Untersuchung von hybriden Filtersystemen - Reduktion von Oberschwingungen in Spezialanwendungen der Leistungselektronik

Von der Fakultät für Elektrotechnik
der Helmut-Schmidt-Universität
Universität der Bundeswehr Hamburg
zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktor-Ingenieurs
genehmigte

Dissertation
vorgelegt von

Jörn Bergmann
geboren am 19.08.1980
in Lahr, Schwarzwald

Hamburg 2016

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **1**

2 Möglichkeiten zur Reduktion von Oberschwingungen in leistungselektronischen Systemen **3**

2.1 Steuerverfahren zur Erzeugung von Wechselspannungen 6
2.1.1 Grundfrequenzsteuerung 6
2.1.2 Trägerverfahren 10
2.2 Passive und aktive Filterung 15
2.3 Multilevel-Umrichter zur Erzeugung von hochfrequenten Wechselspannungen 21
2.3.1 Design eines 15-Level-Umrichters 26
2.4 Zusammenfassung der bisherigen Erkenntnisse . . 31
2.5 Operationsprinzip des Kompensationsverstärkers 33

3 Analoge Realisierung des Kompensationsverstärkers **37**

3.1 Auslegung eines aktiven Bandpasses mit Mehrfachkopplung 39
3.2 Auslegung des aktiven Allpassfilters 43
3.3 Simulation des analogen Kompensationsverstärkers 44
3.4 Betrieb und Messungen des analogen Kompensationsverstärkers 50
3.5 Ergebnisdiskussion 54

4 Digitale Realisierung des Kompensationsverstärkers **55**

4.1 Grundlagen digitaler Filter 56
4.1.1 IIR-Filtersynthese 60
4.1.2 FIR-Filtersynthese 63
4.1.2.1 Fenstermethode 64
4.1.2.2 Frequenz-Abtast-Methode 66
4.1.3 Vergleich der Filtersysteme 68

4.2 Simulation des gesteuerten Kompensationsverstärkers 70
4.3 Aufbau des Kompensationsverstärkers 80
4.3.1 Auskoppelnetzwerk 85
4.3.2 Einkoppelnetzwerk 91
4.4 Messung des gesteuerten Kompensationsvertärkers 93

5 Entwurf eines geregelten adaptiven Kompensationsverstärkers 101
5.1 Grundlagen adaptiver Filter 102
5.1.1 LMS-Algorithmus 106
5.1.2 FxLMS-Algorithmus 114
5.2 Simulation des adaptiven Systems mit FxLMS . 116
5.3 Messtechnische Validierung des Kompensationsverstärkers mit adaptivem Filter 124
5.3.1 Systemidentifikation 126
5.3.2 Messung mit Prefilter erster Ordnung . . 127
5.3.3 Messung mit Prefilter dritter Ordnung . . 135
5.3.4 Ergebnisdiskussion 140

6 Zusammenfassung 143

Literatur 149

Anhang 157

A Schaltplan eines 15-Level-Umrichters 157

B Bauteilwerte 158

C Beispiel zur analytischen Auslegung des FIR-Filters 159

D Schaltplan des MMC-Umrichters nach Marquardt 161

Abbildungsverzeichnis

2.1 System zur Erzeugung einer variablen Wechselspannung aus dem Versorgungsnetz 3
2.2 Beispielhaftes Spektrum eines Mischsignals . . . 5
2.3 H-Brücken-Wechselrichter 6
2.4 Ausgangssignal des Wechselrichters bei Blocktaktung 7
2.5 Drei-Level-Ausgangssignal eines H-Brücken-Wechselrichters in Abhängigkeit des Einschaltwinkels α aus [29] 9
2.6 Verlauf des Klirrfaktors $k_{3\text{Level}}$ in Abhängigkeit des Einschaltwinkels α aus [29] 10
2.7 Erzeugung eines PWM-Signals durch Sinus-Dreieckvergleich 11
2.8 Allgemeines Spannungsspektrum bei Trägerverfahren aus [29] 12
2.9 Toleranzbanddarstellung für Filter aus U. Zölzer [78] 16
2.10 Tiefpass N-ter Ordnung 17
2.11 Übertragungsfunktionen von Butterworth-Tiefpässen erster bis dritter Ordnung 17
2.12 Prinzipschaltbild einer aktiven Filterung von Stromharmonischen im Netz aus [6] 19
2.13 Hybrides Filter, bestehend aus passiven Saugkreisen und aktivem Filter mit einprägender Spannung aus [6] 20
2.14 Ausgangssignale eines N-Level-Wechselrichters 22
2.15 Prinzipschaltbild eines Flying-Capacitor-Umrichters und einer kaskadierten H-Brücke 23
2.16 Allgemeine Zellenstruktur von Multilevel-Umrichtern 24

2.17 MMC-Umrichter nach Marquardt 25
2.18 Schaltplan des 15-Level-Umrichters 26
2.19 Steuerverfahren des 15-Level-Umrichters 27
2.20 Exemplarische Schalterbelastung der verschiedenen Umrichter 28
(a) Spannungs- und Stromverlauf von Schalter S_1 28
(b) Spannungs- und Stromverlauf von Schalter S_9 28
2.21 Versuchsaufbau des 15-Level-Umrichters 29
2.22 Gemessene Spannungen und Ausgangsstrom des 15-Level-Umrichters für eine ohmsche Last 30
(a) Ausgangsspannungen der einzelnen Wechselrichter sowie deren Resultierende 30
(b) Ausgangsstrom und Ausgangsspannung des 15-Level-Umrichters 30
2.23 Spektren der Ausgangssignale von Multilevel-Umrichtern mit variabler Stufenanzahl 30
2.24 Operationsprinzip des Kompensationsverstärkers 33
2.25 Vergleich Prefilterordnungen 35

3.1 Aufbau eines aktiven All- und Bandpasses für drei Stufen 38
3.2 Aufbau eines aktiven Bandpasses 4-ter Ordnung mit Mehrfachkopplung 40
3.3 Simuliertes aktives Bandpassfilter 4-ter Ordnung mit der Resonanzfrequenz $f_{\mathrm{Gr}} = 75\,\mathrm{kHz}$ 42
3.4 Allpass 1-ter Ordnung 43
3.5 Übertragungsfunktion des Prefilters für die Simulation des aktiven Kompensationsverstärkers, $f_{\mathrm{Gr}} = 25\,\mathrm{kHz}$ 44
3.6 Simulierte Übertragungsfunktion des Auskoppelnetzwerkes 46
3.7 Auskoppelnetzwerk des analogen Kompensationsverstärkers zweiter Ordnung 46
3.8 Simulierte Übertragungsfunktion des analogen Kompensationsverstärkers mit Variation der Prefilterordnung 47

3.9 Simulierte Übertragungsfunktion des analogen Kompensationsverstärkers mit optimiertem Phasenabgleich 48
3.10 Auswirkung von Bauteilvariationen ($C = \pm 5\%$) auf die Übertragungsfunktion des analogen Filters 49
3.11 Steckaufbau des analogen Kompensationsverstärkers 50
(a) Platine mit aktivem Filter 50
(b) Beispielhafter Aufbau der analogen Filter mit drei Frequenzstufen 50
3.12 Messaufbau analoger Kompensationsverstärker . 51
3.13 Gemessene Ein- und Ausgangsspannung des analogen Systems 52
3.14 Spektrum der Ein- und Ausgangsspannung mit und ohne analogem Kompensationsverstärker . . 52

4.1 Direktstruktur eines FIR-Filters 57
4.2 Direktstruktur eines IIR-Filters 58
4.3 Entwicklungsschema für IIR-Filter 60
4.4 Verzerrung der Frequenzachse aus [78] 62
4.5 Zeit- und Frequenzverlauf eines idealen Tiefpasses 65
(a) Fourier-Transformierte der Si-Funktion 65
(b) Si-Funktion normiert auf $\frac{\Omega_G}{\pi}$ 65
4.6 Schematischer Aufbau des digitalen Kompensationsverstärkers 70
4.7 Simulierter Kompensationsverstär- kerzweig . . . 72
4.8 Übertragungsfunktion des simulierten Prefilters erster Ordnung 72
4.9 Übertragungsfunktion des FIR-Filters mit der Normierungsfrequenz $f_\mathrm{a} = 1\,\mathrm{MHz}$, Achsenwert $= \frac{\Omega}{\pi} = \frac{2f}{f_\mathrm{a}}$ 74
4.10 Simulierter Zeit- und Frequenzverlauf der Eingangs- und Lastspannung des gesteuerten digitalen Kompensationsverstärkers; $f_\mathrm{a} = 1\,\mathrm{MHz}$ 75

(a) Simulierte Ein- und Ausgangsspannung . . . 75
(b) Simuliertes Spektrum . . . 75
4.11 Simuliertes Spektrum mit reduzierter Abtastrate $f_a = 500\,\text{kHz}$ . . . 76
4.12 Simulierter Strom- und Spannungsverlauf am Eingang des Rekonstruktionstiefpasses . . . 77
4.13 Simulierte Ein- und Ausgangsspannung des Rekonstruktionstiefpasses sowie aufzubringende Leistung . . . 77
(a) Spannungen am Rekonstruktionsfilters . . . 77
(b) Ausgangsleistung des D/A-Wandlers . . . 77
4.14 Simulierter Zeit- und Frequenzverlauf des Eingangssignals mit Schwebungseffekt . . . 78
(a) Simulierte Eingangsspannung . . . 78
(b) Simuliertes Spektrum . . . 78
4.15 Simuliertes Lastspektrum mit Eingangssignal mit Schwebungseffekt . . . 79
4.16 Aufbau des gesteuerten Systems . . . 80
4.17 Kompensationsverstärkerplatine mit FPGA-Modul 82
(a) Kompensationsverstärkerplatine mit FPGA-Modul . . . 82
(b) FPGA-Modul . . . 82
4.18 Digitales FIR-Filter in Direktstruktur mit nur einem Multiplizierer . . . 83
4.19 Übertragungsfunktion des FIR-Filters mit Quantisierung . . . 84
4.20 Schaltplan der 25 kHz Bandsperre . . . 85
4.21 Platine der 25 kHz Bandsperre mit Gehäuse . . . 86
4.22 Simulation und Messung der $25,252\,\text{kHz}$ Bandsperre . . . 87
(a) Simulierte Übertragungsfunktion . . . 87

(b) Gemessener Impedanzverlauf 87
4.23 Netzwerk zur Erzeugung des differenziellen Signals für den A/D-Wandler 88
4.24 Platine zur Erzeugung des differenziellen Signals für den A/D-Wandler 88
4.25 Erzeugung der differenziellen Eingangssignale für den A/D-Wandler 90
4.26 Einkoppelzweig, bestehend aus dem Rekonstruktionstiefpass, galvanischer Trennung, Verstärker und Bandsperre 91
4.27 Simuliertes Bodediagramm des Einkoppelzweiges nach Abbildung 4.26 92
4.28 Aufbau des skalierten Tischsystems 93
(a) Schematischer Aufbau des digitalen Kompensationsverstärkers 93
(b) Versuchsaufbau zur Validierung des digitalen Kompensationsverstärkers 93
4.29 Einfluss des Verstärkers auf das Quellensignal 94
4.30 Zeitverzögerung des Kompensationspfades 95
4.31 Spannungen mit dazugehörigen Spektren bei aktiviertem und deaktiviertem Kompensationsverstärker 96
(a) Gemessene Ein- und Ausgangsspannungen des Kompensationsverstärkers 96
(b) Gemessenes Spektrum der Lastspannung 96
4.32 Zeitverlauf und Frequenzspektrum des Kompensationssignals 97
(a) Kompensationssignal 97
(b) Spektrum des Kompensationssignals 97

