots 2.5$

durchgeführt werden. So ist es möglich einen Zusammenhang zwischen dem Modulationsgrad m und der gewünschten Grundschiwingungsamplitude der Strangspannungen anzugeben.

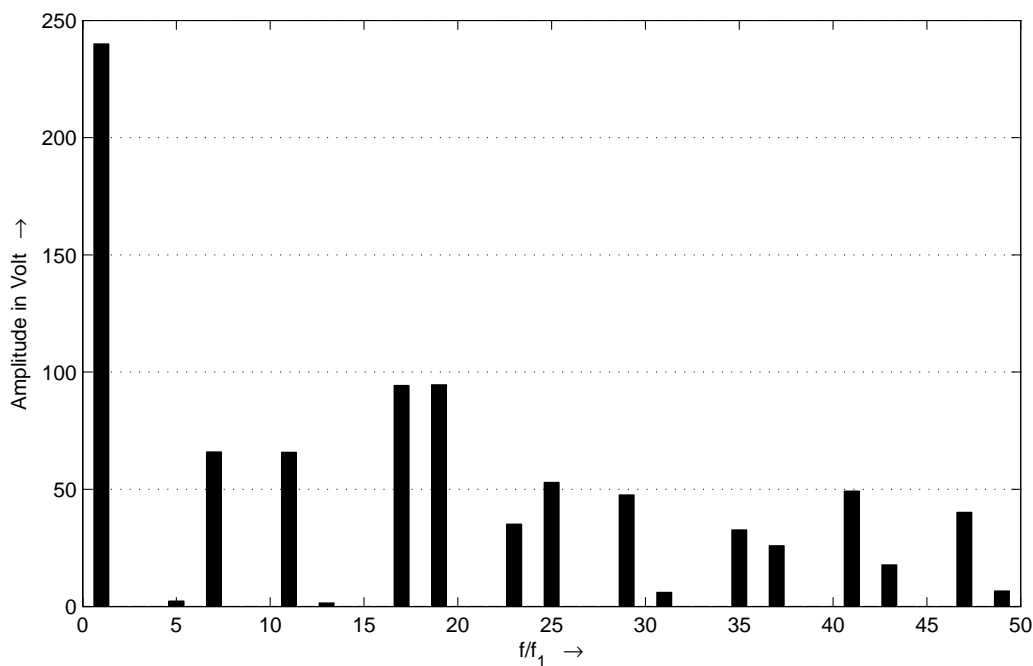


Abbildung 8: Spektrum der Strangspannung aus Abbildung 7

Die Ergebnisse dieser Auswertung sind in Abbildung 9 dargestellt. Die Amplitude der Grundschiwingung ergibt sich damit zu $\hat{U}_{soll} \approx m \cdot \frac{U_{ZK}}{2}$, wobei m der Modulationsgrad ist. Diese Beziehung gilt mit ausreichender Genauigkeit für $0 \leq m \leq 1$ und $takt \geq 9$. Für

ein Frequenzverhältnis von 3 sowie für den Bereich der Übermodulation ($m > 1$) ist diese Näherung nicht zulässig und der korrekte Modulationsgrad muss z.B. aus einer Look-Up-Table oder in einem Iterationsverfahren mit FFT-Analyse ermittelt werden. Weiterhin kann man aus den Ergebnissen ablesen, dass die Amplitude der Grundschwingung der Strangspannungen auf den Maximalwert

$$\hat{U}_{soll,max} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{U_{zk}}{2} = \frac{2}{\pi} \cdot U_{zk} \quad (53)$$

begrenzt ist. Dies entspricht gerade der Amplitude bei Grundfrequenztaktung, d.h. hier fallen sämtliche Zwischentaktungen der PWM weg. Je nach Frequenzverhältnis *takt* geschieht dies bei unterschiedlichen Werten von m . Dabei nimmt der Grenzwert von m mit dem Parameter *takt* zu.

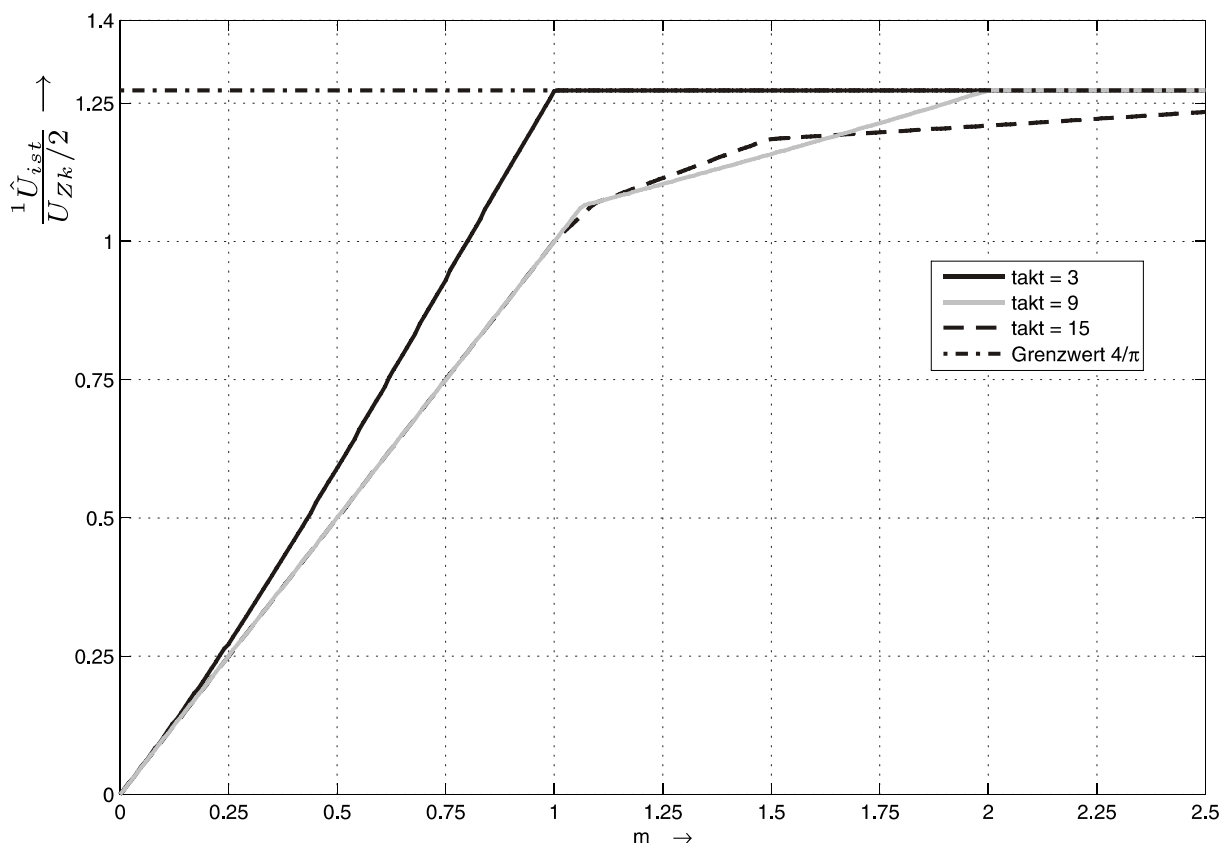


Abbildung 9: Abhängigkeit der Grundschwingungsamplitude der Strangspannung vom Modulationsgrad.

Aus dem Sinus-Dreieck-Vergleich hat man die Potentialverläufe an den Motor-
klemmen sowie die Strangspannungen ermittelt.

Danach erhält man den Verlauf des Statorspannung - Raumzeigers zu:

$$\underline{U}_1 = \frac{2}{3} \cdot \left(U + V \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}} + W \cdot e^{j\frac{4\pi}{3}} \right)$$

Dieser besteht immer aus maximal 8 Zeigern, da der Wechselrichter nur 2^3
Schaltzustände hat. Davon sind 2 Nullzeiger und die restlichen sechs jeweils um 60°
zueinander verdreht.

Für eine programmtechnische Anwendung ist die obige Lösung nicht praktikabel.
Vielmehr ist interessant in welcher Reihenfolge und wie lange die acht verschiedenen
Raumzeiger innerhalb einer Periode anliegen.

Daher wird im MATLAB - Programm als Endergebnis eine Matrix aufgestellt, die in
der ersten Reihe die Nummer n des Raumzeigers ($\varphi = (n-2) \cdot \pi / 3$; -1 für Nullzeiger)
und in der zweiten Reihe dessen Pulsdauer enthält.

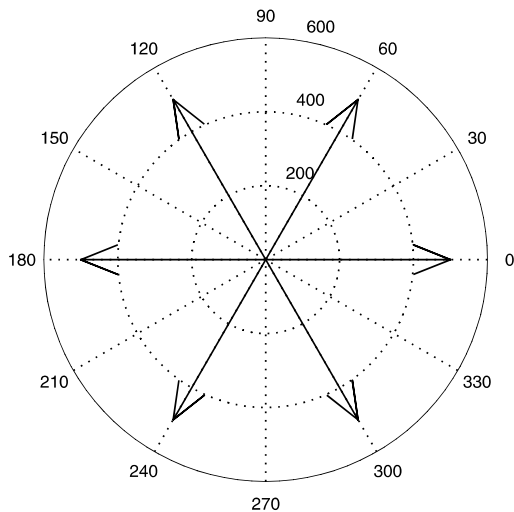


Abbildung 10: Raumzeiger

Der Raumzeiger kann aus dem Wert n mit der Gleichung

$$\underline{U}_1 = \frac{2}{3} \cdot U_{zk} \cdot e^{j\frac{\pi}{3}(n-2)} \cdot (n \neq -1) \quad (54)$$

berechnet werden. Die korrespondierende Intervallzeit legt gleichzeitig das Berechnungsintervall im Simulationsprogramm fest (vgl. Kapitel 4.1.1).

5.1.2 Grundfrequenztaktung

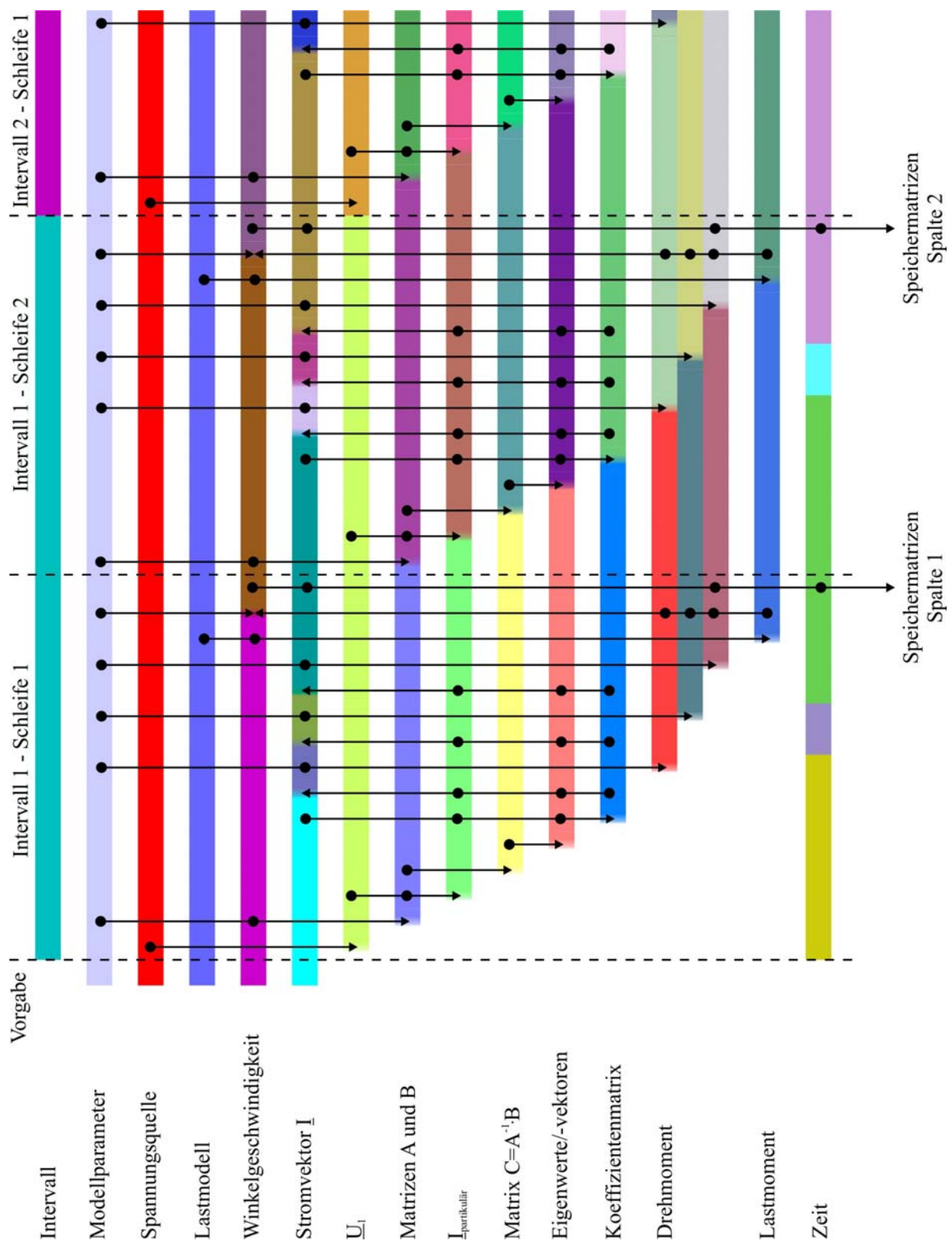
Die Grundfrequenztaktung ist ein Spezialfall der PWM. Dabei werden die sechs Zeiger aus Abbildung 10 nacheinander für ein Sechstel einer Spannungsperiode durchlaufen. Die Definition gem. (54) ist auch hier gültig, wobei n immer größer 0 ist. Eine genaue Beschreibung der Grundfrequenztaktung ist z.B. in [2], Kapitel 10 aufgeführt.

5.2 Umsetzung der Lösungsstrategien

Die in Kapitel 4 erarbeiteten Lösungen für die verschiedenen Betriebszustände werden auch in dem Simulationsprogramm getrennt umgesetzt.

5.2.1 Der dynamische Betrieb

Zur Anwendung der Lösungsstrategie aus Kapitel 4.1 wurde die Winkelgeschwindigkeit Ω als konstant angenommen und eine Intervalleinteilung gewählt, um diesen Ansatz zu rechtfertigen. In Abbildung 11 ist nun die Realisierung der Berechnung unter MATLAB visualisiert. Als Grundlage für die Simulation werden die Modellparameter der Maschine aus den Modellen (1), (22) bzw. (23), die Daten der Spannungsquelle, ein Lastmodell, sowie die Startwerte der Winkelgeschwindigkeit und der Ströme benötigt.



**Abbildung 11: Berechnung des dynamischen Betriebs
Intervallaufteilung und Berechnungsreihenfolge**

Ein Farbwechsel bedeutet die Änderung der entsprechenden Variablen. Die Änderung erfolgt in der Regel durch eine Neuberechnung, die durch einen schwarzen Pfeil

angezeigt wird. Die für die Berechnung erforderlichen Daten werden durch die schwarzen Punkte auf den Pfeillinien identifiziert.

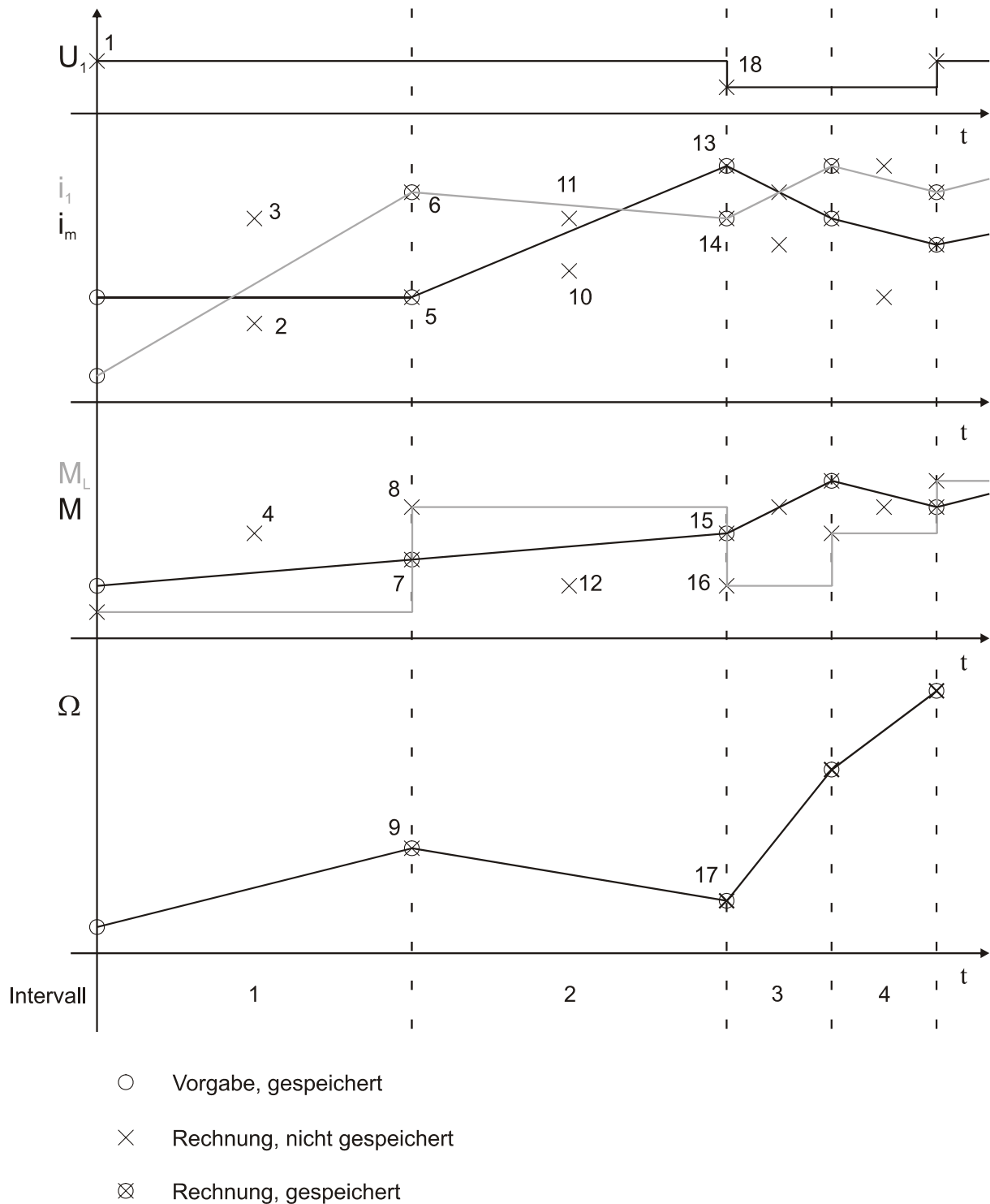


Abbildung 12: Darstellung des Berechnungsablaufs

Die Intervallsteuerung über den Spannungsvektor \underline{U}_1 ist deutlich zu erkennen. Die Berechnung des Stromvektors und des Drehmoments erfolgt pro Intervallschleife

dreimal. Dies ist nötig, da die Integration der Bewegungsgleichung (4) mit der Simpson-Regel gem. [19] durchgeführt wird.

Eine Änderung des Zeitbalkens bedeutet einen Zeitschritt von

$$\Delta t = \frac{\Delta t_{\text{intervall}}}{2 \cdot \text{Auflösung}}. \quad (55)$$

Die Darstellung in Abbildung 11 muss bei der Simulation mit einem sinusförmigen Drehstromnetz derart angepasst werden, dass nach jedem Zeitschritt die partikuläre Lösung gem. (33) ebenfalls neu berechnet werden muss. Dies entfällt bei dem Betrieb am Umrichter aufgrund der Konstanz der Spannung im Intervall.

In Abbildung 12 ist die Berechnungsreihenfolge noch einmal für die Ausgabewerte visualisiert. Die zusätzlichen Berechnungen für die Simpsonregel sind sichtbar. Diese Werte werden aber nicht abgespeichert, um Ergebnisvektoren unterschiedlicher Länge und somit Fehler bei der Wertzuweisung zu vermeiden.

5.2.2 Der eingeschwungene Zustand

Die Umsetzung der Lösungsstrategie für den eingeschwungenen Zustand erfordert keine weitere Beschreibung, da hier die Berechnung mit den Lösungsgleichungen schon ausreichend ausformuliert ist.

6 Vergleich mit Messwerten eines Hochspannungsmotor

In der ersten Phase der messtechnischen Verifikation sollen Messdaten eines Hochspannungsmotors der Fa. Loher mit Simulationsdaten verglichen werden. Die Messdaten beinhalten die Ergebnisse eines Leerlauf-, Kurzschluss- und Belastungsversuchs im stationären Betrieb. Der Motor weist folgende Nenndaten in Sternschaltung auf:

$$\begin{array}{ll} U_{1,n} = 6000V & f_{1,n} = 50Hz \\ I_{1,n} = 450A & P_n = 4000kW \end{array}$$

Die weiteren Maschinendaten werden hier aufgrund der Bitte der Fa. Loher um Vertraulichkeit nicht angegeben.

Da die bisherigen Algorithmen zur Berechnung der Modellparameter (siehe Anhang, Kapitel 11.2) nicht alle Besonderheiten dieses Hochspannungsmotors erfassen, sind diese vor dem Vergleich zu erweitern bzw. anzupassen. Des Weiteren muss der ungesättigte Bereich ermittelt werden, um den nicht simulierten Einfluss der Sättigung auf die Ergebnisse ausschließen zu können.

6.1 Der Einfluss magnetischer Nutverschlusskeile auf die Modellparameter

Hochspannungsmotoren werden teilweise mit sog. Formspulen ausgeführt. Das heißt, dass die Spulen aus rechteckförmigen Leitern großer Querschnittsfläche bestehen, die vor dem Einführen in die Nuten vorgeformt werden. Aufgrund der Stirnverbindungen ist dann ein Einschieben der Spulen in halboffene Nuten nicht mehr möglich. Deshalb sind diese Motoren mit offenen Statornuten ausgeführt und die Spulen werden von oben in die Nuten eingesetzt. Dies hat einen sehr großen Streuschlitz zur Folge, der sich negativ auf die Eigenschaften der Maschine auswirkt. Um diesen Effekt zu

mindern, werden Maschinen mit magnetischen Nutverschlusskeilen ausgeführt, die die effektive Nutstretschlitzbreite verringern. Typisch ist hierbei Material mit einer relativen Permeabilität zwischen 2 und 10. Höhere Permeabilitätswerte würden die Nutstreuung zu sehr erhöhen und das Luftspaltfeld verringern (siehe auch [22]). Die Nutzung magnetischer Nutverschlusskeile hat auf die Modellparameter in zweierlei Hinsicht Einfluss. Zum einen muss die Berechnung des Carterschen Faktors beim Übergang zur Ersatzanordnung mit glatt begrenztem Luftspalt angepasst werden und zum anderen ist der Verschlusskeil bei der Berechnung der Nutstreuinduktivität zu berücksichtigen.

6.1.1 Berechnung der Nutstreuinduktivität bei magnetischen Nutverschlusskeilen

Die Berechnung der Leitwertmatrix der Nutstreuinduktivität ist in [21] für Nuten mit amagnetischen Verschlusskeilen bzw. ohne Verschlusskeile ausführlich aufgeführt. Werden nun Verschlusskeile aus magnetisch leitfähigen Materialien in die Nut eingebracht, so hat dies Auswirkungen auf den Nutstreuleitwert der Gesamtanordnung. Abbildung 13 zeigt die beiden Varianten der Nutausführung. Da sich der magnetische Verschlusskeil lediglich im nicht durchfluteten Teil der Nut befindet, muss für die Anpassung der Leitwerte nur dieser Bereich neu betrachtet werden. Die Leitwerte für den Wicklungsbereich bleiben unverändert.

Bei Nuten mit amagnetischen Verschlusskeilen oder ohne Verschlusskeile lässt sich der Fluss im Streuschlitz mit den Bezeichnungen der Abbildung 13a berechnen zu:

$$\begin{aligned}
 \phi_S &= B_S \cdot h_S \cdot l_E \\
 &= \mu_0 \Theta_N \frac{h_S}{b_S} l_E \\
 &= \mu_0 \Theta_N \frac{h_5 - h_4}{b_S} l_E.
 \end{aligned}
 \tag{56}$$

mit Θ_N ... Nutdurchflutung
 l_E ... axiale Länge des Eisens

Wird nun ein magnetisch leitfähiges Material im Bereich des Streuschlitzes eingebracht, so beeinflusst die relative Permeabilität und die abweichende Breite dieses Keils die magnetische Feldstärke, so dass dieser Bereich gesondert betrachtet werden muss.

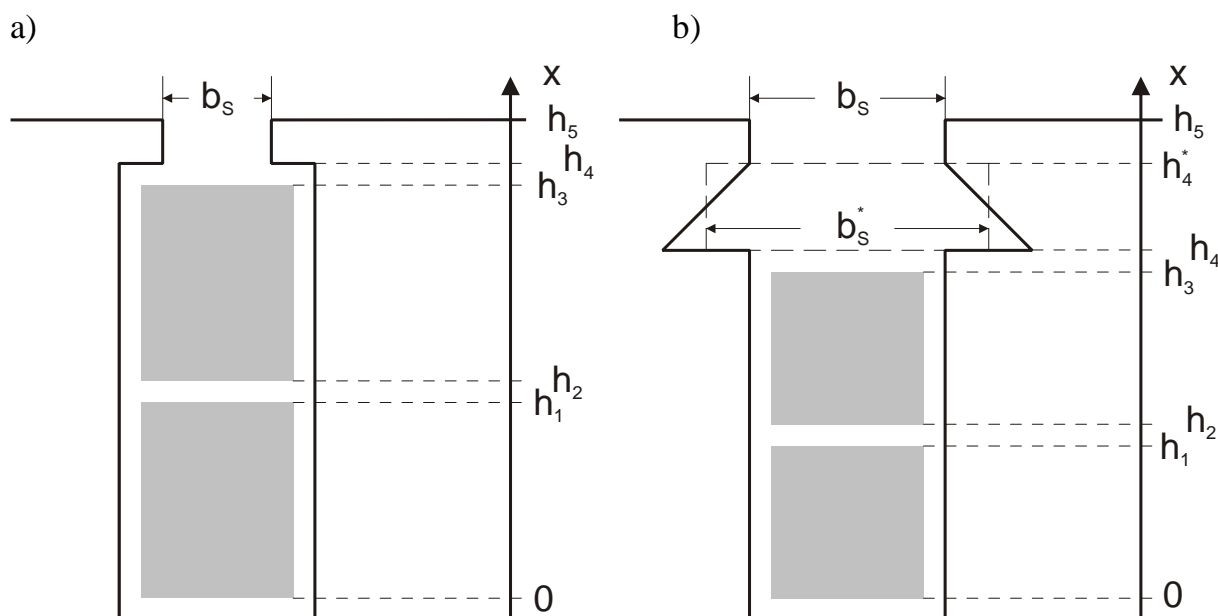


Abbildung 13: Geometrie einer Nut mit Zweischichtwicklung

- a) **Nut ohne magnetischen Verschlusskeil**
- b) **Nut mit trapezförmigen magnetischen Verschlusskeil, Trapezform wird durch Rechteckform angenähert.**

Bei einer Anordnung gem. Abbildung 13b wird der trapezförmige magnetische Nutverschlusskeil durch einen Rechteckkeil gleicher Höhe und mittlerer Breite ersetzt. Die Grenzschicht zwischen Keil und Streuschlitz wird mit der Höhe h_4^* bezeichnet. Der Flussbeitrag des Streuschlitzes hat nun die beiden Anteile

$$\phi_s = \phi_{s1} + \phi_{s2} \tag{57}$$

- mit ϕ_{s1} ... Anteil des oberen Abschnitts $h_4^* < h < h_5$
- ϕ_{s2} ... Anteil des unteren Abschnitts $h_4 < h < h_4^*$.

Der obere Abschnitt entspricht dem eines Streuschlitzes mit verminderter Höhe, deren Fluss analog zu (56) berechnet wird zu

$$\phi_{S1} = \mu_0 \Theta_N \frac{h_5 - h_4^*}{b_S} l_E. \quad (58)$$

Für die Berechnung des unteren Abschnitts wird nun von einem reinen Querfeld ausgegangen und der Keil wird, wie bereits oben beschrieben, durch eine rechteckförmige Fläche angenähert. Aus dem Durchflutungsgesetz erhält man dann

$$H_{S2} \cdot b_S^* = \Theta_N. \quad (59)$$

Daraus ergibt sich für den Flussbeitrag des Keils der Ausdruck

$$\begin{aligned} \phi_{S2} &= B_{S2} \cdot (h_4^* - h_4) \cdot l_E \\ &= \mu_0 \Theta_N \mu_r \frac{h_4^* - h_4}{b_S^*} l_E = \mu_0 \Theta_N \frac{h_4^* - h_4}{b_S^* / \mu_r} l_E. \end{aligned} \quad (60)$$

Die relative Permeabilität des Keilmaterials bewirkt also eine Verkleinerung der effektiven Breite des Streuschlitzes im Keilabschnitt. Die Ergebnisse der Flussberechnung zeigen, dass der Geometriefaktor in der Berechnung der Leitwertmatrix der Nutstreuinduktivität aus [21] bei der Verwendung von magnetische Verschlusskeilen übergeht in

$$M_g = \frac{-h_2 - h_3 + 2h_4}{2b_N} + \frac{h_5 - h_4^*}{b_S} + \frac{h_4^* - h_4}{b_S^* / \mu_r} \quad (61)$$

bei Zweischichtwicklungen bzw.

$$M_e = \frac{h_4 - \frac{2}{3}h}{b_N} + \frac{h_5 - h_4^*}{b_S} + \frac{h_4^* - h_4}{b_S^* / \mu_r} \quad (62)$$

$$\text{mit } h = h_1 = h_2 = h_3$$

bei Einschichtwicklungen.

Mit den Gleichungen (61) und (62) ist die analytische Behandlung der magnetischen Verschlusskeile bei der Berechnung des Modellparameters Nutstreuinduktivität gefunden. Abschließend soll die Approximation des trapezförmigen Keils durch einen rechteckförmigen bewertet werden.

Bildet man das Umlaufintegral im Durchflutungsgesetz mit variabler Keilbreite und setzt weiter $\vec{H} = H \cdot \vec{e}_y$ voraus, so ergibt sich mit den Bezeichnungen aus Abbildung 13b:

$$\Theta_N(\tilde{x}) = \Theta_N = \int \vec{H} d\vec{l} = H_{VK}(\tilde{x}) \cdot \left(b_{VK} - \frac{b_{VK} - b_S}{h_{VK}} \cdot \tilde{x} \right), \quad (63)$$

mit b_{VK} ... Breite des Verschlusskeils bei $x = h_4$,

$h_{VK} = h_4^* - h_4$... Höhe des Verschlusskeils,

$\tilde{x} = x - h_4$.

Mit der magnetischen Feldstärke kann der Fluss ϕ_{S2} berechnet werden zu:

$$\begin{aligned} \phi_{S2} &= \int \vec{B} d\vec{A} \\ &= \mu_0 \mu_r l_E \int_0^{h_{VK}} \frac{\Theta_N}{b_{VK} - (b_{VK} - b_S) \cdot \tilde{x} / h_{VK}} d\tilde{x} \\ &= \mu_0 \mu_r l_E \Theta_N \cdot \frac{h_{VK}}{b_S - b_{VK}} \cdot \ln \frac{b_S}{b_{VK}}. \end{aligned} \quad (64)$$

Für den Geometriefaktor $M_{g/e}$ ergibt sich also die Ersetzung des Summanden

$$\frac{h_4^* - h_4}{b_S / \mu_r} \text{ durch } \frac{h_4^* - h_4}{(b_S - b_{VK}) / \mu_r} \cdot \ln \frac{b_S}{b_{VK}}.$$

Für die Maschinendaten der ASM von Loher ergibt sich zwischen (64) und (60) eine Differenz von 0.3 %. Die beiden Ergebnisse liegen also sehr gut beieinander. Da bei beiden Berechnungen mit einem reinen Querfeld gerechnet wurde, liegt die Abweichung wahrscheinlich unter der Genauigkeit der Modellbildung.

Vergleiche analytischer Berechnungen mit denen numerischer Feldanalysen in [22] zeigen, dass die rechteckförmige Näherung in den gezeigten Fällen sogar bessere

Werte lieferte. Dies kann man sicherlich nicht auf die Allgemeinheit übertragen, soll jedoch als ein Argument für die Approximation hier angegeben werden.

6.1.2 Der Cartersche Faktor bei Verwendung magnetischer Nutverschlusskeile

Für die analytische Berechnung der Modellparameter wird die Motorgeometrie in eine vereinfachte Ersatzgeometrie umgewandelt. Dabei wird von einem glatt begrenzten Luftspalt ausgegangen. Um den Einfluss der Nutung zu berücksichtigen, wird der geometrische Luftspalt mit Hilfe des Carterschen Faktors so vergrößert, das die mittlere Flussdichte über einer Nutteilung der des Originalproblems entspricht. Die bisher angewendete Formel für den Carterschen Faktor (vgl. auch 9.61/9.63 aus [2])

$$k_{C,Carter} = \frac{\tau_N}{\tau_N - \frac{b_s^2}{5\delta_g + b_s}} \quad \dots \text{für } \frac{b_s}{\delta_g} \geq 1 \quad (65)$$

benötigt dabei zur Auswertung lediglich die Geometriedaten

- b_s ... Streuschlitzbreite
- δ_g ... geometrische Luftspaltbreite
- τ_N ... Nutteilung.

Dies hat zur Folge, dass nur einfache geometrische Fälle mit Hilfe dieser Theorie zufrieden stellend erfasst werden können. Nun sind im vorliegenden Fall die Geometrie- und insbesondere die Werkstoffgrößen des Nutverschlusses komplexer, so dass die Berechnung des Carterschen Faktors auf anderem Wege erforderlich sein könnte, um dessen Anwendung weiterhin rechtfertigen zu können.

6.1.2.1 Alternative Verfahren zur Berechnung des Carterschen Faktors

In [23] wird der Cartersche Faktor über das skalare Potential des Luftspaltfeldes ermittelt, welches mit Hilfe von Reihenansätzen analytisch bestimmt wird. Im Gegensatz zum hier gem. Abbildung 13b vorliegenden Problem wird dort aber mit Nutverschlusskeilen gerechnet, die Plan mit den Statorzähnen abschließen. Zudem wird die Keilgeometrie vereinfacht und es wird mit unendlicher Eisenpermeabilität gerechnet. Deshalb soll das Verfahren keine Anwendung finden.

In [22] wird aus den Ergebnissen numerischer Feldberechnungen an insgesamt 8 Beispielmotoren die analytische Beschreibung des Carterschen Faktors zu

$$k_{Cl,mK} = 1 + \frac{b_N}{\tau_N} \left(k_c^* \left[1 + \frac{h'_s}{\delta} \right] - 1 \right) \quad (66)$$

$$\text{mit } k_c^* = b_N / \left[b_N - \frac{(0.67 \cdot b_N)^2}{0.67 \cdot b_N + 5 \cdot (\delta + h'_s)} \right] \quad (66.a)$$

mit h'_s ... verbleibende Streuschlitzhöhe

empirisch ermittelt. Wertet man (66) für die gegebene Maschine aus, so erhält man einen Carterschen Faktor von

$$k_{Cl,mK} = 1.594.$$

Dieser Wert ist höher als der bei Vernachlässigung des magnetischen Keils und somit nicht plausibel. Die in [22] gefundene Formel ist daher auf dieses Problem nicht anwendbar. Ausschlaggebend ist hierfür sehr wahrscheinlich das im Gegensatz zu den in der Quelle gewählten Maschinen sehr große Verhältnis von verbleibender Streuschlitzhöhe (ohne Verschlusskeil) zu Luftspaltbreite.

Als Alternative zur empirisch ermittelten Formel soll im Folgenden das in [22] beschriebene Verfahren zur Bestimmung des Carterschen Faktors mit Hilfe von numerischen Feldberechnungen angewendet werden. Der Cartersche Faktor berechnet sich danach zu

$$k_{C,FEM} = \frac{B_{Zm}}{\bar{B}_{t_N}}, \quad (67)$$

mit B_{Zm} ... Flussdichte an der Statorzahnmitte,

\bar{B}_{t_N} ... mittlere Flussdichte über einer Statornutteilung.

(67) erhält man, wenn man die Flüsse in geometrischer Original- und Ersatzanordnung (siehe Bild 9.15 in [2]) gleich setzt. Mit Gleichung (9.59) aus [2] erhält man für den Carterschen Faktor die Gleichung

$$k_C = \frac{\mu_0 \cdot V_m / \delta_g}{\frac{1}{t_n} \int_{t_n} B dx}. \quad (68)$$

Der Nenner entspricht hierbei dem Mittelwert der magnetischen Flussdichte über einer Nutteilung, der Zähler wird durch das Feld in der Zahnmitte angenähert, wenn man ein durch die Nut ungestörtes (d.h. homogenes) Feld - s.a. Abbildung 17 - in diesem Bereich annimmt, was bei nicht zu kleinem Verhältnis b_z / b_s wohl mit hinreichender Genauigkeit zulässig ist.

Die numerischen Feldberechnungen werden dabei mit dem Softwarepaket MAXWELL 2D der Fa. ANSOFT durchgeführt. Vorteil dieses Verfahrens ist, dass die Berechnung auf das Originalproblem angewendet werden kann. Nachteilig ist sicherlich, dass spezielle, kostenintensive Software benötigt wird.

Grundlage der Feldberechnung ist jeweils ein Abschnitt aus drei Nutteilungen, Abbildung 14 (Bestimmung Carterscher Faktor des Stators) und Abbildung 15 (Bestimmung Carterscher Faktor des Rotors) geben ein Beispiel.

In schwarz ist die Begrenzung des Blechmaterials dargestellt. In blau sind sowohl der magnetische Verschlusskeil als auch drei Hilfslinien gezeichnet.

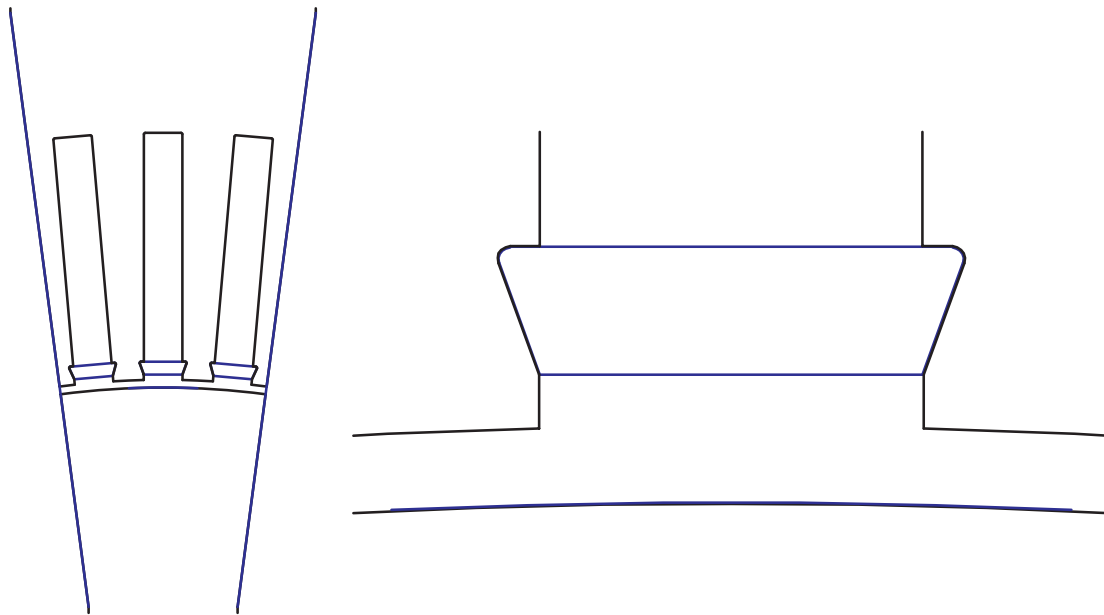


Abbildung 14: Modellskizze für die numerische Feldberechnung
hier: Darstellung der Original-Statorgeometrie
links: Gesamtansicht
rechts: Zoom des Luftspaltbereiches der
untersuchten Nutteilung

Die seitlichen (radialen) Hilfslinien befinden sich in Zahnmitte und werden für die Definition der Randbedingungen benötigt. Durch die Vorgabe eines konstanten Vektorpotentials auf

den Kanten kann so ein konstanter Fluss in das Modell eingepreßt werden.

Die Hilfslinie auf der Rotor- bzw. Statoroberfläche ist die Kontur, längs der die Bestimmung der Radialkomponente der magnetischen Flussdichte erfolgt.

Für dieses Verfahren wurde im Unterschied zu [22] mit einem Abschnitt aus 3 Nutteilungen gearbeitet, da bei der Berechnung mit nur einer Nutteilung Feldverzerrungen an den Modellkanten auftraten. Die Modellkanten entsprechen in diesem Fall jedoch genau den Zahnmitten, an denen die Flussdichte für die Auswertung gem. (67) benötigt werden. Durch die Feldverzerrungen wären somit die Ergebnisse unbrauch-

bar. Eine Modellierung über drei Nutteilungen verhindert diese Feldverzerrungen im Bereich der mittleren Nutteilungen.

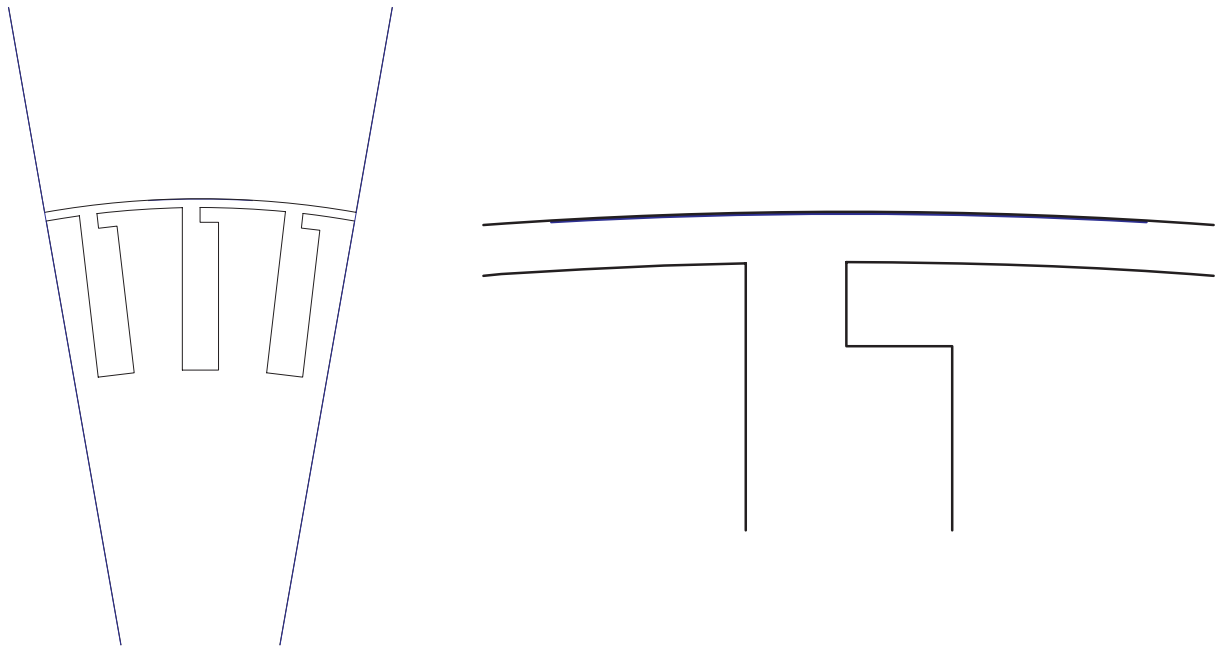


Abbildung 15: Modellskizze für die numerische Feldberechnung

hier: Darstellung der Original-Rotorgeometrie

links: Gesamtansicht

rechts: Zoom des Luftspaltbereiches der untersuchten Nutteilung

6.1.2.2 Anwendung des Verfahrens „numerische Feldberechnung“

Alle nachstehenden numerischen Feldberechnungen sind, sofern nicht anders angemerkt, mit folgenden Randbedingungen durchgeführt worden:

- Blech mit Kennlinie gem. EBG M400-50A (10 Datenpunkte)
- Keil mit konstanter relativer Permeabilität $\mu_{r,VK} = 2$
- Luftspalt und Nutbereiche mit $\mu_r = 1$
- Außenraum feldfrei
- Vektorpotential rechte Kante: -15 mWb/m
- Vektorpotential linke Kante: +15 mWb/m
- eingprägter Fluss: 30 mVs/m

Bei diesen Werten bleiben die im Blechmaterial auftretenden Flussdichten im sättigungsfreien Bereich.