4.33 Lastspannung und Laststrom 98

5.1 Schematischer Aufbau eines adaptiven FIR-Filters 103
5.2 Fehlerfunktion eines FIR-Filters mit zwei Koeffizienten 105
5.3 Aufbau eines FIR-Filters mit einer LMS-Adaption 109
5.4 Simulation zum Vergleich der unterschiedlichen Adaptionsalgorithmen 112
5.5 Ein- und Ausgangssignal der Vergleichssimulation 112
5.6 Simulation zum Vergleich von Restfehler und Konvergenzgeschwindigkeit der Adaptionsalgorithmen 113
5.7 Schematischer Aufbau des Kompensationsverstärkers mit adaptivem Filter 114
5.8 Einführung des Filtered-x Signales 115
5.9 Simulationsmodell des adaptiven Kompensationsverstärkers 116
5.10 Einschwingvorgang bei einer Schrittweite von $\mu = 2^{-10}$ 117
5.11 Simulink-Modell zur Ermittlung der Imulsantwort der sekundären Strecke 118
5.12 Simulationsergebnisse des adaptiven Kompensationsverstärkers 119
(a) Streckenidentifikation, e_{FIR} 119
(b) Lernkurve 119
(c) Spektrum 119
(d) Stationäre Signale 119
5.13 Variation der Abtastfrequenz bei konstanter Rekonstruktionstiefpassordnung $N_{TP} = 3$ 121
5.14 Variation der Ordnung des Rekonstruktionstiefpasses bei konstanter Abtastfrequenz $f_a = 2\,\mathrm{MHz}$ 121
5.15 Lernkurve mit Variation des Gewichtungsfaktors 122
(a) Lernkurve des FxLMS 122
(b) Variation des Gewichtungsfaktors 122
5.16 Simuliertes Lastspektrum @$f_{\mathrm{a}} = 2\mathrm{MHz}, N = 10$ $\mu = 2^{-8}, f_0 = 100\mathrm{kHz}$ 123

5.17 Schematischer Versuchsaufbau des adaptiven Systems 125
5.18 Schematische Darstellung des Mess-pfades für die Systemidentifikation. 126
5.19 Gemessene Streckenidentifikation durch einen Dirac-Impuls 127
5.20 Foto des Versuchsaufbaus 129
5.21 Zeitsignale bei 75 kHz-Anregung und Prefilter erster Ordnung-
oben mit deaktiviertem KV,
unten mit aktiviertem KV 130
5.22 Spektrum bei 75 kHz-Anregung und Prefilter erster Ordnung 131
5.23 Lastspannung $u_{\mathrm{Last}}(t)$ mit und ohne KV bei 75 kHz-Sinusanregung 132
5.24 Zeitsignale bei 25 kHz-Rechteckanregung mit Prefilter erster Ordnung-
oben mit deaktiviertem KV,
unten mit aktiviertem KV 134
5.25 Spektrum bei 25 kHz-Rechteckanregung mit Prefilter erster Ordnung 134
5.26 Versuchsaufbau mit Prefilter dritter Ordnung und frequenzselektiver Last 135
5.27 Zeitsignale bei 75 kHz-Anregung und Prefilter dritter Ordnung-
oben mit deaktiviertem KV,
unten mit aktiviertem KV 136
5.28 Spektrum bei 75 kHz-Anregung und Prefilter dritter Ordnung 137
5.29 Zeitsignale bei 25 kHz-Rechteckanregung und Prefilter dritter Ordnung - oben mit deaktiviertem KV, unten mit aktiviertem KV 138
5.30 Spektrum bei 25 kHz-Rechteckanregung und Prefilter dritter Ordnung 138
5.31 Zeitsignale bei 25 kHz-Sinusanregung und Prefilter dritter Ordnung - oben mit deaktiviertem KV, unten mit aktiviertem KV 139

5.32 Spektrum bei 25 kHz-Sinusanregung und Prefilter dritter Ordnung 139

6.1 Dämpfungsverlauf von Bandpässen verschiedener Ordnungen 146

A.1 Detaillierter Schaltplan des 15-Level-Wechselrichters 157

C.1 Übertragungsfunktion des Testfilters 160

D.1 Schaltplan des MMC-Umrichters nach Marquardt 161

1 Einleitung

In vielen leistungselektronischen Systemen spielt die spektrale Qualität von Spannungen und Strömen eine große Rolle. Nicht lineare Lasten beziehen teilweise fluktuierende bzw. stark oberschwingungsbelastete Ströme aus dem Energieversorgungsnetz. Als Beispiel können hier leistungselektronische Umrichter wie z.B. Wechselstromsteller oder netzgeführte Thyristorgleichrichter genannt werden. Die Oberschwingungen im Netzstrom verursachen einen Spannungsabfall an der Netzimpedanz, was zu Verzerrungen der Kurvenform der Netzspannung führt.
Um dem entgegenzuwirken, existieren Normen und Richtlinien wie z.B. die DIN EN 61000-3-2:2010-03. Diese schreibt für die Amplituden der Oberschwingungen im Netzstrom in Abhängigkeit von der Frequenz Grenzwerte vor. In vielen Applikationen werden daher Maßnahmen ergriffen, um die erzeugten Oberschwingungen zu minimieren. Dazu gehören Schaltungen, die den Leistungsfaktor λ verbessern oder passive bzw. aktive Filter.

Nicht nur im Versorgungsnetz, sondern auch in anderen Applikationen spielt die Spannungs- bzw. Stromqualität eine große Rolle. So erzeugen oberschwingsbehaftete Spannungen, die zur Steuerung von elektrischen Maschinen eingesetzt werden, zusätzliche Kupferverluste und minimieren den Wirkungsgrad. Nicht selten stören sie den sicheren Betrieb der Maschine [58]. Der Minimierung der Oberschwingungen dienen Filter oder moderne Multilevel-Wechselrichter mit PWM-Steuerung.
Bei den oben genannten Applikationen liegt meistens die Grundschwingung bei ca. 50 Hz und die Oberschwingungen liegen im Bereich $f \leq 1$ kHz. In Spezialapplikationen, wie sie in der Medizintechnik Anwendung finden, werden beispielsweise hohe Magnetfelder bei hohen Frequenzen ≥ 30 kHz im Rahmen der me-

dizinischen Bildgebung benötigt. B. Gleich und J. Weizenecker stellten 2005 ein neues bildgebendes Verfahren vor, mit dem es möglich ist, drei dimensionale Echtzeitbilder von magnetischen Partikeln zu visualisieren [22]. Bei diesem Verfahren wird eben diese Kombination aus hochfrequenten Magnetfeldern mit hoher Energie benötigt. Spektrale Unreinheiten, herrührend von oberschwingungsbehafteten Spulenströmen, verzerren das Bild und erschweren somit die örtliche Auflösung der zu begutachtenden Abbildung.

Durch die Kombination aus hoher Ausgangsfrequenz und Ausgangsleistung scheidet die Minimierung der Oberschwingungen mittels aktiver Filter aus, weil der getaktete Wechselrichter zu hohe Schaltverluste aufweisen würde. Passive Filter können aufgrund des Kupferaufwandes voluminös und teuer werden.

Diese Arbeit stellt ein hybrides Filterkonzept zur Reduzierung der Ordnung von passiven Filterstrukturen vor, wodurch sowohl das Volumen als auch die Kosten verringert werden können. Dazu werden in Kapitel 2 die verschiedenen Möglichkeiten, die zur Reduktion der Oberschwingen genutzt werden können, detaillierter erläutert und das Operationsprinzip des hybriden aktiven Kompensationsverstärkers erarbeitet. Im Gegensatz zu anderen aktiven Filtern erzeugt ein Kompensationsverstärker direkt aus dem Störspektrum ein Kompensationssignal, welches sich mit den Oberschwingungen der Last überlagert und diese minimiert. In Kapitel 3 und 4 werden analoge und digitale Realisierungsmöglichkeiten des Kompensationsverstärkers vorgestellt und messtechnisch validiert.
Anschließend wird die digitale Variante zu einem geregelten adaptiven System erweitert und anhand eines Prototyps der Funktionsnachweis erbracht.

2 Möglichkeiten zur Reduktion von Oberschwingungen in leistungselektronischen Systemen

In diesem Kapitel werden die Wichtigkeit von spektraler Reinheit von Signalen hervorgehoben und betreffende Applikationsbeispiele aufgezeigt. Als Gütemaß für die Signalqualität wird der Klirrfaktor herangezogen und es werden Möglichkeiten diskutiert, diesen in leistungselektronischen Umrichtersystemen zu reduzieren. Dabei werden sowohl hardware- als auch steuerungstechnische Maßnahmen in Betracht gezogen. Abschließend findet eine Gegenüberstellung statt und es wird ein neuer 15-Level-Umrichter zur Reduzierung des Klirrfaktors vorgestellt. Danach wird das Operationsprinzip eines hybriden Filters präsentiert, bestehend aus passiven und aktiven Komponenten. Dabei wird das Kompensationssignal nicht durch PWM-Wechselrichter erzeugt, sondern durch einen Kompensationsverstärker.

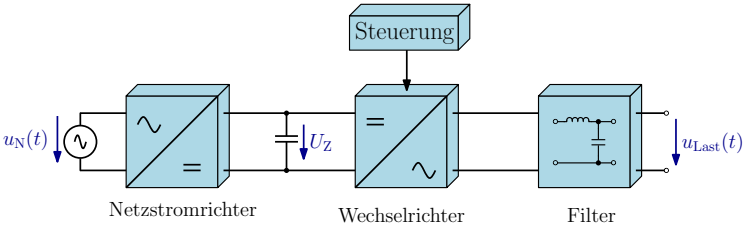


Abbildung 2.1: *System zur Erzeugung einer variablen Wechselspannung aus dem Versorgungsnetz*

Abbildung 2.1 stellt ein typisches leistungselektronisches Umrichtersystem dar, dessen Aufgabe es ist, aus der vorhandenen Netzspannung U_{Netz} über eine Gleichrichtung eine Wechselspannung $u_{\mathrm{aus}}(t)$ mit variabler Frequenz und Amplitude zu generieren. Solche Umrichtersysteme werden zum Beispiel bei elektrischen Antrieben oder Akku-Ladegeräten in verschiedenen Leistungsklassen eingesetzt. In vielen Applikationen, in denen solche Umrichtersysteme vorkommen, spielt die Qualität der Ausgangsspannung eine wichtige Rolle. So zeigt sich, dass durch unerwünschte Wechselanteile zusätzliche Verluste bei elektrischen Antrieben auftreten. Im Bereich der Netzqualität gibt es Normen, die Qualitätsmaßstäbe für Spannungen und Ströme setzen. Ein weiteres Anwendungsbeispiel ist die Medizintechnik. In modernen bildgebenden Verfahren, wie zum Beispiel dem *Magnetic Partical Imaging* (MPI), werden sehr hohe Ansprüche an die spektrale Reinheit von Signalen gestellt. Unerwünschte Wechselanteile verschlechtern das später erzeugte diagnostische Bild.
In der Literatur werden viele Möglichkeiten beschrieben, die Signalqualität von Antriebswechselrichtern zu verbessern [29], [51]. Die dort auftretenden Oberschwingungen liegen im Bereich von $100 - 500\,\mathrm{Hz}$. Im Bereich der Medizintechnik ist die Frequenz um ein Vielfaches höher ($1 - 500\,\mathrm{kHz}$) und die Ansprüche an die Reinheit steigen entsprechend [69].
In dieser Arbeit werden Möglichkeiten aufgezeigt, wie die Qualität derartig hochfrequenter Signale verbessert werden kann.

Für die Beurteilung der spektralen Reinheit bzw. der Qualität von Mischsignalen kann der Klirrfaktor k herangezogen werden. Dieser gibt den Grad der Verzerrung bzw. des Oberschwingungsgehaltes in Bezug auf das Gesamtsignal U_{n} an und errechnet sich nach

$$k = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^{N} U_{\mathrm{n}}^2}{U_0^2 + \sum_{n=1}^{N} U_{\mathrm{n}}^2}}\,. \tag{2.1}$$

Der Klirrfaktor ist dabei immer kleiner gleich eins. Manchmal wird statt des Terminus Klirrfaktor auch der Begriff Total Har-

monic Distortion (*THD*)

$$THD = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^{N} U_{\mathrm{n}}^2}{U_0^2}} \tag{2.2}$$

benutzt, der durch Gleichung (2.2) definiert ist, in dieser Arbeit jedoch nicht verwandt wird Für die Berechnung muss das Mischsignal in Grundschwingungs- und Oberschwingungsanteil zerlegt sein. Dies kann durch die Anwendung der Fourier-Analyse erreicht werden. Das Spektrum eines sinusförmigen Signals mit Oberschwingungen ist beispielhaft in Abbildung 2.2 aufgezeigt.

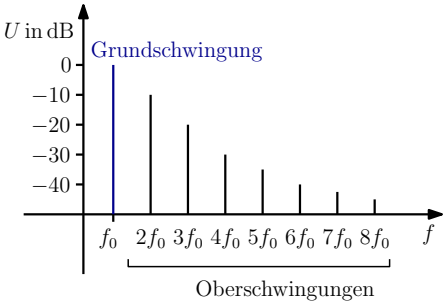


Abbildung 2.2: *Beispielhaftes Spektrum eines Mischsignals*

Die Grundschwingung besitzt die Frequenz f_0, alle weiteren Signale sind gerad- oder ungeradzahlige Harmonische der Grundschwingung.

Es existieren mehrere Möglichkeiten zur Reduktion der Oberschwingungen bzw. zur Verbesserung des Klirrfaktors in leistungselektronischen Systemen. Im Wesentlichen können die Maßnahmen unterteilt werden in Lösungen, die die Hardware modifizieren, also das Umrichtersystem selbst verändern oder in Softwarelösungen, wie zum Beispiel die Modifikation der Steuerung des Wechselrichters. Zu den Hardwarelösungen gehören die

Nutzung passiver oder aktiver Filter höherer Ordnung oder die Verwendung eines Multilevel-Umrichters statt einer klassischen Brücke. All diese Maßnahmen können den Klirrfaktor verbessern, jedoch muss der Aufwand und der Nutzen für jede Applikation neu abgewogen werden. Im Folgenden werden die verschiedenen Maßnahmen kurz vorgestellt.

2.1 Steuerverfahren zur Erzeugung von Wechselspannungen

2.1.1 Grundfrequenzsteuerung

Bei selbstgeführten Stromrichtern ist die einfachste erdenkliche Steuermethode um eine hochfrequente Wechselspannung zu erzeugen die Grundfrequenzsteuerung, auch Blocktaktung genannt. Als einfaches Beispiel soll diese an einem H-Brücken-Wechselrichter betrachtet werden. Dabei werden zwei Schaltvorgänge in einer Periode durchgeführt. Abbildung 2.3 zeigt den Aufbau eines H-Brücken-Wechselrichters.

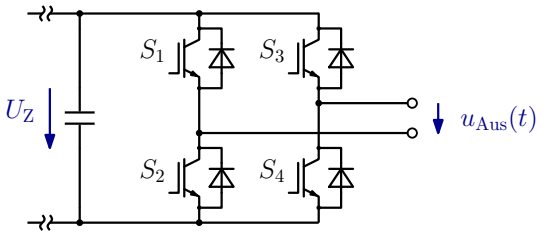


Abbildung 2.3: *H-Brücken-Wechselrichter*

Die Transistoren werden abwechselnd für je eine halbe Schaltperiode T der Ausgangsspannung U_{Aus} ein- bzw. ausgeschaltet. Die Schaltfrequenz der Brücke entspricht bei der Grundfrequenzsteuerung der Frequenz der Grundschwingung des Ausgangssi-

gnals. Die Schaltfrequenz des Wechselrichters ist bei dieser Art der Steuerung die kleinstmögliche. Des Weiteren zählt dieses Verfahren zu den synchronen Steuerverfahren, weil im stationären Betrieb die Spannungsverläufe pro Periode identisch sind. Abbildung 2.4 illustriert das Ausgangssignal bei einer Grundfrequenztaktung des Wechselrichters.

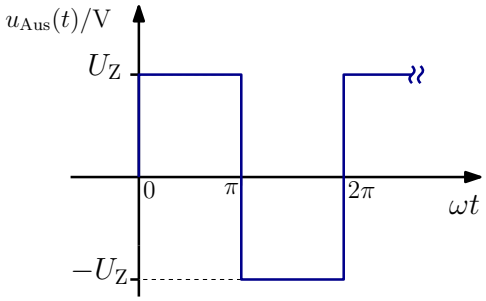


Abbildung 2.4: *Ausgangssignal des Wechselrichters bei Blocktaktung*

Der Vorteil dieser Steuermethode neben der kleinstmöglichen Schaltfrequenz liegt in der optimalen Ausnutzung der Zwischenkreisspannung U_{Z}. Der Modulationsgrad m, definiert als Quotient der Amplitude der Grundschwingung $\hat{u}_{\mathrm{Aus}}$ zur Zwischenkreisspannung, ist bei der Grundfrequenzsteuerung maximal und beträgt $\frac{4}{\pi}$ und ist damit immer größer eins

$$m = \frac{\hat{u}_{\mathrm{Aus}}}{U_{\mathrm{Z}}} \,. \tag{2.3}$$

Die Nachteile dieser Methode bestehen zum einen darin, dass die Amplitude des Ausgangssignals nicht verändert werden kann, zum anderen im hohen Klirrfaktor der Ausgangsspannung. Zur Berechnung des unerwünschten Oberschwingungsanteils am Gesamtsignal kann die Fourier-Analyse herangezogen werden. Das rechteckförmige Ausgangssignal wird dadurch in eine Reihe von Sinusfunktionen zerlegt. Die Fourier-Reihe der Ausgangsspan-

nung ist in Gleichung (2.4) gegeben und lautet:

$$u_{\mathrm{Aus}}(t) = \frac{4U_{\mathrm{Z}}}{\pi} \cdot \sum_{i=1,3,5,\ldots}^{\infty} \frac{1}{i} \sin(i \cdot \omega_0 t)\,. \tag{2.4}$$

Die Reihe beinhaltet die Grundschwingung ($i = 1$) und die ungeradzahligen Harmonischen ($i = 3, 5, 7, ...$) der Schaltfrequenz $\omega_0 = 2\pi f_0$. Ferner ist zu erkennen, dass die Oberschwingungen um den Faktor $\frac{1}{i}$ abnehmen. Die dritte Harmonische weist also noch 33 % der Amplitude der Grundschwingung auf und stellt an nachfolgende passive Filter eine hohe Anforderung. Der Effektivwert der sinusförmigen Grundschwingung U_{Aus0} beträgt:

$$U_{\mathrm{Aus0}} = \frac{4U_{\mathrm{Z}}}{\pi\sqrt{2}}\,. \tag{2.5}$$

Eine einfache Methode, den Klirrfaktor zu reduzieren, ist die Generierung eines Nulllevels in der Ausgangsspannung. Hierzu werden die Schalter S_1 und S_3 oder S_2 und S_4 aus Abbildung 2.3 gleichzeitig leitend und erzeugen so im oberen bzw. unteren Brückenteil einen aktiven Freilauf. Der so erzeugte Verlauf der Ausgangsspannung beinhaltet drei Spannungsniveaus (0, $+U_{\mathrm{Z}}$ und $-U_{\mathrm{Z}}$) und ist in Abhängigkeit des Einschaltwinkels α in Abbildung 2.5 zu sehen.

Dieses Nullplateau ergibt sich zwangsläufig, da bei der Transition von $+U_{\mathrm{Z}}$ auf $-U_{\mathrm{Z}}$ eine Totzeit eingehalten werden muss. Ist dies nicht der Fall, kann es aufgrund eines Brückenkurzschlusses zu erhöhten Bauteilverlusten des Wechselrichters kommen. Die Auswirkung der Totzeit bzw. des Einschaltwinkels der Halbleiter auf das Spektrum kann mit der Fourier-Analyse ermittelt werden. Die Fourier-Reihe des Drei-Level-Signals ist in Gleichung (2.6) dargestellt.

$$u_{\mathrm{3Level}}(t) = \frac{4U_{\mathrm{Z}}}{\pi} \cdot \sum_{i=1,3,5,\ldots}^{\infty} \frac{1}{i} \cos(i\alpha) \sin(i \cdot \omega_0 t) \tag{2.6}$$

Aus der Gleichung geht hervor, dass der Grundschwingungsef-

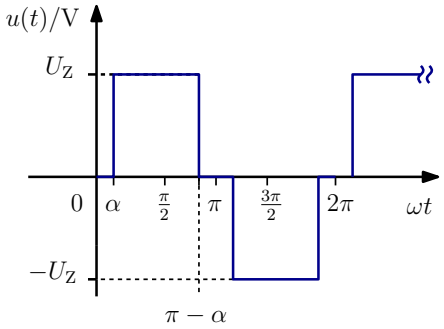


Abbildung 2.5: *Drei-Level-Ausgangssignal eines H-Brücken-Wechselrichters in Abhängigkeit des Einschaltwinkels α aus [29]*

fektivwert der Ausgangsspannung

$$U_{3\text{Level0}} = \frac{4U_\text{Z}}{\pi\sqrt{2}}\cos(\alpha) \tag{2.7}$$

beträgt. Dies bedeutet, dass mit steigendem Einschaltwinkel der Effektivwert der Ausgangsspannung sinkt und somit bei gleichem Strom weniger Energie übertragen werden kann. Der Vorteil eines solchen Drei-Level-Signals liegt jedoch im niedrigeren Oberschwingungsgehalt. Der Klirrfaktor des in Abbildung 2.5 dargestellten Signals errechnet sich mit Gleichung (2.8) zu:

$$k_{3\text{Level}} = \sqrt{1 - \frac{8\cos^2\alpha}{\pi(\pi - 2\alpha)}}\,. \tag{2.8}$$

Der Klirrfaktor $k_{3\text{Level}}$ ist eine Funktion des Einschaltwinkels. Der Verlauf der Funktion ist in Abbildung 2.6 dargestellt. Der Klirrfaktor besitzt ein Minimum bei einem Einschaltwinkel von $\alpha \approx 0,4$. Mit der Wahl des optimalen Einschaltwinkels wird der Klirrfaktor um ca. 10 % verbessert, wobei der Effektivwert der Grundschwingung sinkt.

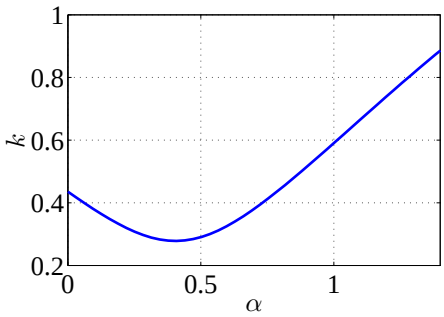


Abbildung 2.6: *Verlauf des Klirrfaktors $k_{3\text{Level}}$ in Abhängigkeit des Einschaltwinkels α aus [29]*

Mit komplexeren Trägerverfahren als der Blockmodulation können die Oberschwingungen zu höheren Frequenzen hin verschoben werden. Wird die Grenzfrequenz eines passiven Filters in die spektrale Lücke zwischen Signal und Oberschwingungen gelegt, so können höhere Dämpfungswerte erreicht werden, was gleichbedeutend der Minimierung des Klirrfaktors entspricht.
Aus diesem Grund wird im Folgenden die Pulsweitenmodulation näher erläutert.