Berechnung des Carterschen Faktors des Stators und Rotors

Abbildung 16 zeigt das berechnete Feld außerhalb des Eisens. Der Verschlusskeil führt das Feld geringfügig mehr in Richtung Nutmitte, so dass das Feld über der Nutteilung an Homogenität gewinnt. Zum Vergleich ist das Feld für einen amagnetischen Verschlusskeil ($\mu_{r,VK} = 1$) ebenfalls abgebildet.

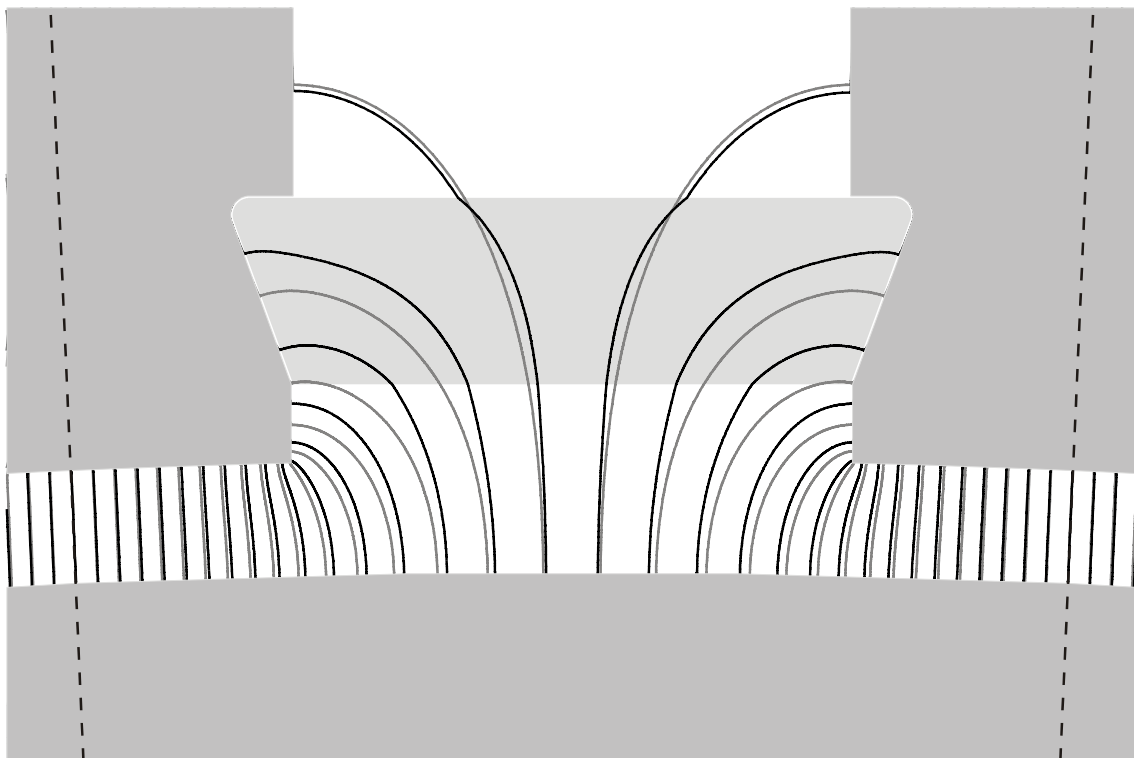


Abbildung 16: Feldbild der Geometrie gem. Abbildung 14

fett: Keilmaterial mit $\mu_{r,VK} = 2$

normal: Keilmaterial mit $\mu_{r,VK} = 1$

gestrichelt: Grenze der Nutteilung

$$\Delta A = 3.03 \cdot 10^{-4} \text{ Vs/m}$$

Abbildung 17 zeigt den Verlauf der Radialflussdichte auf der Rotoroberfläche.

Deutlich ist die Absenkung der Flussdichte im Nutbereich zu sehen. Zwar sind auch in diesem Bild Unstetigkeiten in der Flussdichteverteilung zu erkennen, deren Ursache

nicht zu erschließen ist, jedoch befinden sich diese Unstetigkeiten nicht im Bereich der Zahnmitte. Somit wirken sie sich nur bei der Bildung der mittleren Flussdichte aus, wodurch ihr Einfluss vernachlässigbar gering wird.

Aus diesem Verlauf kann man mit (67) den Carterschen Faktor berechnen. Es ergibt sich ein Wert von $k_{CI,FEM} = 1.3611$. Unter Anwendung der Formel (65) erhält man

$k_{CI,Carter} = 1.3869$. Dies bedeutet einen Unterschied von 1,86 %.

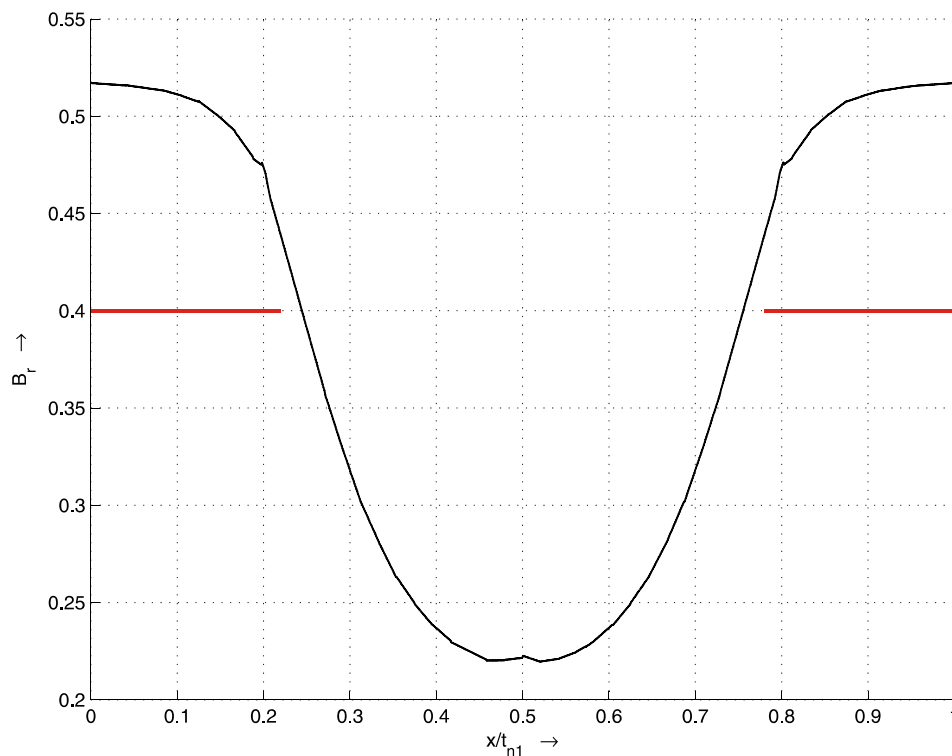


Abbildung 17: schwarz: Radialflussdichte auf der glatten Rotoroberfläche, Geometrie gem. Abbildung 14
rot: Statoroberfläche

Neben dem Carterschen Faktor für den Stator wird ebenfalls der für den Rotor benötigt. Bei der numerischen Feldberechnung mit glattem Stator (siehe Abbildung 15) erhält man den Flussdichteverlauf nach Abbildung 18. Auch hier sind nicht begründbare Unstetigkeiten vorhanden, die eventuell aus Ungenauigkeiten der Numerik entstehen. Die Auswertung ergibt einen Wert von $k_{C2,FEM} = 1.0512$.

Unter Anwendung der Formel (65) erhält man $k_{C2,Carter} = 1.0513$. Hier treten somit keine Unterschiede in den Ergebnissen der Methoden auf.

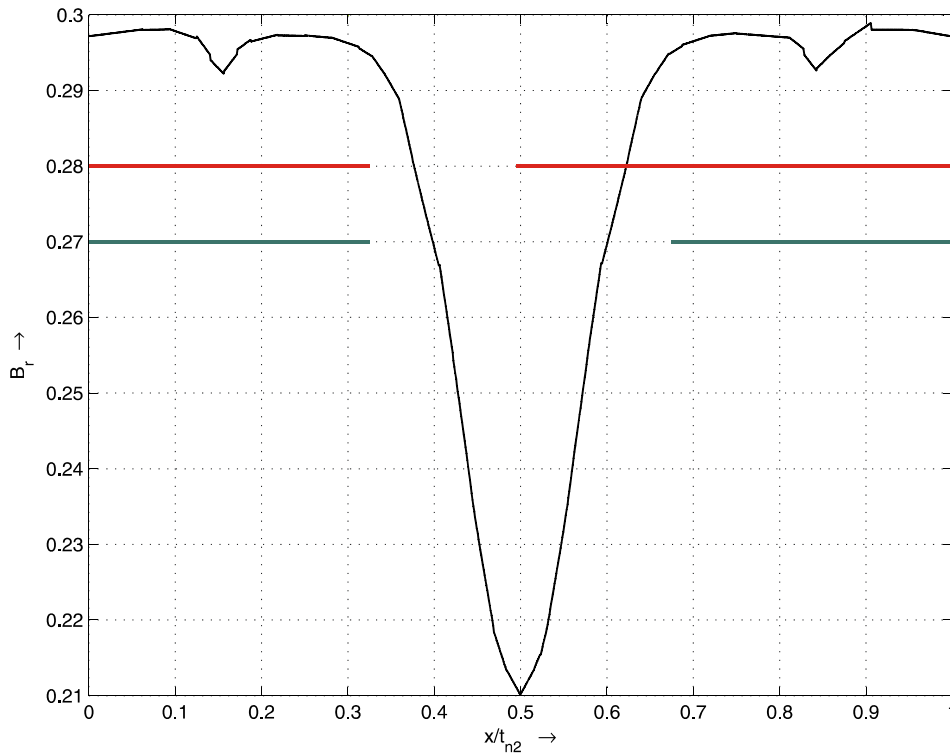


Abbildung 18: **schwarz:** Radialflussdichte auf der glatten Statoroberfläche, Geometrie gem. Abbildung 15
rot: Rotoroberfläche
grün: Nutbereich des Rotors
(Streuschlitz asymmetrisch gestanzt)

Demnach ergäbe sich für die Gesamtanordnung ein Carterscher Faktor von

$$k_{C,FEM} = k_{C1,FEM} \cdot k_{C2,FEM} = 1.4308. \quad (69)$$

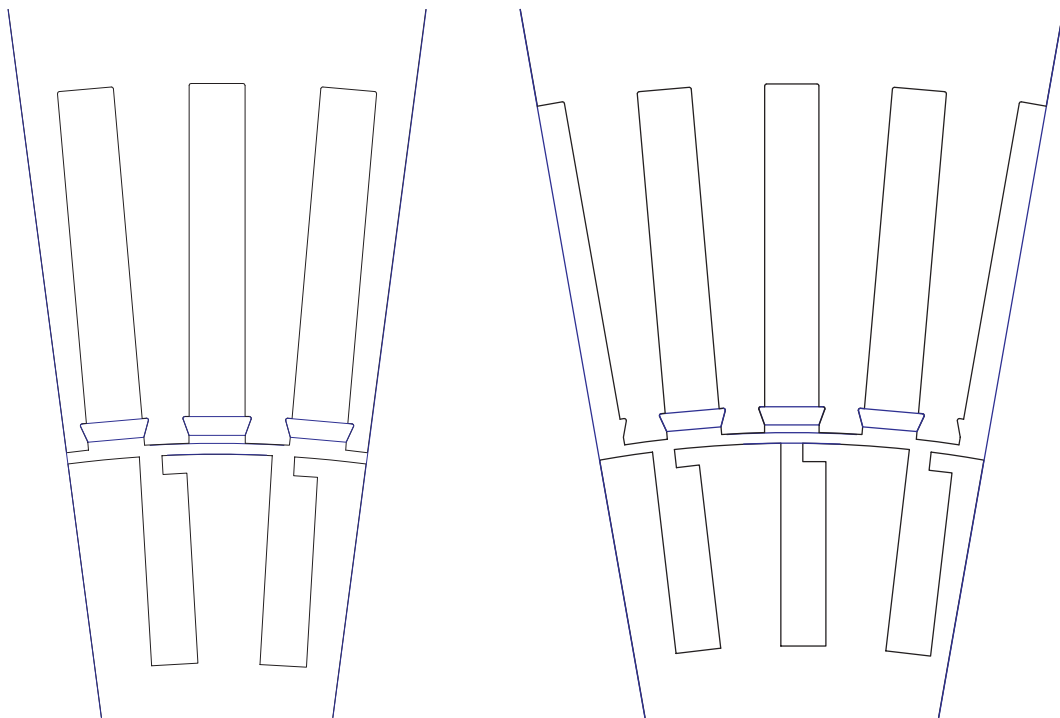
Zum Vergleich: $k_{C,analyt.} = k_{C1,analyt.} \cdot k_{C2,analyt.} = 1.458. \quad (69.a)$

Direkte Bestimmung des Gesamt - Carterschen Faktors

Neben der exakten Berücksichtigung der Stator- oder Rotornutgeometrie können bei der Bestimmung der Carterfaktoren unter Verwendung numerischer Feldberechnung auch beide Nutungen gleichzeitig einbezogen werden. So erhält man prinzipiell direkt den Gesamt - Carterfaktor zur Vergrößerung des Luftspalts. Bei der Betrachtung der Gesamtmotorgeometrie gibt es bei der Betrachtung der Luftspaltbegrenzung zwei Grenzfälle:

- Der Rotorzahn überdeckt die gesamte Statornutteilung.
- Der Rotornut schlitz liegt der Statornut gegenüber.

Abbildung 19 zeigt die Modelle für die numerische Feldberechnung. Im Gegensatz zu den Modellen in Abbildung 14 und Abbildung 15 sind hier zwei Hilfslinien im Luftspalt eingebracht. Eine über eine Rotornutteilung auf der Statoroberfläche und eine über eine Statornutteilung auf der Rotoroberfläche.



**Abbildung 19: Modelle zur Bestimmung des Gesamt-Carterfaktors,
links: Rotorzahn gegenüber Statornut
rechts: Rotornut gegenüber Statornut**

Abbildung 20 zeigt die Feldbilder, die sich bei diesen Rotorpositionen ergeben.

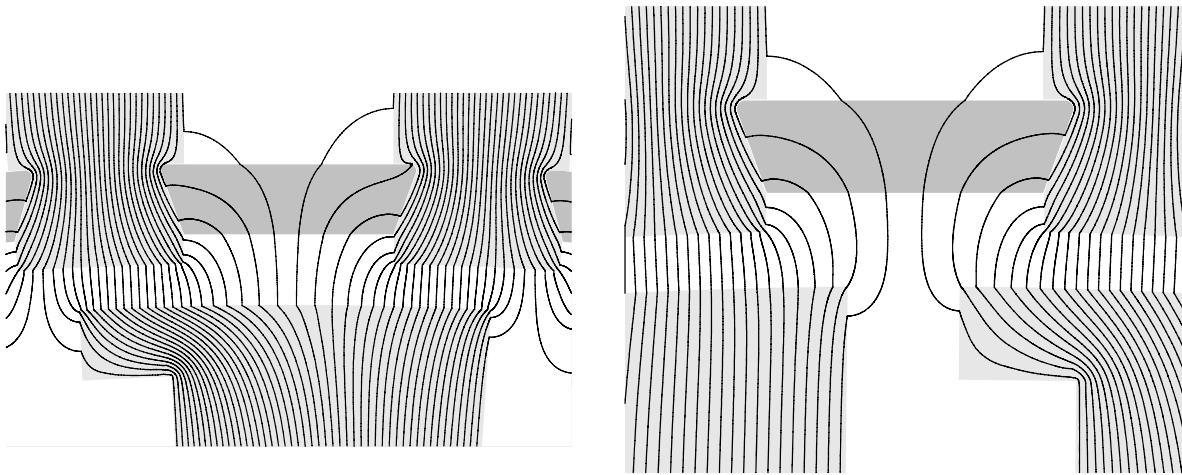


Abbildung 20: Feldbild der Geometrie gem. Abbildung 19,
links: Rotorzahn gegenüber Statornut
rechts: Rotornut gegenüber Statornut

$$\Delta A = 3.03 \cdot 10^{-4} \text{ Vs / m}$$

Abbildung 21 zeigt die berechnete radiale Flussdichtekomponente für den gegenüberliegenden Rotorzahn, Abbildung 22 für die gegenüberliegende Rotornut. Dabei ist sowohl der Flussdichteverlauf auf der Rotor- als auch auf der Statoroberfläche angegeben. Für die Bestimmung des Gesamt-Carterfaktors ergeben sich jetzt folgende Probleme:

- Das Feld im Zahnbereich ist nicht homogen. Dies ist bei der Anordnung Rotorzahn gegenüber Statornut durch die angrenzenden Rotornuten bedingt. Beim Fall Rotornut gegenüber Statornut tritt diese Inhomogenität auf der Rotoroberfläche auf. Dies ist bedingt durch die unterschiedliche Nutteilung.
- Gleichung (67) gilt näherungsweise für eine einseitige Nutung. Bei beidseitiger Nutung ist die Frage, welche Nutteilung und welche Oberfläche zu betrachten ist, ungeklärt.

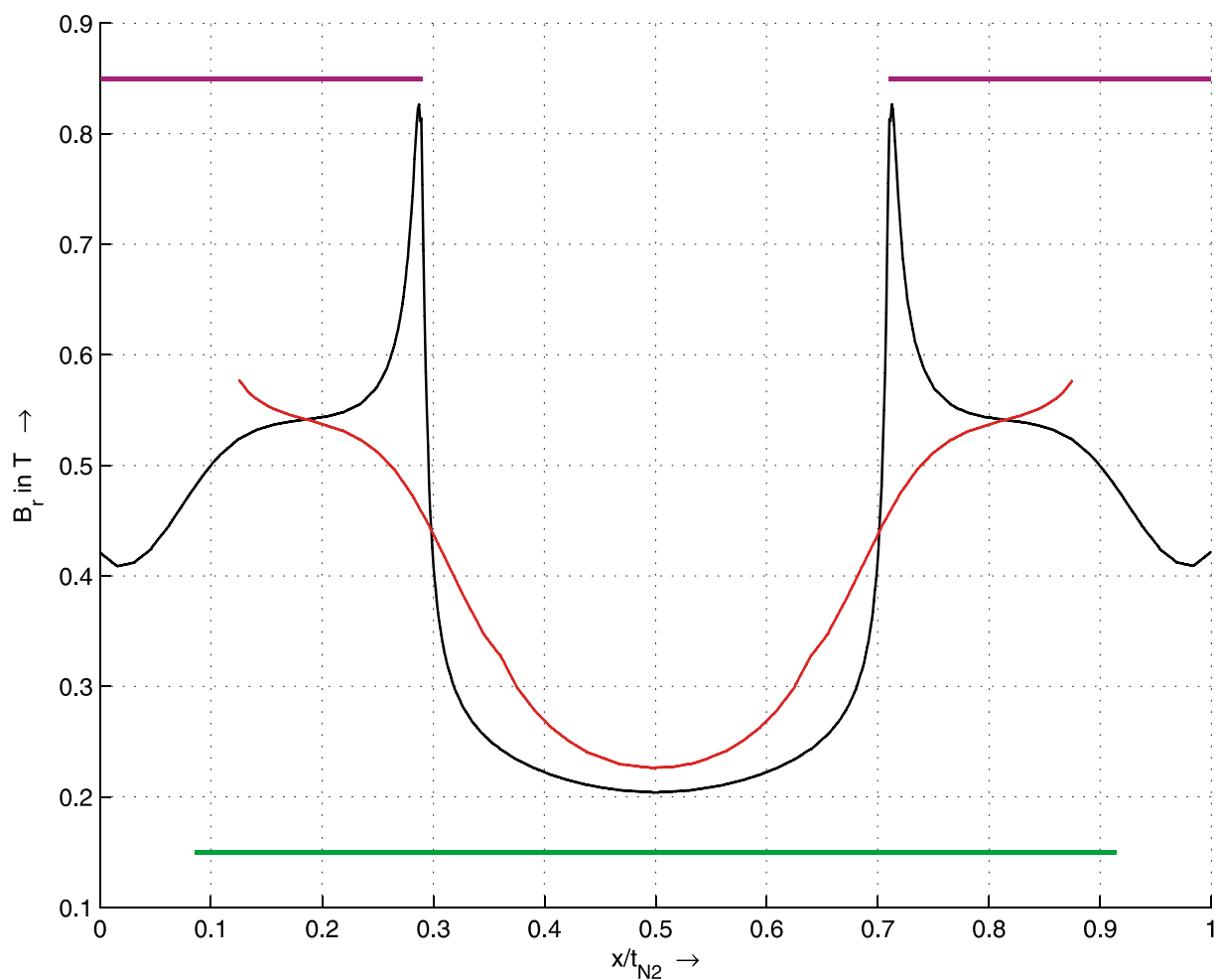


Abbildung 21: Radialflussdichte Rotorzahn gegenüber Statornut über einer Rotornutteilung

- rot:** Flussdichte auf der Rotoroberfläche
- schwarz:** Flussdichte auf der Statoroberfläche
- magenta:** Statoroberfläche
- grün:** Rotoroberfläche

Insbesondere die zweite Problematik lässt eine Bestimmung des Faktors mit dieser Methode derzeit nicht zu. Deshalb wird diese zunächst ausgesetzt. Zudem wird der Gesamtfaktor in **ASMModell** explizit nur zur Bestimmung der effektiven Blechpaketlänge (siehe Formel (135)) angewendet. Dort ist der Anspruch auf hohe Genauigkeit aufgrund des Verhältnisses der Blechpaketlänge zum Luftspalt (hier: 316) deutlich geringer anzusetzen. Implizit wirkt der Gesamtfaktor natürlich durch die Anpassung der geometrischen Radien durch die Einzel – Carterfaktoren.

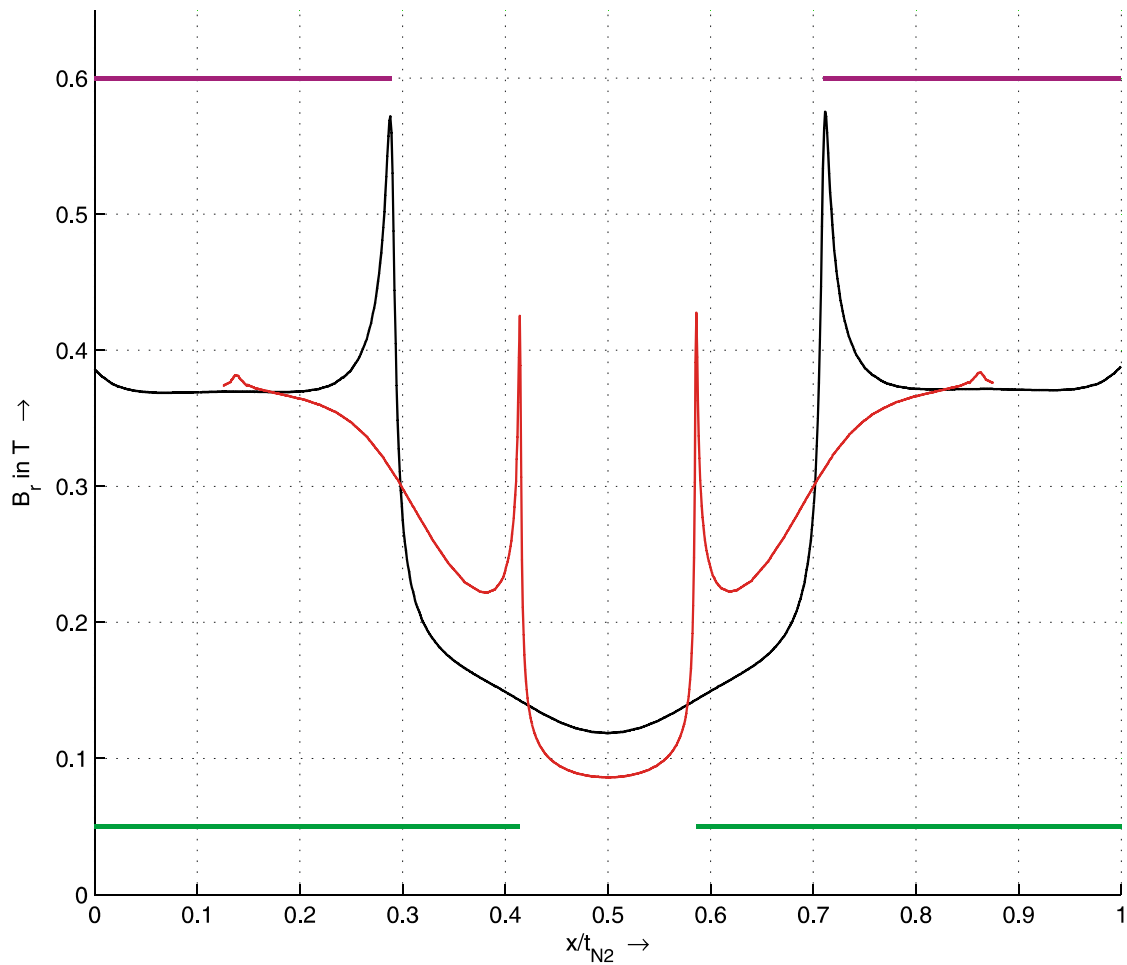


Abbildung 22: Radialflussdichte Rotornut gegenüber Statornut über einer Rotornutteilung

- rot:** Flussdichte auf der Rotoroberfläche
- schwarz:** Flussdichte auf der Statoroberfläche
- magenta:** Statoroberfläche
- grün:** Rotoroberfläche

Im Weiteren kann also mit einem Gesamtfaktor gem. (69) gerechnet werden. Dieser Wert liegt knapp 2 % unter dem mit der herkömmlichen Methode ermittelten, siehe auch (69.a).

6.1.2.3 Ersatzgeometrien zur Anwendung der Formel nach Carter

Um die Abkopplung der Carterfaktor-Berechnung zu umgehen, soll im Folgenden untersucht werden, inwieweit geeignete Ersatzgeometrien eine Rechnung ohne teure Spezialsoftware ermöglichen.

Dafür wird zunächst die Trapezform des Keils durch eine flächengleiche Rechteckform gleicher Höhe ersetzt (s. Abbildung 23 a und b). Es gilt:

$$\bar{b}_{\text{VK}} = \frac{b_{\text{VK}} + b_{\text{S}}}{2}. \quad (70)$$

Die magnetische Leitfähigkeit des Verschlusskeilmaterials mit der relativen Permeabilität $\mu_{r,\text{VK}}$ wirkt auf eine effektive Verkleinerung des wirksamen Streuschlitzes

(s. Abbildung 23 c) ohne magnetisch leitfähiges Material gem.

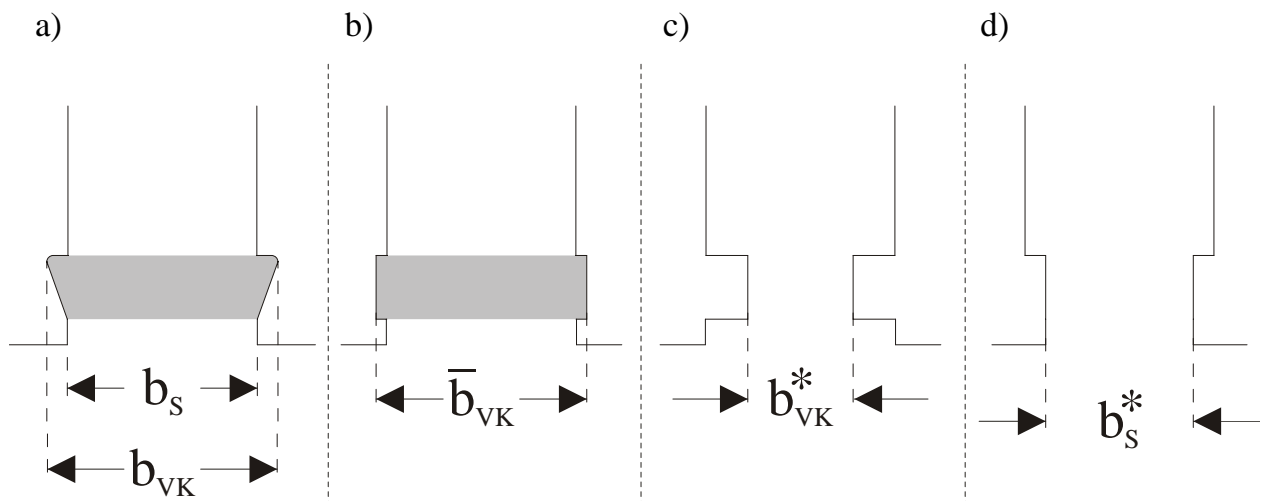


Abbildung 23: Behandlung von magnetischen Verschlusskeilen bei der Berechnung des Carterschen Faktors

- a) Originalgeometrie
- b) trapezförmigen Verschlusskeil durch rechteckförmigen gleicher Fläche ersetzt
- c) Berücksichtigung der relativen Permeabilität des Keilmaterials (hier $\mu_{r,\text{VK}} = 2$)
- d) Einführung der Ersatzstreuungsbreite hier: Mittelwert

$$b_{VK}^* = \frac{\bar{b}_{VK}}{\mu_{VK}}. \quad (71)$$

Als Resultat dieser Umwandlungen erhält man eine Nutöffnung, die zwei unterschiedliche Breiten aufweist. Nun ist die Frage, wie diese Anordnung zu interpretieren ist.

So könnte nur der breitere luftspaltnahe Streuschlitz oder nur der schmalere luftspaltferne Streuschlitz berücksichtigt werden. In Abbildung 23d wurde der Mittelwert beider Streuschlitzbreiten

$$b_s^* = b_{MW} = \frac{b_{VK}^* + b_s}{2} \quad (72)$$

als Ersatzanordnung gewählt. Aber auch ein höhengewichteter Mittelwert gem.

$$b_s^* = b_{hgMW} = \frac{b_{VK}^* \cdot h_{VK} + b_s \cdot h_s}{h_{VK} + h_s} \quad (73)$$

wäre denkbar.

Um dies abschließend beurteilen zu können, soll für die in Abbildung 23b und d gezeigten Geometrien die Feldverteilung sowie der Cartersche Faktor berechnet werden.

Das Feldbild in Abbildung 24 zeigt, dass die Approximation des trapezförmigen durch einen rechteckförmigen Verschlusskeil gleicher Fläche sehr gut geeignet ist, das Ursprungssystem zu beschreiben. Die Feldlinien verlaufen im Luftspalt nahezu gleich, d.h. die Flussdichteverteilung ist sehr ähnlich. Dies zeigt sich auch bei der Bestimmung des Carterschen Faktors, der mit einem Wert von $k_{CI,FEM,Rechteck} = 1,3622$ nur um 0.08 % abweicht vom mit der tatsächlichen Keilgeometrie ermittelten Wert. Die Approximation mit der höhengewichteten Schlitzbreite nach (73) ist dagegen nicht mehr geeignet. Abbildung 25 zeigt deutlich die Abweichungen in der Feldverteilung. Und auch der Cartersche Faktor dieser Anordnung weicht mit einem Wert von

$k_{Cl,FEM,hgMW} = 1,1765$ deutlich ab (13.6 %). Für diese Anordnung ergibt sich nach (65) ein Wert von $k_{Cl,Carter,hgMW} = 1,182$. Bei genauerer Betrachtung ist dafür sicherlich die Zweidimensionalität des Problems verantwortlich. Während bei der Nutstreuung von einem reinen Querfeld ausgegangen werden kann, führt bei der Feldverteilung im Luftspalt die deutliche Verringerung des Schlitzes im Keilbereich zu einem höheren Anteil des Flusses, der in Richtung Nutmitte geführt wird.

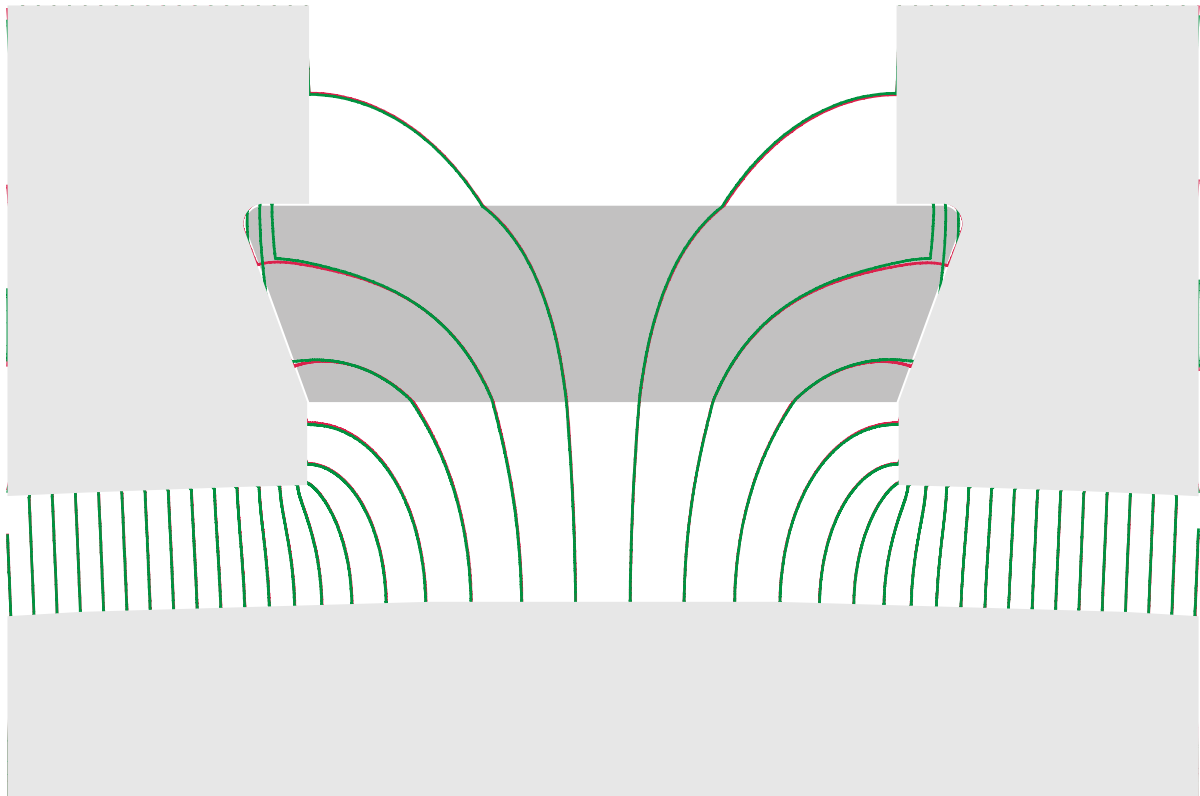


Abbildung 24: Feldbild der Originalgeometrie, ungenuteter Rotor

$$\Delta A = 3.03 \cdot 10^{-4} \text{ Vs/m}$$

rot: Berechnung mit Original-Verschlusskeil

grün: Berechnung mit rechteckförmigen Verschlusskeil

Da das Problem nun zweidimensional geartet ist, ist eine einfache geometrische und allgemeingültige Näherung nicht nahe liegend zu ermitteln. Diese Aussage wird noch dadurch gestützt, dass die in [22] gefundene Formel, die anhand von immerhin 8 untersuchten Maschinen empirisch ermittelt wurde, bei der hier vorliegenden Maschine versagt.

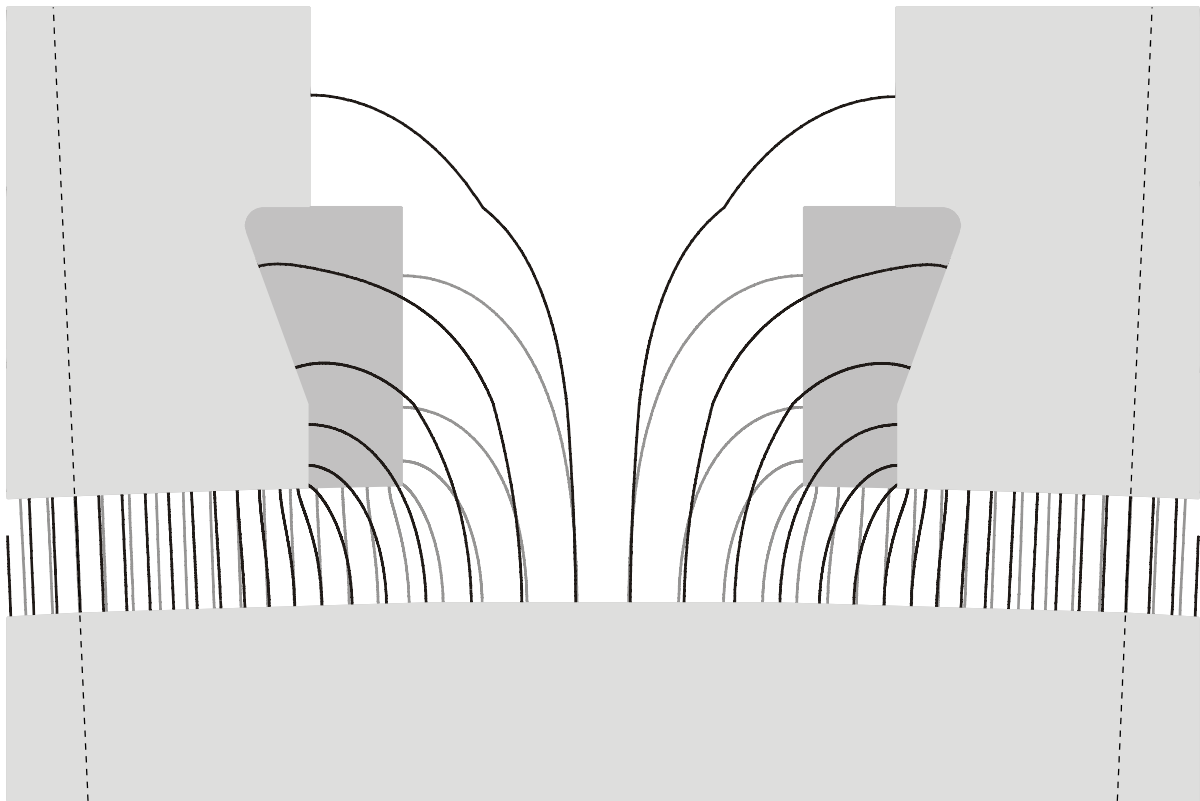


Abbildung 25: Feldbild der Originalgeometrie, ungenuteter Rotor

$$\Delta A = 3.03 \cdot 10^{-4} \text{ Vs / m}$$

- fett:** Berechnung mit Original-Verschlusskeil
normal: Berechnung mit höhengewichteter Schlitzbreite im Keilbereich
gestrichelt: Grenzen der Nutteilung
dunkelgrau: zusätzlicher Eisenbereich aufgrund der Approximation

Man kann zusammenfassen, dass es für die Ermittlung der Carterschen Faktoren keine vollständig zufrieden stellende Methode gibt. Bei der hier vorliegenden Maschine liefern die numerische Feldberechnung sowie die Formel nach Carter ähnliche Ergebnisse. Testrechnungen unter Maxwell 2D mit magnetischen Nutverschlusskeilen höherer Permeabilität (> 5) zeigen jedoch, dass in diesem Fall nur mit der Methode der numerischen Feldberechnung der Einfluss des Verschlusskeils erfasst wird. Kommen jedoch keine magnetischen Verschlusskeile zum Einsatz, so ist die Formel nach Carter eine Methode, die aufwandsminimiert sehr gute Lösungen liefert.

6.2 Bestimmung des ungesättigten Bereichs

Zur Bestimmung des ungesättigten Bereichs für das Hauptfeld werden die Daten des Leerlaufversuchs gemäß der Vorgaben in [20] ausgewertet.

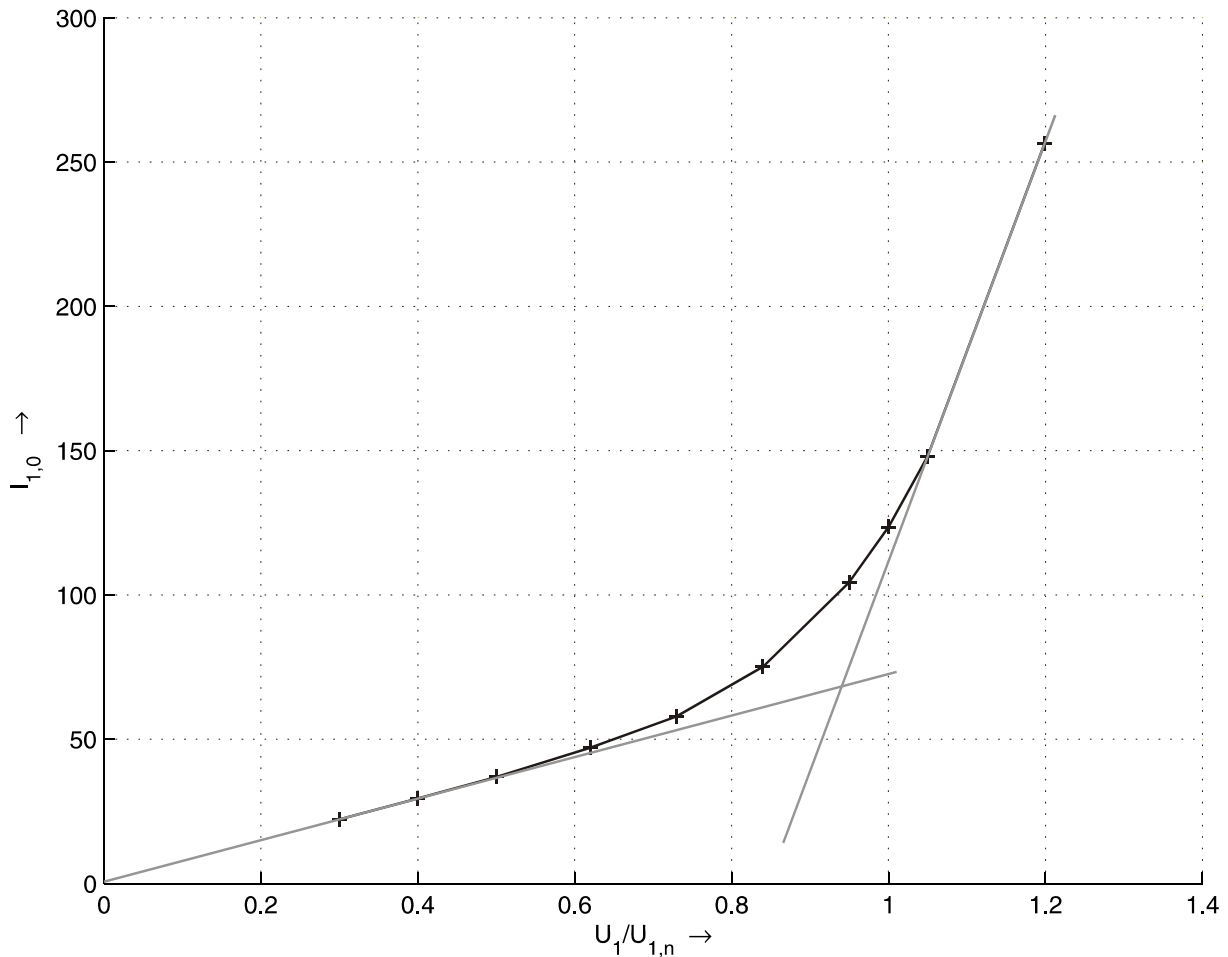


Abbildung 26: Leerlaufstrom des Prüflings

Die Auswertung des Leerlaufstromes ist in Abbildung 26 abgebildet. Es ist anhand der Regressionsgerade im unteren Spannungsbereich abzulesen, dass die Sättigung bei dem Prüfling ca. bei halber Nennspannung einsetzt. Daraus folgt, dass bei der Auswertung zunächst die Messdaten genutzt werden, die unterhalb dieser Sättigungsgrenze liegen.

6.3 Vergleich der Messungen mit den Simulationsergebnissen

Der Leerlaufversuch wurde gemäß Datenblatt bei einer Netzfrequenz von $f_1 = 50 \text{ Hz}$ durchgeführt. Der Klemmenwiderstand beträgt bei der Messung $R_{Kl,LL} = 0.07984 \Omega$.

Der Klemmenwiderstand bei 20°C beträgt gem. Angaben $R_{Kl,20} = 0.0665 \Omega$. Damit ergibt sich eine Statorwicklungstemperatur von $\vartheta_s = 72.1^\circ\text{C}$. Die Rotortemperatur wird in der Simulation dem Statorwert gleichgesetzt.

Des Weiteren wurde mit einem r_{\max} von 20 gerechnet.