2.1.2 Trägerverfahren

Der Begriff Träger entstammt ursprünglich der Nachrichtentechnik und weist auf die Modulation eines Nutzsignals auf ein höher frequentes Trägersignal hin. Die Pulsweitenmodulation *PWM* zählt zu den klassischen Trägerverfahren und wird in der Praxis häufig eingesetzt. Die natürliche Pulsweitenmodulation wird in der Leistungselektronik auch Unterschwingungsverfahren genannt. Bei der Blocktaktung wird die Zwischenkreisspannung zweimal pro Periode an den Ausgang des Wechselrichters geschaltet, nämlich einmal positiv und einmal negativ. Bei einem

PWM-Steuerverfahren geschieht dies weit häufiger. Das generelle Ziel ist es, ein Pulsmuster der Spannung am Ausgang des Wechselrichters zu erzeugen, welches in der Grundschwingung die gleiche Spannungszeitfläche hat wie der sinusförmige Spannungssollwert [57]. Bedingt durch die höheren Taktfrequenzen können sinusförmige Spannungen deutlich besser nachgebildet werden als mit der Blockmodulation. Daraus resultiert eine Verbesserung des Klirrfaktors.

Ein pulsweitenmoduliertes Signal $u_{\mathrm{PWM}}(t)$ kann durch den Vergleich eines Referenz- oder auch Trägersignals $u_{\mathrm{Ref}}(t)$ mit einem Sollwert $u_{\mathrm{soll}}(t)$ generiert werden. Das PWM-Signal hat den Betrag eins, wenn der Sollwert größer ist als das Trägersignal. Ansonsten beträgt es Null. Der Zusammenhang wird nochmals in Abbildung 2.7 beispielhaft mit einem unsymmetrischen Trägersignal illustriert.

$$u_{\mathrm{PWM}}(t) = \begin{cases} 1 & : \quad u_{\mathrm{soll}}(t) \geq u_{\mathrm{Ref}}(t) \\ 0 & : \quad \text{sonst} \end{cases} \tag{2.9}$$

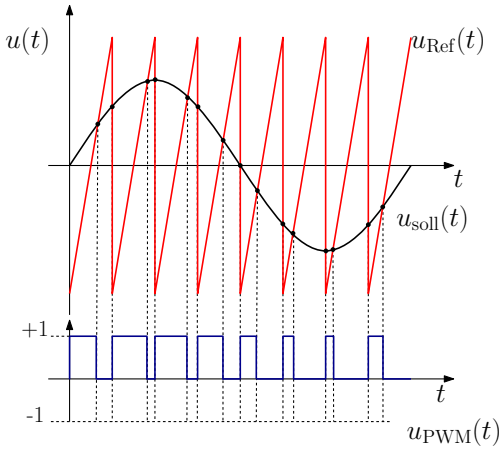


Abbildung 2.7: *Erzeugung eines PWM-Signals durch Sinus-Dreieckvergleich*

Früher wurden die Signale häufig mit analogen Schaltungen erzeugt. Heutzutage werden sie meist digital generiert. Das Sollsignal ist dann nicht mehr zeitkontinuierlich, sondern stufenförmig bzw. zeitdiskret. Liegt ein kontinuierliches Sollsignal vor, so spricht man von *Natural Sampling* oder einer natürlichen PWM (*NPWM*). Anderenfalls ist das Sollsignal abgetastet. Dieses Verfahren der Abtastung nennt man *Regular Sampling* [29]. Durch die Abtastung entstehen unerwünschte Verzerrungen im Spektrum. Diese werden mit steigender Abtastfrequenz jedoch kleiner.
Abbildung 2.8 illustriert den allgemeinen Verlauf des Spektrums von $u_{\mathrm{PWM}}(t)$.

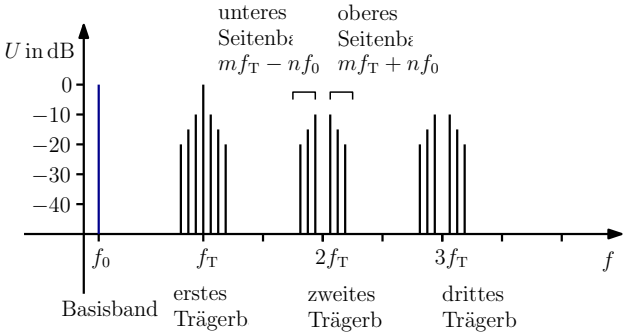


Abbildung 2.8: *Allgemeines Spannungsspektrum bei Trägerverfahren aus [29]*

Es wird ersichtlich, dass das Spektrum aus dem Basisband und Trägerbändern besteht. Bei einem sinusförmigen Sollsignal besteht das Basisband bei der Frequenz f_0 aus nur einer Spektrallinie. In diesem Beispiel ist die Frequenz des Trägersignals f_T 15 mal größer als die des Sollsignals. Die Oberschwingungen ergeben sich aus der Summe bzw. der Differenz des Sollsignals und deren Vielfachen mit dem Trägersignal. Bei Vielfachen der Trägerfrequenz $m \cdot f_\mathrm{T}$ wiederholt sich der Vorgang. Welche Spektrallinie mit welcher Amplitude vorkommt, ist abhängig von den Modulationsparametern. Wird die Trägerfrequenz zu klein gewählt,

findet eine Überlappung des Basisbandes mit dem Trägerband statt. Die Oberschwingungen können nicht mehr durch passive Filter gedämpft werden. Deswegen muss die Trägerfrequenz immer hinreichend groß gewählt werden, um die Überlappung zu verhindern.
Sind die konzentriert um den Träger herum angeordneten Harmonischen unerwünscht, so ist es möglich, die Amplituden der Harmonischen zu beeinflussen. Dies kann auf zweierlei Arten geschehen. Erstens können durch Hinzufügen von Rauschen diskrete Frequenzlinien eliminiert werden. Zweitens kann das Oberschwingungsspektrum durch Frequenzmodulation des Trägersignals „verschmiert“ werden. Durch die Modulation werden weitere Frequenzkomponenten generiert, die dominanteren Anteile aber reduziert [29].

Eine Alternative liegt in der Verwendung des von Streitenberger vorgestellten SB-ZePoC Verfahrens [61]. Dies ist ein Kodierungsverfahren mit separiertem Basisband, wodurch sichergestellt ist, dass keine Überlappung des Trägerbandes mit dem Basisband stattfindet. Ferner zeigt es, dass die NPWM eine Näherung des SB-ZePoC darstellt. Dieses Verfahren ist in der Implementierung jedoch deutlich komplexer und wird in dieser Arbeit nicht weiter behandelt.

Die primären Parameter zur Charakterisierung der PWM sind die Schaltzahl q, der Modulationsgrad m und die Form des Trägers. Die Schaltzahl q ist definiert als Verhältnis der Trägerfrequenz f_{Ref} zur Ausgangsfrequenz f_0

$$q = \frac{f_{\mathrm{Ref}}}{f_0}\,. \tag{2.10}$$

Ist die Trägerfrequenz ein ganzzahliges Vielfaches der Ausgangsfrequenz, so ist die Schaltzahl eine natürliche Zahl $(2, 3, 4, 5, ...)$ und man spricht von einer synchronen Modulation, andernfalls von einer asynchronen. Beide Arten kommen in der Praxis zum Einsatz. Bei Drehstrom-Wechselrichtern für große elektrische Maschinen wird häufig die synchrone Modulation angewandt, weil mit ihr die geradzahligen Harmonischen eliminiert werden können. Nachteilig ist jedoch, dass Trägersignal und Referenzsignal

in Phase sein müssen [29].
Bei asynchroner Modulation ist dies nicht notwendig, allerdings können bei kleinen Schaltzahlen Unterschwingungen entstehen, die das Lastspektrum verschlechtern. Deswegen wird im Falle des asynchronen Betriebes die Schaltzahl meistens größer als 21 gewählt und damit die Ausbildung von Unterschwingungen vermieden [29].

Als Trägersignal stehen eine Vielzahl von Signalformen zur Verfügung. Am häufigsten werden symmetrische oder asymmetrische dreiecks- bzw. sägezahnförmige Signale eingesetzt. Andere Signalformen sind denkbar, solange der kurzzeitige Mittelwert des erzeugten PWM-Signals proportional zum Sollwert ist.
Symmetrische Trägersignale weisen ein Spektrum mit weniger Seitenbändern und schnell fallenden Amplituden auf. In den Dissertationen von Stemmler [60] und Deplazes [16] wird aufgezeigt, dass für Modulationsgrade $m > 0,9$ symmetrische Träger die geringsten Oberschwingungen erzeugen.
Sägezahnförmige Träger bieten jedoch den Vorteil, dass gewisse Schaltpulse unterdrückt und somit auch die Oberschwingungen reduziert werden können. Ausführlich ist diese Pulsunterdrückung bei R. Deplazes [16] und P. Guggenbach [24] beschrieben.

Der Modulationsgrad ist analog zu Gleichung (2.3) als Quotient der Amplitude des Sollwertes zur Amplitude des Trägersignals definiert

$$m = \frac{\hat{u}_{\text{Soll}}}{\hat{u}_{\text{Träger}}} \,. \tag{2.11}$$

Er bestimmt dadurch im Wesentlichen die Amplitude der Grundschwingung des Ausgangssignals. Der Verlauf der Grundschwingung in Abhängigkeit zum Modulationsgrad für einen H-Brücken Wechselrichter, ergibt sich nach Gleichung (2.12) zu:

$$u_{\text{Aus}}(t) = m \cdot U_{\text{Z}} \cdot \sin(2\pi f_0 t) \,. \tag{2.12}$$

Aus obiger Gleichung geht hervor, dass durch Variation von m der Scheitelwert der Ausgangsspannung $\hat{u}_{\text{Aus}}$ linear eingestellt werden kann. Das gilt nur für den Fall $m \leq 1$. Wird m größer

als eins gewählt ($m > 1$), spricht man von Übermodulation. Der Scheitelwert gehorcht dann nicht mehr Gleichung (2.12), sondern wird nichtlinear. Im Scheitel der Ausgangsspannung finden bei Übermodulation keine Schalthandlungen mehr statt, die PWM setzt aus und es kommt zu Verzerrungen.

Bedingt durch die Abhängigkeit der Grundschwingungsamplitude der Ausgangsspannung ist auch der Klirrfaktor eine Funktion von m [29]

$$k_{\mathrm{PWM}} = \frac{\sqrt{U_{\mathrm{Aus}}^2 - U_0^2}}{U_{\mathrm{Aus}}} = \sqrt{1 - \frac{4}{\pi} m}\,. \tag{2.13}$$

Die PWM generiert im Gegensatz zur Blocktaktung nicht weniger Harmonische, allerdings liegen diese in höheren Frequenzbereichen. Dies ist vorteilhaft, da es nun unter Zuhilfenahme von passiven Filtern leicht möglich ist, die in den Trägerbändern liegenden Frequenzanteile zu dämpfen. Dazu muss die Eckfrequenz des passiven Filters in das Frequenzband zwischen Basisband und Trägerband gelegt werden. Im idealen Fall wird somit das Basisband nicht beeinflusst und die Oberschwingungen werden ausreichend bedämpft.