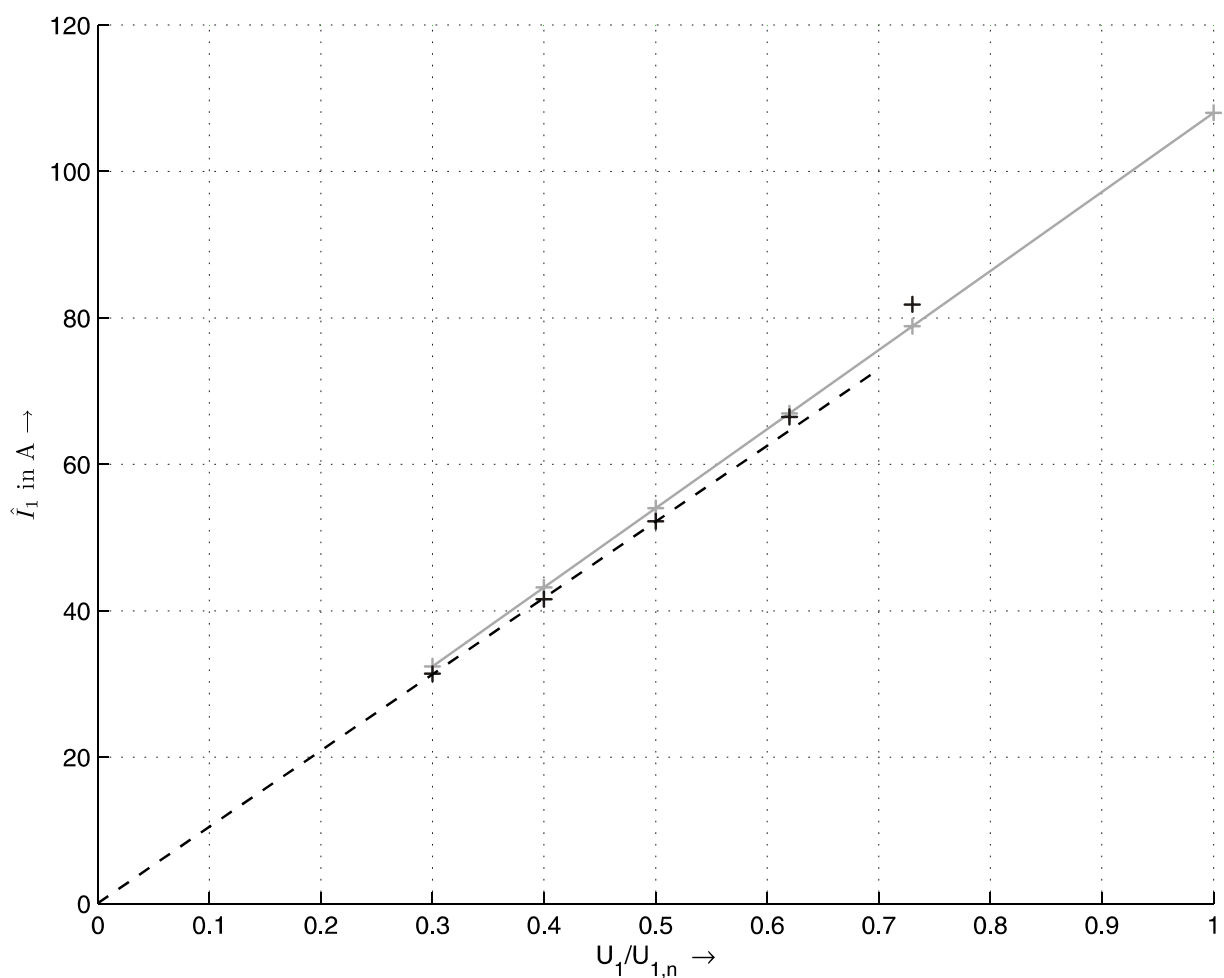


Abbildung 27:

Leerlauf - Strom

normal: ASMdyn

fett: Loher Messdaten

gestrichelt: Trendlinien der Messdaten

Es ist eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Simulations- und Messdaten zu erkennen. Hier ist deutlich die Sättigungsgrenze abzulesen. Die Berücksichtigung der Sättigung mit Hilfe der Permeabilitätszahlen des Stators und Rotors für höhere Spannungsniveaus ist also unabdingbar.

Die Auswertung der Messdaten der Belastungsversuche sollen auch aufgrund der o.a. Sättigungsgrenze nur bei halber Nennspannung erfolgen. Die davon abweichenden Werte in den Prüfprotokollen von Loher liegen immer nur einzeln vor und bewegen sich in Spannungsbereichen (2850/3150), in dem die Verhältnisse in der Maschine ähnlich sind, also keine neuen Erkenntnisse zu erwarten sind.

Die Temperatur wurde aus den Widerstandsangaben auf 37.58 °C sowohl für Stator als auch Rotor festgelegt. Die anderen Simulationsparameter entsprechen denen des Leerlaufversuchs.

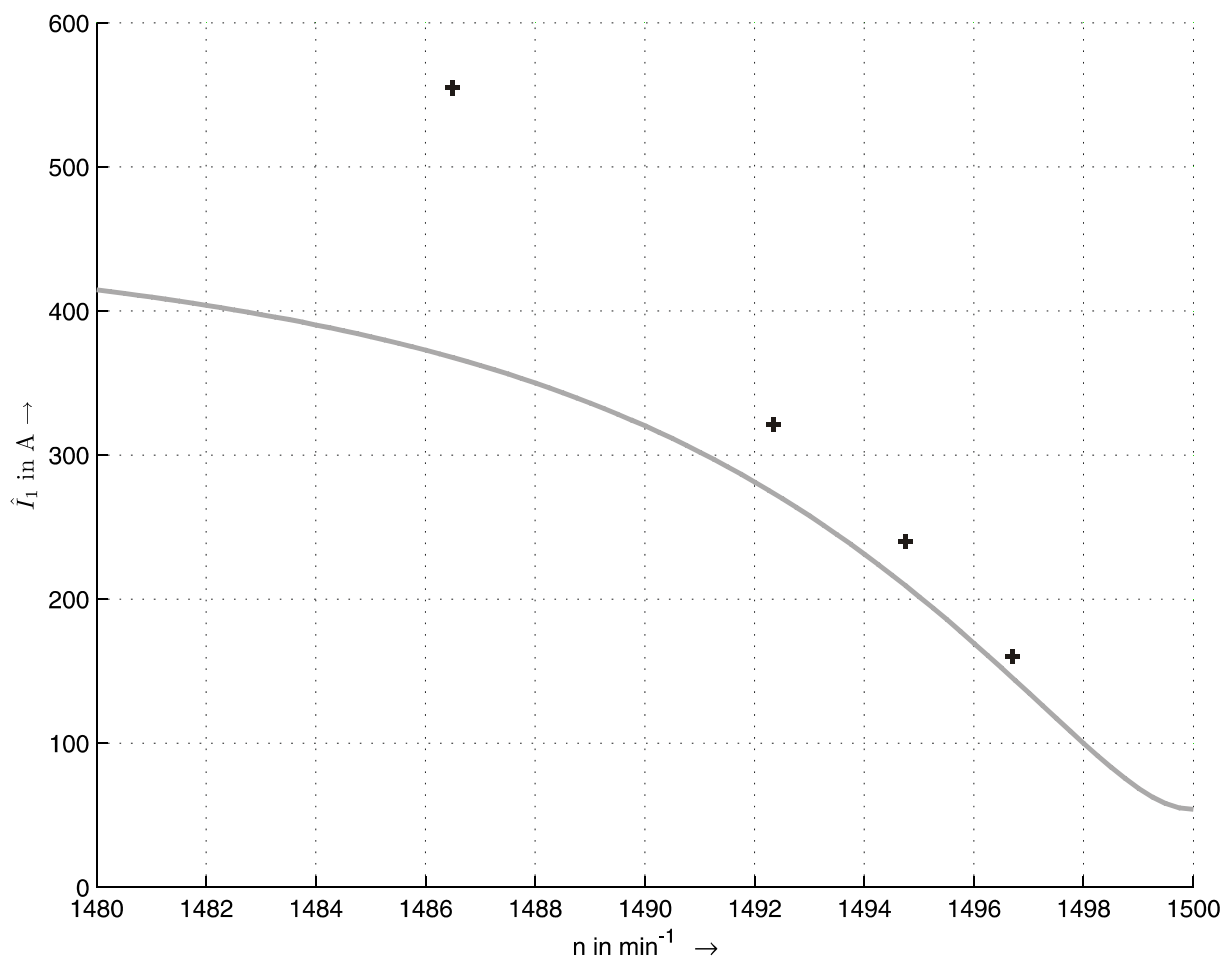


Abbildung 28: Belastungswerte bei halber Nennspannung

Kurve: ASMDyn

Punkte: Loher Messdaten

Abbildung 28 zeigt deutlich, dass mit zunehmendem Schlupf die Abweichungen immer stärker werden. Damit werden die positiven Ergebnisse des Leerlaufversuchs gestützt. Die Abweichungen mit zunehmenden Schlupf müssen anhand des Kurzschlussversuches verifiziert werden.

Der Kurzschlussversuch wurde gemäß Datenblatt bei einer Frequenz von $f_1 = 50 \text{ Hz}$ durchgeführt. Der Klemmenwiderstand beträgt bei der Messung $R_{kl,KS} = 0.0831 \Omega$.

Damit ergibt sich eine Statorwicklungstemperatur von $\vartheta_s = 84.84^\circ\text{C}$. Die Rotortemperatur wird erneut gleichgesetzt. r_{\max} hat wiederum einen Wert von 20.

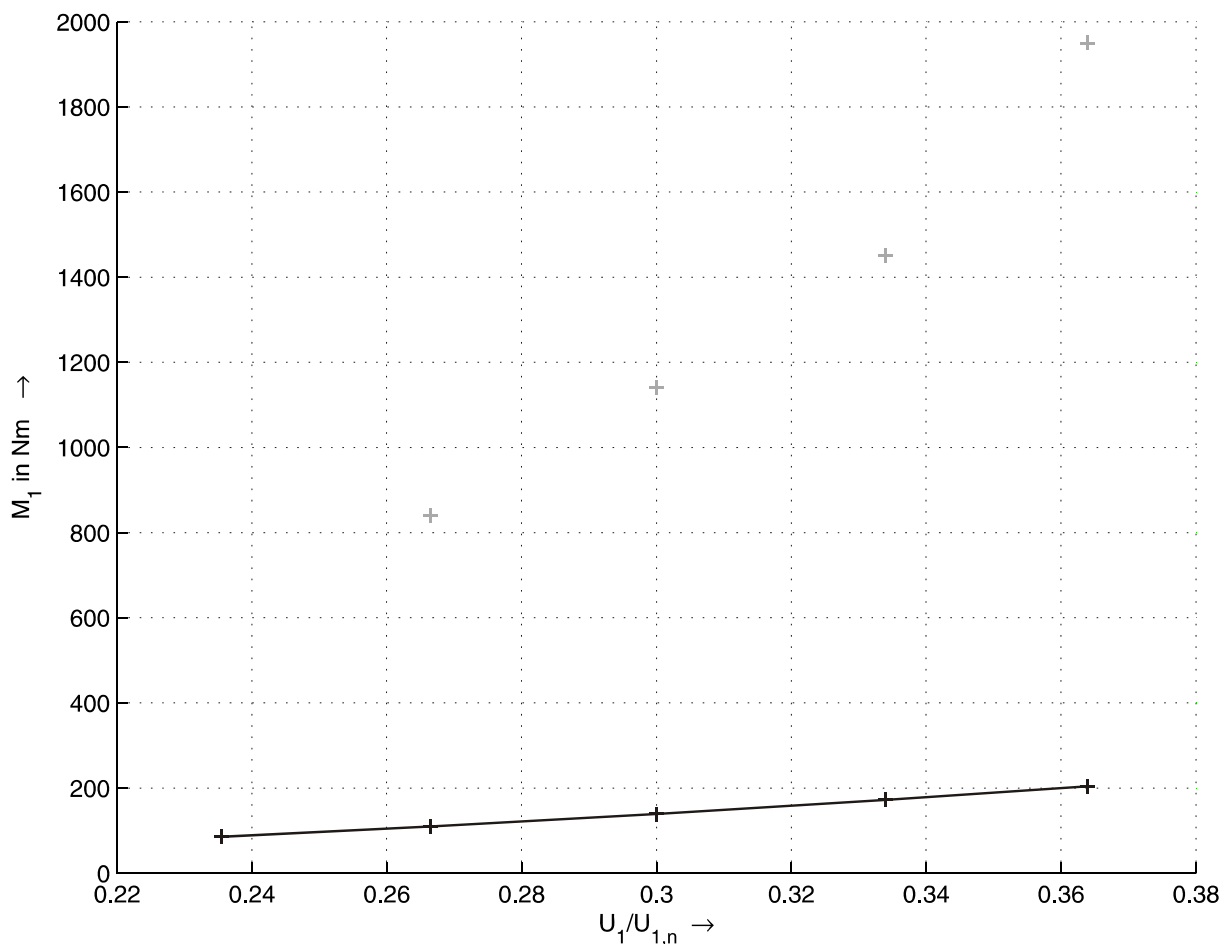


Abbildung 29: Kurzschluss - Drehmoment
fett: ASMdyn
normal: Loher Messdaten

In beiden Abbildungen ist die große Diskrepanz zwischen Messwerten und Simulation zu sehen.

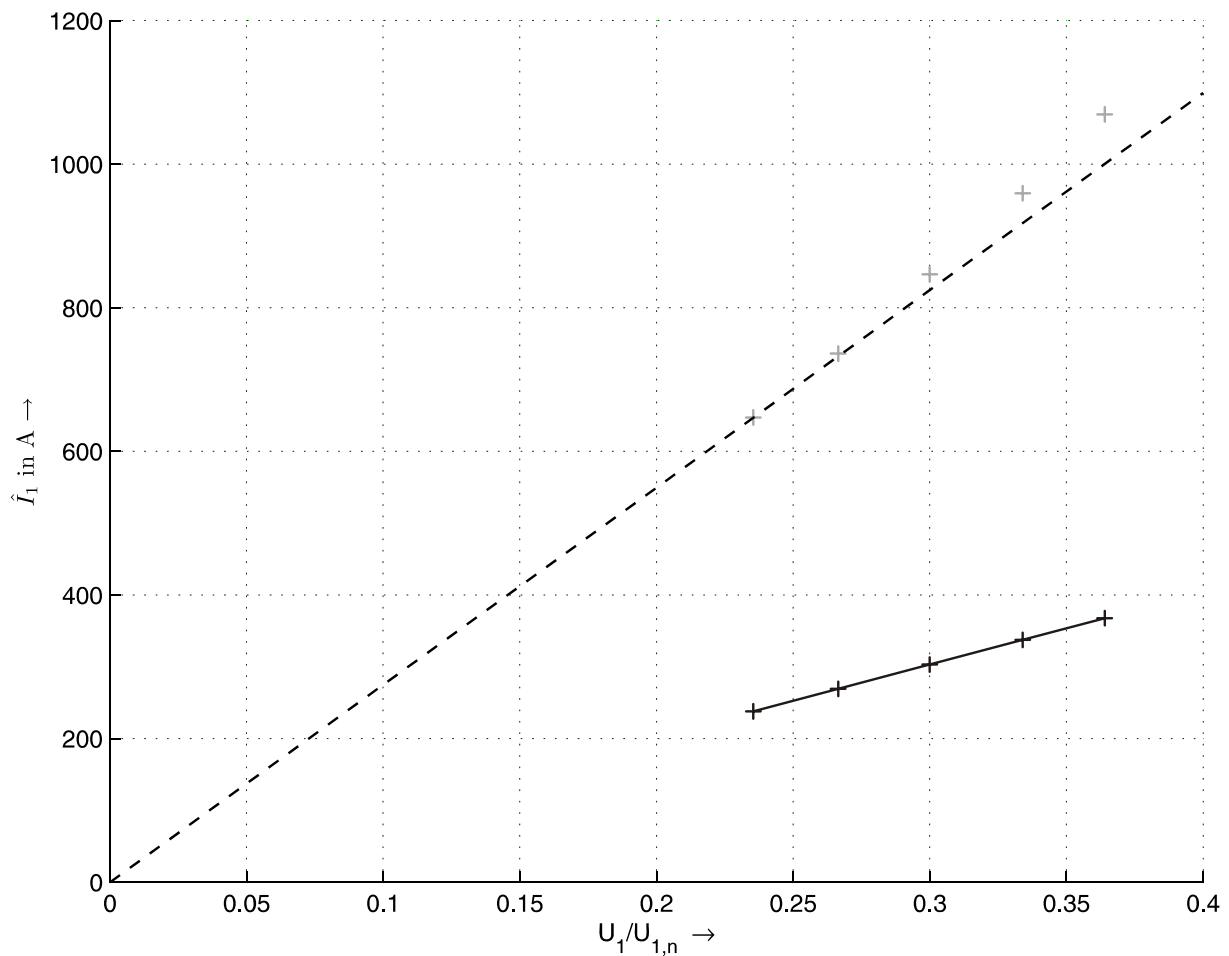
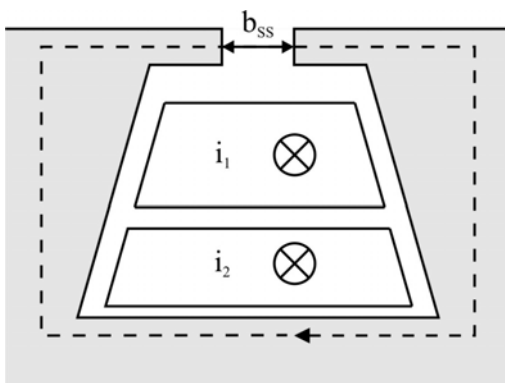


Abbildung 30: Kurzschluss - Strom
fett: ASMdyn
normal: Loher Messdaten
gestrichelt: Ursprungsgerade



Zunächst soll der Sättigungszustand der Streuschlitz im Kurzschluss untersucht werden. Wie in Abbildung 30 ersichtlich, liegt schon der zweite Messwert des Kurzschlussstromes nicht mehr auf der Ursprungsgeraden. Die Skizze zeigt die zugrunde liegende Anordnung zur Berechnung der Flussdichte im Streuschlitz.

Bei der Abschätzung der höchsten Flussdichte geht man von einer Nut mit zwei Spulen desselben Stranges aus, so dass gilt: $i_1 = i_2 = i$. Das Durchflutungsgesetz liefert dann für den gestrichelten Integrationsweg mit $\mu_{Fe} \rightarrow \infty$:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = H_S \cdot b_{SS} = 2 \cdot N \cdot i \quad \text{und mit} \quad B_S = \mu_0 \cdot H_S: \quad B_S = \frac{2 \cdot N \cdot \mu_0 \cdot i}{b_{SS}}$$

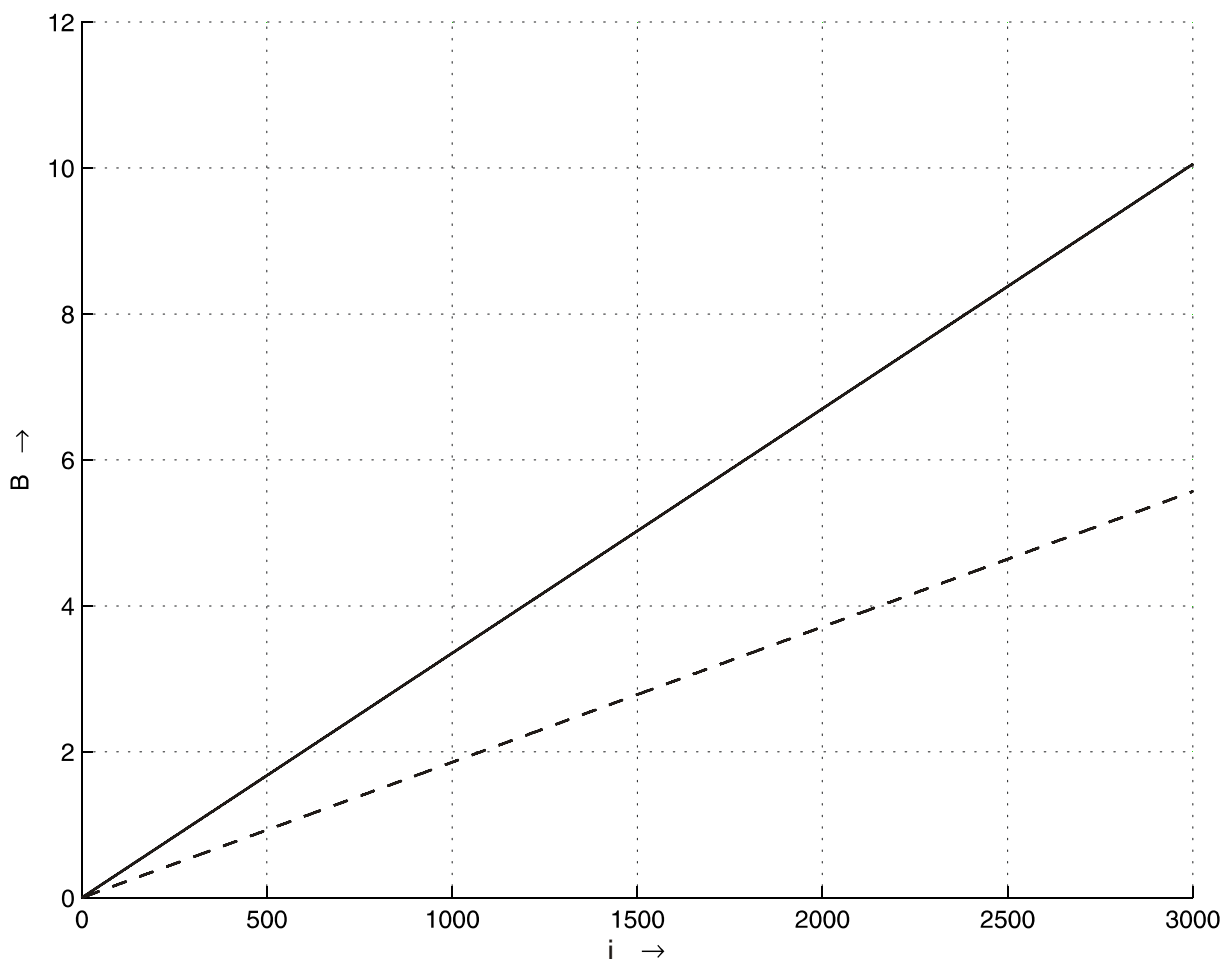


Abbildung 31: Flussdichte im Statorstreuschlitz

durchgezogen: magnetischer Nutverschlusskeil, ermittelt nach der Ersatzanordnung gem. Abbildung 23 c
gestrichelt: reiner Streuschlitz

Die Auswertung zeigt, dass für die vorliegenden Messdaten die Flussdichte im Streuschlitz in die Sättigung geht, deren quantitative Auswirkung mit den vorliegenden Daten aber nicht ermittelt werden kann. Da die Untersuchungsmöglichkeiten am Hochspannungsmotor begrenzt sind, wird im Folgenden ein zur Verfügung stehender 11 kW - Eigenbau als Prüfling genutzt.

7 Messtechnische Verifikation am 11kW-Eigenbau

Für die weitere messtechnische Verifikation wird ein 11kW-Eigenbau verwendet, dessen Stäbe ein Rechteckprofil haben. Die Daten des Prüflings können dem Anhang, Kapitel 11.3 entnommen werden. Für den Vergleich zwischen Messung und Simulation wird der einfache Hochlauf der stromlosen Asynchronmaschine aus dem Stillstand am starren Netz benutzt.

7.1 Versuchsaufbau, Experimentsteuerung und Messdatenerfassung

Abbildung 32 zeigt den Aufbau der Hochlaufmessung. Neben den drei Strangströmen, die über LEM – Stromtrennverstärker erfasst werden, wird mittels eines LEM - Spannungstrennverstärkers eine Strangsspannung aufgenommen, um den Einschaltwinkel bestimmen zu können.

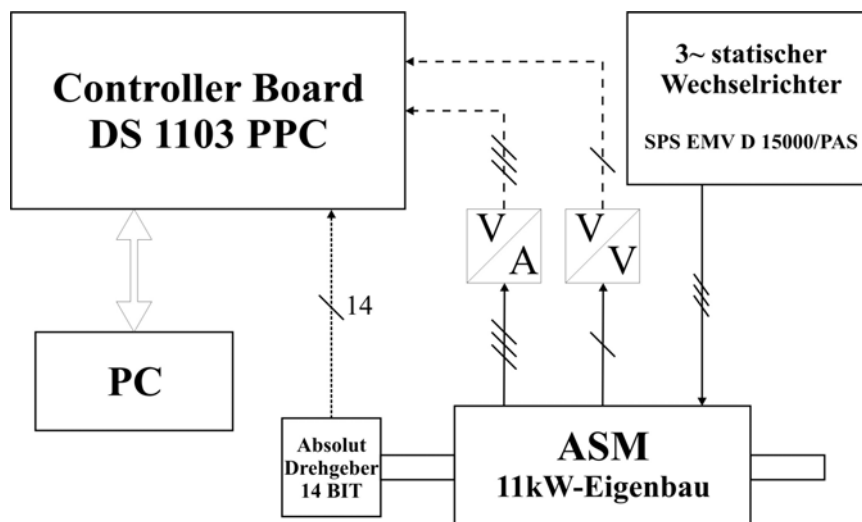


Abbildung 32: Versuchsaufbau der Vergleichsmessung

Die Messdaten werden mit den A/D-Wandler Eingängen (14 BIT) des Controller Boards aufgenommen. Dabei wird ein Messintervall von $100 \mu\text{s}$ gewählt. Die Drehzahl wird ebenfalls mit dem Controller Board erfasst. Das Positionssignal wird über die digitalen Eingänge aufgenommen, mit der Abtastzeit wird daraus die

Drehzahl berechnet. Dabei wird eine Mittelung über 10 Drehzahlwerte zur Glättung des Signals durchgeführt.

Nach dem Start der Messwertaufnahme wird der Hochlauf manuell durch das Einschalten des statischen Wechselrichters initialisiert. Dabei ist die Messdauer so gewählt, dass der gesamte Hochlauf aufgenommen wird. Die Daten können anschließend nach MATLAB exportiert werden, so dass ein einfacher Abgleich mit den Simulationsdaten möglich ist.

7.2 Ausschluss nicht simulierter Einflüsse

In dieser Phase soll zunächst die Qualität der gefundenen Modelle untersucht werden. Dazu müssen Randeinflüsse, die nicht im Modell berücksichtigt werden, eliminiert werden. Um Einflüsse der Grundfrequenztaktung und somit auch des Umrichters auf den Vergleich auszuschließen, sollen die Untersuchungen beim Betrieb am sinusförmigen Drehstromnetz durchgeführt werden. Da das zur Verfügung stehende Labornetz Oberschwingungen (insbesondere 5. und 7.) aufweist, wird dafür ein statischer Wechselrichter der Fa. Spitzenberger und Spiess verwendet. Messungen haben ergeben, dass er ein nahezu ideales sinusförmiges Drehstromnetz liefert. Die dadurch vorgegebene Begrenzung des Stromes hat in dem hier betrachteten Spannungsbereich keine Auswirkungen.

Zudem muss der Vergleich bei ungesättigter Maschine durchgeführt werden, auch die Reibung der Lager muss bestimmt werden. Dazu sind Messungen im Vorfeld durchzuführen.

7.2.1 Bestimmung des ungesättigten Bereichs

Zur Bestimmung des ungesättigten Bereichs wird mit dem Prüfling ein Leerlaufversuch gemäß den Vorgaben in [20] mit dem Aufbau nach Abbildung 33 durchgeführt.

| ${}^1U_1 / V$ | ${}^1I_1 / A$ | ${}^1P_0 / W$ | $\cos {}^1\varphi$ |
|---------------|---------------|---------------|--------------------|
| 270.78 | 10.831 | 168.1 | 0.01911 |
| 260.76 | 9.603 | 129 | 0.01717 |
| 250.71 | 8.678 | 99.58 | 0.01526 |
| 240.71 | 7.877 | 82.75 | 0.01455 |
| 230.7 | 7.234 | 77.38 | 0.01545 |
| 220.68 | 6.675 | 79.17 | 0.01792 |
| 210.68 | 6.189 | 59.1 | 0.01511 |
| 200.61 | 5.764 | 58.49 | 0.01686 |
| 190.61 | 5.384 | 55.87 | 0.01815 |
| 180.57 | 5.038 | 44.8 | 0.01642 |
| 170.55 | 4.711 | 40.34 | 0.01674 |
| 160.38 | 4.391 | 35.1 | 0.01661 |
| 150.5 | 4.092 | 30.96 | 0.01676 |
| 140.35 | 3.791 | 25.47 | 0.01596 |
| 130.43 | 3.503 | 22.35 | 0.01631 |
| 120.32 | 3.213 | 19.69 | 0.01698 |
| 110.3 | 2.934 | 15.59 | 0.01606 |
| 100.33 | 2.655 | 12.99 | 0.01625 |
| 90.31 | 2.375 | 10.77 | 0.01675 |
| 80.22 | 2.105 | 8.23 | 0.01625 |
| 70.24 | 1.834 | 6.66 | 0.01724 |
| 60.17 | 1.567 | 4.4 | 0.01555 |

Tabelle 1: Messwerte des Leerlaufversuches

Tabelle 1 enthält die aufgenommenen Grundschwingungseffektivwerte der Messgrößen. Die grafische Darstellung erfolgt in Abbildung 34.

Der Leerlaufversuch zeigt, dass die Strom-Spannungs-Proportionalität nur bis ca. 110 V effektiv geht. Danach setzt bei der Maschine die Sättigung ein. Im Grenzpunkt fließt ein Magnetisierungsstrom von ca. 3 A.

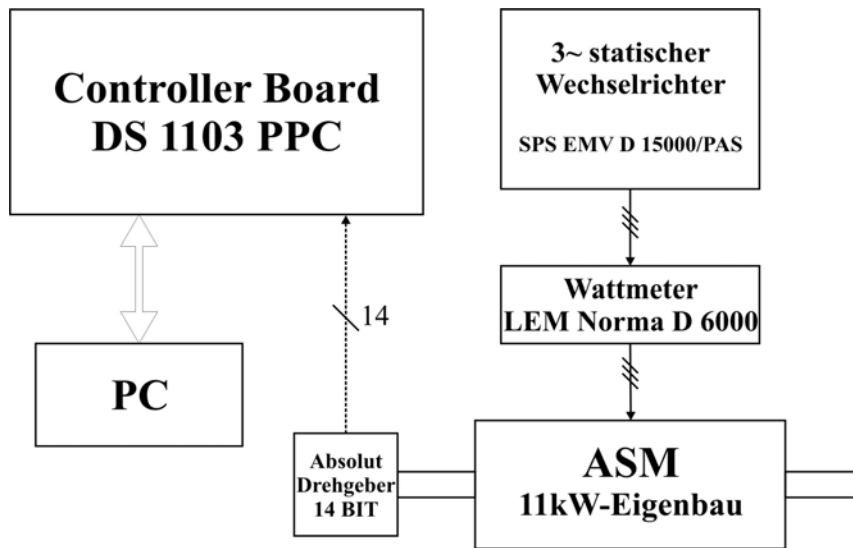


Abbildung 33: Versuchsaufbau Leerlaufmessung

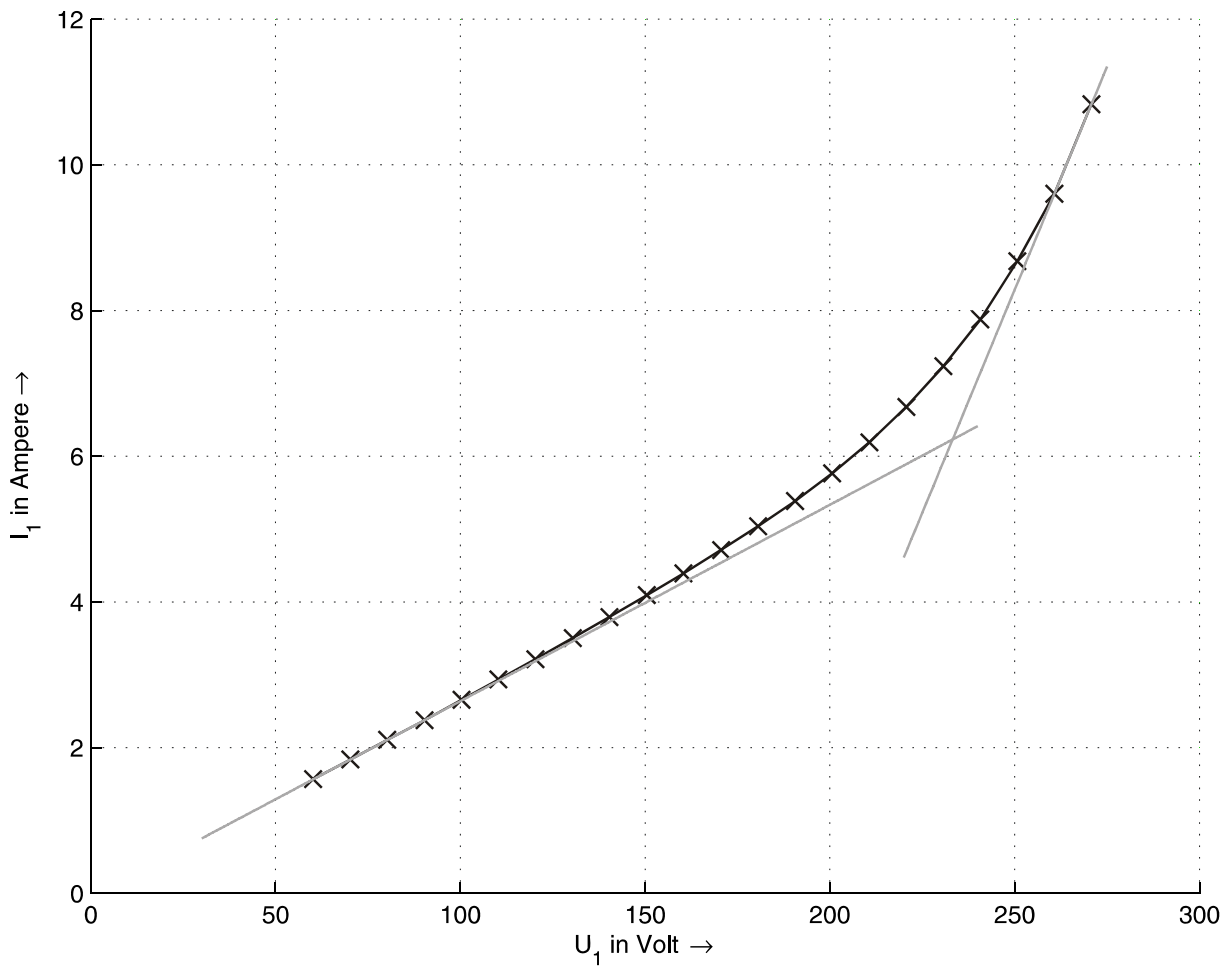


Abbildung 34: Leerlaufversuch – Kennlinie

7.2.2 Bestimmung des Reibmoments

Um die Simulation möglichst realitätsnah durchführen zu können, ist eine genaue Bestimmung des Reibmomentverlaufs der Versuchsanordnung nötig. Dieser soll über einen Auslaufversuch ermittelt werden. Der Messaufbau entspricht dem in Abbildung 32. Dabei wird die Anordnung über den statischen Umrichter auf eine Drehzahl von nahezu 3000 min^{-1} ($f_1 = 100 \text{ Hz}$) beschleunigt und der Auslauf durch Abschalten über einen manuellen Schalter eingeleitet. Da die Reibung von der Drehrichtung abhängig ist, wird der Versuch für beide Richtungen durchgeführt.

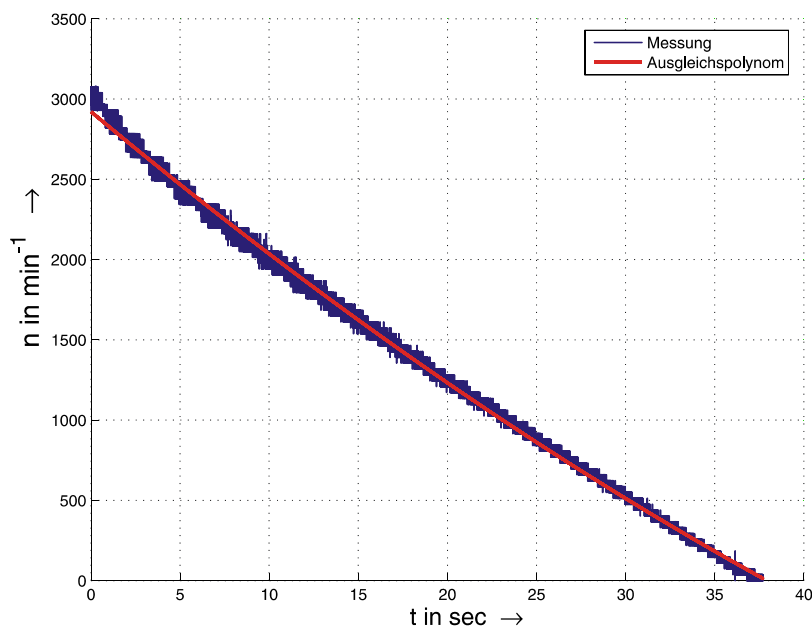


Abbildung 35:

Drehzahlkennlinie

Auslaufversuch

Rechtslauf

Polynomkoeffizienten:

a = 0,413857,

b = -92,7466

c = 2922

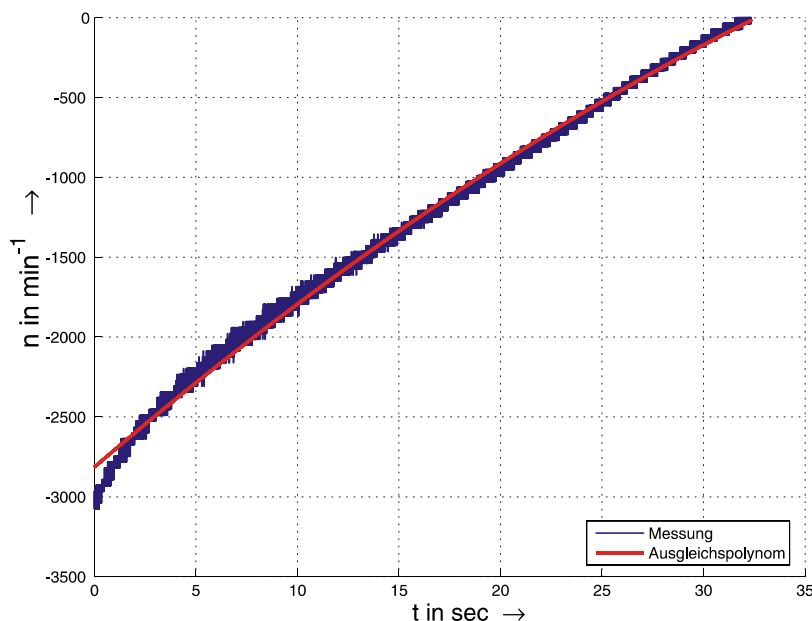


Abbildung 36:

Drehzahlkennlinie

Auslaufversuch

Linkslauf

Polynomkoeffizienten:

a = -0,69505,

b = 108,957

c = -2814,942

Dabei wird der Drehwinkel über der Zeit aufgenommen. Da die Drehzahlauflösung aufgrund der begrenzten Auflösung des Drehgebers (hier 14 Bit) und der Abtastrate von $200 \mu s$ begrenzt ist, wird die Drehzahl – Zeit – Kennlinie zunächst durch ein Polynom zweiten Grades angenähert. Für die Drehzahl ergibt sich somit eine Gleichung der Form

$$n(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t + c. \quad (74)$$

Aus der Bewegungsgleichung

$$J_{ges} \frac{d}{dt} 2\pi n = M - M_{Reib} \quad (75)$$

erhält man unter der Berücksichtigung, dass das Motormoment M null ist, für das gesuchte Reibmoment

$$M_{Reib}(t) = -J_{ges} \frac{d}{dt} 2\pi n. \quad (76)$$

Die benötigte zeitliche Ableitung der Drehzahl kann aus (74) analytisch berechnet werden, so dass sich (76) ergibt zu

$$M_{Reib}(t) = -J_{ges} \cdot 2\pi \cdot (2 \cdot a \cdot t + b). \quad (77)$$

Mit (77) hat man nun den zeitlichen Verlauf des Reibmoments. Da aus (74) der zeitliche Verlauf der Drehzahl bekannt ist, können durch Auswertung der beiden Gleichungen mit einem identischen Zeitvektor, der an die ursprüngliche Messdauer angepasst ist, Wertepaare der Form $M_{Reib} = M_{Reib}(n)$ berechnet werden, die als Grundlage für die Lastmodellierung im Simulationsprogramm dienen. Abbildung 37 zeigt diesen Funktionsverlauf.

Dieser wird durch eine in einem hier nicht dokumentierten Leerlaufversuch bestimmte Reibleistung von etwa 112 W bei 1500 min^{-1} gestützt. Die Wertepaare (n, M_{Rbg}) können nun als Look-up-Table in das Simulationsprogramm importiert werden.

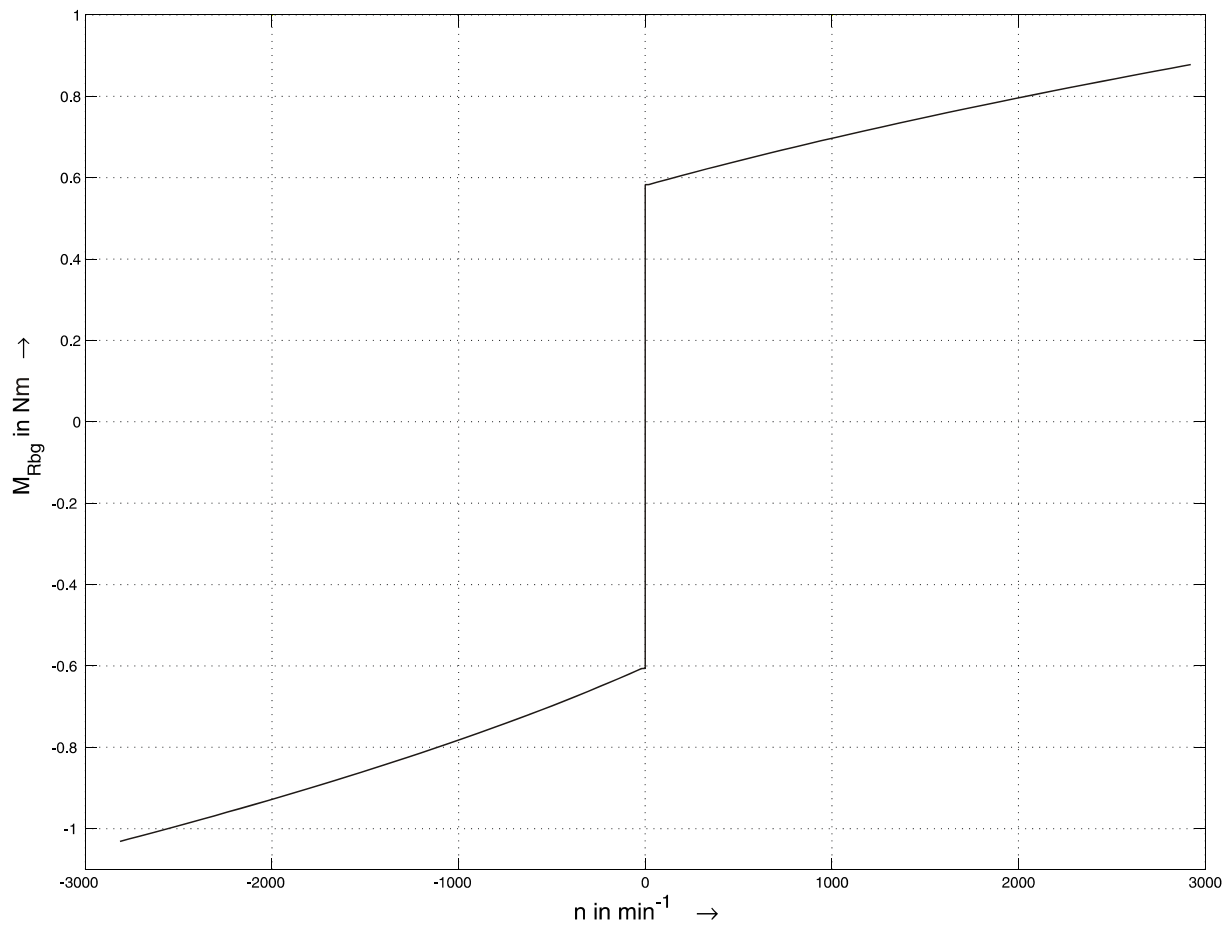


Abbildung 37: Reibmoment – Drehzahl Kennlinie des Prüflings

7.3 Auswertung

Für die Auswertung soll der Vergleich Messung – Simulation für eine Spannung von $U_1 = 80V$ durchgeführt werden.