2.2 Passive und aktive Filterung

Werden Amplitude und Phase eines elektrischen Signals in Abhängigkeit von der Frequenz verändert, so bezeichnet man die Schaltung als Filter. Diese schwächen unerwünschte Signalteile ab oder unterdrücken sie. Abbildung 2.9 stellt den Amplitudenfrequenzgang $|H(j\omega)|$ eines Tiefpassfilters mit den verschiedenen Bereichen dar.

Bis zur Durchlasskreisfrequenz $\omega_{\mathrm{D}} = 2\pi f_{\mathrm{D}}$ soll das Signal nicht beeinflusst werden. Es tritt je nach Filtercharakteristik maximal eine Welligkeit δ_{D} auf. Im Sperrbereich ($w > w_{\mathrm{S}}$) wird das Signal mit einer Sperrbanddämpfung beaufschlagt und somit in seiner Amplitude reduziert. In diesem Frequenzbereich liegen die un-

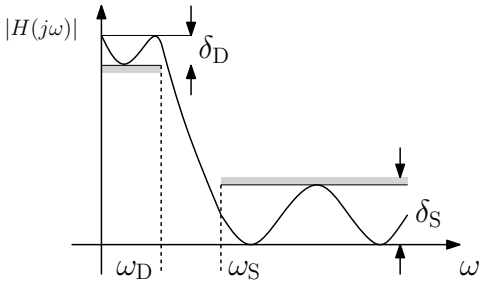


Abbildung 2.9: *Toleranzbanddarstellung für Filter aus U. Zölzer [78]*

erwünschten Frequenzanteile des zu filternden Signals. Für ein Filterdesign sind diese Parameter frei wählbar. Die Flankensteilheit und die zu erreichende Sperrbanddämpfung hängen von der Ordnung N des Filters ab. Die Ordnung korrespondiert mit der Anzahl der benötigten Bauelemente. Gleichung (2.14) beschreibt im Allgemeinen eine Übertragungsfunktion eines Tiefpasses [67].

$$A(s_n) = \frac{A_0}{(1 + a_1 s_n + b_1 s_n^2)(1 + a_2 s_n + b_2 s_n^2) + ...} \quad (2.14)$$

$$\text{mit } s_n = \mathrm{j}\frac{\omega}{\omega_n} = \mathrm{j}\frac{f}{f_{Gr}} \quad (2.15)$$

Die Gleichung beinhaltet die auf die 3 dB-Grenzfrequenz normierte komplexe Variable s_n, die DC-Verstärkung A_0 und die reellen Koefizienten a_i und b_i. Die Filtercharakteristik beschreibt das Verhalten der Übertragungsfunktion im Durchlass-, Sperr- und Übergangsbereich. Diese lässt sich unter verschiedenen Gesichtspunkten wie Welligkeit im Durchlassbereich, Sperrbanddämpfung oder Flankensteilheit optimieren. Für unterschiedliche Optimierungen existieren unterschiedliche Sätze an Koeffizienten a_i und b_i. Die bekanntesten Charakteristiken sind die Butterworth, Tschebyscheff und die Cauer Charakteristik. Unter der Festlegung von Dämpfung, Welligkeit und Ordnung lassen sich die Filterkoeffizienten aus Tabellenbüchern entnehmen. Anschließend kann das Filter realisiert werden.

Findet eine passive Realisierung des Filters statt, so besteht das Filter aus konzentrierten Bauelementen wie Kondensatoren C, Induktivitäten L und Widerständen R.
In Abbildung 2.10 ist ein verlustfreies passives Filter N-ter Ordnung dargestellt.

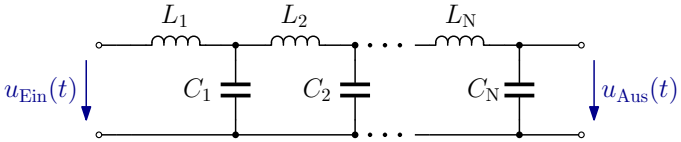


Abbildung 2.10: *Tiefpass N-ter Ordnung*

Zum Vergleich sind die Übertragungsfunktionen beispielhafter Tiefpassfilter mit verschiedenen Ordnungen in Abbildung 2.11 gegenüber gestellt.

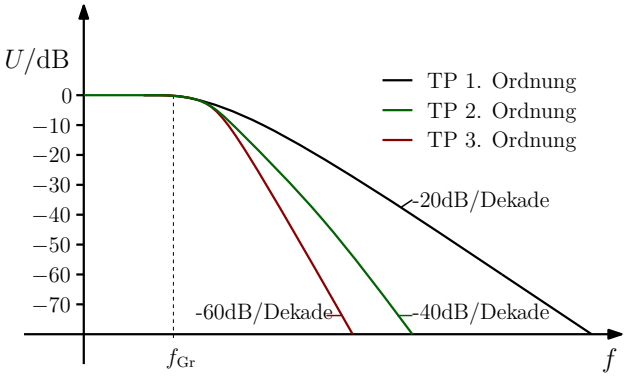


Abbildung 2.11: *Übertragungsfunktionen von Butterworth-Tiefpässen erster bis dritter Ordnung*

Dort wird ersichtlich, dass mit höherer Ordnung der Übergang von Durchlassbereich zu Sperrbereich steiler verläuft.

Im vorherigen Abschnitt wurden Blockmodulation und Trägerverfahren zur Steuerung von Wechselrichtern vorgestellt. Es zeigte sich, dass bei der Ausgangsspannung der Blockmodulation alle ungeradzahligen Harmonischen im Spektrum vertreten sind. Für eine gute Unterdrückung der dritten Harmonischen sollte ein Filter mit hoher Ordnung verwendet werden, weil der Abstand zwischen Grundschwingung und dritter Harmonischer sehr klein ist. Wird eine PWM mit hoher Schaltzahl eingesetzt, so liegen die Frequenzen weiter auseinander und ein Filter niedrigerer Ordnung kann statt dessen verwendet werden.
In der Leistungselektronik können die Induktivitäten aufgrund des zu führenden Stromes groß und teuer werden. Je nach Applikation und Leistungsbereich wird daher immer versucht, ihre Anzahl niedrig zu halten. Zusätzlich ist zu bedenken, dass es bei der Nutzung von nichtlinearen Lasten in Kombination mit Filterelementen zur Ausbildung unerwünschter Resonanzen kommen kann, die das Filter beschädigen können.

Eine Alternative zur passiven Filterung ist der Einsatz eines zusätzlichen aktiven Filtersystems. Dieses ist sowohl aus hardwaretechnischer als auch aus steuerungstechnischer Sicht zwar nur mit größerem Aufwand realisierbar, bietet aber die Möglichkeit, selektiv Harmonische zu eliminieren.
Dies geschieht durch die Einspeisung eines Kompensationssignals, welches mit den Oberschwingungen im System interferiert und diese bei exakter Regelung eliminiert. Die Grundlagen für die Regelung bietet die sogenannte *Instantanous Power Theory* oder *p-q Theory*. Sie wurde 1983 von Akagi, Kanazawa und Nabae in Japan [3] und 1984 erweitert im IEEE in englischer Sprache veröffentlicht [4]. Die *p-q Theory* basiert ihrerseits auf der Abbildungsvorschrift von Clark, auch *Clark Transformation* genannt [15].

Hauptsächlich werden aktive Filtersysteme im Frequenzbereich von 50/60 Hz genutzt, um Spannungsverzerrungen, herrührend von nichtlinearen Strömen von Gleichrichtern, zu kompensieren. Ferner können im Versorgungsnetz niederfrequente Harmonische im Frequenzbereich von 8 bis 30 Hz minimiert werden, welche

durch die Nutzung von nicht linearen Lasten entstehen [6]. Die meisten Abhandlungen beziehen sich daher auf dreiphasige Versorgungsspannung und können Harmonische mit großen Leistungen kompensieren. In [5] wird ein aktives Filter mit einem Leistungsrating von 7 kVA bei 200 V von Akagi und Nabae vorgestellt.

Den allgemeinen Aufbau von aktiven Filtern zur Kompensation von Stromharmonischen illustriert Abbildung 2.12.

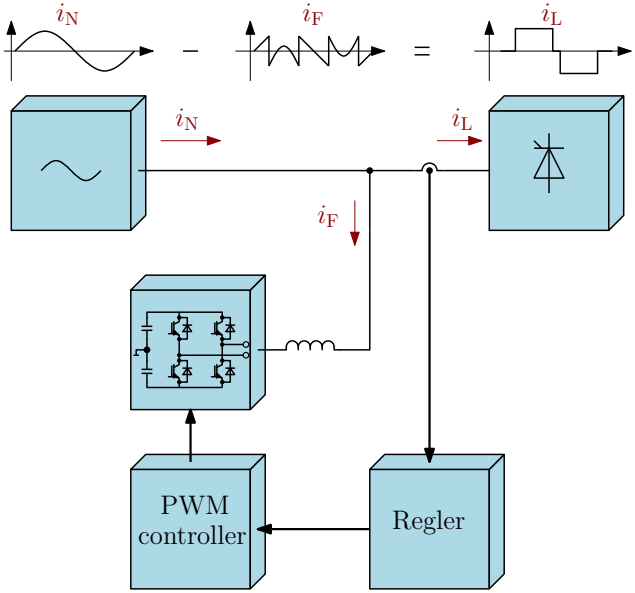


Abbildung 2.12: *Prinzipschaltbild einer aktiven Filterung von Stromharmonischen im Netz aus [6]*[1]

Der Laststrom hat aufgrund der nicht linearen Last einen blockförmigen Verlauf und besitzt damit eine Vielzahl an Oberschwingungen. Aus dem Versorgungsnetz soll wiederum im Idealfall nur

[1] Im Englischen auch als Shunt active Filter bezeichnet

die Grundschwingung in Form eines sinusförmigen Stroms entnommen werden. Den Oberschwingungsanteil des Laststromes kompensiert das aktive Filter.
Der Laststrom wird permanent gemessen und im Controller verarbeitet. Dieser erzeugt aufgrund der *p-q Theory* die PWM-Ansteuersignale für den Wechselrichter des aktiven Filters. Die Trägerfrequenz des PWM-Signals ist dabei mindestens zehn mal größer als die der höchst zu kompensierenden Harmonischen, die in der Last auftreten kann [29].
In der Literatur gibt es auch hybride Lösungen, bestehend aus einem aktiven und passiven Filter. In Abbildung 2.13 ist ein hybrides Filter dargestellt [6].

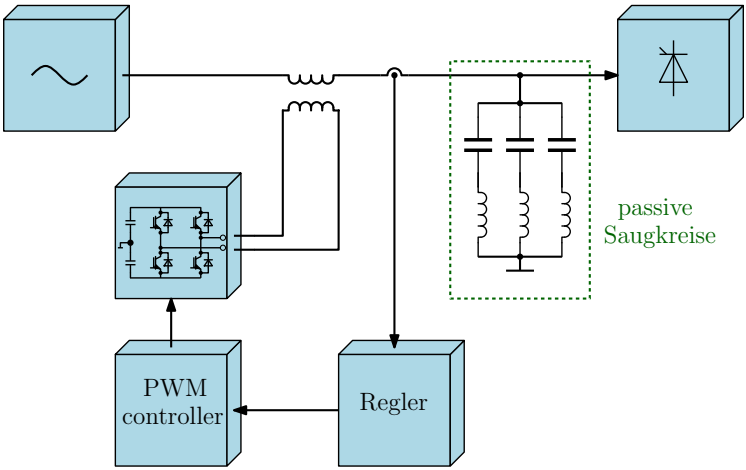


Abbildung 2.13: *Hybrides Filter, bestehend aus passiven Saugkreisen und aktivem Filter mit einprägender Spannung aus [6]* [2]

[2] Im Englischen auch als Series active Filter bezeichnet

Der Wechselrichter prägt durch den Transformator ein Spannungssignal statt eines Stromsignals ein. Die Harmonischen der Spannung werden zusätzlich durch die passiven Filter bedämpft, wobei die Filter als Saugkreise fungieren. Die Resonanzfrequenzen der $L-C$ Schwingkreise werden dazu zu der dritten, fünften und siebten Harmonischen gewählt. Je nach Anforderung kann sowohl eine alleinige passive als auch aktive oder hybride Lösung bevorzugt werden. Einen guten Überblick über die Theorie und Applikationsbeispiele bietet [6].