Folgende Optionen wurden für die Vergleichssimulation gewählt:

- 11 kW Eigenbaumotor: Stator 60500, Rotor 57690, Rechteckstab, ungeschrägt
Daten gem. Anhang, Kapitel 11.3
- Hochlauf aus dem stromfreien Stillstand
- Spannungsquelle: sinusförmiges Drehstromnetz

$$U_1 = 80V$$

$$f_1 = 50 \text{ Hz}$$

$$\varphi = 15,332^\circ$$

- Last: Reibmoment aus Auslaufversuch
- Auflösung: 5
- Simulationszeit: 1.5 sec
- Wicklungstemp.: 22 °C
- Käfigtemp.: 22 °C

Der Vergleich der Messung mit den Simulationsergebnissen zeigt eine deutliche Diskrepanz zwischen Messung und Simulation.

Der Einfluss der Stromverdrängung ist beim Hochstab wie zu erwarten deutlich ausgeprägt, jedoch scheinen andere Faktoren eine gewichtigere Rolle als Ursache für die Differenzen zu haben. Dies ist im Einklang mit den Fehlern am Hochspannungsmotor. Das Reibmoment muss als zufrieden stellend nachgebildet betrachtet werden, da die Drehzahl im eingeschwungenen Zustand zwischen Messung und Simulation übereinstimmt. Eine Aussage über den gesamten Verlauf der Kennlinie lässt sich dadurch aber nicht tätigen.

In Abbildung 39 ist der Betrag des Statorstrom - Raumzeigers abgebildet. Auch hier ist eine große Diskrepanz zwischen Simulation und Messung vorhanden.

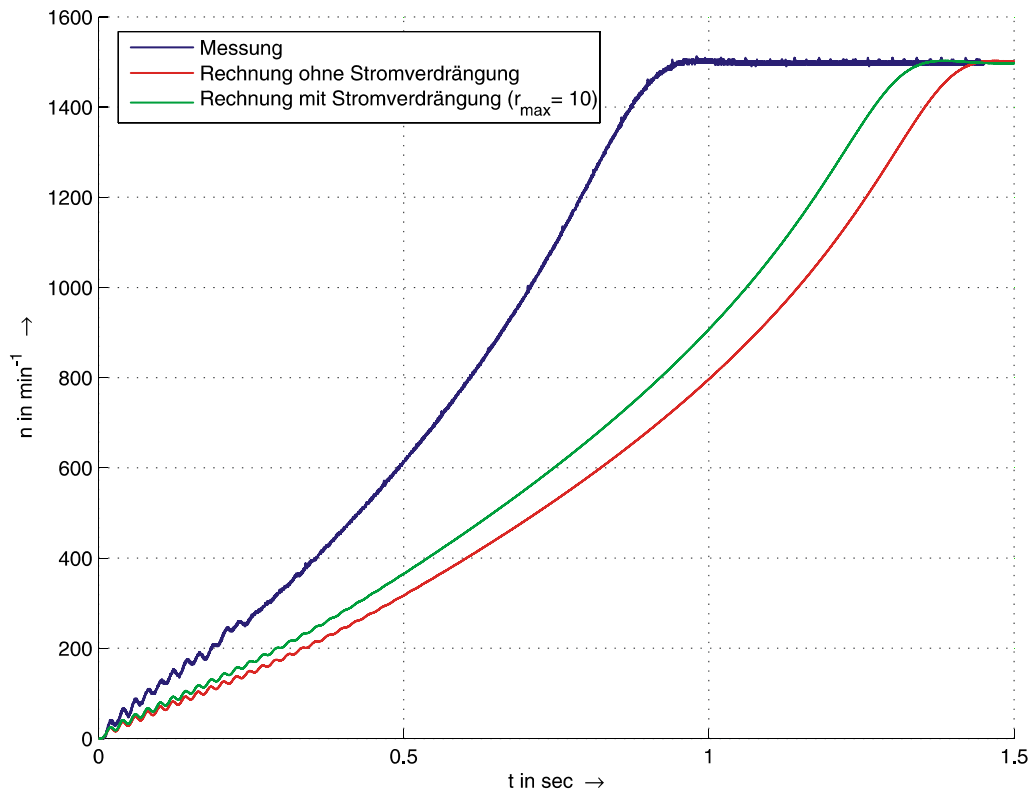


Abbildung 38: Drehzahlverlauf der Versuchsmaschine

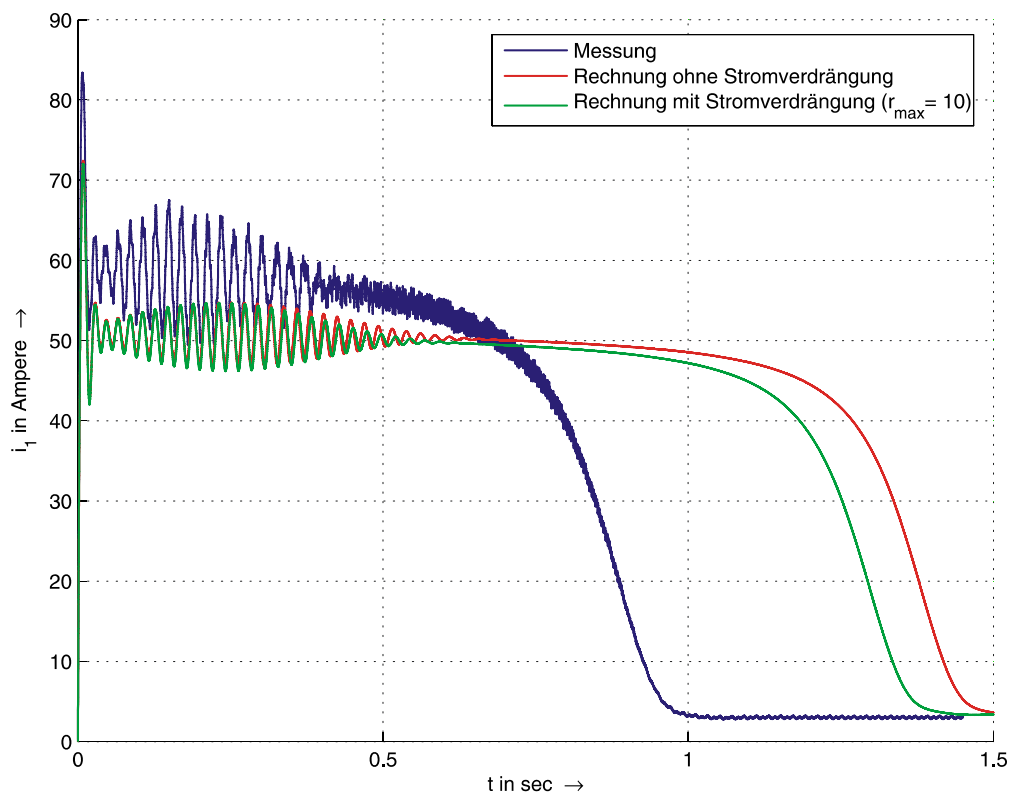


Abbildung 39: Betrag der Statorstromraumzeiger; detaillierte Darstellung des eingeschwungenen Bereichs s. Abbildung 41

Die Ursachen für diese Abweichungen und die Fehler bei der Simulation des Hochspannungsmotors sind zu untersuchen. Dies geschieht in Kapitel 8.

8 Untersuchung der Auswirkungen möglicher Fehlerquellen

Im Folgenden werden die einzelnen Bestandteile der Systemmodelle betrachtet. Zudem werden deren Einflüsse auf das Simulationsergebnis ermittelt, um die Ursachen für die Abweichungen zwischen Messung und Simulation zu identifizieren. Dazu gehören neben den Modellparametern an sich auch die Berechnungsparameter der Stromverdrängung. Zuletzt wird die Nachbildung des mechanischen Systemanteils verifiziert.

8.1 Wahl des Stromverdrängungsparameter r_{\max}

Die Auswirkung des Parameters r_{\max} können durch mehrere Simulationen mit unterschiedlichen r_{\max} -Werten untersucht werden. Die Simulationsparameter entsprechen dabei denen des Kapitels 7.3, jedoch wurde für die Beschleunigung der Simulation die Auflösung auf den Wert 1 gesetzt. Dies hat keine Auswirkung auf die vergleichende Untersuchung.

Zunächst soll der Betrag des Statorstromraumzeigers betrachtet werden. Dieser konvergiert sehr schnell mit dem Stromverdrängungsparameter r_{\max} . Bei Werten ab 10 ist der Einfluss des Parameters nur noch gering. Die starke Abweichung bei kleineren r_{\max} -Werten basiert auf dem Lösungsansatz, der erst bei größeren r_{\max} -Werten eine Konvergenz gewährleistet (siehe hierzu auch [21]).

In Abbildung 41 ist zusätzlich der Stromverlauf im Bereich des eingeschwungenen Zustandes vergrößert dargestellt. Man erkennt eine Abweichung des Strombetrags von über 10 %. Dies legt nahe, dass hier eine Abweichung der Simulation durch fehlerhafte Modellparameter bedingt ist.

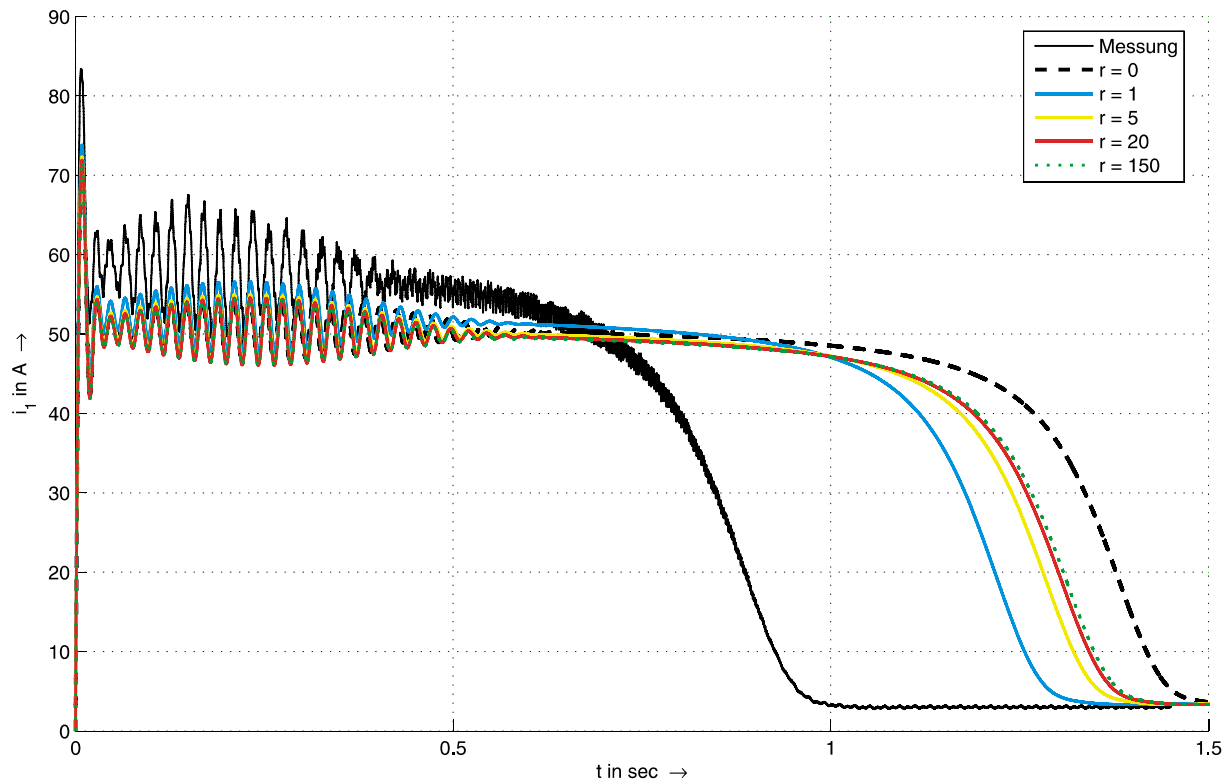
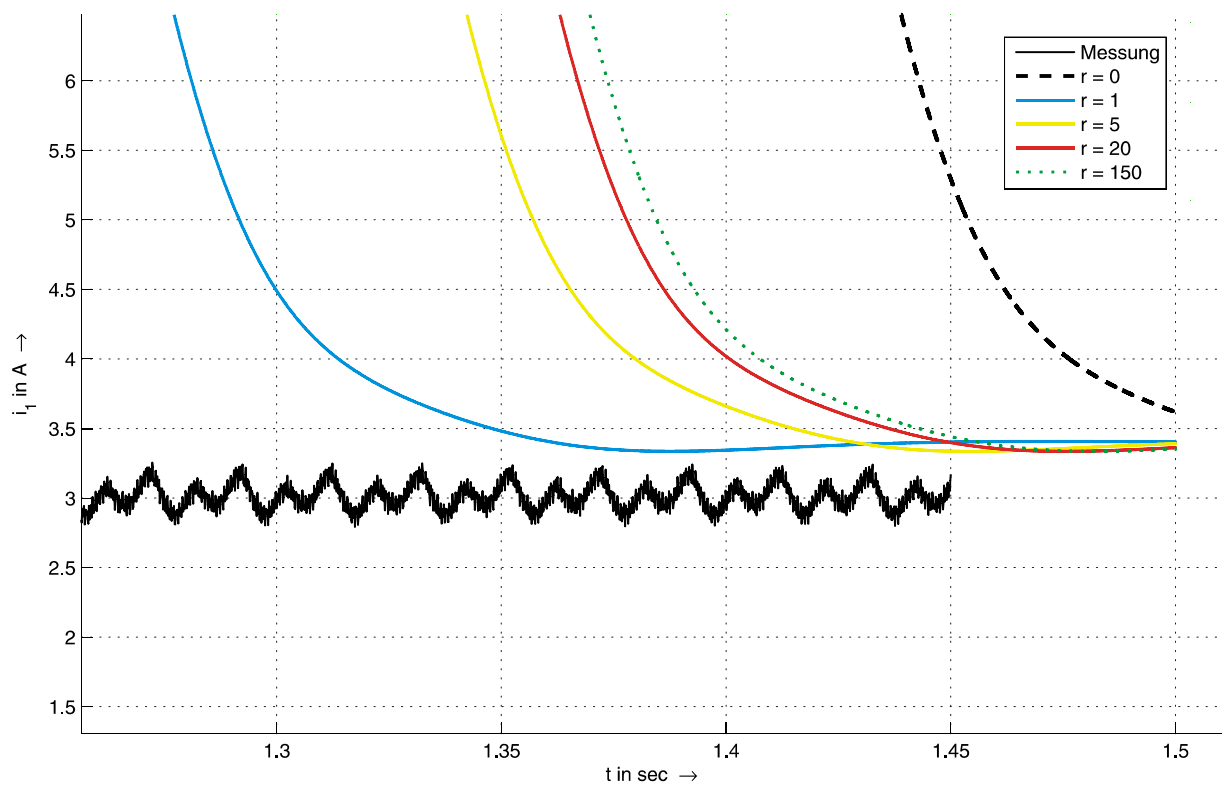


Abbildung 40: Betrag des Statorstromraumzeigers in Abhängigkeit des Stromverdrängungsparameters r_{\max}



**Abbildung 41: Betrag des Statorstromraumzeigers
Detaillierte Darstellung des Eingeschwungenen Zustandes**

Auch die Drehzahl kann durch die Wahl der Parameter beeinflusst werden. Dabei lässt sich auch hier eine gute Konvergenz für $r_{\max} \geq 10$ erkennen. Das ermittelte Reibmoment der Versuchsmaschine wird durch die Übereinstimmung der Drehzahl im eingeschwungenen Zustand erneut bestätigt.

Aus den Untersuchungen hat sich eine Abhängigkeit der Simulationsergebnisse von dem Parameter r_{\max} bestätigt. Der Einfluss lässt sich aber durch Wahl des r_{\max} - Wertes auf ≥ 10 zufrieden stellend minimieren. Da dies dem Wert der Vergleichsimulation in Kapitel 7.3 entspricht, kann diese Fehlerquelle ausgeschlossen werden.

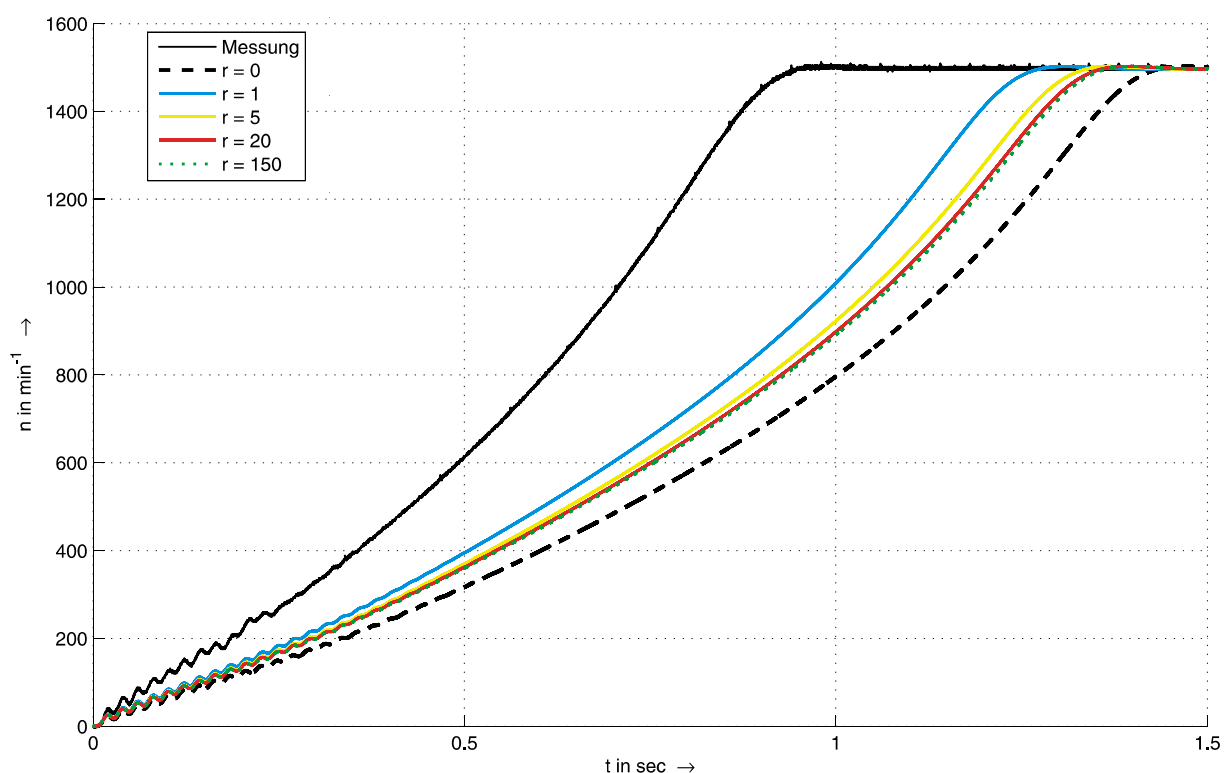


Abbildung 42: Drehzahlverlauf in Abhängigkeit vom Stromverdrängungsparameter r_{\max}

8.2 Unsicherheiten in den berechneten Modellparametern

Die Systemmodelle basieren auf Modellparametern, die aus Maschinenparametern berechnet werden. Dies hat den Vorteil, dass man zum einen unabhängig von

Messungen ist und zum anderen beim Entwurf einer Maschine die sich ergebenden Modellparameter im Vorfeld gezielter beeinflussen kann.

Da die auf diesen Parametern basierten Modelle nun starke Abweichungen gegenüber den Messungen aufweisen, ist eine Untersuchung der Einflüsse der einzelnen Maschinengrößen bei der Berechnung der Modellparameter unverzichtbar. Jede Maschinengröße hat eine Ungenauigkeit in der messtechnischen Bestimmung, die als Toleranzband festzulegen ist. Daraus resultiert ein Wertekorridor der verschiedenen Modellparameter, dessen Einfluss auf das Simulationsergebnis abzuwägen ist.

Die Untersuchungen, die im Anhang, Kapitel 11.4 detailliert aufgeführt sind, zeigen, dass die Vielzahl der Maschinengrößen eine Bewertung der berechneten Modellparameter erschwert.

Die Ergebnisse der Messungen sowie der Simulationen in Kapitel 6.3 haben gezeigt, dass die Abweichungen mit zunehmendem Schlupf ebenfalls zunehmen. Dies weist auf Ungenauigkeiten in den Parametern hin, die im Kurzschluss das Modell besonders prägen. Dies ist im Besonderen die totale Streuziffer, da das Feld im Kurzschluss besonders in den Streuwegen auftritt.

Daher muss im Folgenden untersucht werden, wie die Fehler der Maschinengrößen auf die Gesamtfehler der Modellparameter und insbesondere auf die totale Streuziffer wirken.

8.2.1 Bestimmung des Eingangsfehlers der Modellparameter

Die Ermittlung des Einflusses der Fehler sämtlicher Parameter auf den zu berechnenden Wert gelingt nach der Methode der Wertschranken. Diese ist z.B. in [25] erläutert. Die dort vorgegebenen Rechenregeln versagen jedoch, wenn Eingangsgrößen mehrfach in einer oder in jeweils in miteinander gekoppelten Größen auftreten. Dann kann es nach den Vorgaben aus [25] dazu kommen, dass für die Bestimmung einer Wertschranke sowohl die untere als auch die obere Intervallgrenze einer Eingangsgröße genutzt wird (siehe z.B. h_{2SR} in (149.b) und (149.c)).

| Parameter Eingangsgröße | $L_{1\delta}$ | $L_{1\sigma, Nut}$ | $L_{2\delta}$ | L_{St} | $M_{2,1}$ | Δx |
|----------------------------|---------------|--------------------|---------------|----------|-----------|-----------------|
| l_B | X | X | X | X | X | $\pm 0.01 m$ |
| r_{1G} | X | | X | X | X | $-0.00001 m$ |
| r_{2G} | X | | X | X | X | $+0.00001 m$ |
| r_3 | X | | X | | X | $-0.00001 m$ |
| K_{C1} | X | | X | X | X | ± 0.01 |
| K_{C2} | X | | X | X | X | ± 0.01 |
| $\mu_{rR/S}$ | X | | X | | X | ± 1 |
| b_{SS} | X | X | | | X | $\pm 0.00001 m$ |
| b_{SR} | | | X | X | X | $\pm 0.00001 m$ |
| h_{SR} | | | | X | | $\pm 0.00001 m$ |
| b_{NR} | | | | X | | $\pm 0.00001 m$ |
| h_{NR} | | | | X | | $\pm 0.00001 m$ |
| h_{1N} | | X | | | | $\pm 0.0005 m$ |
| h_{2N} | | X | | | | $\pm 0.0005 m$ |
| h_{3N} | | X | | | | $\pm 0.0005 m$ |
| h_{4N} | | X | | | | $\pm 0.0005 m$ |
| h_{SS} | | X | | | | $\pm 0.00001 m$ |
| b_{NS} | | X | | | | $\pm 0.00001 m$ |
| h_{VK} | | X | | | | $\pm 0.0003 m$ |
| b_{VK} | | X | | | | $\pm 0.0003 m$ |
| $\mu_{r, VK}$ | | X | | | | ± 0.2 |

Tabelle 2: Abhängigkeit der Modellparameter von den Eingangsgrößen und deren Fehlergrenzen

Da es physikalisch nicht möglich ist, dass eine Größe für eine Motorausführung zwei Werte annimmt, sollen die Wertschranken der Modellparameter mit einer anderen Methode ermittelt werden. Dabei werden alle Eingangsgrößen mit ihrem Minimum und Maximum erfasst und alle möglichen Wertekombinationen über eine Wahrheitstabelle abgearbeitet. Da jede Eingangsgröße 2 Werte annimmt, ergeben sich so 2^x Kombinationen bei x Eingangsgrößen.

| Parameter Eingangsgröße | $L_{1\sigma,Stirn}$ | L_R | Δx |
|----------------------------|---------------------|-------|-----------------|
| l_S | X | | $\pm 0.005 m$ |
| l_R | | X | $\pm 0.00005 m$ |
| h_{1SR} | X | X | $\pm 0.005 m$ |
| h_{2SR} | X | X | $\pm 0.001 m$ |
| d | X | X | $\pm 0.005 m$ |
| r_0 | X | | $\pm 0.00001 m$ |
| r_E | | X | $\pm 0.00001 m$ |

Tabelle 3: Abhängigkeit der Modellparameter von den Eingangsgrößen und deren Fehlergrenzen

Mit Tabelle 2 und Tabelle 3 sind die Verknüpfungen der Modellinduktivitäten über die Eingangsgrößen vollständig erfasst. Die Induktivitäten des Stirnraumes $L_{1\sigma,Stirn}$ und L_R sind nur untereinander gekoppelt. So kann die Betrachtung der Größen separat erfolgen. Die Größen der Tabelle 2 sind durch insgesamt 21 Eingangsgrößen miteinander gekoppelt. Dies ergibt also $2^{21} = 2097152$ Kombinationen. Da diese Kombinationsvielfzahl einen sehr hohen Rechenaufwand bedeuten würde, soll die Anzahl der Eingangsgrößen minimiert werden. Dies gelingt durch eine Anpassung bei der Berechnung der Nutstreuinduktivität $L_{1\sigma,Nut}$. Diese ist nur über zwei Eingangsgrößen mit den restlichen Induktivitäten gekoppelt.

$$L_{1\sigma, Nut} = \mu_0 \cdot l_B \cdot N^2 \cdot \frac{K_{wa} \cdot P}{a_1} \cdot [qM_n + (4q - \varepsilon)M_g] \quad (78)$$

Durch Abspaltung des abhängigen Teils des Berechnungsalgorithmus

$$L_{1\sigma, Nut}(l_B, b_{SS}) = \mu_0 \cdot l_B \cdot N^2 \cdot \frac{K_{wa} \cdot P}{a_1} \cdot [qM_n + (4q - \varepsilon) \cdot (m_g + \frac{h_{SS}}{b_{SS}})] \quad (79)$$

$$\text{mit } m_g = \frac{-h_{2N} - h_{3N} + 2h_{4N}}{2b_{NS}} + \frac{h_{VK}}{b_{VK}} \cdot \mu_{VK} = M_g - \frac{h_{SS}}{b_{SS}} \quad (79.a)$$

können die Eingangsgrößen $h_{1N}, h_{2N}, h_{3N}, h_{4N}, b_{NS}, h_{VK}, b_{VK}$ und μ_{VK} durch die Eingangsgröße $L_{1\sigma, Nut}(l_B, b_{SS}, h_{SS})$ ersetzt werden. Dadurch erhält man, wenn die relativen Permeabilitäten im Stator und Rotor getrennt betrachtet werden, letztendlich $2^{15} = 32768$ Kombinationen. Mit den Minima und Maxima der Induktivitäten $L_{1\sigma, Stirn}$ und L_R ergeben sich dann für die totale Streuziffer insgesamt 65536 Kombinationen.

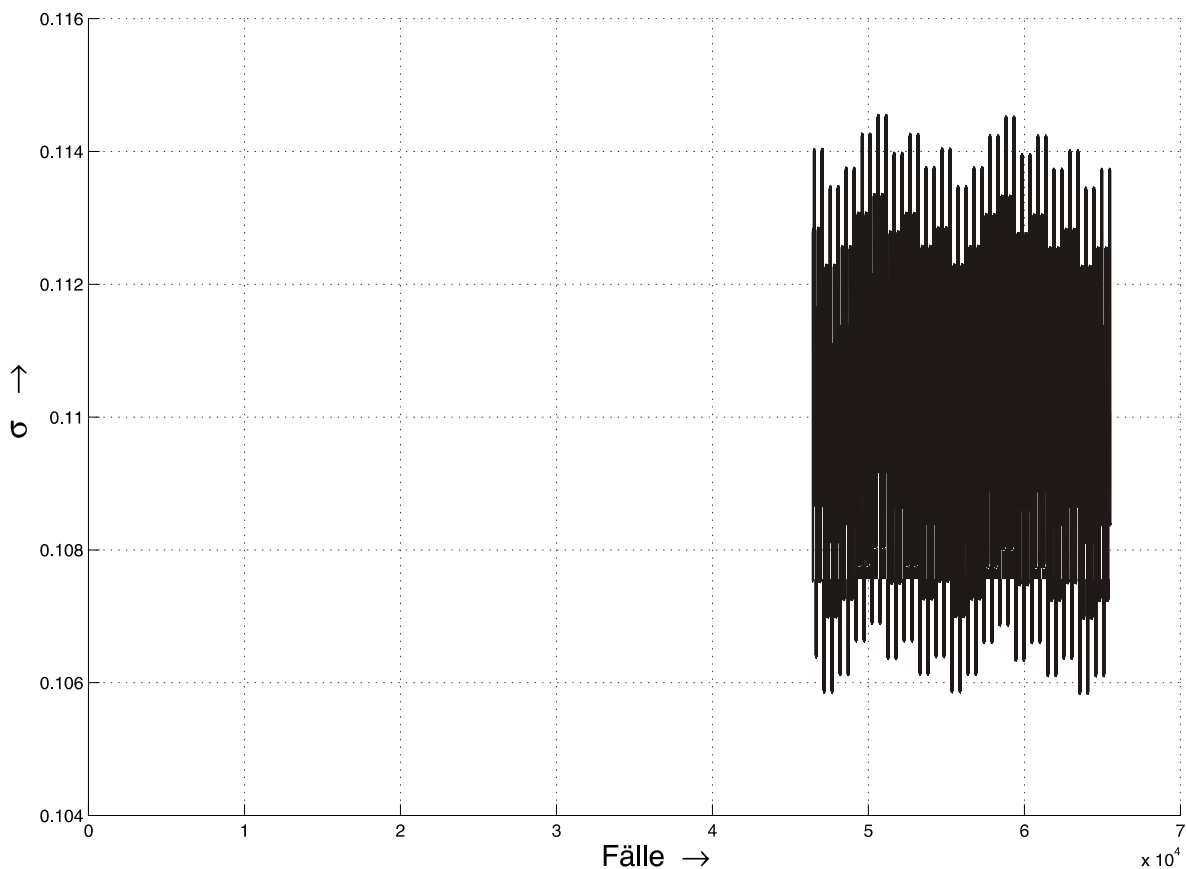


Abbildung 43: Wertverlauf der totalen Streuziffer σ

Abbildung 43 zeigt den Werteverlauf über sämtliche Kombinationen für den Hochspannungsmotor. Man erkennt einen Mittelwert von ca. 0.11 und Abweichungen von $\pm 4\%$. Berechnet man mit Hilfe dieser Wertekombinationen auch die Größen des Stationären Betriebs, Abbildung 44 zeigt den Verlauf der Statorstromamplitude im Kurzschluss bei $0.3 U_{1,n}$, so sind eindeutig die Eingangsfehler für die großen Abweichungen im Kurzschluss auszuschließen.

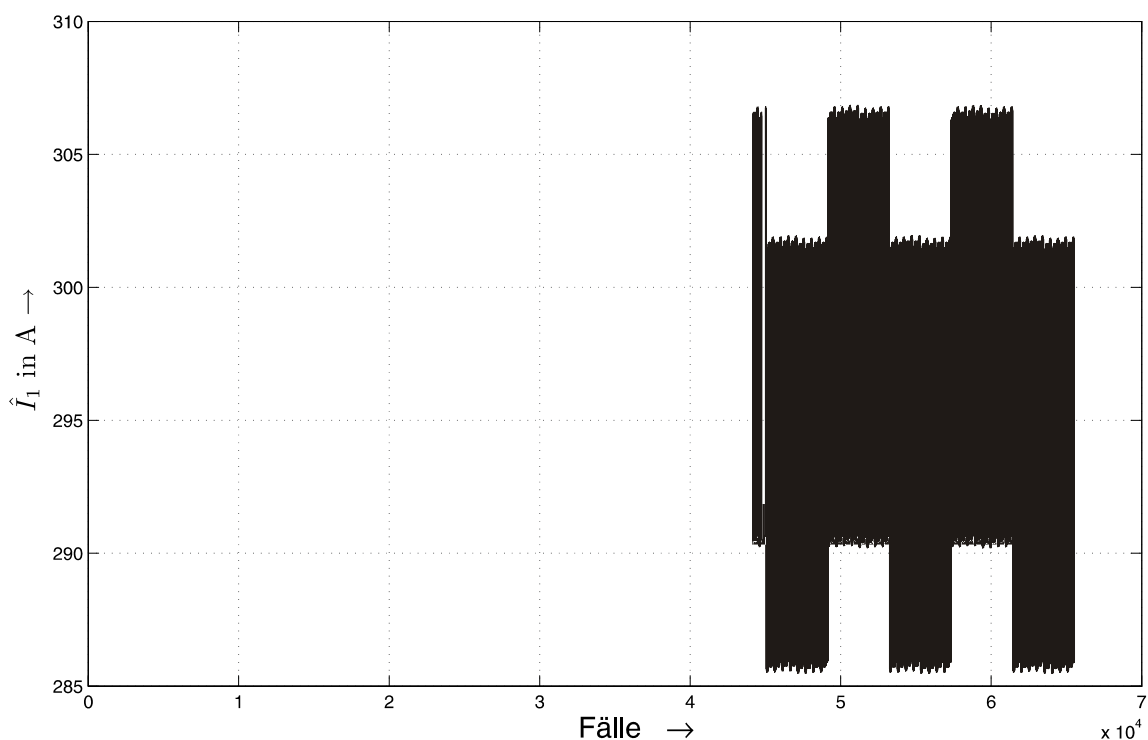


Abbildung 44: Wertverlauf der Amplitude des Statorstroms im Kurzschluss bei $0.3 U_{1,n}$ (vgl. Abbildung 30)

Da die Betrachtung der Auswirkungen der Toleranzen auf die Modellparameter von grundsätzlichem Interesse ist, wird die Methode der Wahrheitstabellen auch auf die einzelnen Modellparameter angewendet. Hier sind die Kombinationsmöglichkeiten deutlich geringer. Tabelle 4 gibt einen Überblick der Ergebnisse.

| | $L_{1\delta}$ | $L_{1\sigma, Nut}$ | $L_{1\sigma, Stirn}$ | $L_{2\delta}$ | L_{St} | L_R | $M_{2,1}$ |
|----------|---------------|--------------------|----------------------|---------------|----------|----------|-----------|
| IST-Wert | 131.64 | 8.65 | 3.38 | 8.6 e-3 | 2.59 e-3 | 1.26 e-5 | 4.51 |
| Minimum | -2.8 % | -5.9 % | -2.2 % | -2.8 % | -1.3 % | -2.3 % | -2.8 % |
| Maximum | 2.3 % | 6.1 % | 2.2 % | 2.3 % | 1.3 % | 2.2 % | 2.3 % |

Tabelle 4: Wertschranken der Induktivitäten (alle Angaben in mH)

Um zu verdeutlichen, dass hier die Methode der Wertschranken versagt, sollen mit diesen Werten die Wertschranken der totalen Streuziffer gemäß dieser Methode berechnet werden.

Für die Grenzen gilt dann nach [25]:

$$\sigma_{\min} = 1 - \frac{\frac{m}{Z_2} \cdot M_{2,1,\max}^2}{L_{1,\min} \cdot L_{2,\min}} = 0.004 \quad (80)$$

$$\sigma_{\max} = 1 - \frac{\frac{m}{Z_2} \cdot M_{2,1,\min}^2}{L_{1,\max} \cdot L_{2,\max}} = 0.194 \quad (81)$$

Hier ist eine Spanne um den Mittelwert von 0.099 von $\pm 96\%$. Die Einschränkungen bzgl. der Kombinationen der Eingangsgrößen sind also offensichtlich unentbehrlich.

8.3 Ungenauigkeiten im Modell des mechanischen Systemanteils

Trotz messtechnischer Bestimmung des Reibmoments und des Massenträgheitsmoments obliegen diese Messungen natürlich auch Ungenauigkeiten. Daher ist die Abkopplung dieser Fehlerquelle durch die Verwendung von Messwerten zu erwägen.

9 Maßnahmen zur Ausschaltung von Fehlerquellen

Die in Kapitel 8 herausgearbeiteten Fehlerquellen sollen zur Bewertung der mathematischen Modelle sukzessive aus der Simulation eliminiert werden. Dieses Vorgehen wird für den Eigenbaumotor durchgeführt, da dieser für Messungen uneingeschränkt zur Verfügung steht.

9.1 Messtechnische Verifikation der Modellparameter

Kapitel 8 hat gezeigt, dass die rechnerisch bestimmten Modellparameter verifiziert werden müssen, um das Systemmodell bewerten zu können. Für die Berechnung des stationären und dynamischen Betriebsverhaltens der Asynchronmaschine mit Käfigläufer werden in dem Grundmodell (1) folgende Parameter benötigt:

- L_1 ... Stator-Drehfeldinduktivität
 - R_1 ... Statorstrangwiderstand
 - $T_2 = L_2 / R_2$... Rotorzeitkonstante
 - $\sigma = 1 - \frac{\frac{3}{Z_2} M_{2,1}^2}{L_1 L_2}$... totale Streuziffer
- mit $M_{2,1} = \frac{Z_2}{2} M_{n,k}$... Gegeninduktivität
- n ... n – te Rotormasche
- k ... k – ter Statorstrang

Diese Parameter werden bisher aus Geometrie-, Wicklungs- und Werkstoffdaten der Maschine berechnet. Dies wurde bisher nicht messtechnisch verifiziert, was nun in den folgenden Unterkapiteln durchgeführt wird.

Die messtechnische Bestimmung von Modellparametern ist aber auch für allgemeine Anwendungen, wie z.B. die Serienprüfung in Unternehmen von Bedeutung.

9.1.1 Bestimmung der Stator-Drehfeldinduktivität L_1

Theoretische Grundlagen (siehe z.B. [2])

Für die leerlaufende Maschine ($I_2 = 0$) vereinfacht sich die Statorspannungsgleichung des stationären Betriebs zu

$$\underline{U}_1 = R_1 \cdot \underline{I}_1 + j\omega_1 L_1 \cdot \underline{I}_1. \quad (82)$$

Mit der Messung der Strangspannungen, der Strangströme und der Wirkleistung erhält man über die Leistungsbilanz

$$3 \cdot \underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1^* = 3 \cdot R_1 \cdot I_1^2 + 3 \cdot j\omega_1 L_1 \cdot I_1^2, \quad \underline{S}_1 = P_1 + jQ_1, \quad (83)$$

$$P_1 = 3 \cdot U_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi \quad (84)$$

den Leistungsfaktor. Somit liefert der imaginäre Teil der Gleichung (82) die Stator-Drehfeldinduktivität L_1

$$L_1 = \frac{U_1}{\omega_1 I_1} \cdot \sin \varphi. \quad (85)$$

Aus der Wirkleistung kann mittels der Leistungsbilanz (83) der Widerstand R_1 zu

$$R_1 = \frac{P_1}{3I_1^2} \quad (86)$$

bestimmt werden. Dieser ist nicht gleichzusetzen mit dem in der Simulation verwendeten Widerstand, der mit Gleichstrom bestimmt wird und keine Eisenverluste enthält.

Versuchsaufbau, Experimentsteuerung und Messdatenerfassung

Die Messdaten sind aus der Messung gem. Kapitel 7.2.1 entnommen. Sämtliche Parameter der Messung sind dort angegeben.

Auswertung

Bei der Auswertung von Gleichung (85) und (86) erhält man folgende Werte:

| ${}^1U_1/V$ | ${}^1I_1/A$ | $\cos {}^1\varphi$ | L_1/mH | $R_1/m\Omega$ |
|-------------|-------------|--------------------|----------|---------------|
| 100.33 | 2.655 | 0.01625 | 120.27 | 614.27 |
| 90.31 | 2.375 | 0.01675 | 121.02 | 636.45 |
| 80.22 | 2.105 | 0.01625 | 121.29 | 619.12 |
| 70.24 | 1.834 | 0.01724 | 121.89 | 660.02 |

Der mit den Basis-Motordaten berechnete Wert (s.a. Anhang, Kapitel 11.3) beträgt 108,44 mH. Die Induktivitätswerte wurden nur im ungesättigten Bereich betrachtet. Die Widerstandswerte R_1 liegen wie erwartet über dem Parameterwert, der mit Gleichspannung im Stillstand ermittelt wurde.

9.1.2 Bestimmung der Rotorzeitkonstanten aus der Messung der Restspannung

Theoretische Grundlagen (siehe [26])

Bei der Herleitung der gesuchten Restspannung geht man von den Systemgleichungen aus [1] in statorfesten Koordinaten aus:

$$\underline{u}_1 = R_1 \cdot \dot{i}_1 + L_1 \frac{d}{dt} \dot{i}_1 + M_{2,1} \frac{d}{dt} \dot{i}_{2s} \quad (87)$$

$$0 = R_2 \cdot \dot{i}_{2s} + L_2 \frac{d}{dt} \dot{i}_{2s} + M_{1,2} \frac{d}{dt} \dot{i}_1 - j p \Omega (L_2 \dot{i}_{2s} + M_{1,2} \dot{i}_1) \quad (88)$$

Mit der Einführung des Schlupfes s

$$\Omega = \frac{\omega_1}{p}(1-s) \quad \Rightarrow \quad p\Omega = \omega_1(1-s), \quad \omega_1 = 2\pi f \quad (89)$$

gehen die Systemgleichungen über in

$$\underline{u}_1 = R_1 \cdot \dot{i}_1 + L_1 \frac{d}{dt} \dot{i}_1 + M_{2,1} \frac{d}{dt} \dot{i}_{2S} \quad (90)$$

$$0 = R_2 \cdot \dot{i}_{2S} + L_2 \frac{d}{dt} \dot{i}_{2S} + M_{1,2} \frac{d}{dt} \dot{i}_1 - j\omega_1(1-s)(L_2 \dot{i}_{2S} + M_{1,2} \dot{i}_1) \quad (91)$$

Für die Restspannung des vom Netz getrennten Motors gilt dann aufgrund von $\dot{i}_1 = 0$

$$\underline{u}_{1,n} = M_{2,1} \frac{d}{dt} \dot{i}_{2S,n} \quad (92)$$

$$0 = \frac{L_2}{R_2} \cdot \frac{d}{dt} \dot{i}_{2S,n} + \left[1 - j\omega_1(1-s) \frac{L_2}{R_2} \right] \cdot \dot{i}_{2S,n} \quad (93)$$

Der Index n steht hier für die Größen nach dem Schalt Augenblick. Für Gleichung (93) erhält man dann die Lösung:

$$\dot{i}_{2S,n} = \dot{i}_{2S,SA} \cdot e^{-\frac{t}{T_2^*}} \quad \text{mit} \quad T_2^* = \frac{L_2 / R_2}{1 - j\omega_1(1-s)L_2 / R_2}, \quad (94)$$

$$\frac{1}{T_2^*} = \frac{R_2}{L_2} - j\omega_1(1-s).$$

Der Strom $\dot{i}_{2,SA}$ steht hier für den Rotorstromraumzeiger unmittelbar nach dem Schalten, der in die Lösung als Anfangsbedingung eingeht. $\dot{i}_{2,SA}$ wird aus der Kontinuität der Rotorflussverkettung bestimmt. Für diese gilt

$$\underline{\Psi}_{2,v} = M_{1,2} \cdot \dot{i}_{1,v} + L_2 \cdot \dot{i}_{2S,v} \quad (95)$$

$$\underline{\Psi}_{2,SA} = L_2 \cdot \dot{i}_{2S,SA} \quad (96)$$

$$\Rightarrow \quad \dot{i}_{2S,SA} = \frac{M_{1,2}}{L_2} \cdot \dot{i}_{1,v} + \dot{i}_{2S,v} \quad (97)$$

Wie aus Gleichung (97) ersichtlich, werden die Stromraumzeiger vor dem Schalt-
augenblick benötigt. Diese erhält man aus den Systemgleichungen, die nun für den
stationären Betrieb aufgestellt werden. Dies ist erforderlich, da bei der mess-
technischen Bestimmung der stationäre Betrieb vor dem Schaltaugenblick vorliegt.

$$\underline{U}_1 = (R_1 + j\omega_1 L_1) \cdot \underline{I}_1 + j\omega_1 M_{2,1} \cdot \underline{I}_2 \quad (98)$$

$$\begin{aligned} 0 &= (j\omega_1 M_{1,2} - j\omega_1(1-s)M_{1,2}) \cdot \underline{I}_1 + (R_2 + j\omega_1 L_2 - j\omega_1(1-s)L_2) \cdot \underline{I}_2 \\ &= j\omega_1 s M_{1,2} \cdot \underline{I}_1 + (R_2 + j\omega_1 s L_2) \cdot \underline{I}_2 \\ &= j\omega_1 M_{1,2} \cdot \underline{I}_1 + \left(\frac{R_2}{s} + j\omega_1 L_2 \right) \cdot \underline{I}_2 \end{aligned} \quad (99)$$

Durch Auflösen der Rotorspannungsgleichung

$$\underline{I}_1 = -\frac{\frac{R_2}{s} + j\omega_1 L_2}{j\omega_1 M_{1,2}} \cdot \underline{I}_2 \quad (100)$$

$$\underline{I}_2 = -\frac{j\omega_1 M_{1,2}}{\frac{R_2}{s} + j\omega_1 L_2} \cdot \underline{I}_1 \quad (101)$$

und Einsetzen in die Statorspannungsgleichung (98) erhält man für die Stromraum-
zeiger im stationären Betrieb

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{D}_1}{\underline{D}} = \frac{\underline{U}_1 \left(\frac{R_2}{s} + j\omega_1 L_2 \right)}{R_1 \frac{R_2}{s} + j\omega_1 (R_1 L_2 + \frac{R_2}{s} L_1) - \omega_1^2 (L_1 L_2 - M_{1,2} M_{2,1})}, \quad (102)$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{D}_2}{\underline{D}} = -\frac{j\omega_1 M_{1,2} \cdot \underline{U}_1}{R_1 \frac{R_2}{s} + j\omega_1 (R_1 L_2 + \frac{R_2}{s} L_1) - \omega_1^2 (L_1 L_2 - M_{1,2} M_{2,1})}. \quad (103)$$

Mit den Stromraumzeigern vor dem Schaltaugenblick kann aus Gleichung (97) der
Rotorstromraumzeiger unmittelbar nach dem Schalten berechnet werden zu

$$\begin{aligned}
\dot{i}_{2S,SA} &= \frac{M_{1,2}}{L_2} \cdot \frac{\underline{U}_{1,v} \cdot \left(\frac{R_2}{s_v} + j\omega_1 L_2 \right)}{\underline{D}} - j\omega_1 M_{1,2} \frac{\underline{U}_{1,v}}{\underline{D}} \\
&= \frac{\underline{U}_{1,v}}{\underline{D}} \cdot \frac{M_{1,2}}{L_2} \cdot \left[\frac{R_2}{s_v} + j\omega_1 L_2 - j\omega_1 L_2 \right] \\
&= \frac{\underline{U}_{1,v}}{\underline{D}} \cdot \frac{M_{1,2}}{L_2} \cdot \frac{R_2}{s_v} .
\end{aligned} \tag{104}$$

Mit Gleichung (104) kann nun über Gleichung (92) die Restspannung nach dem Schalt Augenblick berechnet werden:

$$\begin{aligned}
\underline{U}_{1,n} &= -M_{2,1} \left(\frac{R_2}{L_2} - j\omega_1(1-s) \right) \cdot \frac{\underline{U}_{1,v}}{\underline{D}} \cdot \frac{M_{1,2}}{L_2} \cdot \frac{R_2}{s_v} \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} \cdot e^{j\omega_1(1-s)t} \\
&= - \frac{M_{2,1} M_{1,2} \frac{1}{T_2 s_v} \left(\frac{R_2}{L_2} - j\omega_1(1-s) \right)}{R_1 \frac{R_2}{s} + j\omega_1(R_1 L_2 + \frac{R_2}{s} L_1) - \omega_1^2(L_1 L_2 - M_{1,2} M_{2,1})} \cdot \underline{U}_{1,v} \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} \cdot e^{j\omega_1(1-s)t} .
\end{aligned} \tag{105}$$

Mit Gleichung (105) ist nun die allgemeingültige Lösung für die Restspannung gefunden. In der hier betrachteten Messung wird die Asynchronmaschine mit synchroner Drehzahl angetrieben, so dass für den gesamten betrachteten Zeitraum gilt:

$$s = 0 . \tag{106}$$

Somit vereinfacht sich Gleichung (105) zu

$$\underline{U}_{1,n} = -(1-\sigma) \cdot \frac{\frac{1}{T_2} - j\omega_1}{\frac{1}{T_1} + j\omega_1} \cdot \underline{U}_{1,v} \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} \cdot e^{j\omega_1 t} , \quad \text{mit } T_1 = \frac{L_1}{R_1} . \tag{107}$$

Versuchsaufbau, Experimentsteuerung und Messdatenerfassung

Mit dem Aufbau gem. Abbildung 45 wird die Messung der Restspannung durchgeführt. Um die Drehzahl der Asynchronmaschine (ASM) konstant zu halten, wird sie mit einer Gleichstromnebenschlussmaschine (GSNSM) angetrieben.

Da die Drehzahlmessung über den Drehgeber zu ungenau ist, wird die Drehzahl über die Frequenz der durch Remanenz im Rotor der ASM in deren Statorsträngen induzierten Spannung mit dem Dynamic Signal Analyzer bestimmt. Eine hohe Genauigkeit wird hier durch ein sehr kleines Frequenzband der Frequenzanalyse von 40 – 60 Hz erzielt. So kann eine maximale Abweichung von 0.025 Hz bei der Grundwelle erzielt werden. Dies entspricht einem Drehzahlfehler von maximal 0.75 min^{-1} .

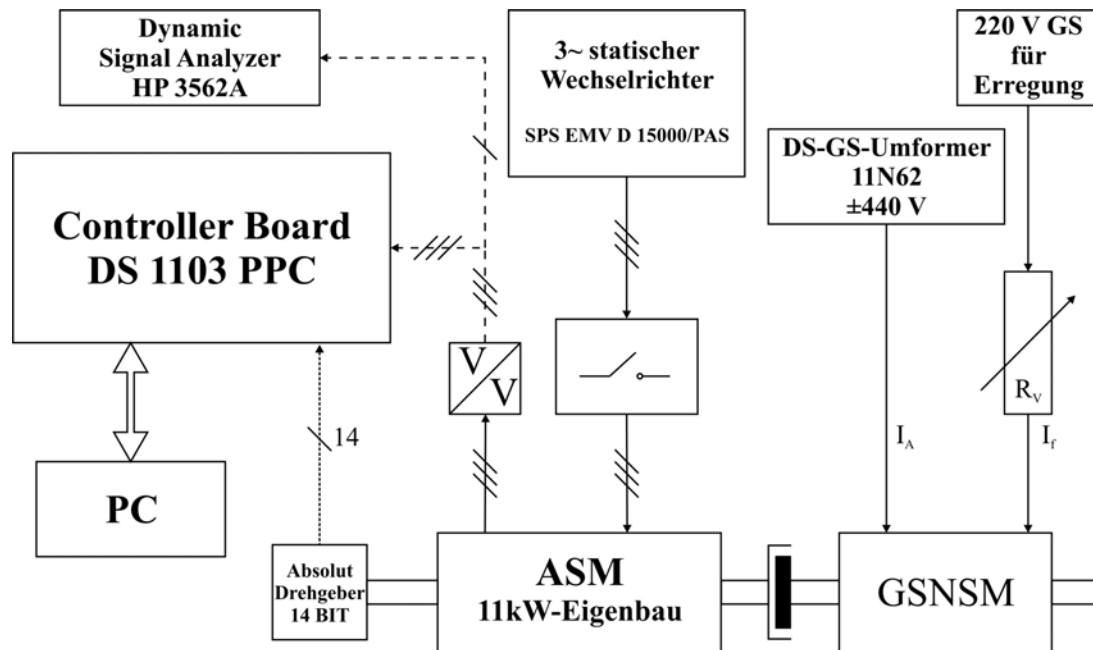


Abbildung 45: Versuchsaufbau der Restspannungsmessung

Danach wird die gewünschte Spannung mit dem statischen Wechselrichter (PAS) in den Stator der ASM eingeprägt. Nach dem Start der Messung wird die Spannung mittels eines dreiphasigen Motorschalters unterbrochen. Eine Unterbrechung mit dem PAS kann nicht erfolgen, da dieser die Spannung nicht sofort abschaltet, sondern die Amplitude erst gen Null absenkt. Dies käme einem kurzzeitigen Kurzschluss gleich, der das Feld in der ASM sehr stark abbaut und die Messung verfälschen würde. Die Messung wird über drei LEM-Wandler mit den 16 BIT A/D Eingängen des Controller Boards durchgeführt. Dabei werden alle $100 \mu\text{s}$ die Messgrößen gespeichert.

Messergebnisse und Auswertung

Die Bestimmung der Rotorzeitkonstanten soll anhand der Messung bei einer Statorstrangspannung von $U_1 = 100V$ vor dem Schaltaugenblick verdeutlicht werden.

Die gemessenen drei Strangspannungen werden gemäß

$$\underline{u}_1 = \frac{2}{3} \left(u_u + u_v \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}} + u_w \cdot e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) \quad (108)$$

zum Statorspannungs - Raumzeiger zusammengefasst. Die Bestimmung der Zeitkonstanten ist hier günstiger durchzuführen, da bei den Strangspannungen die Einhüllende ermittelt werden müsste. Beim Raumzeiger dagegen fällt dessen Betrag gem.

$$u_1 = u_{1,SA} \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} \quad (109)$$

mit der Rotorzeitkonstanten T_2 ab.

Zur besseren Analyse der aufgenommenen Messgrößen wurde der Betrag des Raumzeigers mit dem „Savitzky-Golay FIR smoothing Filter“ geglättet. Dass der Filter keine Auswirkungen auf das Ergebnis aufgrund einer Dämpfung oder Phasendrehung hat, wird mit Abbildung 47 verifiziert. Die dargestellten Strangspannungen sind die Ungefilterten. Trotzdem werden sie von der Lösung eingehüllt.

Da eine lineare Regression im Allgemeinen einfacher und genauer durchzuführen ist als eine exponentielle, wird von den Messdaten der natürliche Logarithmus gebildet.

Dann hat die zu bestimmende Regressionsgerade die Form

$$\ln \left(\frac{u_1}{u_{1,SA}} \right) = -\frac{1}{T_2} \cdot t. \quad (110)$$

Die Darstellung der logarithmierten Messwerte und der Regressionsgerade ist Abbildung 46 zu entnehmen.

Die Verifikation der Lösung erfolgt mit Abbildung 47, in der gezeigt wird, dass die gefundene Funktion eine Einhüllende der drei ungefilterten Strangspannungen darstellt.

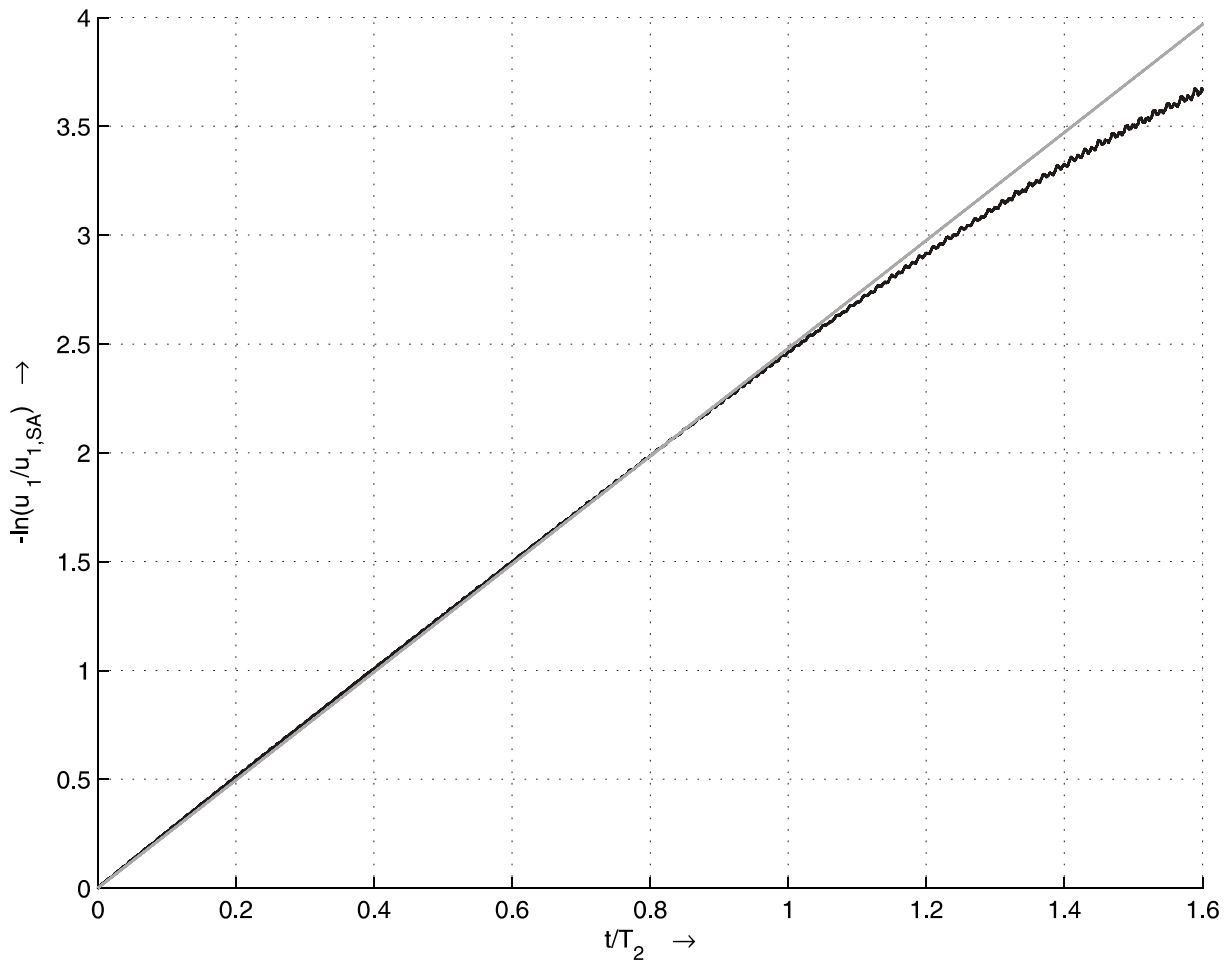


Abbildung 46: Bestimmung der Rotorzeitkonstanten

Um die theoretischen Grundlagen zu verifizieren, wird in einem MATLAB – Programm der Spannungsverlauf mit den Parametern der Messung berechnet. Dazu wird die Gleichung (107) mit der ermittelten Rotorzeitkonstanten ausgewertet. Die weiteren Modellparameter entstammen den Originaldaten des Anhangs, Kapitel 11.3. Der Vergleich zeigt den Verlauf der Spannung im Strang U.

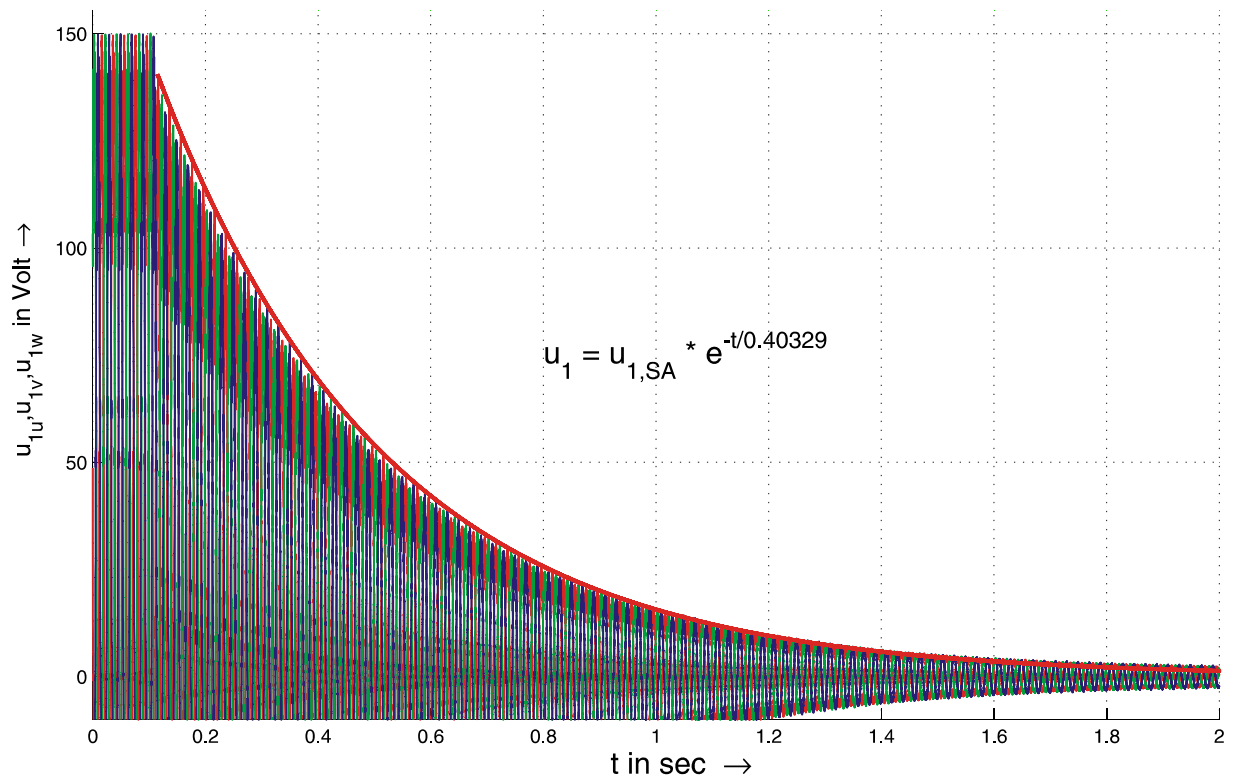


Abbildung 47: Abklingfunktion als Einhüllende der Strangspannung

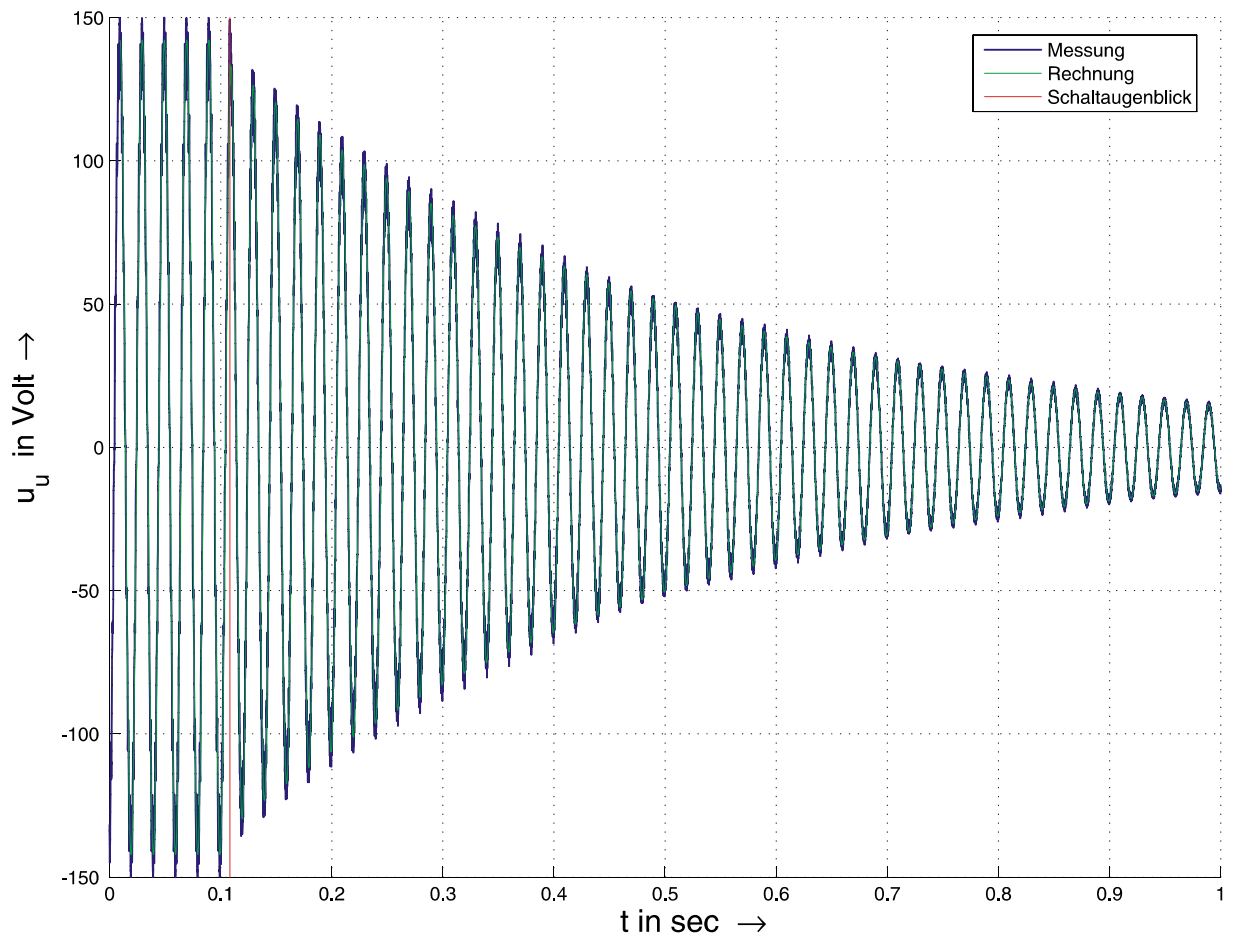
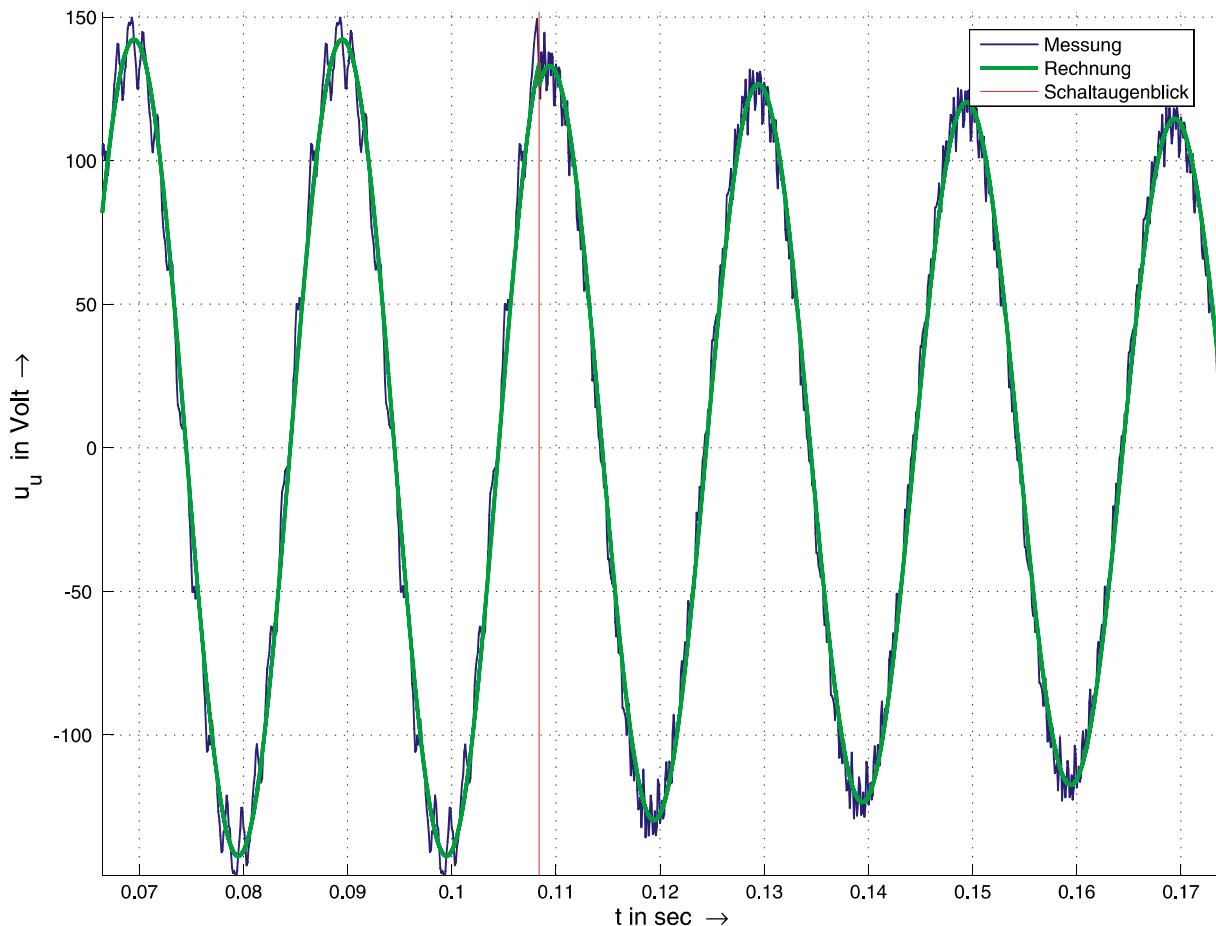


Abbildung 48: Restspannung: Vergleich Messung - Rechnung

Der Schalt Augenblick und die Amplitude vor dem Schalten wurden aus den Messdaten extrahiert. Sowohl in der Gesamtansicht in Abbildung 48 als auch in der Detailansicht in Abbildung 49 ist zu erkennen, dass die Theorie und die Messung sehr gut übereinstimmen. Darüber hinaus ist in Abbildung 49 deutlich die netzfremde Frequenz der primären Ankerrückwirkung zu erkennen, die schon vor dem Schalt Augenblick dem eingprägten sinusförmigen Spannungssystem überlagert ist.



**Abbildung 49: Restspannung: Vergleich Messung – Rechnung
Vergrößerung des Schalt Augenblicks**

Die Auswertung der Messungen bei verschiedenen Strangspannungen ergibt folgende Ergebnisse:

| $^1U_1 / V$ | T_2 / s |
|-------------|-----------|
| 100 | 0.40329 |
| 90 | 0.40384 |
| 80 | 0.40225 |
| 70 | 0.40040 |

Der mit den Motordaten ermittelte Wert von T_2 liegt bei 0.39553. Es ist jedoch auch zu berücksichtigen, dass die bei der linearen Regression verwendete Menge der Messpunkte die Regressionsgerade und somit auch das Ergebnis für die Rotorzeitkonstante beeinflusst.

9.1.3 Bestimmung der totalen Streuziffer aus dem Kurzschlussversuch

Theoretische Grundlagen (siehe[26])

Ausgehend von den Spannungsgleichungen des Käfigläufers im stationären Betrieb

$$\underline{U}_1 = R_1 \cdot \underline{I}_1 + j\omega_1 L_1 \cdot \underline{I}_1 + j\omega_1 M_{2,1} \cdot \underline{I}_R \quad (111)$$

$$0 = R_2 \cdot \underline{I}_R + j\omega_2 L_2 \cdot \underline{I}_R + j\omega_2 M_{1,n} \cdot \underline{I}_1 \quad (112)$$

erhält man im Kurzschluss ($\omega_1 = \omega_2$) den Rotorstrom aus der Rotorspannungsgleichung

$$\underline{I}_R = \frac{-j\omega_1 M_{1,n}}{R_2 + j\omega_1 L_2} \cdot \underline{I}_1 \quad (113)$$

Damit kann man den Rotorstrom in der Statorspannungsgleichung ersetzen, so dass alle Größen der Gleichung am Käfigläufer direkt messbar sind

$$\underline{U}_1 = (R_1 + j\omega_1 L_1) \cdot \underline{I}_1 + \frac{\omega_1^2 M_{1,n} M_{2,1}}{R_2 + j\omega_1 L_2} \cdot \underline{I}_1 \quad (114)$$

Zunächst formt man (114) so um, dass die Streuziffer σ sichtbar wird.

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= (R_1 + j\omega_1 L_1) \cdot \underline{I}_1 + \underbrace{\frac{j\omega_1 L_2}{R_2 + j\omega_1 L_2}}_{\underline{h}} \frac{\omega_1^2 M_{1,n} M_{2,1}}{j\omega_1 L_2} \cdot \underline{I}_1 \\ &= R_1 \cdot \underline{I}_1 + j\omega_1 L_1 \left(1 - \underline{h} \frac{M_{1,n} M_{2,1}}{L_1 L_2} \right) \cdot \underline{I}_1 \end{aligned} \quad (115)$$

Damit hat man innerhalb der Klammer einen Ausdruck für die totale Streuziffer, der den zusätzlichen Faktor \underline{h} enthält. Diesen kann man nun auswerten

$$\underline{h} = \frac{j\omega_1 L_2 (R_2 - j\omega_1 L_2)}{R_2^2 - (\omega_1 L_2)^2} = \frac{(\omega_1 L_2)^2 + jR_2 \omega_1 L_2}{R_2^2 - (\omega_1 L_2)^2} = \frac{1 + j \frac{R_2}{\omega_1 L_2}}{1 - \left(\frac{R_2}{\omega_1 L_2} \right)^2} = \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{R_2}{\omega_1 L_2} \right)^2}}{1 - \left(\frac{R_2}{\omega_1 L_2} \right)^2} \cdot e^{j\phi} \quad (116)$$

$$\text{mit } \phi = \arctg \frac{R_2}{\omega_1 L_2}, \quad (117)$$

um den Einfluss von $R_2 / \omega_1 L_2$ auf die totale Streuziffer zu bestimmen.

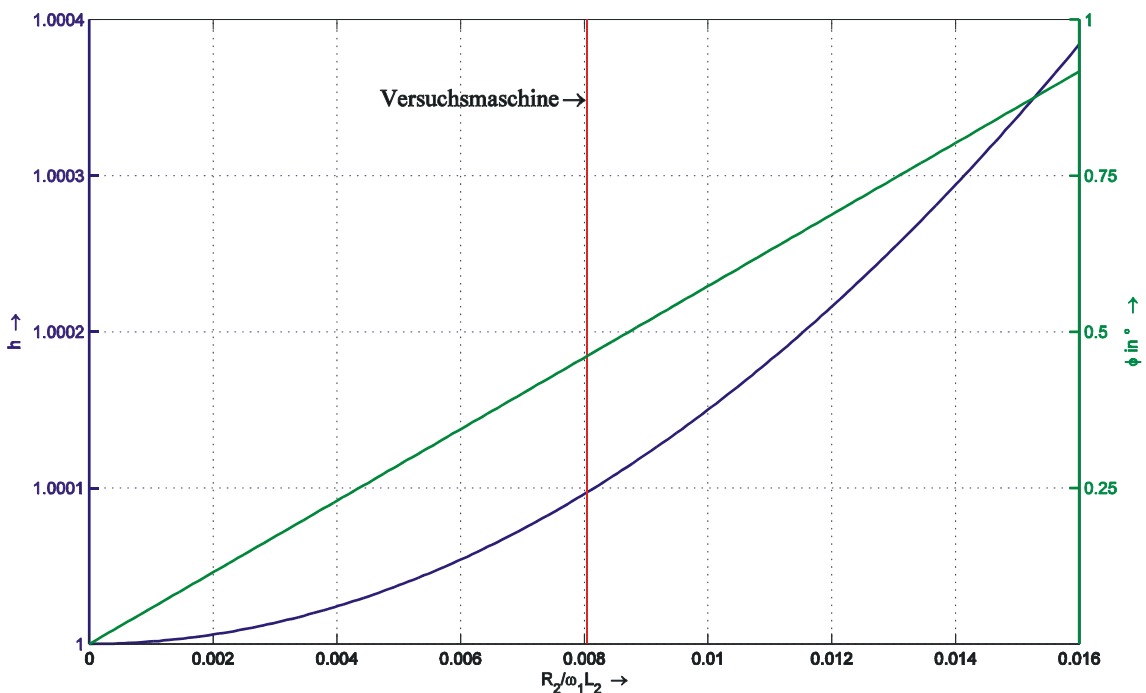


Abbildung 50: Auswertung des Einflusses des Rotormaschenwiderstandes auf die totale Streuziffer

Die Auswertung ist in Abbildung 50 aufbereitet. Es ist festzustellen, dass die Vernachlässigung von \underline{h} gerechtfertigt ist.

Damit ergibt sich (115) zu

$$\underline{U}_1 = R_1 \cdot \underline{I}_1 + j\omega_1 L_1 \cdot \underbrace{\left(1 - \frac{M_{1,n} M_{2,1}}{L_1 L_2}\right)}_{\sigma} \cdot \underline{I}_1. \quad (118)$$

Nun kann man aus den Ergebnissen des Kurzschlussversuchs die totale Streuziffer wie folgt berechnen:

$$\sigma = \frac{U_1}{\omega_1 L_1 I_1} \sin \varphi. \quad (119)$$

Versuchsaufbau, Experimentsteuerung und Messdatenerfassung

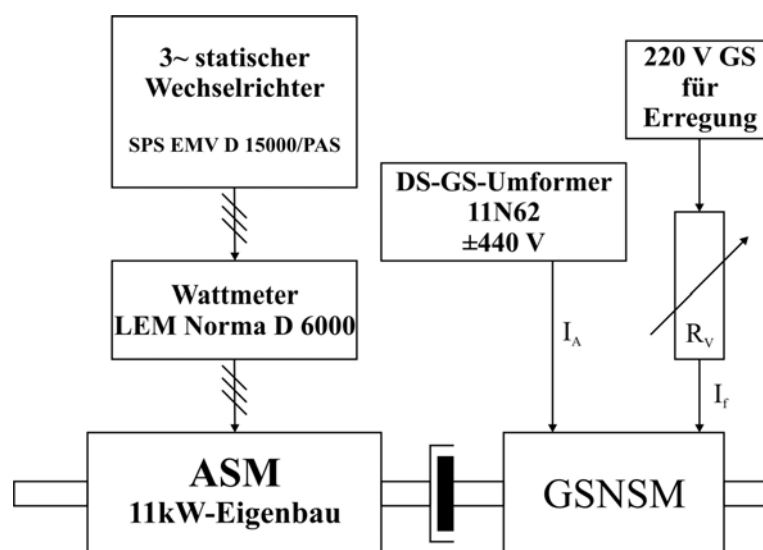


Abbildung 51: Versuchsaufbau des Kurzschlussversuchs

Der Versuch wurde gemäß den Vorgaben aus [20] durchgeführt; $f_1 = 50\text{Hz}$,

1U_1 , 1I_1 , $\cos ^1\varphi$ sind Messwerte vom Wattmeter.

Auswertung

Für die totale Streuziffer ergaben sich folgende Werte:

| ${}^1U_1 / V$ | ${}^1I_1 / A$ | $\cos {}^1\varphi$ | L_1 / mH | σ |
|---------------|---------------|--------------------|------------|----------|
| 100.12 | 54.22 | 0.39912 | 120.27 | 0.04481 |
| 90.11 | 47.63 | 0.38552 | 121.02 | 0.04591 |
| 80.11 | 41.21 | 0.37433 | 121.29 | 0.04731 |
| 70.09 | 34.9 | 0.3676 | 121.89 | 0.04877 |
| 60.085 | 28.898 | 0.35313 | 122.21 | 0.05067 |

Die Induktivitätswerte sind aus dem Leerlaufversuch übernommen. Dabei ist zu bedenken, dass bei diesen Stromwerten bereits Streufeldsättigung auftritt. Der mit den Modellparametern berechnete Wert von σ ist 0.06239. Der berechnete Wert ist also zu groß. Dies deckt sich mit den Erkenntnissen aus den Untersuchungen am Hochspannungsmotor.

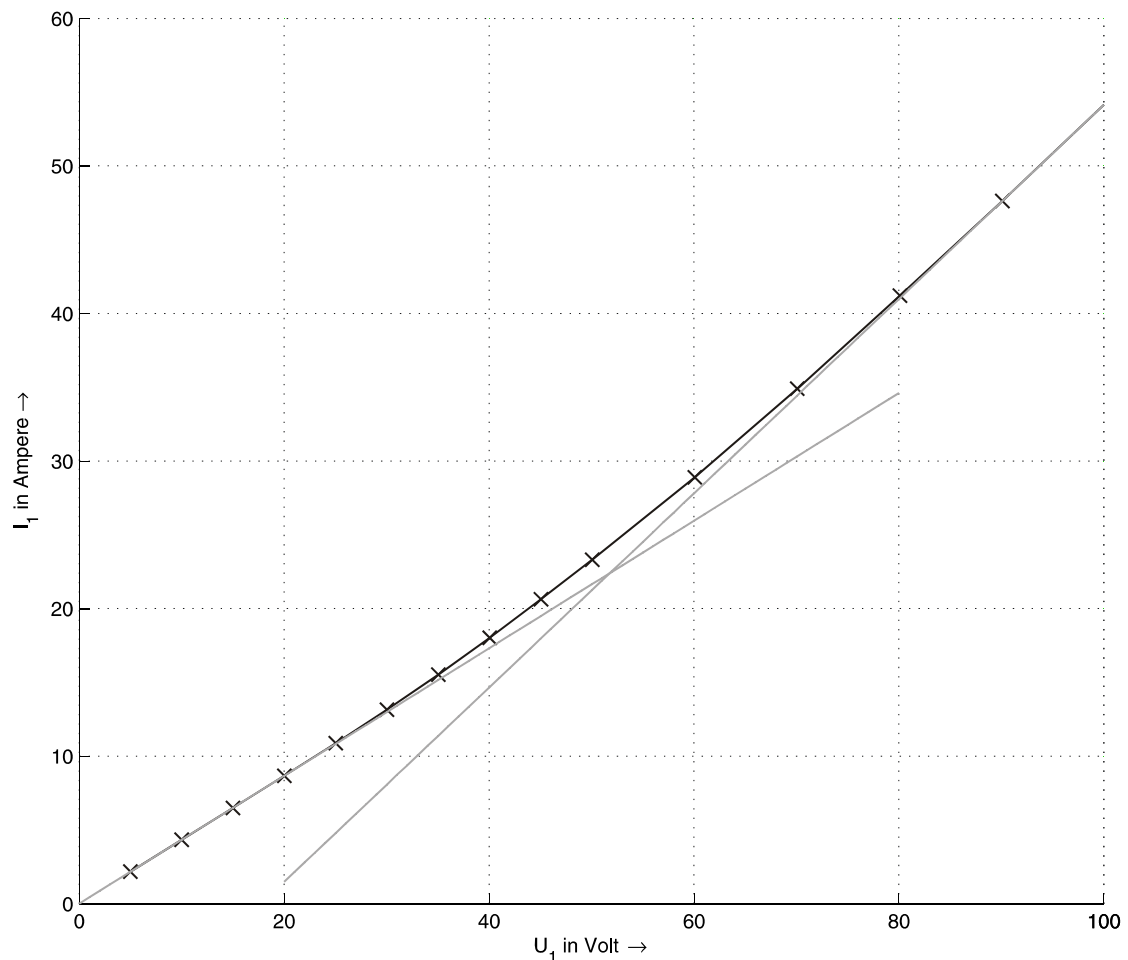


Abbildung 52: Kurzschlusskennlinie $I_1(U_1)$

9.1.4 Nutzung der experimentell ermittelten Modellparameter für Simulationen dynamischer Betriebszustände

Um die zuvor ermittelten Parameter bewerten zu können, sollen nun die Ergebnisse des Kapitels 9.1 um eine Simulation mit den neuen Parametern erweitert werden. Die Parameter der in Kapitel 7 durchgeführten Simulationen bleiben bestehen. Bei den Modellparametern werden die Stator-Drehfeldinduktivität, die Rotorzeitkonstante und die totale Streuziffer durch die Messergebnisse ersetzt.

Die Simulation kann hier zunächst nicht mit Einbeziehung der Stromverdrängung durchgeführt werden, da die Rotormascheninduktivität, die die Rotorzeitkonstante und die totale Streuziffer beeinflusst, in diesem Fall anders definiert ist, da der Bereich der Nut entfällt. Der Nutanteil ist ja bei der Lösung zur Stromverdrängung bereits in die Systemgleichungen eingegangen.

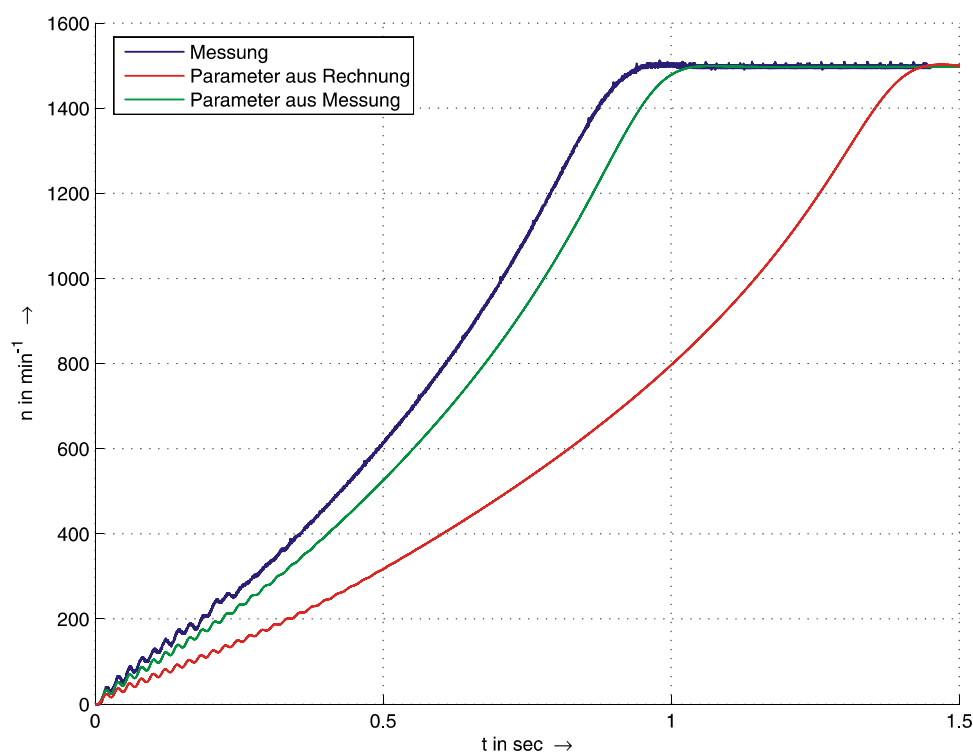


Abbildung 53: Vergleich der Drehzahl

In den Abbildungen sind die Simulationsergebnisse mit den Messdaten aufgetragen. Die messtechnisch ermittelten Modellparameter haben zu einer deutlichen Annäherung

der Simulationsergebnisse an die Messungen geführt. Bei dem nun verbliebenen Unterschied sind verschiedene Aspekte zu bedenken:

- Auch die messtechnische Ermittlung der Modellparameter ist fehlerbehaftet.
- Die Stromverdrängung wurde in die Berechnung nicht einbezogen.

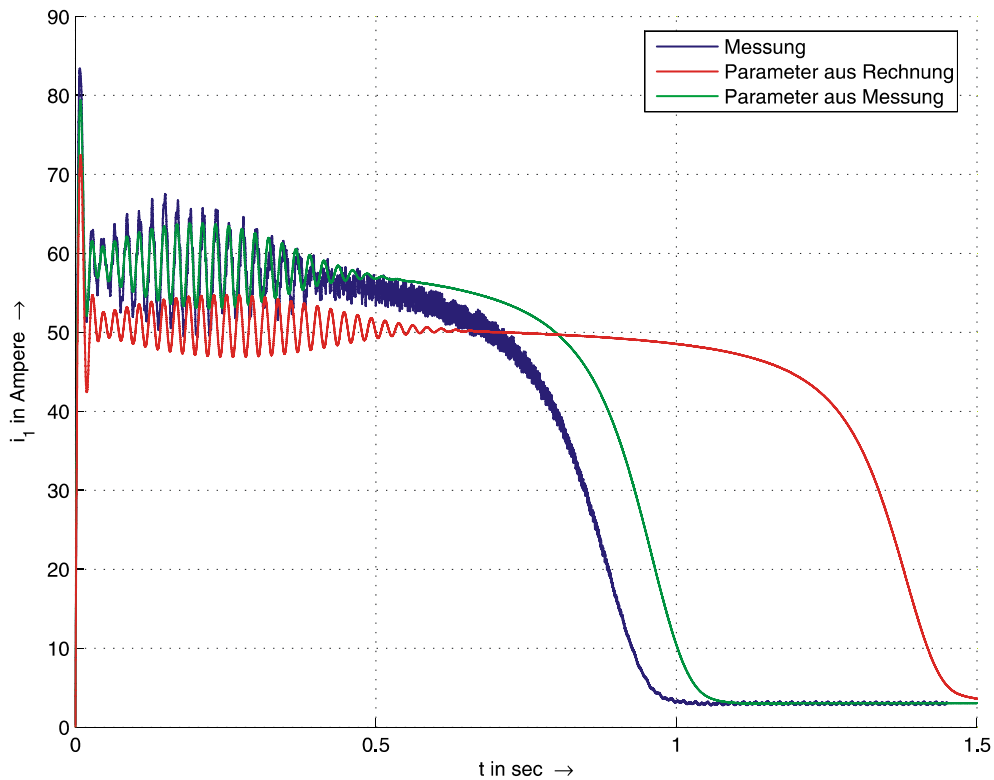


Abbildung 54: Vergleich des Betrags des Statorstromraumzeigers

9.2 Simulation unter Berücksichtigung der Stromverdrängung mit gemessenen Modellparametern

Die bisherigen Betrachtungen haben gezeigt, dass zu diesem Zeitpunkt eine Simulation unter Verwendung der messtechnisch ermittelten Modellparameter der mit theoretisch berechneten vorzuziehen ist. Unter diesem Aspekt ist es nun nahe liegend, die qualitative und quantitative Bewertung der Rechnung mit Stromverdrängung vorzunehmen.