2.3 Multilevel-Umrichter zur Erzeugung von hochfrequenten Wechselspannungen

Eine Alternative zu den klassischen H-Brücken-Wechselrichtern, die zwei- bzw. drei Spannungspegel erzeugen, stellen die Multilevel-Umrichter dar. Diese generieren eine stufenförmige Wechselspannnung mit N Stufen. Man spricht auch von einem N-Level-Umrichter. Je größer die Anzahl der Stufen ist, desto besser approximiert das stufenförmige Signal einen Sinus. Mit der Stufenanzahl ist es also möglich, die Qualität bzw. den Klirrfaktor der Ausgangsspannung zu verbessern.
Die Grenze der Stufenanzahl orientiert sich an der Regelkomplexität, den Kosten und Verlusten. Abbildung 2.14 visualisiert beispielhaft den zeitlichen Verlauf eines Multilevel-Umrichters mit unterschiedlichen Spannungsstufen.

Bedingt durch ihren Aufbau ist die Spannungsbelastung der einzelnen Leistungshalbleiter geringer als bei herkömmlichen Brücken-Umrichtern. Deswegen wurden ursprünglich Multilevel-Wechselrichter für Hochspannungsapplikationen eingesetzt, wie z.B. FACTS oder elektrische Antriebe im Mittelspannungsbereich [47], [48]. Mittlerweile werden sie aber auch in Gleichspannungswandlern (DC/DC Konvertern) benutzt [45] [77], in denen

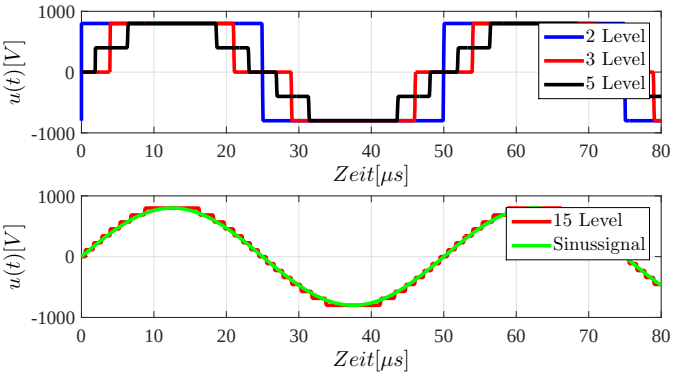


Abbildung 2.14: *Ausgangssignale eines N-Level-Wechselrichters*

eine galvanische Trennung benötigt wird.
Nabae stellte 1981 einen Drei-Level-*neutral-point-clamped*-Wechselrichter für den Antrieb von Motoren vor [44]. Im Laufe der Zeit wurden weitere Multilevel-Wechselrichter entwickelt. Hier sind vor allem der *capacitor-clamped*-Multilevel-Wechselrichter, auch *Flying-Capacitor* genannt [39], und der kaskadierte H-Brücken-Wechselrichter [25] [50] zu nennen. Abbildung 2.15 zeigt beide Umrichtertypen.

Aus Abbildung 2.15 ist zu erkennen, dass der Schaltungsaufwand bei Multilevel-Umrichtern höher ist als bei einer H-Brücke. Allerdings ist anzumerken, dass durch die Reihenschaltung von Leistungsschaltern in Multilevel-Wechselrichtern nicht die komplette Zwischenkreisspannung an den Schaltern anliegt, sondern dass die Spannung aufgeteilt wird. Dies ermöglicht den Einsatz von kostengünstigeren und performanteren Halbleitern aus einem niedrigeren Spannungsbereich. Dies ist ein großer Vorteil gegenüber der H-Brücke. Es ist jedoch jederzeit darauf zu achten, dass sich die Zwischenkreisspannung symmetrisch auf-

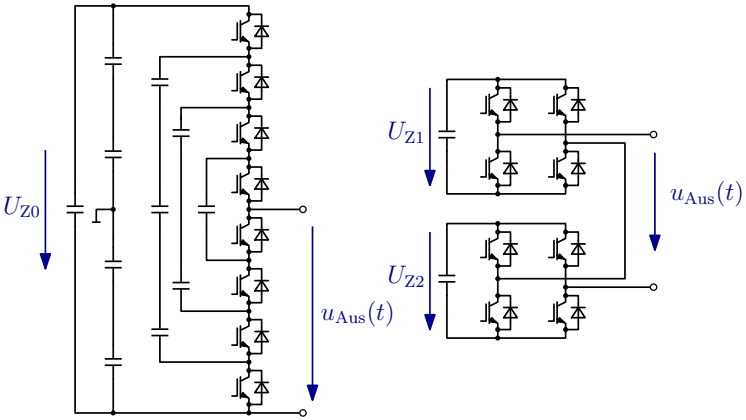


Abbildung 2.15: *Prinzipschaltbild eines Flying-Capacitor-Umrichters und einer kaskadierten H-Brücke*

teilt und alle Komponenten gleichmäßig belastet werden. Bei der kaskadierten H-Brücke existiert diese Problematik nicht, weil dort die Zwischenkreisspannung nicht aus einer Quelle generiert wird, sondern aus mehreren separierten und galvanisch getrennten Quellen. In der Literatur finden sich viele Beiträge, die sich mit der Problematik der Spannungssymmetrierung auseinandersetzen [50], [46].

Im Jahre 2000 stellte F. Peng in [46] einen verallgemeinerten Multilevel-Wechselrichter mit selbstständiger Spannungssymmetrierung vor. Er zeigt, dass es möglich ist, den Flying-Capacitor und den Dioden-Clamped-Umrichter aus dieser verallgemeinerten Struktur abzuleiten. Aus dieser Struktur gingen weitere Topologien hervor, wie z.B der *Marx-Multilevel-Umrichter* [54] oder der *Zigzag-Multilevel-Umrichter* [76]. In [49] zeigt Peng, dass die kaskadierte H-Brücke ebenfalls aus der Basisstruktur abgeleitet werden kann. Die pyramidenförmige Basisstruktur von Multilevel-Umrichtern ist in Abbildung 2.16 aufgeführt.

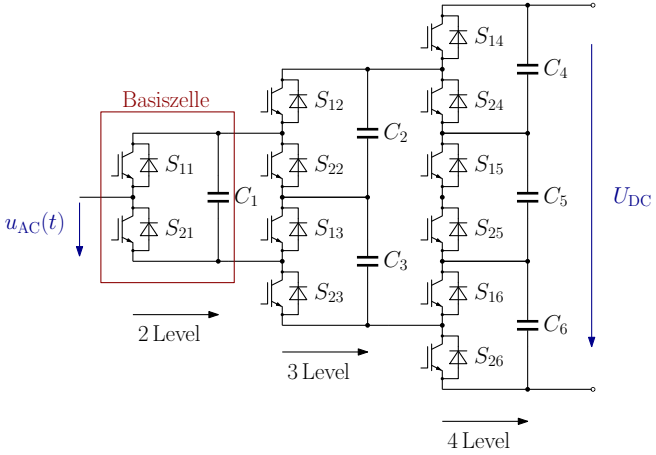


Abbildung 2.16: *Allgemeine Zellenstruktur von Multilevel-Umrichtern*

Zur Reduzierung der Anzahl von Kondensatoren und Schaltern sind, basierend auf der verallgemeinerten Zellenstruktur, in [18] und [23] asymmetrische Umrichter vorgestellt worden.
Basierend auf der selben Basiszelle aus Abbildung 2.16 entwickelte R. Marquardt einen Modularen Multilevel-Konverter (MMC) [33]. Zusätzlich zeigte er, dass sich die Basiszelle zu einer Vollbrücke erweitern lässt. Im Gegensatz zur Pyramidenstruktur ordnete Marquardt die Basiszellen in Serie an und schaffte so einen redundanten und skalierbaren Konverter. Die Schaltverluste sind im Vergleich zur kaskadierten H-Brücke bei gleich großer Chipfläche kleiner [37].

Abbildung 2.17 zeigt den schematischen Aufbau eines Wechselrichters nach Marquardt. Einen detaillierten Schaltplan befindet sich im Anhang D.

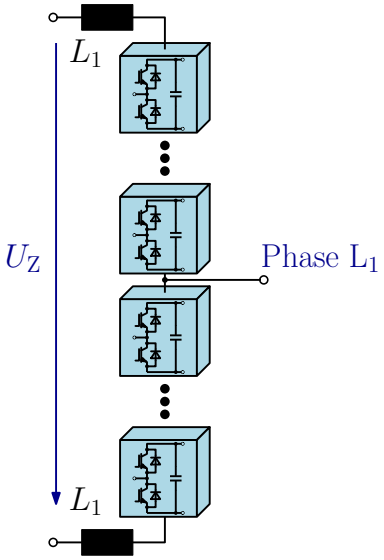


Abbildung 2.17: *MMC-Umrichter nach Marquardt*

In [56] ist ein Vergleich von Multilevel-Wechselrichter Topologien für Mittelspannungsanwendungen durchgeführt worden. Die unterschiedlichen Topologien werden dort auf Schaltungsaufwand und Lastspektrum untersucht. Es stellt sich heraus, dass der NPC-Wechselrichter bei steigender Stufenanzahl die meisten Bauteile benötigt, weswegen in der Praxis die Stufenanzahl selten drei überschreitet.

2.3.1 Design eines 15-Level-Umrichters

Im Folgenden wird ein neuer 15-Level-Umrichter vorgestellt. Dieser wurde in [11] veröffentlicht und ist für hochfrequente Ausgangsspannung bis zu 30 kHz konzipiert. Er besteht aus der Reihenschaltung eines Fünf-Level-NPC-Wechselrichters mit einer H-Brücke. Diese Kombination ermöglicht den Betrieb an nur einer Spannungsquelle und verzichtet somit auf die separierten, galvanisch getrennten Quellen der kaskadierten H-Brücken. Anstatt der separierten Quellen kommt hier ein kompakter Hochfrequenztransformator zum Einsatz. Ferner wird im Gegensatz zum Flying-Capacitor- und dem Dioden-Clamped-Umrichter der Schaltungsaufwand reduziert. Die Anzahl der Schalter mit antiparalleler Diode berechnet sich nach [56] zu $2 \cdot (N-1)$. Für einen 15-Level-Flying-Capacitor werden damit 28 Schalter und Dioden benötigt. Die hier vorgestellte Variante benötigt einen Hochfrequenztransformator und kommt dafür aber mit 12 Elementen aus, was den Schaltungsaufwand erheblich vereinfacht.

In Abbildung 2.18 und 2.19 wird das Blockschaltbild und das Operationsprinzip des Umrichters dargestellt.

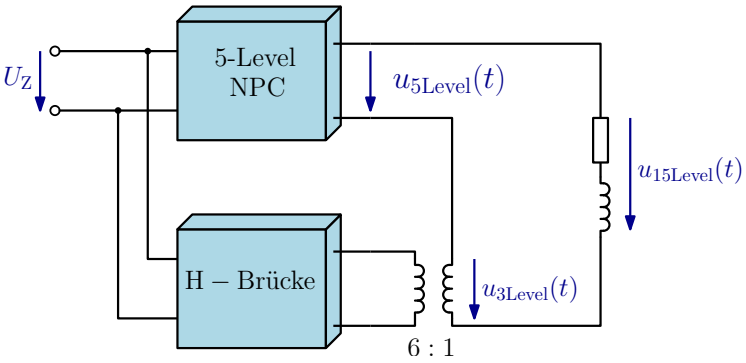


Abbildung 2.18: *Schaltplan des 15-Level-Umrichters*

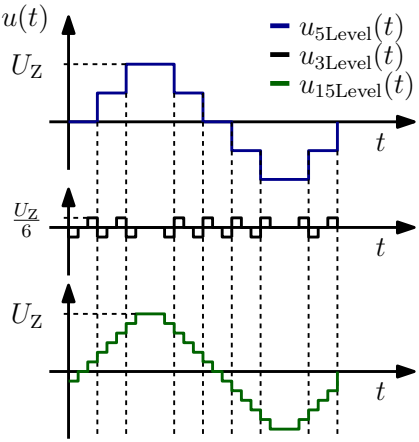
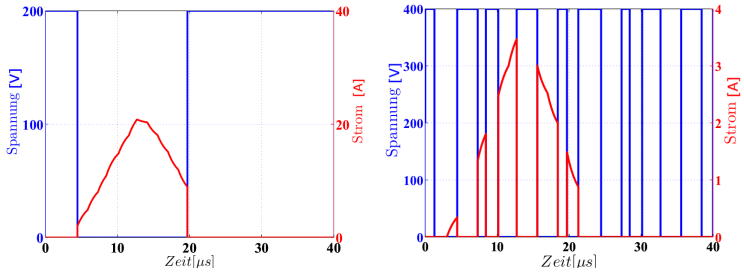


Abbildung 2.19: *Steuerverfahren des 15-Level-Umrichters*

Eine detailliertere Darstellung des Schaltplans ist im Anhang A zu finden.
Im oberen Teil des Schaltplans aus Abbildung 2.18 befindet sich der 5-Level-NPC und im unteren Teil der H-Brücken-Wechselrichter. Der NPC kann mit einer Grundschwingungssteuerung betrieben werden, während die Schaltfrequenz der Brücke um ein Vielfaches größer ist. In diesem Fall beträgt die Schaltfrequenz der Brücke ca. 300 kHz bei einer Grundschwingung von 25 kHz. Der Hochfrequenztransformator hat das Übersetzungsverhältnis von 6/1 und transformiert damit die Ausgangsspannung der Brücke um diesen Faktor nach unten. Dadurch wird auf jede 5-Level-Stufe 1/6 der Zwischenkreisspannung durch die H-Brücke hinzu gefügt bzw. abgezogen. Der Umrichter ist für eine Ausgangsleistung von ca. 5 kW ausgelegt worden. Da am idealen Transformator die Eingangs- und Ausgangsleistung gleich sein müssen, wird der Strom in der Sekundärwicklung hoch transformiert. Die Schalter der H-Brücke müssen also bei voller Zwischenkreisspannung arbeiten. Allerdings fließt durch sie nur 1/6 des Laststromes. Die simulierten Strom- und Spannungsverläufe

sind exemplarisch zum einen für einen Schalter des NPCs S_1 und zum anderen für den Brückenschalter S_9, wie in Abbildung 2.20 skizziert.



(a) *Spannungs- und Stromverlauf von Schalter S_1*

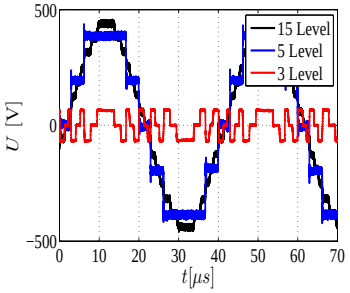
(b) *Spannungs- und Stromverlauf von Schalter S_9*

Abbildung 2.20: *Exemplarische Schalterbelastung der verschiedenen Umrichter*

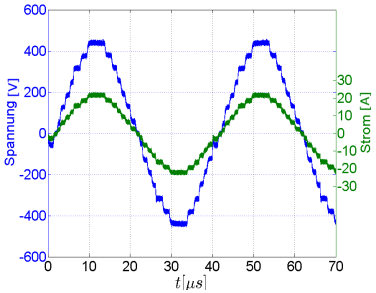
Dabei werden zwei Aspekte deutlich, einerseits die unterschiedlichen Taktfrequenzen der einzelnen Wechselrichter, andererseits die unterschiedliche Strom- und Spannungsbelastung. Bei dem NPC teilt sich die Spannung auf, so dass nur die halbe Zwischenkreisspannung an den Schaltern anliegt. Dafür fließt der komplette Laststrom durch die Schalter. Bei der H-Brücke hingegen wird die volle Zwischenkreisspannung wirksam, jedoch fließt nur 1/6 des Laststromes hindurch. Beides ermöglicht den Betrieb bei dieser hohen Taktfrequenz. Abbildung 2.21 zeigt den Versuchsaufbau.

Abbildung 2.21: *Versuchsaufbau des 15-Level-Umrichters*

Die gemessenen Ausgangsspannungen der einzelnen Wechselrichter und die daraus resultierende Gesamtspannung sind in Abbildung 2.22a sichtbar. Die gemessene Überlagerung der Einzelspannung zur Gesamtspannung korrespondiert mit dem vorher dargestellten Operationsprinzip. Die Spannung am Ausgang sowie der Ausgangsstrom sind in Abbildung 2.22b illustriert. Das Ausgangsspektrum wird in Abbildung 2.23 dargestellt. Als Vergleich dient das Spektrum eines H-Brücken-Wechselrichters bei Blocktaktung mit Null-Level. Hier wird ersichtlich, dass der Oberschwingungsgehalt bei dem 15-Level-Umrichter deutlich niedriger ist als bei dem 3-Level-Umrichter.



(a) *Ausgangsspannungen der einzelnen Wechselrichter sowie deren Resultierende*



(b) *Ausgangsstrom und Ausgangsspannung des 15-Level-Umrichters*

Abbildung 2.22: *Gemessene Spannungen und Ausgangsstrom des 15-Level-Umrichters für eine ohmsche Last*

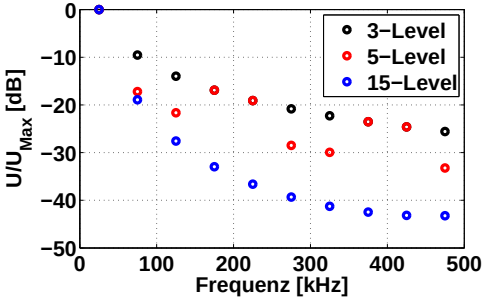


Abbildung 2.23: *Spektren der Ausgangssignale von Multilevel-Umrichtern mit variabler Stufenanzahl*

2.4 Zusammenfassung der bisherigen Erkenntnisse

Im obigen Abschnitt wurden die Möglichkeiten zur Reduktion von Oberschwingungen in leistungselektronischen Systemen erläutert. Diese konnten in hardware- und steuerungsmodifizierende Maßnahmen unterteilt werden. Als Maß zur Beurteilung der spektralen Reinheit wurde der Klirrfaktor herangezogen.
Es zeigt sich, dass bei der Nutzung moderner Trägerverfahren als Steuerungsmethode die unerwünschten Harmonischen in höheren Frequenzbereichen liegen und somit eine anschließende passive Filterung erheblich erleichtert wird. Der Klirrfaktor der Ausgangsspannung ist bei entsprechender Schaltzahl und entsprechendem Modulationsindex gering. Dies hat allerdings nur dann Gültigkeit, wenn die Schaltzahl, also das Verhältnis von Träger- zu Grundfrequenz groß ist [29]. Befinden sich Träger- und Basisband spektral zu nah beieinander, kommt es zur Überlappung und der Einsatz passiver Filter wird erheblich erschwert. Liegt die zu erzielende Grundschwingung im Bereich von $10 - 500\,\mathrm{Hz}$, können mit modernen Leistungshalbleitern Schaltzahlen von 21 und somit auch niedrige Klirrfaktoren leicht realisiert werden.
In dieser Arbeit werden hochfrequente Ausgangsspannungen betrachtet, deren Grundschwingungen im Bereich von 10 bis $100\,\mathrm{kHz}$ liegen. Zusätzlich soll der Klirrfaktor so gering wie möglich sein. Bei einer Schaltzahl von 21 ergäbe dies eine PWM-Taktfrequenz von $2\,\mathrm{MHz}$. Bei einer geforderten Ausgangsleistung von beispielsweise $4\,\mathrm{kW}$ könnten die Verluste eines H-Brücken-Wechselrichters mit einer solchen Taktung kritisch werden. Eine Reduktion der Schaltzahl könnte durch den Einsatz zusätzlicher passiver Filter kompensiert werden. Diese sind aber aufgrund der angestrebten Leistungsklasse voluminös und teuer.

Ein Multilevel-Umrichter erzeugt auch bei kleinerer Schaltzahl ein Ausgangssignal mit geringerem Klirrfaktor. Die Stufenanzahl des Wechselrichters bestimmt die Güte der Approximation des Ausgangssignals an einen Sinus und somit auch den Klirrfaktor des Ausgangssignals. Im betreffenden Abschnitt sind die

gängigsten Umrichtertopologien aufgezeigt worden.

Ein alternativer Multilevel-Wechselrichter zur Erzeugung einer hochfrequenten Ausgangsspannung mit geringem Klirrfaktor ist vorgestellt und messtechnisch validiert worden.

Zusätzlich zur Reduzierung des Klirrfaktors durch die Erhöhung der Stufenanzahl existieren in der Literatur viele Beiträge zur Eliminierung von einzelnen oder mehreren Oberschwingungen in Multilevel-Umrichtern mit PWM-Steuerung. (Siehe Ahmadi und Wang [2] und Cheng und Zhong [14].
Multilevel-Umrichter sind also eine Möglichkeit zur Reduktion des Klirrfaktors in Umrichtersystemen. Nachteilig ist jedoch, dass der zu betreibende Schaltungs- und Regelaufwand größer ist als bei klassischen H-Brücken.

Soll der Klirrfaktor weiter reduziert werden, so müssen zusätzliche passive, aktive oder hybride Filter integriert werden. Auf den Einsatz von passiven Filtern sollte, wie bereits erwähnt, wegen der Kosten und des Volumens möglichst verzichtet werden. Aktive Systeme werden im Bereich von hohen Leistungen und niedrigen Frequenzen vermehrt eingesetzt. Sie beruhen auf der Einspeisung eines Kompensationssignals, welches sich mit den Oberschwingungen in der Last überlagert und diese bei exakter Regelung auslöscht. Das Kompensationssignal wird dabei meist durch einen PWM-Wechselrichter erzeugt.

Im weiteren Teil der Arbeit wird ein neues aktives Filter betrachtet, welches auch bei hohen Frequenzen eingesetzt werden kann. Es verzichtet auf den Einsatz von PWM-Wechselrichtern und erzeugt das Kompensationssignal direkt aus den unerwünschten Harmonischen. Nachfolgend wird die Generierung des Kompensationssignals mittels eines Kompensationsverstärkers ausführlich erläutert.

2.5 Operationsprinzip des Kompensationsverstärkers

Zur Aufwandsreduzierung passiver Filter wird im Folgenden das Operationsprinzip des Kompensationsverstärkers vorgestellt. Dabei werden alle benötigten Komponenten und ihre Realisierungsmöglichkeiten aufgezeigt. Eine kombinierte Filterung mit passiven Filtern und einem Kompensationsverstärker (KV) ist in Abbildung 2.24 zu sehen.