Dazu ist eine Anpassung der Modellparameter vorzunehmen, da bei Rechnung mit Stromverdrängung die Rotormascheninduktivität eine neue Definition erhält. Zudem wirkt sich diese Änderung auch auf die totale Streuziffer und die Rotorzeitkonstante aus.

Gem. [11] beschreibt die Stabinduktivität nunmehr nur noch die Nutstreuinduktivität des Nutabschnitts oberhalb des Leiters, da der Bereich der Nut bereits in der Lösung des Stromverdrängungsproblems Berücksichtigung findet. Damit gilt für die Anpassung der Rotormascheninduktivität

$$L_{2,SV} = L_2 - (2 \sin p \frac{\pi}{Z_2})^2 \cdot \mu_0 \cdot l_B \cdot \frac{h_{NR}}{3b_{NR}}, \quad (120)$$

| | | |
|-----|----------|------------------------------|
| mit | p | ... Polpaarzahl, |
| | Z_2 | ... Rotorstabzahl, |
| | μ_0 | ... Permeabilitätskonstante, |
| | l_B | ... axiale Blechpaketlänge, |
| | h_{NR} | ... Rotornuthöhe, |
| | b_{NR} | ... Rotornutbreite. |

Zur Berechnung nach (120) muss die Rotormascheninduktivität L_2 aus den Messergebnissen berechnet werden. Dies gelingt unter der Annahme, dass der Rotormaschenwiderstand R_2 korrekt bestimmt wurde. Die Untersuchungen im Anhang, Kapitel 11.4 haben ja gezeigt, dass R_2 sehr robust gegenüber Fehlern der Maschinengrößen ist.

Damit erhält man

$$L_2 = T_2 \cdot R_2. \quad (121)$$

Mit diesem Ergebnis kann man dann wiederum aus der totalen Streuziffer die Gegeninduktivität $M_{2,1}$ bestimmen. Mit Kenntnis von L_2 und $M_{2,1}$ kann man nun alle Modellparameter, die für die Stromverdrängungsrechnung geändert werden müssen, anpassen.

$$T_{2,SV} = \frac{L_{2,SV}}{R_2}, \quad (122)$$

$$\sigma_{SV} = 1 - \frac{\frac{3}{Z_2} M_{2,1}^2}{L_1 L_{2,SV}}. \quad (123)$$

In der folgenden Tabelle ist die Berechnung der angepassten Modellparameter für die Messergebnisse aus Kapitel 9.1 durchgeführt worden.

| ${}^1U_1 / V$ | L_1 / mH | σ | T_2 / s | $L_2 / \mu H$ | $M_{2,1} / mH$ | $L_{2,SV} / \mu H$ | $T_{2,SV} / s$ | σ_{SV} |
|---------------|------------|----------|-----------|---------------|----------------|--------------------|----------------|---------------|
| 100 | 120.27 | 0.04481 | 0.40329 | 6.0195 | 2.5405 | 5.98637 | 4.0107 | 0.03953 |
| 90 | 121.02 | 0.04591 | 0.40384 | 6.0277 | 2.5487 | 5.99458 | 4.0162 | 0.04064 |
| 80 | 121.29 | 0.04731 | 0.40225 | 6.0039 | 2.5446 | 5.97084 | 4.0003 | 0.04203 |
| 70 | 121.89 | 0.04877 | 0.40040 | 5.9763 | 2.5431 | 5.94323 | 3.9818 | 0.04347 |

Tabelle 5: Berechnung der Stromverdrängungs-Modellparameter

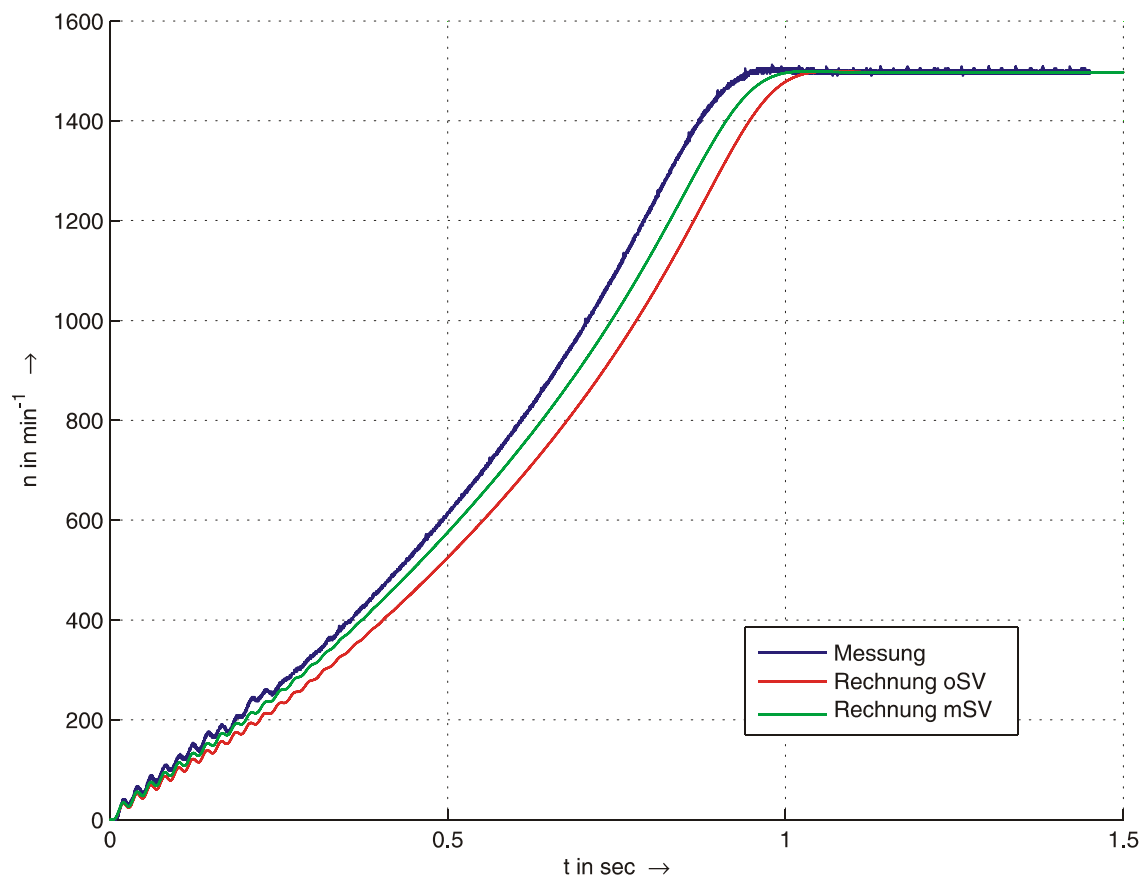


Abbildung 55: Drehzahlverläufe bei $U_1 = 80V$

Die Auswertung der Stromverdrängungs-Modellparameter soll wieder bei einer Spannung von $U_1 = 80V$ erfolgen. Dabei soll gleich die Auswirkungen eines fehlerbehafteten Rotormaschenwiderstandes untersucht werden. Dazu wird bei der oben durchgeführten Berechnung der Wert jeweils um 1 % erhöht bzw. vermindert und die Simulation mit allen drei Werten durchgeführt.

| R_2 in % | $L_2 / \mu H$ | $M_{2,1} / mH$ | $L_{2,SV} / \mu H$ | $T_{2,SV} / s$ | σ_{SV} |
|------------|---------------|----------------|--------------------|----------------|---------------|
| 99 | 5.9439 | 2.5319 | 5.9108 | 4.0001 | 0.04198 |
| 100 | 6.0039 | 2.5446 | 5.97084 | 4.0003 | 0.04203 |
| 101 | 6.06397 | 2.5573 | 6.03088 | 4.0005 | 0.04208 |

Tabelle 6: Abhängigkeit der Modellparameterbestimmung von R_2

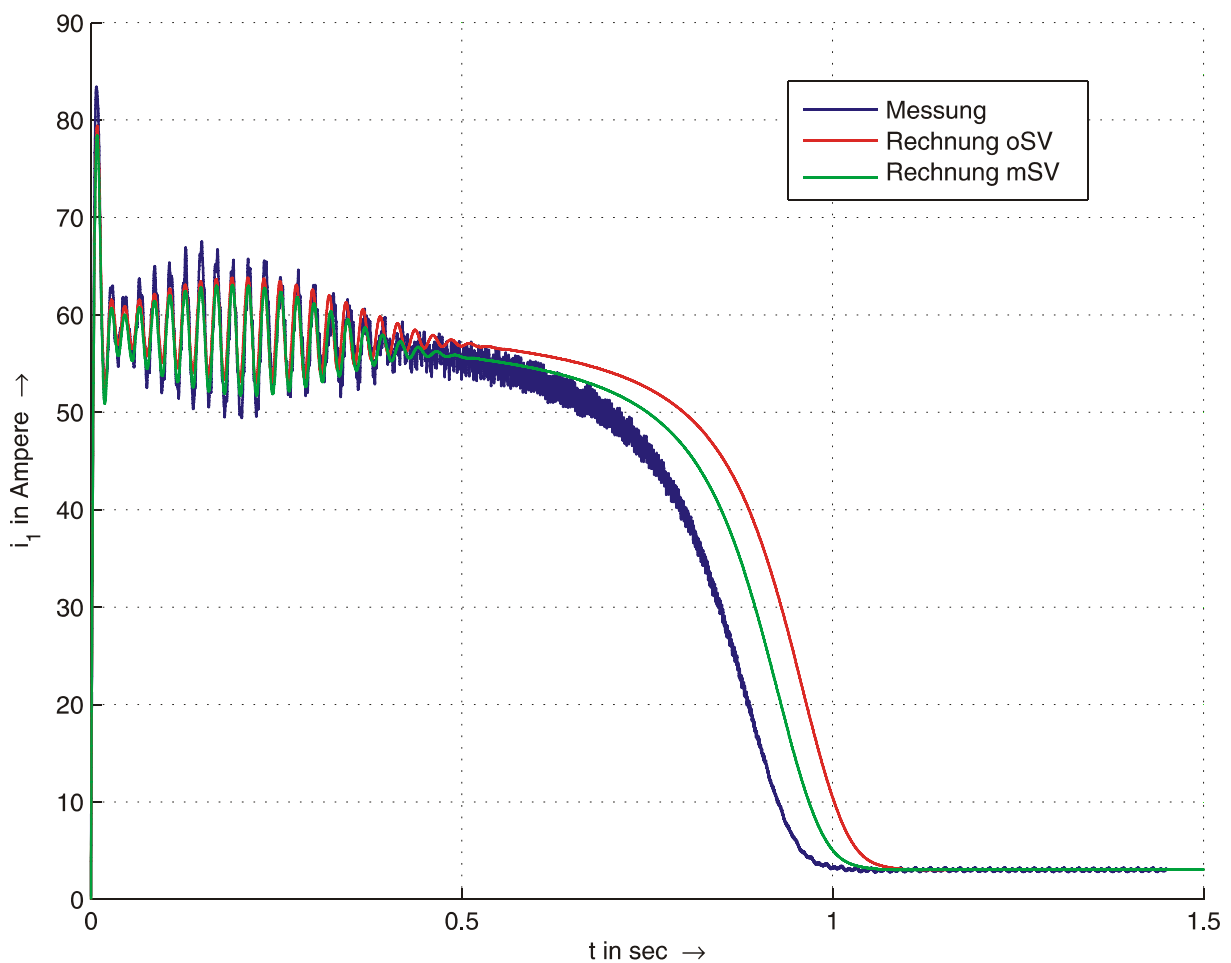


Abbildung 56: Betrag des Statorstromraumzeigers bei $U_1 = 80V$

Die Ergebnisse der Simulation sind in Abbildung 55 und Abbildung 56 zu sehen. Die Berücksichtigung der Stromverdrängung hat wieder einen deutlichen Einfluss auf das Simulationsergebnis. Die Unterschiede zwischen Rechnung und Messung werden so minimiert und die Aussagekraft der Simulationsergebnisse erheblich verbessert. Die Varianz des Rotormaschenwiderstands ist hier nicht abgebildet, da die Kurven nahezu identisch sind. Der Einfluss von Fehlern bei der Berechnung des Rotormaschenwiderstandes gem. Gleichung (153) ist also vernachlässigbar.

9.3 Verifikation des Rotormaschenwiderstands

Bei der Bestimmung der Modellparameter für die Stromverdrängungsrechnung wurde der gem. Gleichung (153) aus Geometrie- und Werkstoffdaten berechnete Wert des Rotormaschenwiderstands R_2 als korrekt angenommen. In diesem Kapitel sollen nun verschiedene Möglichkeiten zur Verifikation dieses Wertes untersucht werden.

Bestimmung aus dem Kurzschlussversuch (siehe auch [26])

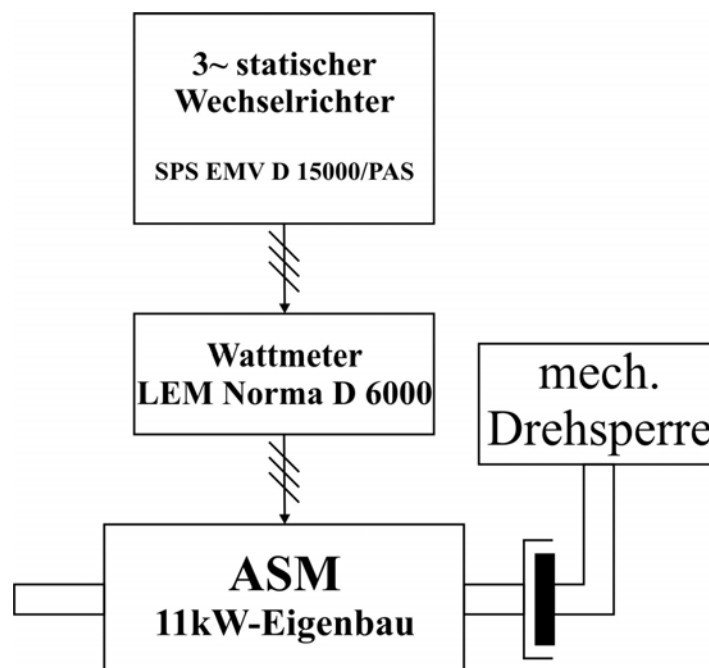


Abbildung 57: Versuchsaufbau zur Widerstandsbestimmung

Für den Betrieb der Asynchronmaschine gem. Abbildung 57 vereinfacht sich die Leistungsbilanz zu

$$\begin{aligned} P_{1,K} &= P_{Cu,1} + P_{Cu,2} + P_{Fe} + P_{mec} + P_{Reib} + P_{Zusatz} \\ &= P_{Cu,1} + P_{Cu,2} \end{aligned} \quad (124)$$

Die Vernachlässigung der Eisen- und Zusatzverluste soll zunächst als zulässig angenommen werden.

Damit wird die elektrisch aufgenommene Leistung komplett in Stromwärmeverluste umgesetzt, die sich wie folgt zusammensetzen

$$P_{1,K} = m \cdot R_1 \cdot I_1^2 + Z_2 \cdot R_2 \cdot I_2^2. \quad (125)$$

Neben dem gesuchten Widerstand ist auch der Rotorstrom nicht zugänglich. Er kann aber nach Gleichung (101) mit $(s = 1)$ ersetzt werden. Somit erhält man für den Rotormaschenwiderstand die Bestimmungsgleichung

$$R_2 = \frac{Z_2 \cdot \frac{(\omega_1 M_{1,2})^2}{1 + (\omega_1 T_2)^2} \cdot I_1^2}{P_{1,K} - m \cdot R_1 \cdot I_1^2}. \quad (126)$$

In dieser Bestimmungsgleichung ist nunmehr nur noch die Gegeninduktivität $M_{1,2}$ eine nicht messtechnisch ermittelte Größe.

- Vorteil: - Bestimmung aus Messungen, die bereits durchgeführt wurden.
- Nachteil: - Vernachlässigung der Eisenverluste problematisch
 - $M_{1,2}$ als berechnete Größe fehlerbehaftet
 - Iterationsverfahren über T_2, σ konvergiert zu Null

Parameterverfahren

Die Gegeninduktivität $M_{1,2}$ kann sowohl über Gleichung (126) als auch über die Bestimmungsgleichung der totalen Streuziffer berechnet werden

$$M_{1,2} = \sqrt{\frac{R_2 \cdot P_{Cu,2} (1 + (\omega_1 T_2)^2)}{Z_2 \cdot (\omega_1 \cdot I_1)^2}}, \quad (127)$$

$$M_{1,2} = \sqrt{(1 - \sigma) \frac{m}{Z_2} L_1 \cdot T_2 \cdot R_2}. \quad (128)$$

Lässt man nun den Parameter R_2 in definierten Grenzen laufen, so ergebe der Schnittpunkt der beiden resultierenden Kurven den gesuchten Widerstandswert.

- Vorteil:
 - Bestimmung aus Messungen, die bereits durchgeführt wurden.
 - Alle genutzten Parameter aus Messungen bekannt.
- Nachteil:
 - Vernachlässigung der Eisenverluste problematisch
 - kein Schnittpunkt der Kurven, bei Veränderung der Kupferverluste werden Kurven nahezu identisch.

Bestimmung über die Rotormascheninduktivität

Der Rotormaschenwiderstand kann aus der Rotorzeitkonstanten direkt bestimmt werden, wenn die Rotormascheninduktivität L_2 bekannt ist. Diese wird bisher über R_2 auf gleichem Wege aus T_2 bestimmt. Um den berechneten Wert von L_2 zu verbessern, ist eine Anpassung der Permeabilitätszahlen von Rotor und Stator notwendig. Diese haben ja einen sehr großen Einfluss auf diese Rechengröße. Dazu werden die Permeabilitätszahlen so angepasst, dass bei der Berechnung von L_1 der Wert erzielt wird, der über den Leerlaufversuch bestimmt wurde. Der mit diesen Permeabilitäten berechnete Wert von L_2 dient dann zur Berechnung von R_2 .

- Vorteil:
 - Bestimmung aus Messungen, die bereits durchgeführt wurden.
- Nachteil:
 - Vernachlässigung der weiteren Einflussgrößen auf die Induktivitäten
 - Aufteilung der Permeabilität Rotor-Stator nicht berücksichtigt.
 - Genauigkeit der Induktivitätsberechnung deutlich geringer als die Berechnung der Widerstandswerte

Die Untersuchungen haben abschließend nicht zur Verifikation des Rotormaschenwiderstandes geführt. Da die Berechnung aus Maschinendaten jedoch relativ einfach erfolgt, ist eine Verwendung in der Berechnung gem. Kapitel 9.2 als zulässig anzusehen.

9.4 Abkopplung des mechanischen Systemanteils

Bei der Vermeidung von Fehlerquellen soll im letzten Schritt der Restfehler in den Ergebnissen des Kapitels 9.2 durch die Abkopplung des mechanischen Systemanteils weiter minimiert werden. Zwar hat die Betrachtung der Drehzahl im eingeschwungenen Zustand eine gute Übereinstimmung gezeigt, dies sagt aber nichts über die Qualität der gesamten Kennlinie aus.

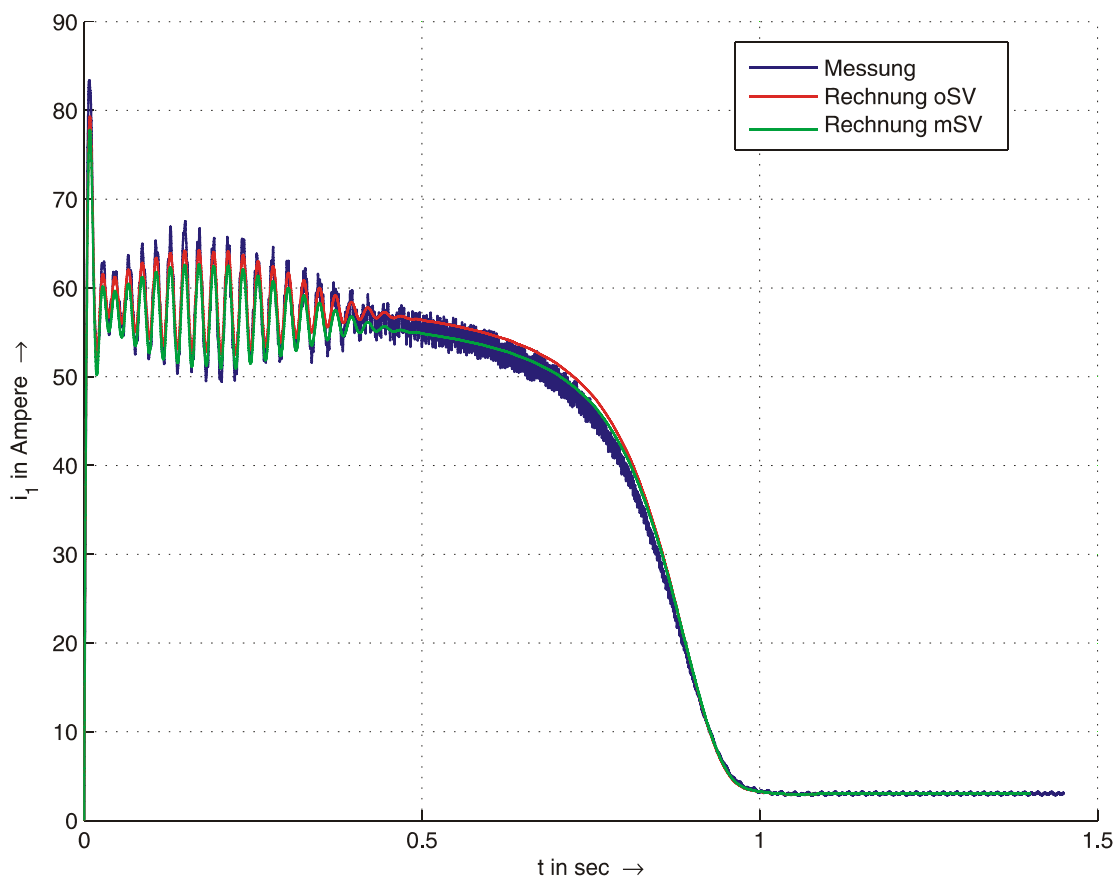


Abbildung 58: Betrag des Statorstromraumzeigers bei Vorgabe der Drehzahl

Zur Abkopplung wird im Programm die Berechnung der Drehzahl entfernt und gegen eine LookUp-Table mit der Eingangsgröße „Zeit“ ersetzt. Die LookUp-Table enthält dabei die Drehzahlwerte aus der Messung.

Diese Vorgehensweise entspricht den Modellen für den feldorientierten Betrieb, bei denen aus den Eingangsgrößen „Spannung“ und „Drehzahl“ oder „Drehwinkel“ die Ströme in der Maschine berechnet werden ($u_s - \omega$ - Model, siehe z.B. [5]).

Der Vergleich zeigt eine gute Übereinstimmung zwischen simuliertem und gemessenem Strom. Die analytische Berechnung kann also als erfolgreich umgesetzt betrachtet werden.

10 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird die Asynchronmaschine mit Kurzschlusskäfig untersucht. Zunächst wird ein bestehendes Modell vorgestellt, welches auf zweidimensionalen analytischen Feldberechnungen basiert und die Asynchronmaschine in einem Gesamtsystem aus Quelle, Maschine und Last beschreibt.

Mit der Integration der Arbeiten über die Stromverdrängung [10] und [11] in das Systemmodell liegt ein Modell aus Differentialgleichungen vor, in dem die Stromverteilung in den Käfigstäben integriert gelöst wird. Es werden also keine externen Daten benötigt, um den Effekt der Stromverdrängung zu berücksichtigen.

Zur Nutzung der Modelle werden in der Arbeit Lösungsstrategien für die drei Anwendungsfelder „Dynamischer Betrieb“, „Eingeschwungener Zustand“ und „Echtzeitberechnung“ erarbeitet.

Für den „Dynamischen Betrieb“ geschieht dies durch eine Intervallaufteilung der Berechnung, um das Systemmodell zu linearisieren. Dabei wird ausführlich auf verschiedene Spannungsquellen eingegangen, die die Intervalleinteilung und den Lösungsweg beeinflussen. Die Grenzen der analytischen Lösbarkeit werden hier durch die Bestimmung der Eigenwerte und -vektoren gesetzt. So muss hierfür ein Übergang in die numerische Berechnung erfolgen.

Im „Eingeschwungenen Zustand“ wird die Periodizität der Größen zur Lösungsfindung ausgenutzt. Auch hier werden differenziert nach Spannungsquellen Lösungen erarbeitet, die die Berechnung des eingeschwungenen Zustands ohne Berechnung des Einschwingvorgangs ermöglicht. Die Auswertung der Lösungen muss wiederum numerisch erfolgen.

Für die Berechnung der Modelle in „Echtzeit“ wird zunächst das Grundmodell getrennt betrachtet, da hier rein analytische Lösungen gefunden werden konnten. Die Umsetzung für DSP - Anwendungen in C erforderte dann eine Aufteilung in Real- und Imaginärteil, da C-Bibliotheken für komplexe Zahlen in Simulink nicht integriert sind. Dieses Modell kann im Bereich der feldorientierten Regelung eingesetzt werden, wie sie z.B. in [5] aufgeführt ist.

Die Umsetzung der Modelle für Stromverdrängungsrechnung erfolgt dann nur für die Stäbe mit Rechteckprofil. Zum einen ist der Effekt bei Rundstäben nicht so ausgeprägt, so dass er zumeist vernachlässigt werden kann. Zum anderen ist das System für den Rundstabläufer weniger strukturiert und deutlich größer, so dass selbst eine numerische Lösung des Modells sehr zeitintensiv ist und somit eine Echtzeitfähigkeit derzeit nicht vorliegt.

Diese Lösung gelingt für den Rechteckstabläufer mit numerischen Methoden. Dabei wird die Bestimmung der Eigenwerte des Systems mit dem QR-Verfahren durchgeführt. Dazu wird die betrachtete Systemmatrix zuvor in eine Hessenbergmatrix umgewandelt und vorkonditioniert. Die Berechnung der Eigenvektoren kann dann bei bekannten Eigenwerten auf ein einfaches Gleichungssystem zurückgeführt werden. Dies wird durch die Struktur der Systemmatrix ermöglicht. Mit der Bestimmung der Eigenwerte und Eigenvektoren liegt dann eine echtzeitfähige Lösung für das System vor.

Als Vorbereitung für eine messtechnische Verifikation der Theorien wird im Folgenden die Umsetzung der Lösungsstrategien für den „Dynamischen Betrieb“ und den „Eingeschwungenen Zustand“ in ein Programm beschrieben. Damit werden die Lösungsstrategien noch einmal veranschaulicht und eine Bewertung der Rechenergebnisse ermöglicht.

Für die ersten messtechnischen Untersuchungen wird dann ein Hochspannungsmotor gewählt, der mit Hochstäben ausgeführt ist, in denen der Effekt der Stromverdrängung stark ausgeprägt ist. Dazu werden Besonderheiten in der Motorausführung in das Systemmodell integriert, um diese Einflüsse ebenfalls zu berücksichtigen.

Aus den ersten Vergleichen ist eine gute Übereinstimmung der Werte im Leerlauf und eine Zunahme der Abweichungen mit steigendem Schlupf zu erkennen. Diese laufen auf einen sehr großen Fehler im Kurzschluss hinaus.

Da die Analyse der Ergebnisse am Hochspannungsmotor aufgrund der Begrenzung der vorliegenden Daten nur eingeschränkt möglich war, wurde für die Fehleranalyse ein vorhandener 11kW - Motor mit Rechteckstäben gewählt.

Die zunächst durchgeführten Vergleiche lieferten eine ebenfalls signifikante Abweichung der Messungen und Rechnungen. Dies motivierte eine genauere Betrachtung der Elemente des Modells und deren Auswirkungen.

Zunächst wurde der Einfluss der Wahl des Stromverdrängungsparameters untersucht, der aber geeignet minimiert werden konnte.

Danach wurden die Modellparameter betrachtet, die auf zweidimensionalen Feldberechnungen basieren. Dies geschah auf zwei Arten. Zum einen wurde der Einfluss jeder einzelnen Eingangsgröße auf die Modellparameter berechnet und bewertet. Zum anderen musste untersucht werden, inwiefern die Fehler der einzelnen Größen sich im Endergebnis auswirken. Dies wurde mit einer angepassten Form der Methode der Wertschranken durchgeführt. Als Fazit aus diesen Untersuchungen wurde geschlossen, dass die Fehler der Maschineneingabewerte nicht für die Abweichungen in den Vergleichen verantwortlich sind.

Da eine Verifizierung der Modellparameter anhand der Eingangsgrößen damit nicht gelang, mussten die Modellparameter messtechnisch verifiziert werden. Bei diesen Untersuchungen wurden zum Teil deutliche Abweichungen zwischen Mess- und Rechenwerten festgestellt.

Eine Simulation mit dem Grundmodell, also ohne Berücksichtigung der Stromverdrängung zeigte eine erhebliche Verbesserung der Simulationsergebnisse. Da die verbleibende Abweichung nun der Stromverdrängung zugeordnet hätte werden können, sollte eine Simulation inklusiver dieser mit messtechnisch ermittelten Modellparametern ermöglicht werden. Dies gelang unter der Annahme, dass die Berechnung des Rotormaschenwiderstandes korrekt erfolgt. Eine Verifikation des Rotormaschenwiderstandes über verschiedene Methoden misslang aufgrund der Abhängigkeiten der Modellparameter untereinander. Die Annahme der korrekten Berechnung wird aber als zulässig angesehen.

Die so durchführbare Simulation mit messtechnisch ermittelten Modellparametern unter Berücksichtigung der Stromverdrängung zeigt erneut eine Verbesserung der Simulationsergebnisse. Daneben gelang mit der Abspaltung der Modellparameterberechnung zudem die Ermöglichung der Anwendung der Stromverdrängungstheorie

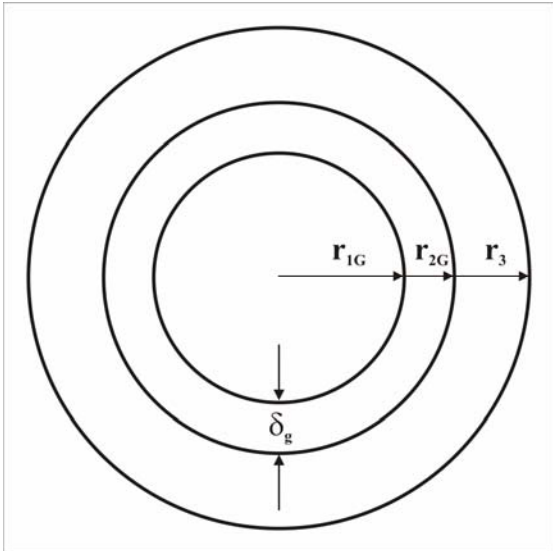
mit Hilfe von Werten aus anderen Berechnungsverfahren, wie z.B. der Methode der Finiten Elemente.

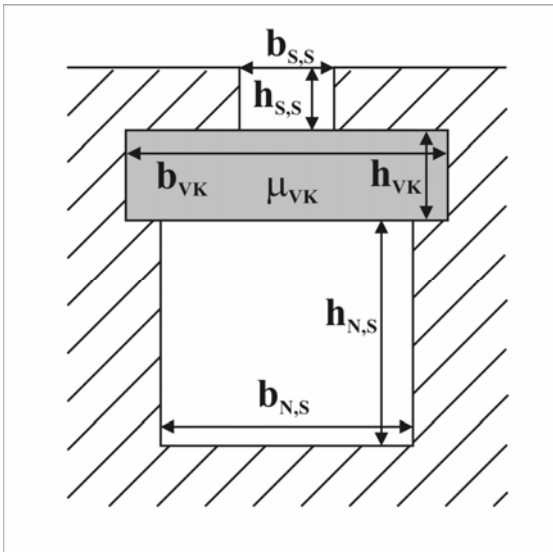
Abschließend wurde der Einfluss des mechanischen Systemanteils untersucht. Dafür wurde die Berechnung der Winkelgeschwindigkeit durch die Messwerte ersetzt. Danach zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung der nun noch zu vergleichenden Stromwerte.

Die analytische Stromverdrängungsrechnung stellt sich als probates Mittel für die Anwendung in Systemmodellen dar. Die Integration in das eigentliche System verhindert die Schwächen anderer Methoden, die externe Größen verlangen. Mit den Übereinstimmungen am Ende dieser Arbeit ist die Nutzbarkeit dieser Methode belegt worden.

11 Anhänge

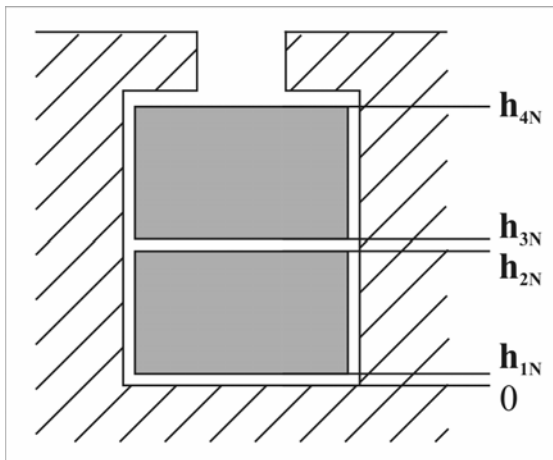
11.1 Beschreibung der Werkstoff-, Wicklungs- und Geometriedaten zur Berechnung der Modellparameter

| Blechkpaket | |
|--|--|
| Skizze: | Beschreibung: |
|  | <ul style="list-style-type: none">- r_{1G} Geometrischer Innenradius- r_{2G} Geometrischer Bohrungsradius- r_3 Außenradius des Blechkpakets- δ_g Geometrische Luftspaltweite |

| Statornut | |
|---|---|
| Skizze: | Beschreibung: |
|  | <ul style="list-style-type: none">- $h_{N,S}$ Höhe der Statornut- $b_{N,S}$ Breite der Statornut- $h_{S,S}$ Höhe des Statornutschlitzes- $b_{S,S}$ Breite des Statornutschlitzes- h_{VK} Höhe des Nutverschlusskeils- b_{VK} Breite des Nutverschlusskeils- μ_{VK} relative Permeabilität des Nutverschlusskeils |

Statorwicklung

Skizze:

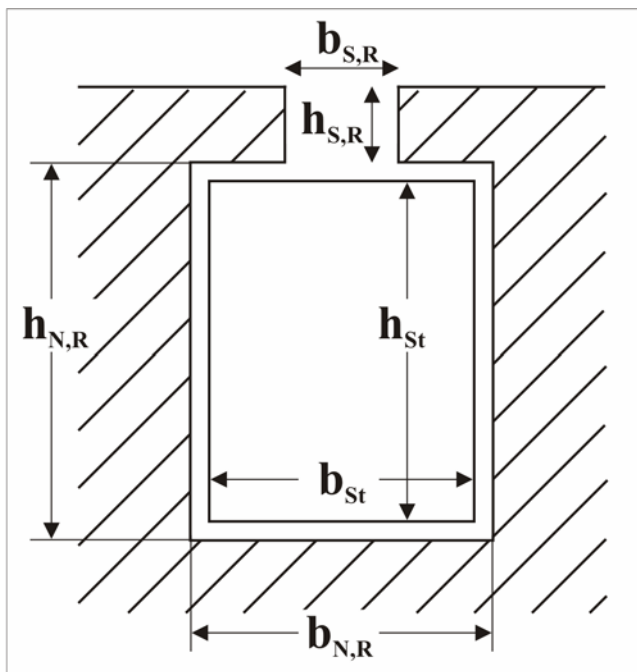


Beschreibung:

- m Strangzahl
- p Polpaarzahl
- q Spulen pro Spulengruppe
- a_1 Anzahl der Parallelgeschalteten Wicklungsteile
- h_{1N} Beginn der unteren Schicht
- h_{2N} Ende der unteren Schicht
- h_{3N} Beginn der oberen Schicht
- h_{4N} Ende der oberen Schicht

Rotornut und Stab- rechteckiges Profil

Skizze:

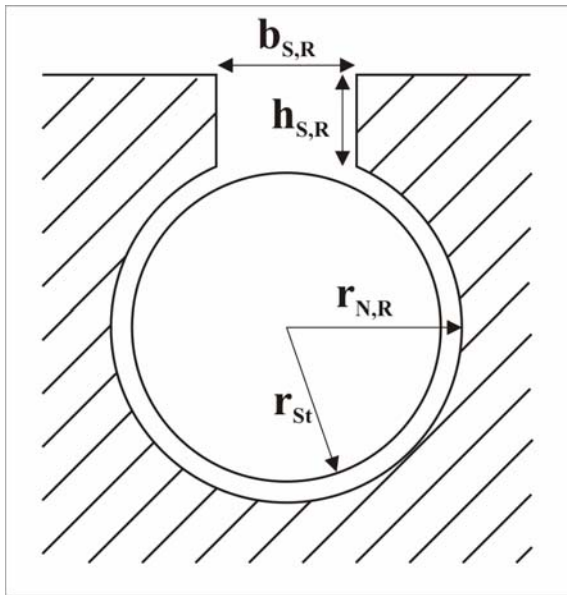


Beschreibung:

- $h_{N,R}$ Höhe der Rotornut
- $b_{N,R}$ Breite der Rotornut
- $h_{S,R}$ Höhe des Rotornutschlitzes
- $b_{S,R}$ Breite des Rotornutschlitzes
- h_{St} Höhe des Stabes
- b_{St} Breite des Stabes

Rotornut und Stab- rundes Profil

Skizze:

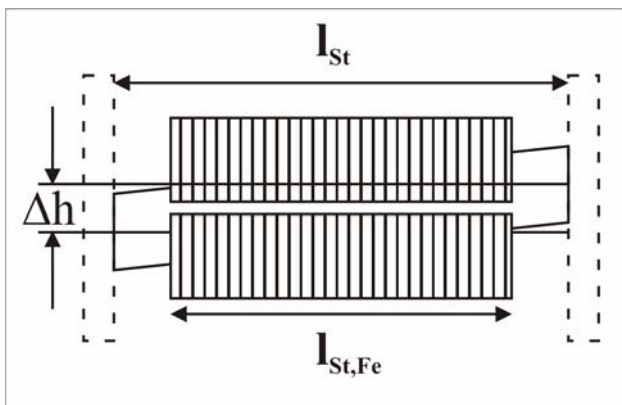


Beschreibung:

- $r_{N,R}$ Radius der Rotornut
- r_{St} Radius des Stabes
- $h_{S,R}$ Höhe des Rotornutschlitzes
- $b_{S,R}$ Breite des Rotornutschlitzes

Rotorstab / Schrägung

Skizze:

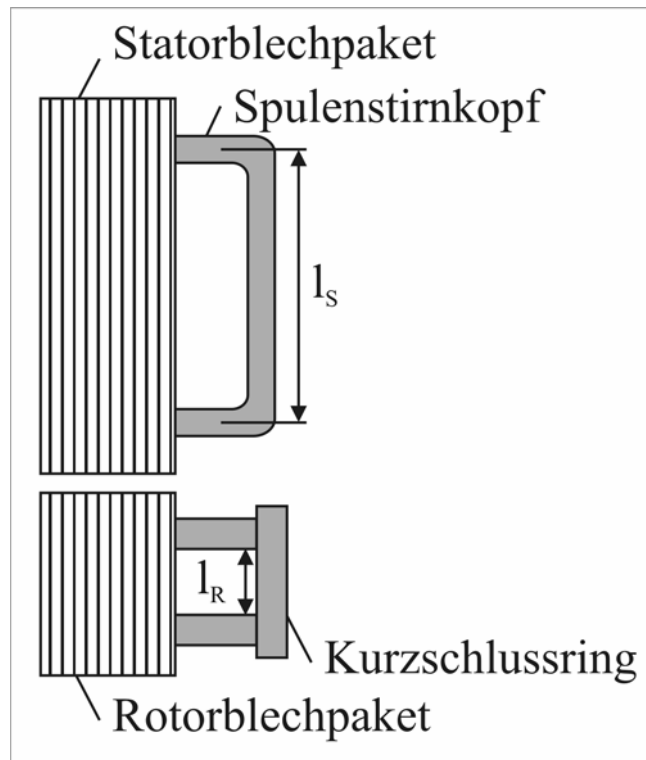


Beschreibung:

- l_{St} Länge des Stabes
- $l_{St,Fe}$ Länge des Stabes im Eisen
- Δh Schrägung ($2\pi / \Delta h$)

Stirnraum - Draufsicht

Skizze:

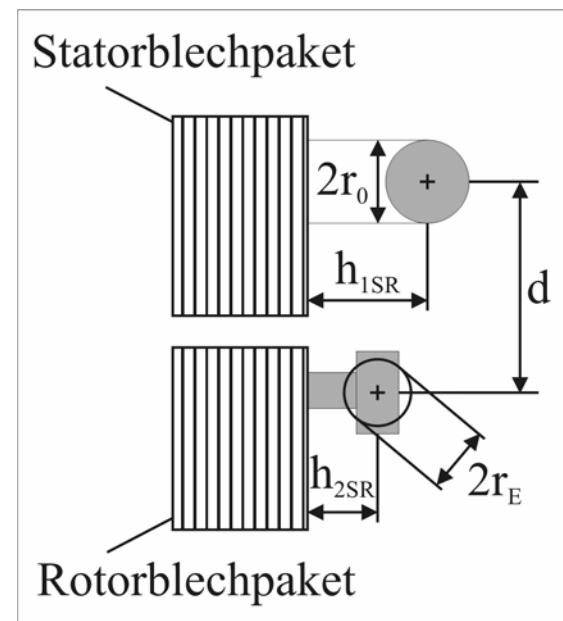


Beschreibung:

- l_S Mittlere Länge einer Spule im Stirnraum
- l_R Länge des Kurzschlussringes zwischen zwei Stäben

Stirnraum - Längsschnitt durch die Maschinenachse

Skizze:



Beschreibung:

- d mittlerer Abstand des Kurzschlussringzentrums vom Spulenkopfszentrum
- h_{1SR} Abstand des Kurzschlussringzentrums vom Blechpaket
- h_{2SR} Abstand des Spulenkopfszentrums vom Blechpaket
- r_0 Ersatzradius des Spulenkopfes
- r_E Ersatzradius des Kurzschlussrings

11.2 Algorithmen zur Berechnung der Modellparameter

(siehe auch [12])

Die verwendeten Größen sind in Kapitel 11.1 definiert.

11.2.1 Mehrfach verwendete Größen

Geometrischer Luftspalt:

$$\delta_g = r_{2G} - r_{1G} \quad (129)$$

Berechnung des Carter - Faktors (siehe auch [2], Kapitel 9):

Stator:

$$K_{C1} = \frac{t_{N1}}{t_{N1} - \delta_g \alpha_1} \quad (130)$$

$$\text{mit } t_{N1} = \frac{2\pi r_{2G}}{Z_1} \quad (130.a)$$

$$\alpha_1 = \frac{\left(\frac{b_{SS}}{\delta_g}\right)^2}{5 + \frac{b_{SS}}{\delta_g}} \quad (130.b)$$

$$Z_1 = 2p \cdot m \cdot q \quad (130.c)$$

Rotor:

$$K_{C2} = \frac{t_{N2}}{t_{N2} - \delta_g \alpha_2} \quad (131)$$

$$\text{mit } t_{N1} = \frac{2\pi r_{1G}}{Z_2} \quad (131.a)$$

$$\alpha_2 = \frac{\left(\frac{b_{SR}}{\delta_g}\right)^2}{5 + \frac{b_{SR}}{\delta_g}} \quad (131.b)$$

Gesamt – Carterfaktor:

$$K_C = K_{C1} \cdot K_{C2} \quad (132)$$

Berechnung der magnetisch wirksamen Geometrien:

Radien:

$$r_1 = r_{1G} - \delta_g (K_{C2} - 1) \quad (133)$$

$$r_2 = r_{2G} + \delta_g (K_{C1} - 1) \quad (134)$$

Effektive Blechpaketlänge:

$$l = l_B + 2\delta_g K_C \quad (135)$$

Sonstige Größen:

Polteilung:

$$\tau_p = \frac{\pi}{p} \cdot r_2 \quad (136)$$

Serienwindungszahl:

$$w = \frac{K_{wa} \cdot p}{a_1} qN \quad (137)$$

Eisenfaktoren:

$$\lambda_S = \frac{\mu_{rS} - 1}{\mu_{rS} + 1} \quad (138)$$

$$\lambda_R = \frac{\mu_{rR} - 1}{\mu_{rR} + 1} \quad (139)$$

Wicklungsfaktor der Statorwicklung:

$${}^v K_W = {}^v K_Z \cdot {}^v K_N \cdot {}^v K_S \quad (140)$$

$$\text{mit } {}^v K_Z = \frac{\sin \frac{v}{p} \frac{\pi}{2m}}{q \cdot \sin \frac{v}{p} \frac{\pi}{2mq}} \quad \dots \text{ Zonungsfaktor} \quad (140.a)$$

$${}^v K_N = \text{si} \frac{v}{p} \frac{\pi}{2} \frac{b_{S,S}}{\tau_p} \quad \dots \text{ Nutschlitzbreitenfaktor} \quad (140.b)$$

$${}^v K_S = \sin \frac{v}{p} \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{\varepsilon}{mq} \right) \quad \dots \text{ Sehnungsfaktor} \quad (140.c)$$

11.2.2 Stator-Drehfeldinduktivität L_1

$$L_1 = \sum_{\nu} \frac{3}{2} {}^{\nu}L_{Strg} + (L_{K,K,N} - L_{K',K,N}) + \underbrace{(L_{K,K,S} - L_{K',K,S})}_{\frac{3}{2}L_{K,K,S}} \quad (141)$$

mit

Stranginduktivität:

$${}^{\nu}L_{Strg} = \frac{2\mu_0 l}{\pi \nu} (w^{\nu} K_w)^2 \left[1 + \lambda_R \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^{-2\nu} \right] \cdot \left[1 + \lambda_S \frac{\left[1 - \left(\frac{r_2}{r_3} \right)^{2\nu} \right] \cdot \left[1 + \lambda_R \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^{2\nu} \right]}{1 - \lambda_S^2 \left(\frac{r_2}{r_3} \right)^{2\nu} - \lambda_R \lambda_S \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^{2\nu} \left[1 - \left(\frac{r_2}{r_3} \right)^{2\nu} \right]} \right] \quad (142)$$

$$\text{mit: } \frac{\nu}{p} = |6a + 1| \quad a = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm a_{\max} \quad (142.a)$$

Stator-Stirnstreuinduktivität:

$$L_{K,K,S} = \mu_0 \cdot l_{S1} \cdot \frac{K_{wa} \cdot p}{a_1} (qN)^2 \left(\Lambda_{S1} + \frac{1}{8\pi} \right) \quad (143)$$

$$\text{mit } \Lambda_{S1} = \frac{1}{2\pi} \ln \left(\frac{r_3 r_4}{r_1 r_2} \right) \quad (143.a)$$

$$r_1 = r_0 \quad (143.b)$$

$$r_2 = 2h_1 + r_0 \quad (143.c)$$

$$r_3 = \sqrt{d^2 + (h_{1SR} + r_0 - h_{2SR})^2} \quad (143.d)$$

$$r_4 = \sqrt{d^2 + (h_{1SR} + r_0 + h_{2SR})^2} \quad (143.e)$$

Stator-Nutstreuinduktivität:

$$L_{K,K,N} - L_{K',K,N} = \mu_0 l_B N^2 \cdot (\Lambda_{K,K} - \Lambda_{K',K}) \quad (144)$$

mit:

| | | |
|------------------|---|--|
| Leitwert/Sehnung | $\frac{y}{\tau_p} = \left(1 - \frac{\varepsilon}{mq}\right) \geq \frac{2}{3}$ | $\frac{1}{3} \leq \frac{y}{\tau_p} < \frac{2}{3}$ |
| $\Lambda_{K,K}$ | $\frac{K_{wa} \cdot p}{a_1} [qM_n + (4q - 2\varepsilon)M_g]$ | $\frac{K_{wa} \cdot p}{a_1} q(M_n + 2M_g)$ |
| $\Lambda_{K',K}$ | $-\frac{K_{wa} \cdot p}{a_1} \varepsilon M_g$ | $-\frac{K_{wa} \cdot p}{a_1} (3q - 2\varepsilon)M_g$ |

$$\text{mit } M_n = \frac{-2h_{1N} + 2h_{2N} + h_{3N}}{3b_{NS}} \quad M_g = \frac{-h_{2N} - h_{3N} + 2h_{4N}}{2b_{NS}} + \frac{-h_{4N} + h_{5N}}{b_{SS}}$$

11.2.3 Gegeninduktivität $M_{2,1}$

$$M_{2,1} = \frac{Z_2}{2} {}^p M_{n,k} \quad (145)$$

$$\text{mit } {}^{\mu=p} M_{n,k} = \frac{2\mu_0}{\pi} l_B w^\mu K_w^\mu \eta^\mu K_{SR}^\mu K_{NR}^\mu \frac{1 + \lambda_R}{\mu(1 - \lambda_R K_{4,L})} \left[K_{4,L} \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^\mu + \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^{-\mu} \right] \quad (145.a)$$

$${}^\mu \eta = \text{si} \mu \frac{\pi}{h} \quad \dots \text{ Schrägungsfaktor} \quad (145.b)$$

$${}^\mu K_{SR} = \sin \mu \frac{\pi}{Z_R} \quad (145.c)$$

$${}^\mu K_{NR} = \text{si} \frac{b_{SR}}{2r_1} \quad (145.d)$$

$$K_{4,L} = \frac{-\left(\frac{r_1}{r_3}\right)^{2\mu} + \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^{-2\mu}}{\frac{1}{\lambda_S} - \lambda_S \left(\frac{r_2}{r_3}\right)^{2\mu}} \quad (145.e)$$

11.2.4 Rotormascheninduktivität L_2

$$L_2 = L_{2\sigma} + \sum_{\mu} \frac{Z_R}{2} {}^{\mu}L_{n,n} \quad (146)$$

$$\text{mit } \mu = |bZ_R + p| \quad b = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm b_{\max} \quad (146.a)$$

mit

Rotor-Selbstinduktivität:

$${}^{\mu}L_{n,n} = \frac{2\mu_0}{\pi} l_B ({}^{\mu}K_{NR} {}^{\mu}K_{SR})^2 \frac{1 + \lambda_R}{\mu(1 - \lambda_R K_{4,L})} (K_{4,L} + 1) \quad (147)$$

$$\text{mit } {}^{\mu}K_{NR} \quad \text{siehe (145.d)}$$

$${}^{\mu}K_{SR} \quad \text{siehe (145.c)}$$

$$K_{4,L} \quad \text{siehe (145.e)}$$

Rotor-Streuinduktivität:

$$L_{2\sigma} = 2L_R + \left(2 \sin p \frac{\pi}{Z_R} \right)^2 \cdot L_{St} \quad (148)$$

mit Ring-Streuinduktivität:

$$L_R = \mu_0 l_R \Lambda_R \quad (149)$$

$$\text{mit } \Lambda_R = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{r_1 r_2}{r_3 r_4} + \frac{1}{8\pi} \quad (149.a)$$

$$r_1 = \sqrt{(h_{1SR} - h_{2SR})^2 + (d + r_E)^2} \quad (149.b)$$

$$r_2 = \sqrt{(h_{1SR} + h_{2SR})^2 + (d + r_E)^2} \quad (149.c)$$

$$r_3 = r_E \quad (149.d)$$

$$r_4 = \sqrt{4h_{2SR}^2 + r_E^2} \quad (149.e)$$

mit Rundstab-Streuinduktivität:

$$L_{St} = \mu_0 l_B \Lambda_{St} \quad (150)$$

$$\text{mit } \Lambda_{St} = 0.3 - \frac{1}{\pi} \ln \varphi_1 + \frac{h_{SR}}{b_{SR}} \quad (150.a)$$

$$\varphi_1 = \arcsin \frac{b_{SR}}{2r_{St}} \quad (150.b)$$

mit Rechteckstab-Streuinduktivität:

$$L_{St} = \mu_0 l_B \Lambda_{St} \quad (151)$$

$$\text{mit } \Lambda_{St} = \frac{h_{NR}}{3b_{NR}} + \frac{h_{SR}}{b_{SR}} \quad (151.a)$$

11.2.5 Statorstrangwiderstand R_1

$$R_1 = \frac{2p}{a_1^2} \cdot N \cdot q \cdot \rho_{Cu} \frac{l_m}{q_{Cu}} \quad (152)$$

11.2.6 Rotormaschenwiderstand R_2

$$R_2 = 2R_R + \left(2 \sin p \frac{\pi}{Z_R} \right)^2 \cdot R_{St} \quad (153)$$

$$\text{mit } R_{R,20} = \rho_{K,20} \frac{l_R}{A_R} \quad (153.a)$$

$$R_{St,20} = \rho_{K,20} \frac{l_{St}}{\pi r_{St}^2} \quad \dots \text{ Rundstab} \quad (153.b)$$

$$R_{St,20} = \rho_{K,20} \frac{l_{St}}{b_L h_{St}} \quad \dots \text{ Rechteckstab} \quad (153.c)$$

11.3 Maschinendaten und Modellparameter der Versuchsmaschine 60500-57690, 11 kW-Motor

| Blechkpaket: | | |
|---|-----------|---------|
| Geometrischer Innenradius r_{1G} | m | 0.0745 |
| Geometrischer Bohrungsradius r_{2G} | m | 0.07498 |
| Außenradius r_3 | m | 0.125 |
| Geometrische Luftspaltbreite δ_g | m | 0.00048 |
| Axiale Blechkpaketlänge l_B | m | 0.1755 |
| Statorpermeabilität μ_S | | 600 |
| Rotorpermeabilität μ_R | | 600 |
| Massenträgheitsmoment J | $kg\ m^2$ | 0.0904 |

| Statornut: | | |
|-----------------------------|---|---------|
| Nutslitzbreite b_{SS} | m | 0.0031 |
| Nutslitzhöhe h_{SS} | m | 0.001 |
| Nuthöhe h_{NS} | m | 0.024 |
| mittlere Nutbreite b_{NS} | m | 0.00897 |

| Statorwicklung: | | |
|---|-------|-------------|
| Wicklungsart | | Zweischicht |
| Strangzahl m | | 3 |
| Polpaarzahl p | | 2 |
| Nuten pro Pol und Strang q | | 3 |
| Schrittverkürzung ε | | 2 |
| Windungszahl pro Spule N | | 9 |
| a_{\max} (Ordnungszahl ν bei Berechnung von L_1) | | 30 |
| Beginn Schicht 1 h_{1N} | | 0.001 |
| Ende Schicht 1 h_{2N} | | 0.00779 |
| Beginn Schicht 2 h_{3N} | | 0.00879 |
| Ende Schicht 2 h_{4N} | | 0.019 |
| Temperaturkoeffizient der Statorwicklung α_W | $1/K$ | 0.0039 |

| | | |
|--------------------------------|----------|----------|
| DC-Strangwiderstand $R_{1,20}$ | Ω | 0.369924 |
|--------------------------------|----------|----------|

| | | |
|-----------------------------|---|----------|
| Rotornut: | | |
| Rotornutform | | Rechteck |
| Streuschlitzbreite b_{SR} | m | 0.00125 |
| Streuschlitzhöhe h_{SR} | m | 0.001 |
| Nuthöhe h_{NR} | m | 0.0125 |
| Nutbreite b_{NR} | m | 0.0055 |

| | | |
|---|------------|-------------|
| Rotorkäfig: | | |
| Stabzahl Z_2 | | 28 |
| Schrägung Δh | | 1000000 |
| b_{\max} (Ordnungszahl μ bei Berechnung von L_2) | | 30 |
| Stablänge l_{St} | m | 0.21 |
| Stablänge im Eisen $l_{St,Fe}$ | m | 0.179 |
| Leiterhöhe h_{St} | m | 0.012 |
| Leiterhöhe b_{St} | m | 0.005 |
| spez. Widerstand Käfig $\rho_{K,20}$ | Ωm | 1.7544e-008 |
| Temperaturkoeffizient des Käfigs α_K | 1 / K | 0.0039 |

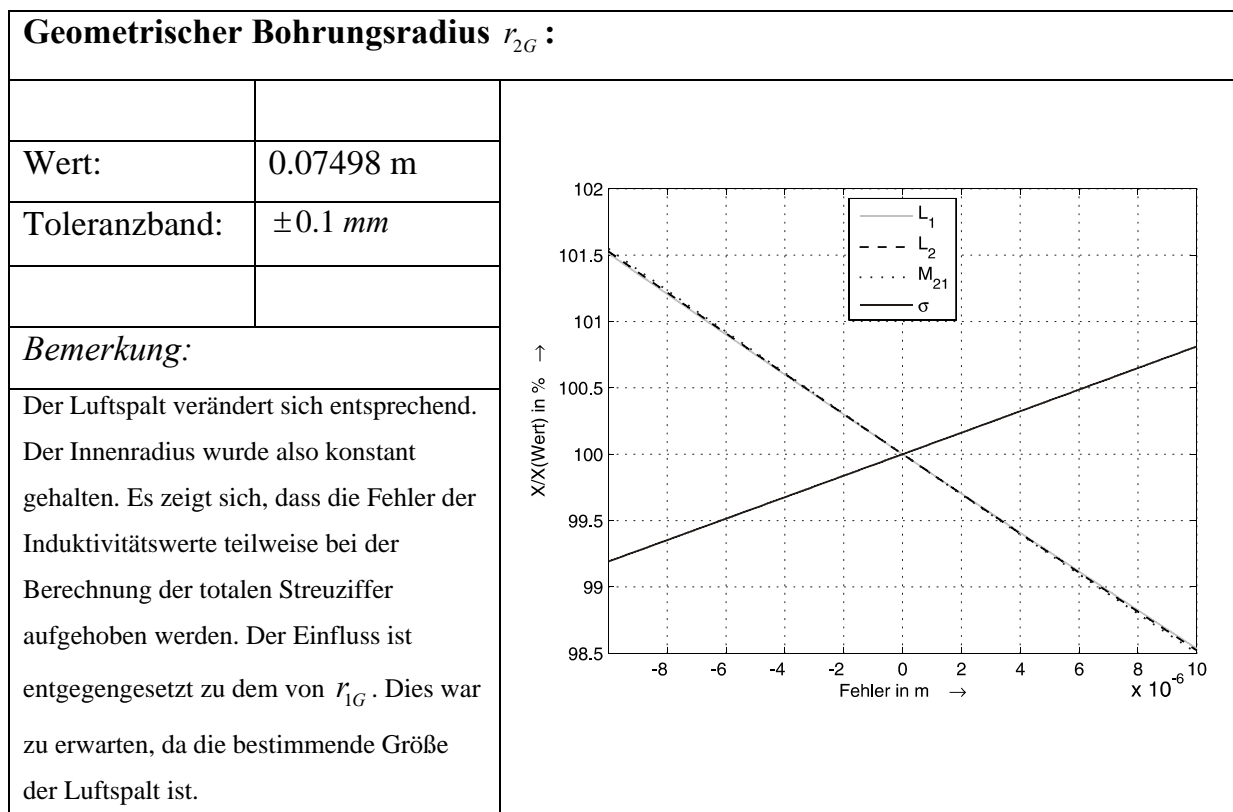
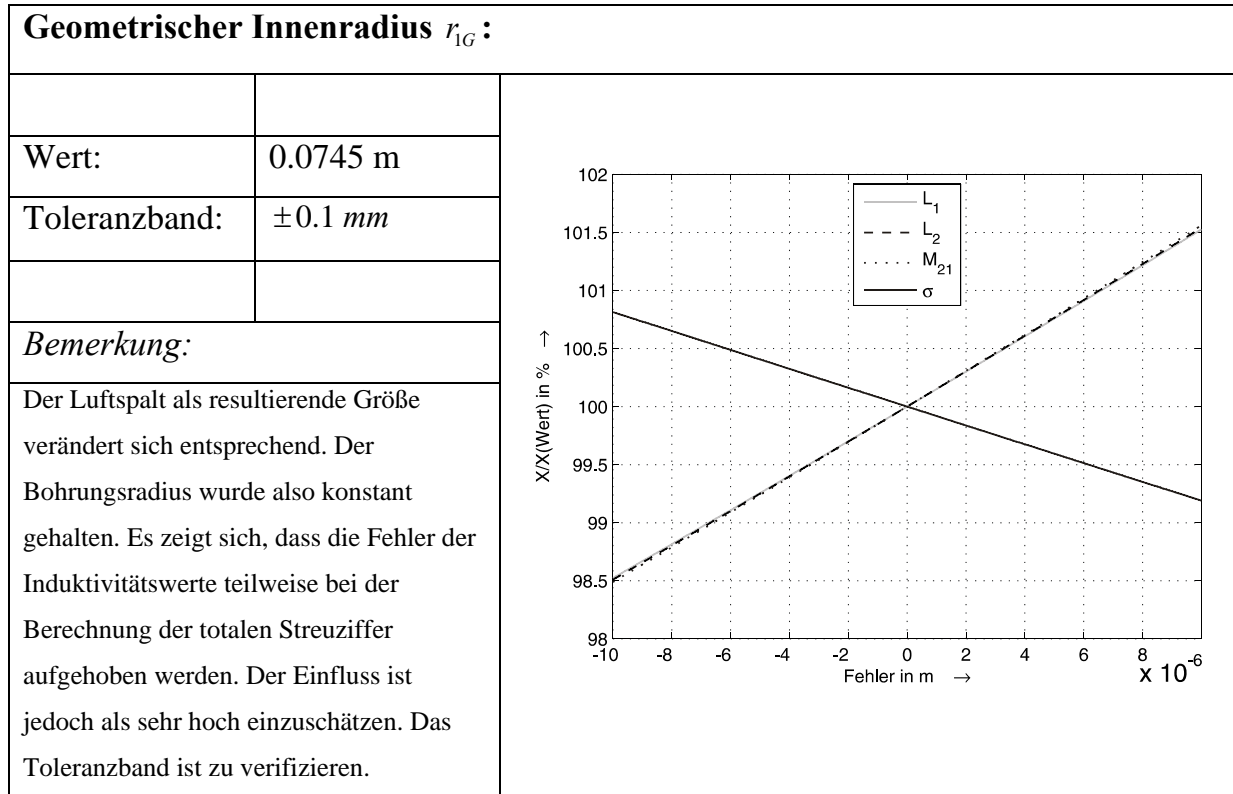
| | | |
|--|---|----------|
| Stirnraum: | | |
| Mittlere Stirnkopflänge einer Stirnkopfseite einer Spule l_S | m | 0.09 |
| Ersatzradius einer Spule im Stirnkopf r_0 | m | 0.00395 |
| Abstand des Spulenkopfes vom Bleckpaket h_{1SR} | m | 0.06 |
| Abstand des Kurzschlussringzentrums vom Bleckpaket h_{2SR} | m | 0.023 |
| Mittlerer Abstand des Spulenkopfes einer Spule vom Kurzschlussring d | m | 0.01813 |
| Ersatzradius des Kurzschlussrings r_E | m | 0.009271 |
| Mittlere Länge des Kurzschlussrings zwischen zwei Stäben l_R | m | 0.009586 |

Modellparameter:

| Parameter | Einheit | Wert | Ursprung |
|------------------|----------------|-------------|-------------------------------|
| L_1 | mH | 108,44 | Rechnung aus Maschinendaten |
| R_1 | $m\Omega$ | 369,92 | Messung |
| L_2 | μH | 5,303 | Rechnung aus Maschinendaten |
| R_2 | $\mu\Omega$ | 13,407 | Rechnung aus Maschinendaten |
| $M_{2,1}$ | mH | 2,343 | Rechnung aus Maschinendaten |
| σ | | 0,06239 | Rechnung aus Modellparametern |
| p | | 2 | |
| m | | 3 | |
| Z_2 | | 28 | |
| J | kgm^2 | 0.0904 | Messung |

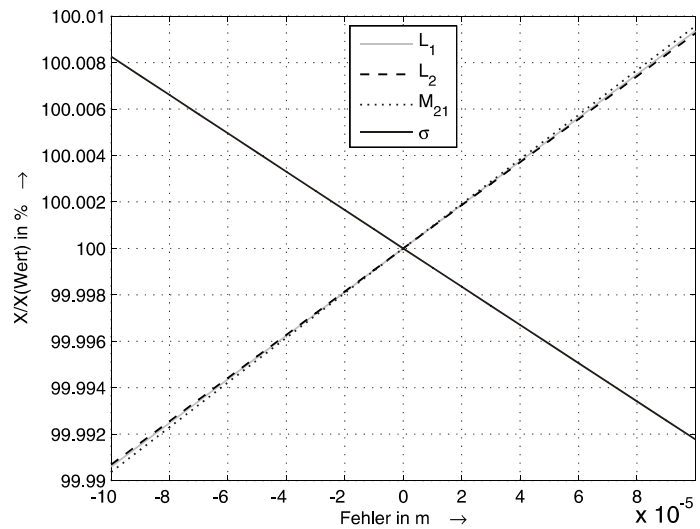
11.4 Abhängigkeit der Modellparameter von den Maschinengrößen

In den Grafiken sind jeweils nur die Größen abgebildet, die durch den entsprechenden Motorparameter beeinflusst werden.



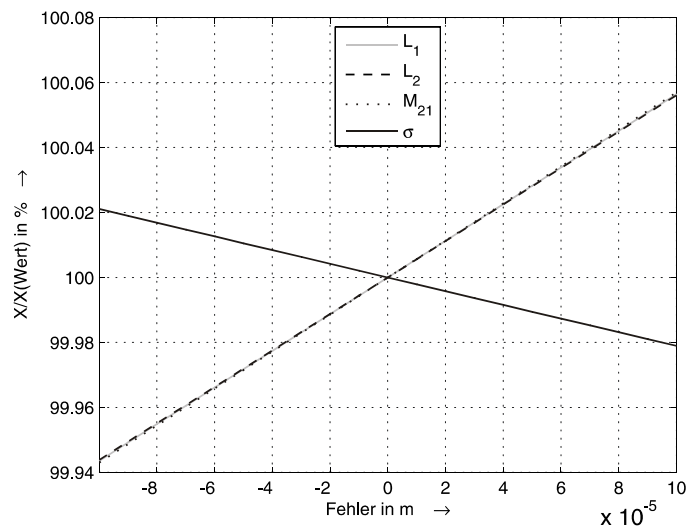
Außenradius r_3 :

| | |
|--|----------------------|
| Wert: | 0.125 m |
| Toleranzband: | $\pm 0.1 \text{ mm}$ |
| <i>Bemerkung:</i> | |
| Der Einfluss der Fehlertoleranz des Außenradius ist vernachlässigbar gering. | |



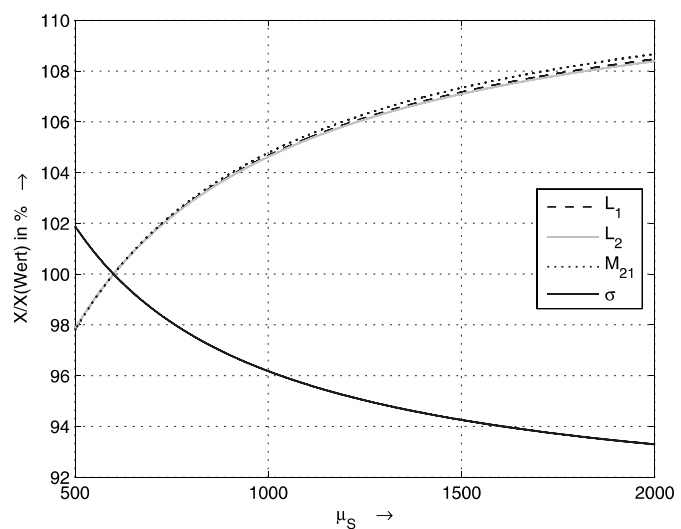
Axiale Blechpaketlänge l_B :

| | |
|--|----------------------|
| Wert: | 0.1755 m |
| Toleranzband: | $\pm 0.1 \text{ mm}$ |
| <i>Bemerkung:</i> | |
| Der Einfluss der Fehlertoleranz der axialen Blechpaketlänge ist vernachlässigbar gering. | |



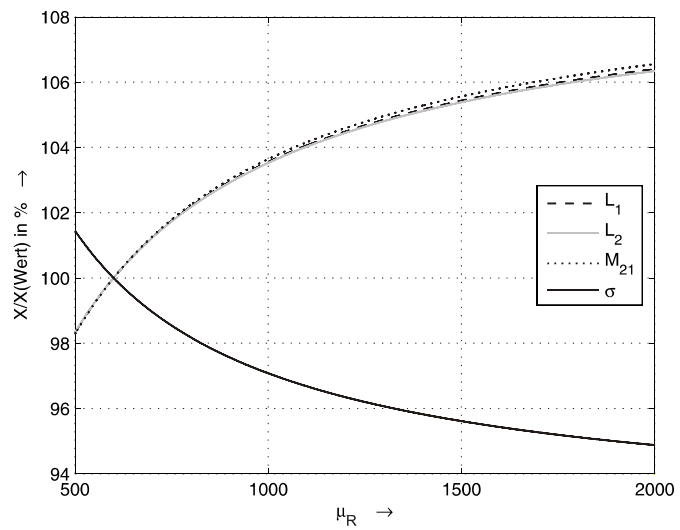
Statorpermeabilität μ_S :

| | |
|---|------------|
| Wert: | 600 |
| Toleranzband: | 500 - 2000 |
| <i>Bemerkung:</i> | |
| Die Statorpermeabilität hat einen sehr großen Einfluss auf die Modellparameter und damit auch auf das Simulationsergebnis. Die Aufnahme der B(H)-Kennlinie ist bedenkenswert. | |



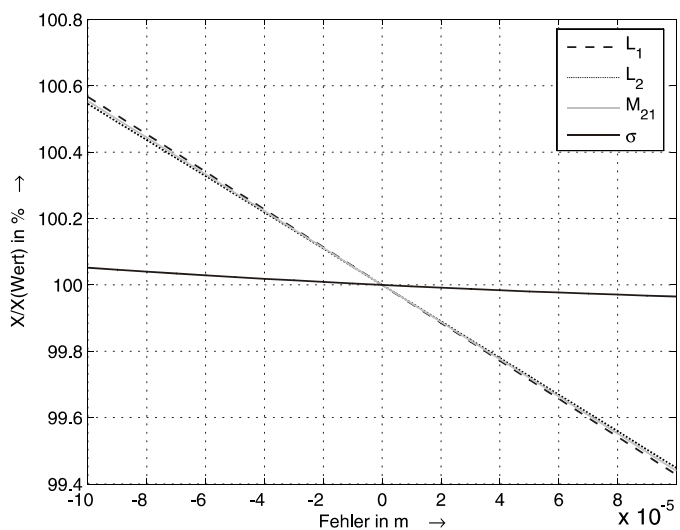
Rotorpermeabilität μ_R :

| | |
|---|------------|
| Wert: | 600 |
| Toleranzband: | 500 - 2000 |
| <i>Bemerkung:</i> | |
| Die Rotorpermeabilität hat einen sehr großen Einfluss auf die Modellparameter und damit auch auf das Simulationsergebnis. Ihr Einfluss ist dem der Statorpermeabilität gleichgerichtet. Da im Allgemeinen beide Werte gleichgesetzt werden, erhöht sich der Einfluss enorm. | |



Nuttschlitzbreite b_{SS} :

| | |
|--|--------------|
| Wert: | 0.0031 m |
| Toleranzband: | ± 0.1 mm |
| <i>Bemerkung:</i> | |
| Der Einfluss der Statornuttschlitzbreite bewegt sich schon in Größenordnungen, die nicht zu vernachlässigen sind. Eine Verkleinerung des Toleranzbandes ist anzustreben. | |

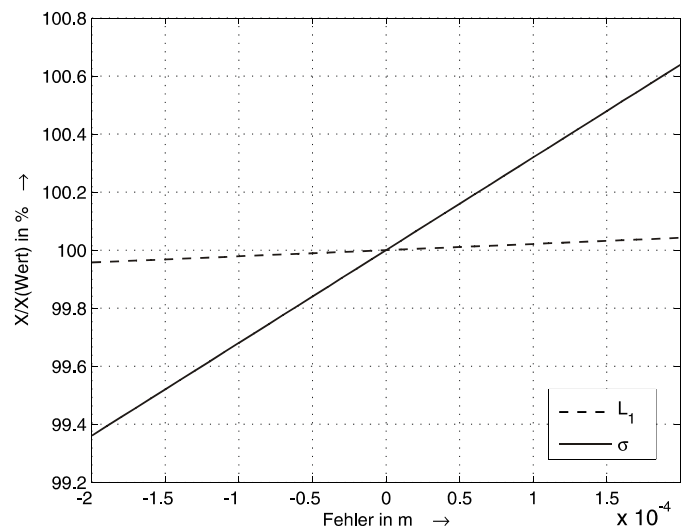


Nutschlitzhöhe h_{SS} :

| | |
|---------------|--------------|
| Wert: | 0.001 m |
| Toleranzband: | ± 0.2 mm |

Bemerkung:

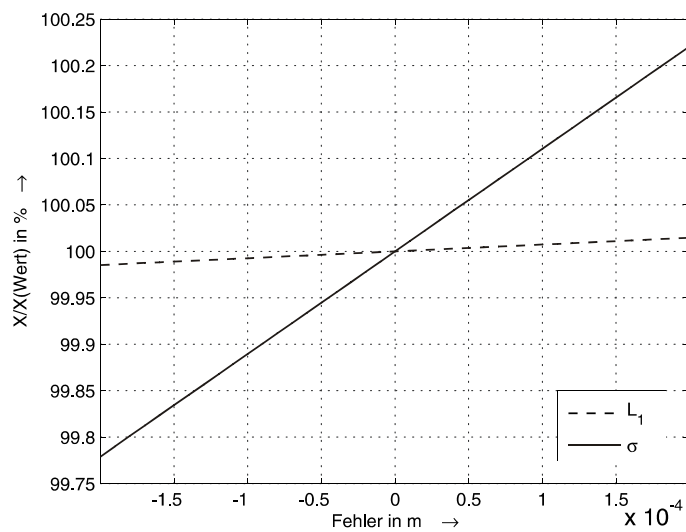
Der Einfluss der Statornutschlitzhöhe bewegt sich schon in Größenordnungen, die nicht zu vernachlässigen sind. Da der Einfluss sich bei den Induktivitätswerten auf L_1 beschränkt, ist der Einfluss auf die totale Streuziffer umso höher.

**Nuthöhe h_{NS} :**

| | |
|---------------|--------------|
| Wert: | 0.024 m |
| Toleranzband: | ± 0.2 mm |

Bemerkung:

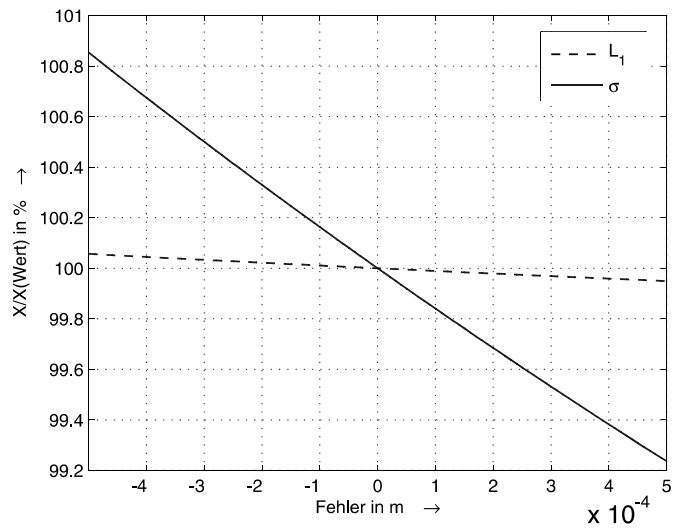
Der Einfluss der Statornuthöhe ist relativ gering, da die Fehlertoleranz im Verhältnis zur Nuthöhe sehr klein ist. Da der Einfluss sich bei den Induktivitätswerten auf L_1 beschränkt, ist der Einfluss auf die totale Streuziffer etwas höher.



mittlere Nutbreite b_{NS} :

| | |
|---------------|----------------------|
| Wert: | 0.00897 m |
| Toleranzband: | $\pm 0.5 \text{ mm}$ |

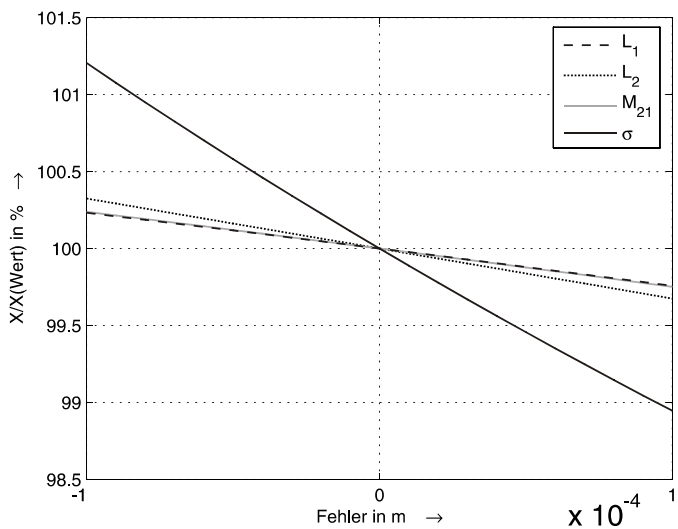
Bemerkung:
 Das Toleranzband wurde hier ein wenig höher gewählt, da die Nutbreite an sich schon eine gemittelte Größe ist. Da der Einfluss sich bei den Induktivitätswerten auf L_1 beschränkt, ist der Einfluss auf die totale Streuziffer etwas höher und nicht zu vernachlässigen.



Rotornutstreichbreite b_{SR} :

| | |
|---------------|----------------------|
| Wert: | 0.00125 m |
| Toleranzband: | $\pm 0.1 \text{ mm}$ |

Bemerkung:
 Der Einfluss der Rotornutstreichbreite bewegt sich schon in Größenordnungen, die nicht zu vernachlässigen sind. Eine Verkleinerung des Toleranzbandes ist anzustreben.



Parameter a_{\max} für L_1 -Ordnungszahl ν :

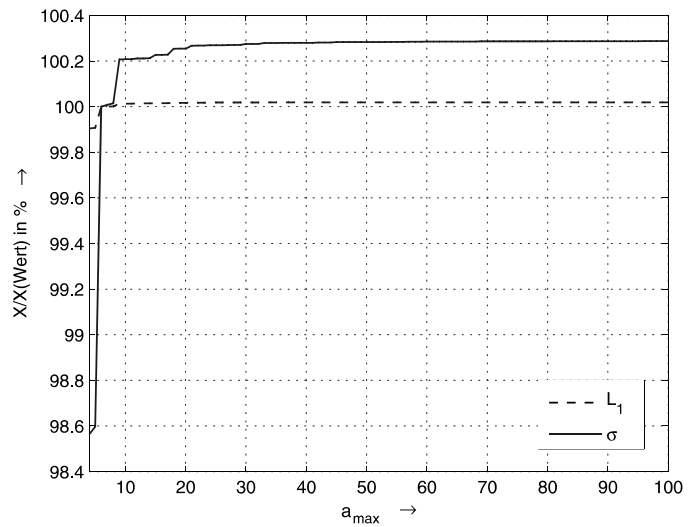
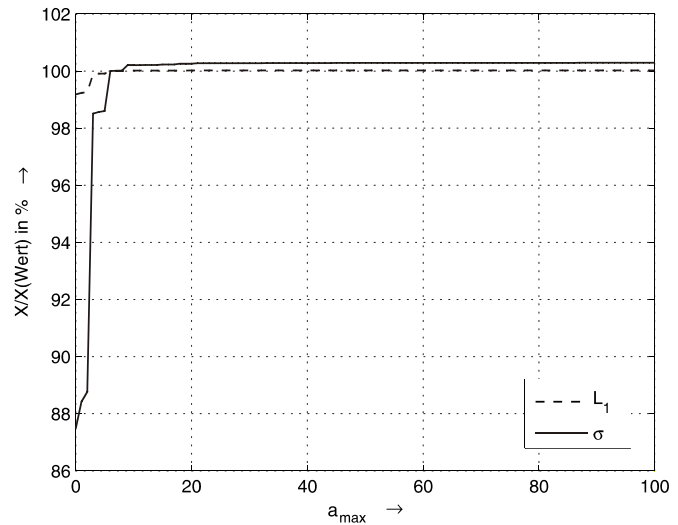
| | |
|---------------|---------|
| Wert: | 30 |
| Toleranzband: | 0 - 100 |

Bemerkung:

Als Bezugswert wurde der a_{\max} -Wert (6) für den Bereich der 2. Nutharmonischen gewählt.

$$\nu = p(2ma + 1) = \underbrace{p(2mq)}_{Z_1} \frac{a}{q} + 1$$

Der Einfluss bei Werten zwischen 0 und 3 ist sehr hoch. Ab Werten >5 ist der Einfluss der berücksichtigten Ordnungszahlen eher gering und vernachlässigbar. Eine Bewertung der Auswahl von größeren a_{\max} -Werten hat noch zu erfolgen.

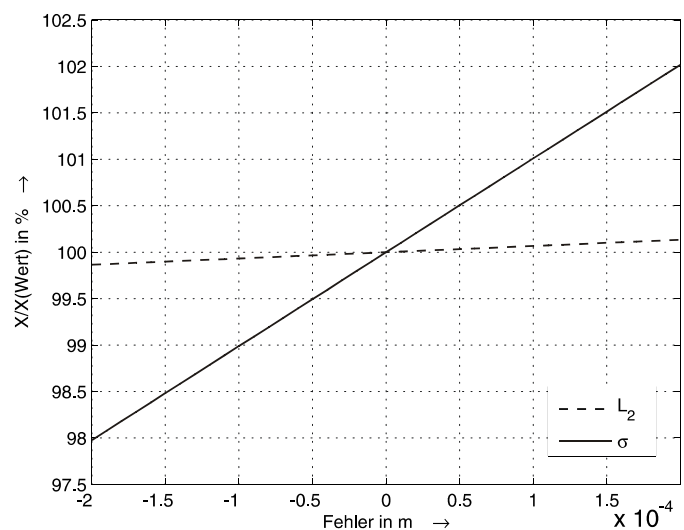


Rotornutstreichhöhe h_{SR} :

| | |
|---------------|--------------|
| Wert: | 0.001 m |
| Toleranzband: | ± 0.2 mm |

Bemerkung:

Der Einfluss der Rotornutstreichhöhe bewegt sich schon in Größenordnungen, die nicht zu vernachlässigen sind. Eine Verkleinerung des Toleranzbandes ist anzustreben.

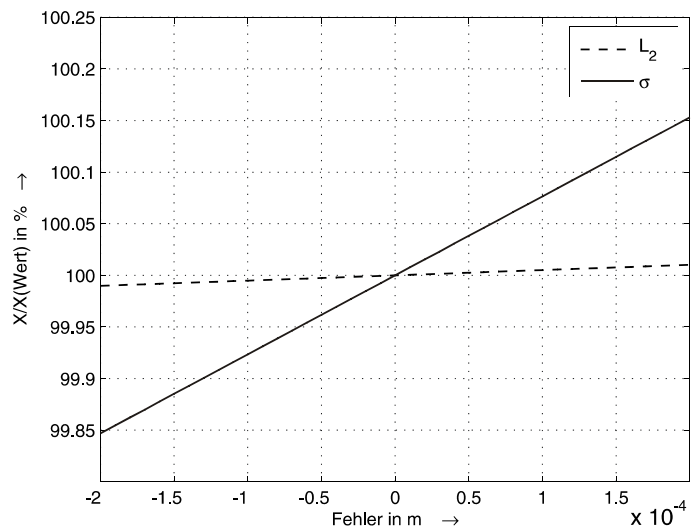


Rotornuthöhe h_{NR} :

| | |
|---------------|----------------------|
| Wert: | 0.0125 m |
| Toleranzband: | $\pm 0.2 \text{ mm}$ |

Bemerkung:

Der Einfluss der Rotornuthöhe ist relativ gering, da die Fehlertoleranz im Verhältnis zur Nuthöhe sehr klein ist. Da der Einfluss sich bei den Induktivitätswerten nur auf L_2 beschränkt, ist der Einfluss auf die totale Streuziffer etwas höher.

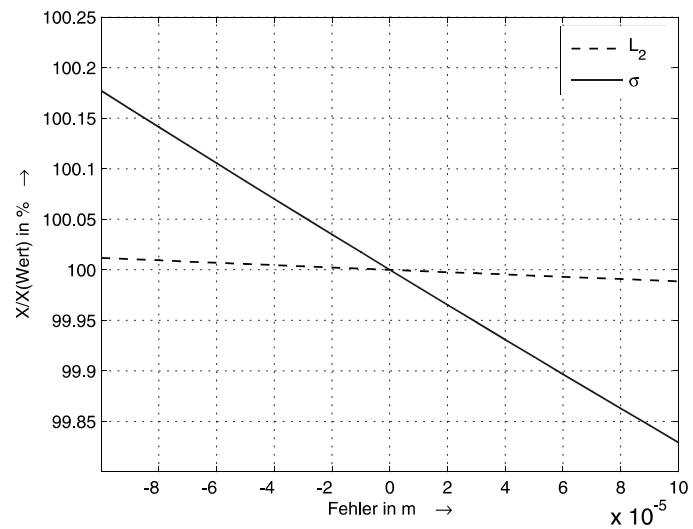


Rotornutbreite b_{NR} :

| | |
|---------------|----------------------|
| Wert: | 0.0055 m |
| Toleranzband: | $\pm 0.1 \text{ mm}$ |

Bemerkung:

Der Einfluss der Rotornutbreite ist relativ gering, da die Fehlertoleranz im Verhältnis zur Nuthöhe sehr klein ist. Da der Einfluss sich bei den Induktivitätswerten nur auf L_2 beschränkt, ist der Einfluss auf die totale Streuziffer etwas höher.



Parameter b_{\max} für L_2 -Ordnungszahl μ :

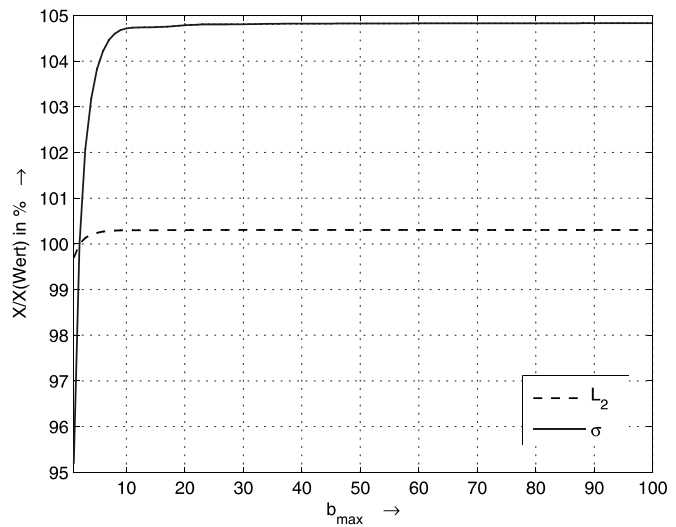
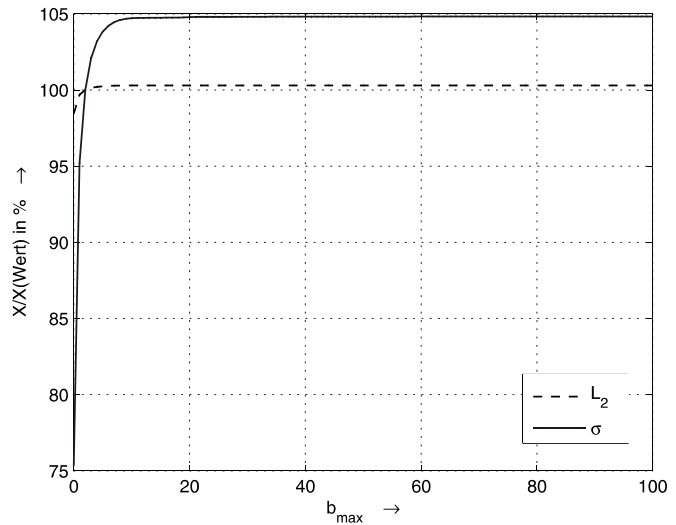
| | |
|---------------|---------|
| Wert: | 30 |
| Toleranzband: | 0 - 100 |

Bemerkung:

Als Bezugswert wurde der b_{\max} -Wert (2) für den Bereich der 2. Nutharmonischen gewählt

$$\mu = |bZ_2 + p|.$$

Der Einfluss bei $b_{\max} = 0$ ist sehr hoch. Darüber ist der Einfluss schon kleiner als 5%. Ab dem Wert > 10 sinkt der Einfluss der berücksichtigten Ordnungszahlen rapide und ist vernachlässigbar. Eine Bewertung der Auswahl von größeren b_{\max} -Werten hat noch zu erfolgen.

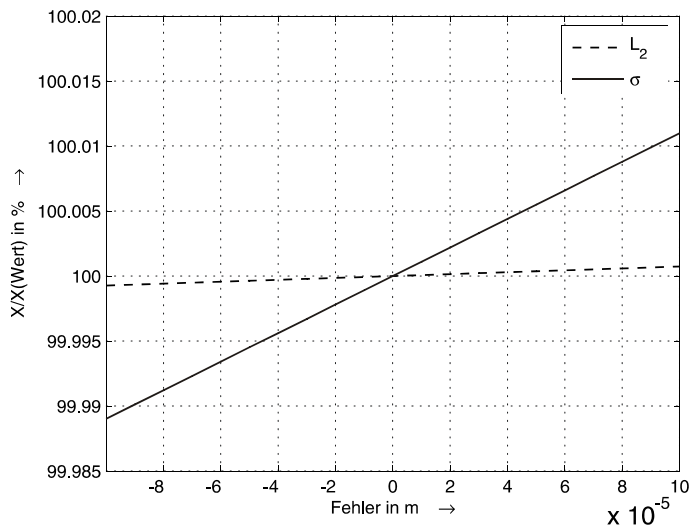


Stablänge im Eisen $l_{St,Fe}$:

| | |
|---------------|--------------|
| Wert: | 0.179 m |
| Toleranzband: | ± 0.1 mm |

Bemerkung:

Der Einfluss ist relativ gering, da die Fehlertoleranz im Verhältnis sehr klein ist. Da der Einfluss sich bei den Induktivitätswerten auf L_2 beschränkt, ist der Einfluss auf die totale Streuziffer etwas höher, aber immer noch vernachlässigbar.

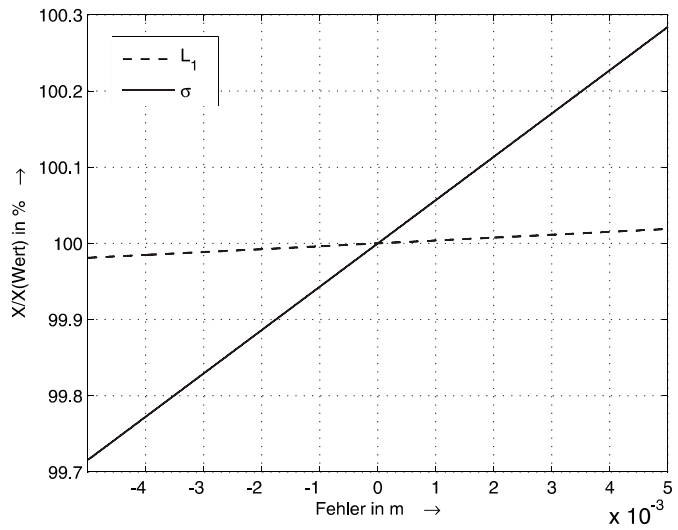


Mittlere Stirnkopflänge einer Stirnkopfseite einer Spule l_s :

| | |
|---------------|--------------------|
| Wert: | 0.09 m |
| Toleranzband: | $\pm 5 \text{ mm}$ |

Bemerkung:

Das Toleranzband wurde sehr hoch angesetzt, da die Messung der Stirnkopflänge problematisch ist. Trotzdem ist der Einfluss gering. Da der Einfluss sich bei den Induktivitätswerten auf L_1 beschränkt, ist der Einfluss auf die totale Streuziffer etwas höher.

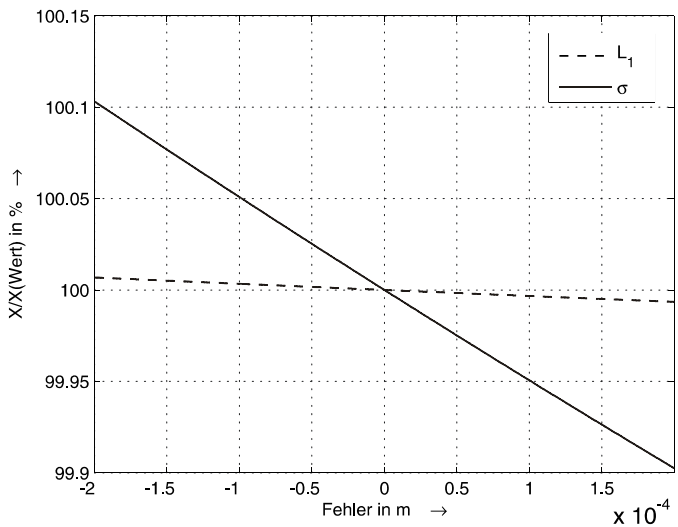


Ersatzradius einer Spule im Stirnkopf r_0 :

| | |
|---------------|----------------------|
| Wert: | 0.00395 m |
| Toleranzband: | $\pm 0.2 \text{ mm}$ |

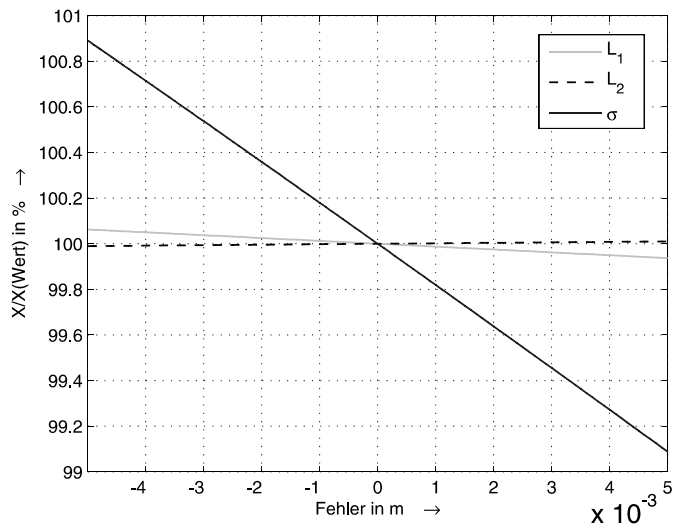
Bemerkung:

Der Einfluss ist sehr gering und vernachlässigbar. Da der Einfluss sich bei den Induktivitätswerten auf L_1 beschränkt, ist der Einfluss auf die totale Streuziffer etwas höher.



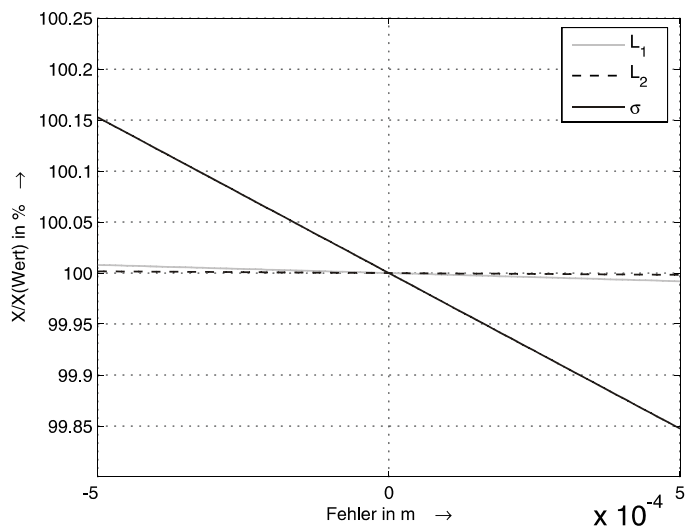
Abstand des Spulenkopfzentrums vom Bleckpaket h_{1SR} :

| | |
|--|--------------------|
| Wert: | 0.06 m |
| Toleranzband: | $\pm 5 \text{ mm}$ |
| <i>Bemerkung:</i> | |
| Das Toleranzband wurde zunächst sehr hoch angesetzt. Da der Einfluss sich bei den Induktivitätswerten nur auf L_1 beschränkt, ist der Einfluss auf die totale Streuziffer etwas höher. Das Toleranzband sollte gesenkt werden. | |



Abstand des Kurzschlussringzentrums vom Bleckpaket h_{2SR} :

| | |
|---|----------------------|
| Wert: | 0.023 m |
| Toleranzband: | $\pm 0.5 \text{ mm}$ |
| <i>Bemerkung:</i> | |
| Da der Einfluss sich bei den Induktivitätswerten nur auf L_2 beschränkt, ist der Einfluss auf die totale Streuziffer etwas höher. Trotzdem ist der Einfluss vernachlässigbar. | |



Mittlerer Abstand des Spulenkopfes einer Spule vom Kurzschlussring d:

| | | |
|---|--------------------|--|
| Wert: | 0.01813 m | |
| Toleranzband: | $\pm 1 \text{ mm}$ | |
| Bemerkung: Der Einfluss ist vernachlässigbar. | | |

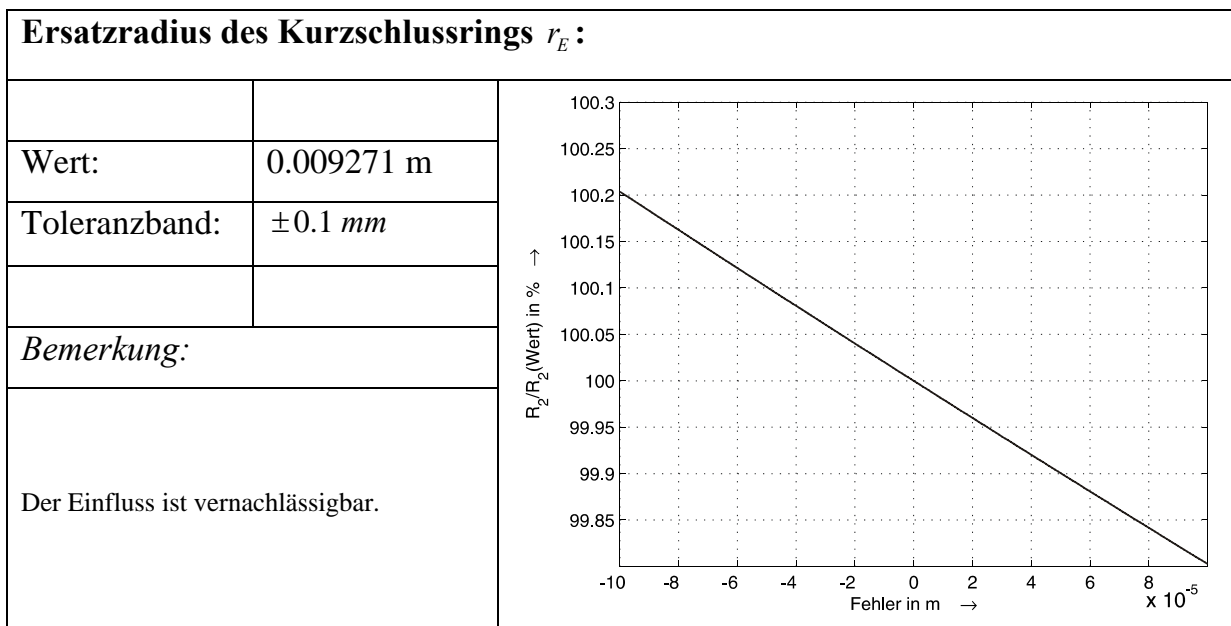
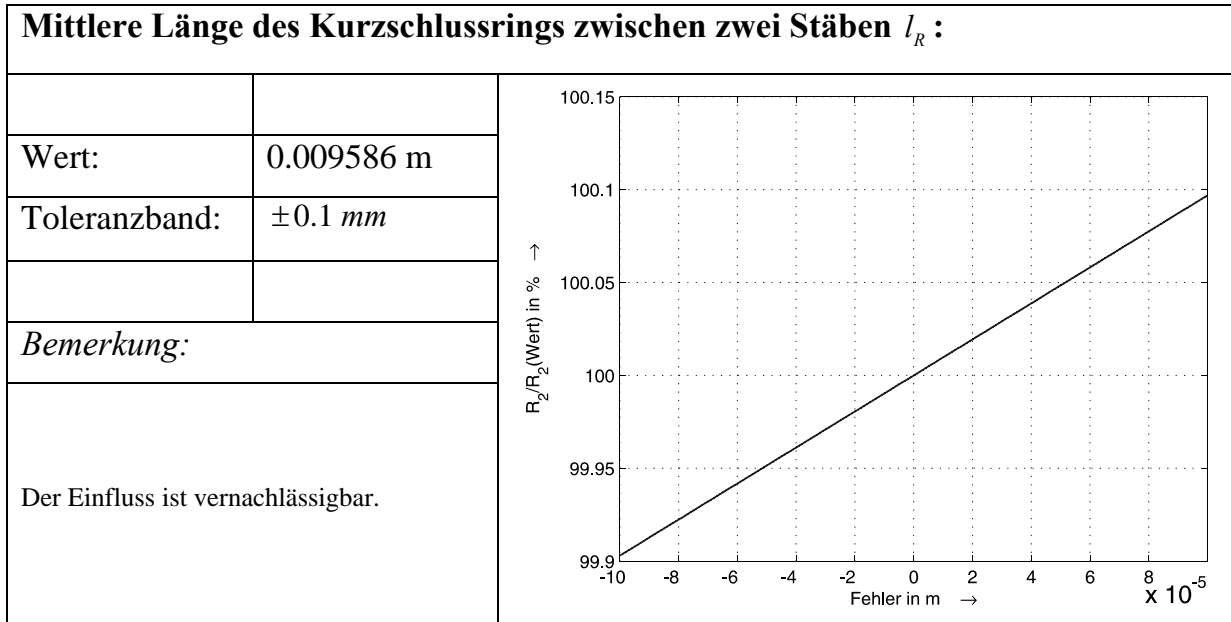
Ersatzradius des Kurzschlussrings r_E :

| | | |
|---|----------------------|--|
| Wert: | 0.009271 m | |
| Toleranzband: | $\pm 0.1 \text{ mm}$ | |
| Bemerkung: Der Einfluss ist vernachlässigbar. | | |

Mittlere Länge des Kurzschlussrings zwischen zwei Stäben l_R :

| | | |
|---|----------------------|--|
| Wert: | 0.009586 m | |
| Toleranzband: | $\pm 0.1 \text{ mm}$ | |
| Bemerkung: Der Einfluss ist vernachlässigbar. | | |

Neben den Induktivitäten und der totalen Streuziffer wird auch der Rotorwiderstand R_2 aus Geometrie- und Werkstoffdaten berechnet. Deren Einfluss soll nun untersucht werden.

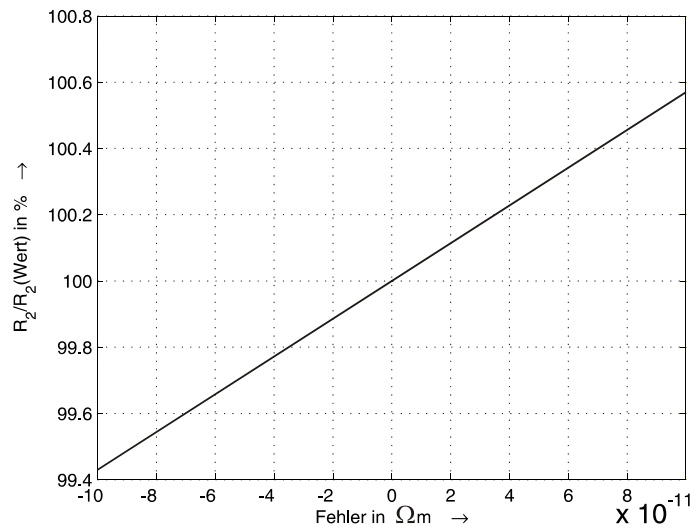


spezifischer Widerstand Käfig $\rho_{K,20}$:

| | |
|---------------|--------------------------|
| Wert: | 1.7544e-008 Ωm |
| Toleranzband: | $\pm 0.01e-008 \Omega m$ |

Bemerkung:

Der Einfluss ist vernachlässigbar.

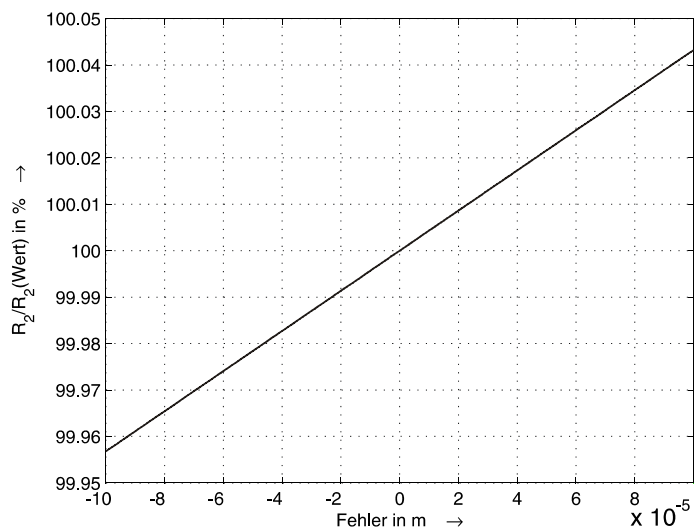


Stablänge l_{St} :

| | |
|---------------|----------------------|
| Wert: | 0.21 m |
| Toleranzband: | $\pm 0.1 \text{ mm}$ |

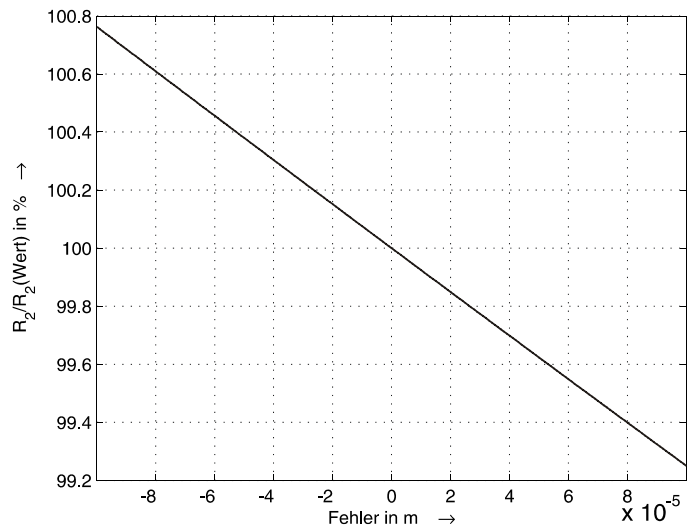
Bemerkung:

Der Einfluss ist vernachlässigbar.

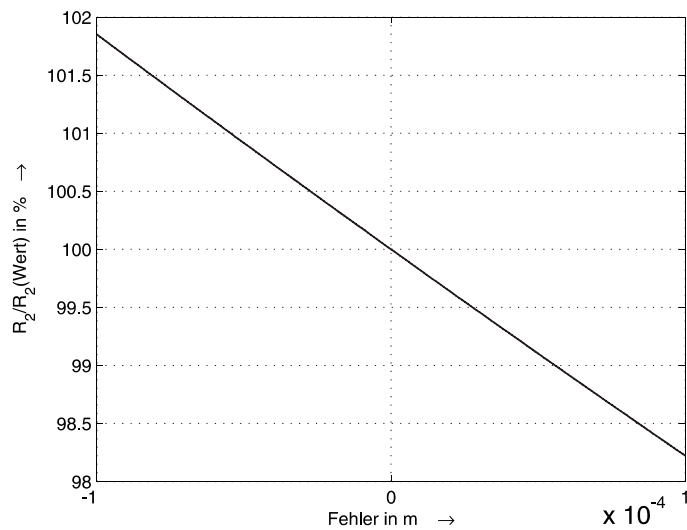


Stabhöhe h_{St} :

| | |
|------------------------------------|--------------|
| | |
| Wert: | 0.012 m |
| Toleranzband: | ± 0.1 mm |
| | |
| <i>Bemerkung:</i> | |
| Der Einfluss ist vernachlässigbar. | |

**Stabbreite b_{St} :**

| | |
|--|--------------|
| | |
| Wert: | 0.005 m |
| Toleranzband: | ± 0.1 mm |
| | |
| <i>Bemerkung:</i> | |
| Der Einfluss ist etwas höher. Da der Rotormaschenwiderstand jedoch einen geringen Einfluss auf das Simulationsergebnis hat, ist diese Abweichung vernachlässigbar. | |



11.5 Quelltext der Umsetzung des Grundmodells in C++

```

#define PI 3.14159265358979
#define SQRT3 1.73205080756888

/* Definition der lokalen Variablen Induktivität */
double betrag_i1,betrag_im,T_1,L1,sigma,re_im,im_im;
/* Definition der lokalen Variablen Eigenwerte */
double p_r,p_i,q_r,q_i,re_lam1,im_lam1,re_lam2,im_lam2,ot2;

/* Definition der lokalen Variablen Eigenvektoren */
double re_b1,im_b1,re_b2,im_b2,h1,h2,ind,wurzel0,wurzel1,wurzel2;

/* Definition der lokalen Variablen Intervalllängen */
double phi60,del_0,del_1,del_2;
int Sektor,y,x;

/* Definition der lokalen Variablen Stromberechnung */
double re_i1,im_i1,re_im2,im_im2,t[7],pot1,pot2;
double re_u1[7],im_u1[7];
double h2R,h2i,h3R,h3i,h4R,h4i,h5R,h5i,h6R,h6i;
double re_a1,im_a1,re_a2,im_a2,sinim1,sinim2,cosim1,cosim2;

/* Definition der lokalen Variablen Drehzahlberechnung */
double sum_m,m,m_L;
/* Berechnung der Stromanteile */
re_i1 = i_1[0].re;
im_i1 = i_1[0].im;
re_im2 = i_m2[0].re;
im_im2 = i_m2[0].im;
sigma = 1-(pow(M[0],2.0)/L_1 delta[10]/L_2[0]);
if (sigma < 0.001) sigma = 0.01;
re_im = M[0]/L_1[0]*re_im2+sigma*re_i1;
im_im = M[0]/L_1[0]*im_im2+sigma*im_i1;

/* Berechnung der Eigenwerte */
ot2 = pow(omega[0]*T_2[0],2.0);
p_r = -1.0*(T_1+T_2[0])/2.0/sigma/T_1/T_2[0];
p_i = omega[0]/2.0;
q_r = (pow(-2*p_r,2.0)-pow(2*p_i,2.0)-4.0/sigma/T_1/T_2[0])/4.0;
q_i = p_i*(T_2[0]-T_1)/sigma/T_1/T_2[0];
ind = pow(-1.0,(q_i<0));
wurzel0 = sqrt(pow(q_r,2.0)+pow(q_i,2.0));
wurzel1 = sqrt((q_r+wurzel0)/2.0);
wurzel2 = sqrt((-q_r+wurzel0)/2.0);
re_lam1 = p_r+wurzel1;
im_lam1 = p_i+ind*wurzel2;
re_lam2 = p_r-wurzel1;
im_lam2 = p_i-ind*wurzel2;

/* Berechnung der Komponenten der Eigenvektoren b1,b2 */
h1 = pow(1.0+re_lam1*T_2[0],2.0)+pow(im_lam1*T_2[0]-omega[0]*T_2[0],2.0);
re_b1 = M[0]/L_2[0]*(1.0+re_lam1*T_2[0])/h1;
im_b1 = M[0]/L_2[0]*(T_2[0]*(omega[0]-im_lam1))/h1;
h2 = pow(1.0+re_lam2*T_2[0],2.0)+pow(im_lam2*T_2[0]-omega[0]*T_2[0],2.0);
re_b2 = M[0]/L_2[0]*(1.0+re_lam2*T_2[0])/h2;
im_b2 = M[0]/L_2[0]*(T_2[0]*(omega[0]-im_lam2))/h2;

/* Berechnung der Intervalllängen */
phi60 = phi[0] + 2.0*PI*(phi[0]<0);

```

```

Sektor = ceil(phi60/(PI/3.0))+(phi60==0);
phi60 = phi60-(Sektor-1)*PI/3.0;
del_1 = T_PWM[0] * u_1[0]/uzk[0]*SQRT3/2.0*sin(PI/3.0-phi60);
del_2 = T_PWM[0] * u_1[0]/uzk[0]*SQRT3/2.0*sin(phi60);
del_0 = (T_PWM[0]-2.0*del_1-2.0*del_2)/2.0;
t[0] = del_0/2;
t[3] = del_0;
t[6] = t[0];
if ((Sektor%2)>0)
{
    t[1] = del_1;
    t[2] = del_2;
}
else
{
    t[1] = del_2;
    t[2] = del_1;
}
t[4] = t[2];
t[5] = t[1];

/* Berechnung der Spannungsanteile */
re_u1[0] = 0;
re_u1[1] = (-0.5+((Sektor==1)+(Sektor==6))*1.5)*2.0/3.0*uzk[0];
re_u1[2] = (0.5-((Sektor==3)+(Sektor==4))*1.5)*2.0/3.0*uzk[0];
re_u1[3] = 0;
re_u1[4] = re_u1[2];
re_u1[5] = re_u1[1];
re_u1[6] = 0;
im_u1[0] = 0;
im_u1[1] = (((Sektor>1)-2.0*(Sektor>3)+(Sektor==6))*SQRT3/2.0)*2.0/3.0*uzk[0];
im_u1[2] = (((Sektor<3)-(Sektor>4))*SQRT3/2.0)*2.0/3.0*uzk[0];
im_u1[3] = 0;
im_u1[4] = im_u1[2];
im_u1[5] = im_u1[1];
im_u1[6] = 0;

/* Berechnung der konstanten Abkürzungen */
h2R = M[0]/L_2[0]*1.0/(1.0+ot2)-re_b2;
h2i = M[0]/L_2[0]*omega[0]*T_2[0]/(1.0+ot2)-im_b2;
ind = pow(re_b1-re_b2,2.0)+pow(im_b1-im_b2,2.0);
h6R = (re_b1-re_b2)/(ind);
h6i = -(im_b1-im_b2)/(ind);
sum_m = 0;
for(x = 1; x <= (T_Strom[0]/T_PWM[0]); x++)
{
    for (y = 0; y <= 6; y++)
    {
        m = 3*M[0]*(im_i1*re_im2-re_i1*im_im2);
        if (t[y] != 0)
        {
            h3R = (re_u1[y]*h2R-im_u1[y]*h2i)/R_1[0];
            h3i = (re_u1[y]*h2i+im_u1[y]*h2R)/R_1[0];
            h4R = (re_i1*re_b2-im_i1*im_b2);
            h4i = (re_i1*im_b2+im_i1*re_b2);
            h5R = re_im2-h3R-h4R;
            h5i = im_im2-h3i-h4i;
            re_a1 = (h5R*h6R-h5i*h6i);
            im_a1 = (h5R*h6i+h5i*h6R);
            re_a2 = re_i1-re_u1[y]/R_1[0]-re_a1;
            im_a2 = im_i1-im_u1[y]/R_1[0]-im_a1;
            pot1 =exp(re_lam1*t[y]);

```

```

pot2 = exp(re_lam2*t[y]);
cosim1 = cos(im_lam1*t[y]);
cosim2 = cos(im_lam2*t[y]);
sinim1 = sin(im_lam1*t[y]);
sinim2 = sin(im_lam2*t[y]);
re_i1 = re_u1[y]/R_1[0]+pot1*(re_a1*cosim1-im_a1*sinim1)
      +pot2*(re_a2*cosim2-im_a2*sinim2);
im_i1 = im_u1[y]/R_1[0]+pot1*(im_a1*cosim1+re_a1*sinim1)
      +pot2*(im_a2*cosim2+re_a2*sinim2);
re_im2 = M[0]/L_2[0]/R_1[0]/(1.0+ot2)*(re_u1[y]-im_u1[y]*omega[0]*T_2[0])
      +pot1*((re_a1*re_b1-im_a1*im_b1)*cosim1-(re_a1*im_b1+im_a1*re_b1)*sinim1)
      +pot2*((re_a2*re_b2-im_a2*im_b2)*cosim2-(re_a2*im_b2+im_a2*re_b2)*sinim2);
im_im2 = M[0]/L_2[0]/R_1[0]/(1.0+ot2)*(re_u1[y]*omega[0]*T_2[0]+im_u1[y])
      +pot1*((re_a1*im_b1+im_a1*re_b1)*cosim1+(re_a1*re_b1-im_a1*im_b1)*sinim1)
      +pot2*((re_a2*im_b2+im_a2*re_b2)*cosim2+(re_a2*re_b2-im_a2*im_b2)*sinim2);
}
sum_m = sum_m + (3*M[0]*(im_i1*re_im2-re_i1*im_im2)+m)*t[y]/2.0;
}
}
if (omega[0] > 0) m_L = (0.0000000047057*pow(omega[0],3.0)-0.0000055316*
      pow(omega[0],2.0)+0.0024537*omega[0]+0.71099)*T_Strom[0]*2;
if (omega[0] < 0) m_L = (0.0000000047057*pow(omega[0],3.0)+0.0000055316*
      pow(omega[0],2.0)+0.0024537*omega[0]-0.71099)*T_Strom[0]*2;
if (omega[0] == 0)
{
m_L = (0.0000000047057*pow(omega[0],3.0)-0.0000055316*
      pow(omega[0],2.0)+0.0024537*omega[0]+0.71099)*T_Strom[0]*2;
if (fabs(m_L) >= fabs(sum_m)) omega_out[0] = omega[0];
else omega_out[0] = 2.0*(sum_m-m_L)/0.092 + omega[0];
}
else
{
m_L = (0.0000000047057*pow(omega[0],3.0)-0.0000055316*
      pow(omega[0],2.0)+0.0024537*omega[0]+0.71099)*T_Strom[0]*2;
omega_out[0] = 2.0*(sum_m-m_L)/0.095 + omega[0]; /*0.092*/
}
i_1_out[0].re = re_i1;
i_1_out[0].im = im_i1;
i_m2_out[0].re = re_im2;
i_m2_out[0].im = im_im2;
L1_out[0] = L1;
i_m_out[0].re = re_im;
i_m_out[0].im = im_im;

```

11.6 Quelltext der Umsetzung des Stromverdrängungsmodells für Rechteckstäbe in C++

11.6.1 Konditionierung der Matrix

Vgl. Code in [24].

```
int n,m,k,j,i,last;
double s,r,g,f,c,sqrdx;

n = dim-1;

for (i=0;i<=n;i++)
{
  for (j=0;j<=n;j++)
  {
    m = (n+1.5)*2*(n+1)+j;
    k = 2*(n+1)*(n+1)+j;
    CR[j+i*2*(n+1)] = CR[m+i*2*(n+1)] = IMAG[j+i*(n+1)].re;
    CR[k+i*2*(n+1)] = -(CR[j+n+1+i*2*(n+1)] = IMAG[j+i*(n+1)].im);
  }
}
n = 2*n+1;
sqrdx = RADIX*RADIX;
last=0;
while (last == 0)
{
  last = 1;
  for (i=0;i<=n;i++)
  {
    r=c=0.0;
    for (j=1;j<=n;j++)
    {
      if (j != i)
      {
        c += fabs(CR[j+i*(n+1)]);
        r += fabs(CR[i+j*(n+1)]);
      }
    }
  }
  if (c && r)
  {
    g = r/RADIX;
    f = 1.0;
    s = c+r;
    while (c<g)
    {
      f *= RADIX;
      c *= sqrdx;
    }
    g = r*RADIX;
    while (c>g)
    {
      f /= RADIX;

```

```

        c /= sqr dx;
    }
    if ((c+r)/f < 0.95*s)
    {
        last = 0;
        g = 1.0/f;
        for (j=0;j<=n;j++) CR[i+j*(n+1)] *= g;
        for (j=0;j<=n;j++) CR[j+i*(n+1)] *= f;
    }
}
}
}

```

11.6.2 Umwandlung der Matrix C in eine Hessenberg - Matrix

Vgl. Code in [24].

```

int n,m,j,i;
double y,x;

n = dim*2-1;
for (i=0;i<=n;i++)
{
    for (j=0;j<=n;j++)
    {
        CH[i+j*(n+1)] = CR[i+j*(n+1)];
    }
}
for (m=1;m<n;m++)
{
    x = 0.0;
    i = m;
    for (j=m;j<=n;j++)
    {
        if (fabs(CH[j+(m-1)*(n+1)]) > fabs(x))
        {
            x = CH[j+(m-1)*(n+1)];
            i = j;
        }
    }
    if (i != m)
    {
        for (j=m-1;j<=n;j++)
        {
            SWAP(CH[i+j*(n+1)],CH[m+j*(n+1)]);
        }
        for (j=0;j<=n;j++)
        {
            SWAP(CH[j+i*(n+1)],CH[j+m*(n+1)]);
        }
    }
}
if (x)
{
    for (i=m+1;i<=n;i++)
    {
        if ((y=CH[i+(m-1)*(n+1)]) != 0.0)

```

```

        {
        y /= x;
        CH[i+(m-1)*(n+1)] = y;
        for (j=m;j<=n;j++)
            CH[i+j*(n+1)] -= y * CH[m+j*(n+1)];
        for (j=0;j<=n;j++)
            CH[j+m*(n+1)] += y * CH[j+i*(n+1)];
        }
    }
}
for (i=2;i<=n;i++)
{
    for (j=0;j<=n-2;j++)
    {
        if ((i-j)>1) CH[i+j*(n+1)] = 0.0;
    }
}

```

11.6.3 Das QR-Verfahren in C++

Vgl. Code in [24].

```

int nn,n,m,l,k,j,its,i,mmin;
double z,y,x,w,v,u,t,s,r,q,p,anorm;
double wr[24],wi[24];
double C[576];

n = dim*2-1;

for (i=0;i<=n;i++)
{
    for (j=0;j<=n;j++)
    {
        C[i+j*(n+1)] = CH[i+j*(n+1)];
    }
}

anorm = fabs(C[0]);
for (i=1;i<=n;i++)
{
    for (j=(i-1);j<=n;j++)
        anorm += fabs(C[i+j*(n+1)]);
}
nn = n;
t = 0.0;
while (nn >= 1)
{
    its = 0;
    do
    {
        for (l=nn;l>=1;l--)
        {
            s = fabs(C[l-1+(l-1)*(n+1)])+fabs(C[l+l*(n+1)]);

```

```

    if (s == 0.0) s = anorm;
    if ((double) (fabs(C[l+(l-1)*(n+1)])+s) == s) break;
}
x = C[nn+nn*(n+1)];
if (l == nn)
{
    wr[nn] = x + t;
    wi[nn-] = 0.0;
}
else
{
    y = C[nn-1+(nn-1)*(n+1)];
    w = C[nn+(nn-1)*(n+1)]*C[nn-1+nn*(n+1)];
    if (l == (nn-1))
    {
        p = 0.5*(y-x);
        q = p*p+w;
        z = sqrt(fabs(q));
        x += t;
        if (q >= 0.0)
        {
            z = p + SIGN(z,p);
            wr[nn-1]=wr[nn] = x+z;
            if (z) wr[nn] = x-w/z;
            wi[nn-1]=wi[nn] = 0.0;
        }
        else
        {
            wr[nn-1]=wr[nn]= x+p;
            wi[nn-1]= -(wi[nn]=z);
        }
        nn -= 2;
    }
    else
    {
        if (its == 30) return;
        if (its == 10 || its == 20)
        {
            t += x;
            for (i=0;i<=nn;i++) C[i+i*(n+1)] -= x;
            s = fabs(C[nn+(nn-1)*(n+1)]+fabs(C[nn-1+(nn-2)*(n+1)]);
            y = x = 0.75*s;
            w = -0.4375*s*s;
        }
        ++its;
        for (m=(nn-2);m>=l;m--)
        {
            z = C[m+m*(n+1)];
            r = x-z;
            s = y-z;
            p = (r*s-w)/C[m+1+m*(n+1)]+C[m+(m+1)*(n+1)];
            q = C[m+1+(m+1)*(n+1)]-z-r-s;
            r = C[m+2+(m+1)*(n+1)];
            s = fabs(p)+fabs(q)+fabs(r);
            p /= s;
            q /= s;
            r /= s;
            if (m == l) break;
            u = fabs(C[m+(m-1)*(n+1)]*(fabs(q)+fabs(r)));
            v = fabs(p)*(fabs(C[m-1+(m-1)*(n+1)]+fabs(z)+fabs(C[m+1+(m+1)*(n+1)]));
            if ((double) (u+v) == v) break;
        }
        for (i=m+2;i<=nn;i++)

```



```

{
C[i+(i-2)*(n+1)] = 0.0;
if (i != (m+2)) C[i+(i-3)*(n+1)] = 0.0;
}
for (k=m;k<=nn-1;k++)
{
if (k != m)
{
p = C[k+(k-1)*(n+1)];
q = C[k+1+(k-1)*(n+1)];
r = 0.0;
if (k != (nn-1)) r = C[k+2+(k-1)*(n+1)];
if ((x=fabs(p)+fabs(q)+fabs(r)) != 0.0)
{
p /= x;
q /= x;
r /= x;
}
}
if ((s=SIGN(sqrt(p*p+q*q+r*r),p)) != 0.0)
{
if (k == m)
{
if (l != m)
C[k+(k-1)*(n+1)] = -C[k+(k-1)*(n+1)];
}
else
C[k+(k-1)*(n+1)] = -s*x;
p += s;
x = p/s;
y = q/s;
z = r/s;
q /= p;
r /= p;
for (j=k;j<=nn;j++)
{
p = C[k+j*(n+1)]+q*C[k+1+j*(n+1)];
if (k != (nn-1))
{
p += r*C[k+2+j*(n+1)];
C[k+2+j*(n+1)] -= p*z;
}
C[k+1+j*(n+1)] -= p*y;
C[k+j*(n+1)] -= p*x;
}
mmin = nn<k+3 ? nn : k+3;
for (i=l;i<=mmin;i++)
{
p = x*C[i+k*(n+1)]+y*C[i+(k+1)*(n+1)];
if (k != nn-1)
{
p += z*C[i+(k+2)*(n+1)];
C[i+(k+2)*(n+1)] -= p*r;
}
C[i+(k+1)*(n+1)] -= p*q;
C[i+k*(n+1)] -= p;
}
}
}
}
}while (l < nn-1);
}

```

```

if (*Omega != 0.0)
{
for (nn=0;nn<=(n-1)/2;nn++)
{
m = 2*nn;
EW[nn].re = wr[m];
EW[nn].im = SIGN(wi[m],-*Omega);
}
}
else
{
for (nn=0;nn<=(n-1)/2;nn++)
{
EW[nn].re = wr[nn];
EW[nn].im = wi[nn];
}
}
}

```

12 Literaturverzeichnis

- [1] E. Bolte, Mathematische Modelle für den dynamischen Betrieb der Asynchronmaschine mit Käfigläufer, TB Nr. 13, Universität der Bundeswehr Hamburg, Hamburg, Mai 1999.
- [2] E. Bolte, Vorlesung „Elektrische Maschinen und Antriebe“ an der Helmut Schmidt Universität, Universität der Bundeswehr Hamburg, 2005.
- [3] E. Bolte, Technischer Bericht GL 3.1.6 „Magnetfelder in elektrischen Maschinen“ an der Helmut Schmidt Universität, Universität der Bundeswehr Hamburg, 2005.
- [4] Rudolf Richter, Elektrische Maschinen I, 3. Auflage, Verlag Birkhäuser, Stuttgart, 1967.
- [5] Nguyen Phung Quang, Jörg-Andreas Dittrich, Praxis der feldorientierten Drehstromantriebsregelungen, 2. Auflage, expert-Verlag, 1999, S 157 ff.
- [6] Rudolf Richter, Elektrische Maschinen IV. Die Induktionsmaschinen, 2. Auflage, Verlag Birkhäuser 1954, S. 218 ff.
- [7] J. Langheim, Modelling of Rotorbars with Skin Effect for Dynamic Simulation of Induction Machines, Industry Applications Society Annual Meeting 1989, Conference Record of the 1989 IEEE, 1-5 Oct. 1989, Page(s):38 - 44 vol.1.
- [8] S. Seman, J. Saitz, A. Arkkio, Dynamic Model of Cage Induction Motor Considering Saturation and Skin Effect, Sixth International Conference on Electrical Machines and Systems 2003, Volume 2, 9-11 Nov. 2003 Page(s):710 - 713 vol.2.
- [9] A. Boglietti, A. Cavagnino, M. Lazzari, A Recursive Algorithm to Resolve the Skin Effect in Rotorbars of Squirrel Cage Induction Motors, , International Conference on Electrical Machines (ICEM 2004), 5-8 September 2004, Krakau, Polen.
- [10] E. Bolte, Transiente 2D-Stromverdrängung in eingebetteten Rundstäben, TB Nr. 21, Universität der Bundeswehr Hamburg, Hamburg, Februar 2001.
- [11] E. Bolte, Die einseitige Stromverdrängung in Rechteckstäben, TB Nr. 14, Universität der Bundeswehr Hamburg, Hamburg, August 1999.

- [12] S. Fiebig, Semi-analytische Behandlung der Asynchronmaschine mit Käfigläufer. Simulation dynamischer Betriebszustände bei Speisung mit spannungseinprägendem Pulswechselrichter, Diplomarbeit Universität der Bundeswehr Hamburg, 1999, S. 33-37.
- [13] Bronstein, Semendjajew, Taschenbuch der Mathematik, 25. Auflage, Teubner Leipzig, 1991, S. 433.
- [14] R. Oesinghaus, H. Eckardt, Berechnung des quasistationären Betriebs einer zweisträngigen Asynchronmaschine bei Speisung mit einem Transistor-Pulswechselrichter, etzArchiv Bd. 5, Seite 399-402, 1983.
- [15] M. Michel, Leistungselektronik – Eine Einführung, 2.Auflage, Springer-Verlag, Berlin, 1996, S. 195-200
- [16] W. Leonhard, Regelung elektrischer Antriebe, 2. Auflage, Springer Berlin, 2000, Kapitel 12.
- [17] Zurmühl, Rudolf, Matrizen und ihre technischen Anwendungen, 4. neubearbeitete Auflage, Springer Berlin, 1964, S. 167 f.
- [18] Minami, Iijima, Mitsui, Yoshida, Sone, High Speed Calculation of Eigenvalue by Digital Signal Processor, IEEE Proceedings of the 35th Midwest Symposium on Circuits and Systems, 1992, P. 1136-1139 Vol. 2.
- [19] H.J. Dirschmid, Mathematische Grundlagen der Elektrotechnik, , 2. Auflage, Vieweg Braunschweig, 1987, S: 366.
- [20] Nürnberg, Hanitsch, Die Prüfung elektrischer Maschinen, 7. Auflage, Springer Berlin, 2001, S. 84-91.
- [21] E. Bolte, Berechnung von Ausgleichsvorgängen beim Asynchronmotor mit Hochstabläufer unter Berücksichtigung der Stromverdrängung. Archiv für Elektrotechnik , Bd. 63 (1981), 233-245.
- [22] Jacob, H. O. Seinsch, Einfluss magnetischer Nutverschlusskeile auf den magnetisch wirksamen Luftspalt und die Nutstreuung, Electrical Engineering 83, Springer 2001, S. 103-113.
- [23] F. Taegen, J. Kolbe, Carter-Faktor und Leitwertswellen elektrischer Maschinen mit magnetischem Nutverschluss, Electrical Engineering 78, Springer 1995, S. 315-320.

- [24] Press, Teukolsky, Vetterling, Flannery, Numerical Recipes in C, University Press Cambridge, 1994, P. 482 ff.
- [25] W. Gellert, Kleine Enzyklopädie Mathematik, VEB Verlag Leipzig, 1977, S. 663.
- [26] E. Bolte, Unveröffentlichte Notizen, u.a. Messungen im Philips - Forschungslabor Aachen, 1989.

Lebenslauf

Personalien: Stephan Fiebig
Geboren: am 30.06.1974 in Kirchhellen (Kreis Bottrop)
Eltern: Hagen Helmut Fiebig
Annegret Fiebig, geb. Juznik
Familienstand: verheiratet mit Gabie Fiebig, geb. Vollstedt
zwei Kinder

Schulbildung: 1980 - 1984 Grundschule Müssen
1984 - 1993 Gymnasium Lage (Kreis Lippe),
Abschluss: Allg. Hochschulreife

Berufliche Tätigkeit: seit 1993 Soldat
2001-2005 Wissenschaftlicher Mitarbeiter an der
Professur Elektrische Maschinen und
Antriebe der Helmut Schmidt Universität
- Universität der Bundeswehr Hamburg

Hochschulausbildung 1996 - 1999 Studium der Elektrotechnik an der
Universität der Bundeswehr in Hamburg
Abschluss: Dipl.-Ing.