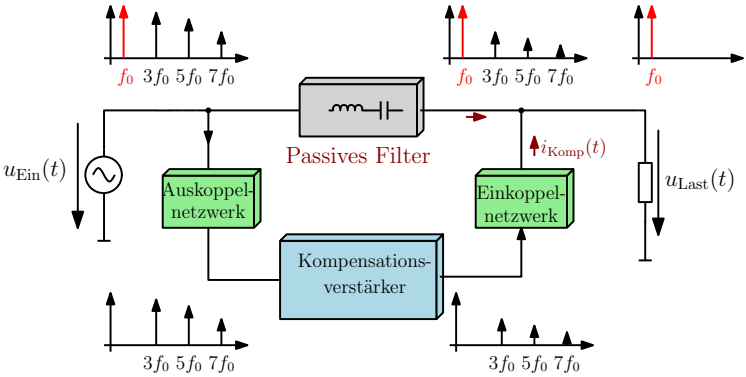


Abbildung 2.24: *Operationsprinzip des Kompensationsverstärkers*

Die Spannungsquelle liefert eine Spannung $u_{\mathrm{Ein}}(t)$, bestehend aus der Grundschwingung f_0 und Oberschwingungen. Um den Klirrfaktor der Ausgangsspannung $u_{\mathrm{Last}}(t)$ niedrig zu halten, werden die Oberschwingungen durch die passiven Filter gedämpft. Zusätzlich zu diesem Aufbau wird ein paralleler Zweig eingeführt. Dieser beinhaltet die Koppelnetzwerke und den Kompensationsverstärker. Das Ein- sowie das Auskoppelnetzwerk sind als Bandsperrfilter mit der Eckfrequenz f_0 ausgeführt und dienen der Unterdrückung der Grundschwingung. Der Kompensationsverstärker stellt einen phasengedrehten Kompensationsstrom $i_{\mathrm{Komp}}(t)$ bereit, der, überlagert mit dem Nutzsignal, zur Auslöschung der

höherfrequenten Anteile im Lastspektrum führt.

Die Hauptaufgabe des Kompensationsverstärkers ist die Phasendrehung der Oberschwingungen um 180°. Diese Phasendrehung kann analog oder digital realisiert werden. Bei der analogen Umsetzung kann eine Phasendrehung mittels invertierender Operationsverstärker herbeigeführt werden. Der Vorteil des analogen Hardwareaufbaus liegt in geringen Laufzeiten und niedrigen Kosten.
Dem gegenüber stehen jedoch mehrere Nachteile. Aufgrund von Temperaturabhängigkeiten, Bauteiltoleranzen und Alterungseffekten ist die Reproduzierbarkeit eines solchen analogen Messaufbaus schwierig. Des Weiteren droht aufgrund von Eigenschwingungen die Gefahr der Instabilität.

Die Alternative zur analogen Umsetzung ist eine Realisierung mittels digitaler Signalprozessoren (DSPs) oder Field Programmable Gate Arrays (FPGAs). Durch den Einsatz zusätzlicher Hardwareelemente und durch die digitale Verarbeitungszeit des FPGAs erfordern digitale Lösungen eine längere Laufzeit und einen erhöhten Programmieraufwand als analoge Systeme. Deutliche Vorteile bietet die digitale Umsetzung des Kompensationsverstärkers wegen hoher Reproduzierbarkeit, geringer Temperaturabhängigkeit, hoher Flexibilität sowie leichterer Regelung des Systems. Beide Lösungsansätze sollen hier untersucht und gegenüber gestellt werden.

Um eine Abschätzung treffen zu können, ob mit dem Kompensationsverstärker eine passive Filterstufe eingespart werden kann, wird in Abbildung 2.25 die Übertragungsfunktionen eines passiven Bandpassfilters mit verschiedenen Ordnungen N dargestellt. Alle Filter besitzen die gleiche Filtercharakteristik und die gleiche Eckfrequenz $f_0 = 25\,\mathrm{kHz}$. Exemplarisch sind in der Abbildung 2.25 die Dämpfungswerte für die Frequenzen $3f_0 = 75\,\mathrm{kHz}$, $5f_0 = 125\,\mathrm{kHz}$, $7f_0 = 175\,\mathrm{kHz}$ markiert. Soll die $3f_0$ Frequenzkomponente um mindestens -54 dB bedämpft werden, so muss, wie aus Abbildung 2.25 zu entnehmen ist, ein passives Filter zweiter Ordnung eingesetzt werden.

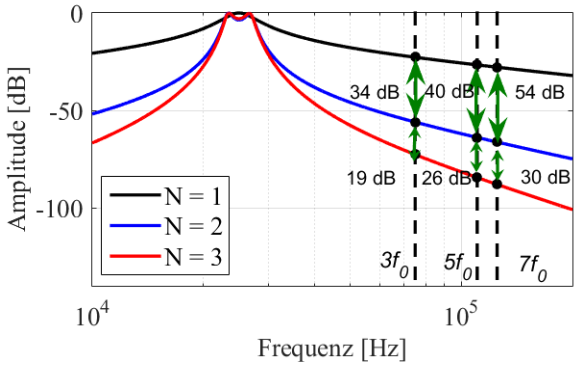


Abbildung 2.25: *Vergleich Prefilterordnungen*

Alternativ kann ein Filter erster Ordnung in Kombination mit einem Kompensationsverstärker genutzt werden, aber nur unter der Bedingung, dass dieser zusätzlich zu den 20 dB des passiven Filters erster Ordnung die Frequenzkomponente um weitere 34 dB bedämpft. 34 dB entsprechen der Differenz der Dämpfung eines Filters erster Ordnung zu einem Filter zweiter Ordnung.
Im betrachteten Frequenzbereich nimmt mit steigender Filterordnung die Differenz der Dämpfungen zwischen den Kurven ab. Demzufolge sinken die Anforderungen an die zusätzlich zu erbringende Dämpfung des Kompensationsverstärkers mit steigender Filterordnung.

3 Analoge Realisierung des Kompensationsverstärkers

In diesem Kapitel wird die Umsetzung des Kompensationsverstärkers mit analogen Komponenten aufgezeigt. Zunächst werden die benötigten Grundlagen zur Auslegung der Filter sowie Simulationen der Filter vorgestellt. Abschließend wird der Aufbau des analogen Kompensationsverstärkers präsentiert und messtechnisch validiert.

Bei einer analogen Realisierung werden Phasendrehung und Verstärkung der einzelnen Frequenzkomponenten von einem analogen aktiven Filter bereitgestellt. Somit ist für jede zu kompensierende spektrale Frequenzkomponente ein Filter zu entwerfen. Jedes analoge Filter besteht weiterhin aus zwei Teilfiltern. Für die Selektion des korrekten Frequenzbandes wird ein aktiver Bandpass in Reihe zu einem Allpass geschaltet. Die Phasenverschiebung ist durch die Laufzeitverzögerung des Allpasses einzustellen. Für die Einstellbarkeit der Verstärkung existieren mehrere Möglichkeiten. Erstens kann die Verstärkung durch den Bandpass eingestellt werden, zweitens durch einen nachgeschalteten Addierer.

Abbildung 3.1 zeigt eine Realisierung des Kompensationsverstärkers mit aktiven Filtern. Blau kennzeichnet das Bandpassfilter, gelb das Allpassfilter zweiter Ordnung. Die zu kompensierende Oberschwingung wird durch einen aktiven Bandpass mit Mehrfachkopplung selektiert. Die eigentliche Verstärkung und Phasendrehung kann für eine Frequenzkomponente mit dem Allpassfilter eingestellt werden. Die Dimensionierung der jeweiligen Filter erfolgt durch Anpassung der Widerstände und wird in den fol-

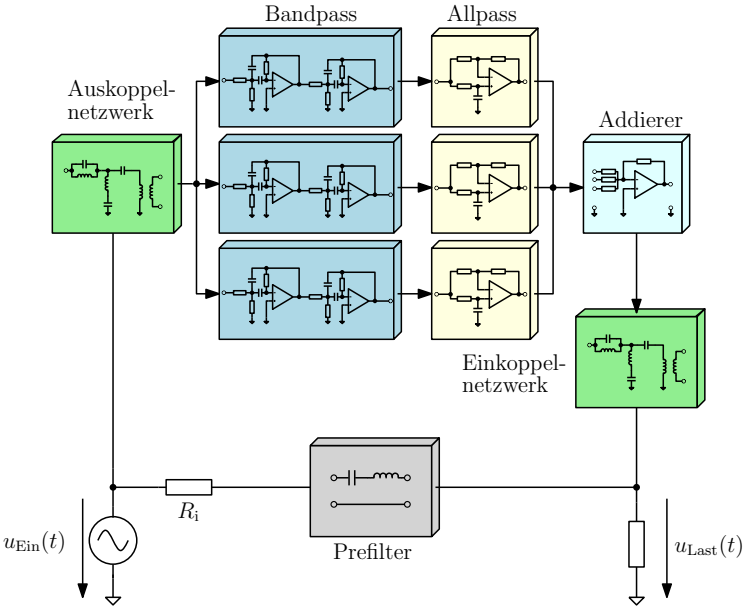


Abbildung 3.1: *Aufbau eines aktiven All- und Bandpasses für drei Stufen*

genden Unterkapiteln erläutert.
Sollen N Frequenzen minimiert werden, so erfolgt eine Parallelschaltung von N Filterstufen. Diese sind vom Aufbau her gleich, unterscheiden sich jedoch in der Dimensionierung der Widerstände und Kondensatoren. Die Ausgangssignale der Filterstufen werden anschließend auf einem Addierer zusammengeführt und zu einem Summensignal zusammengefasst. Dies hat den Vorteil, dass die einzelnen Stufen sich nicht gegenseitig beeinflussen.
Die Quelle liefert ein Mischsignal, bestehend aus Grundschwingung und Oberschwingungen. Da das analoge Filter nur die Oberschwingungen beeinflussen soll, müssen jeweils vor und hinter den analogen Komponenten Koppelnetzwerke installiert sein. Diese dienen dem Schutz der Elektronik vor der hohen Energie der Grundschwingung und sind als passive Bandpassfilter realisiert.

In Verbindung mit dem passiven Filter sind Transformatoren zur galvanischen Trennung des Systems vorgesehen. Als Last kann sowohl eine frequenzabhänigige Impedanz $Z(f)$ als auch ein ohmscher Verbraucher R vorgesehen werden.

In den folgenden Unterkapiteln wird kurz auf die Auslegung der aktiven Filter eingegangen und anschließend eine Simulation und Messung der dimensionierten Filter durchgeführt.

3.1 Auslegung eines aktiven Bandpasses mit Mehrfachkopplung

Im Weiteren wird eine Realisierung eines aktiven Bandpasses mit Mehrfachkopplung vorgestellt. Im Allgemeinen werden Bandpassfilter höherer Ordnung $N \geq 4$ mit kleinen Bandbreiten $\Delta w_\mathrm{n} < 1$ durch eine Reihenschaltung von Bandpässen niedrigerer Ordnung realisiert. Dieses Verfahren bezeichnen Tietze und Schenk [67] auch als „straggered tuning“. Aktive Filter können in Strukturen mit Einfach- oder Mehrfachkopplung unterteilt werden. In Filterstrukturen mit Mehrfachkopplung werden Eigenschwingungen nicht so stark angeregt und zeigen daher in der Regel auch bei nicht exakter Dimensionierung der Bauteile ein stabileres Verhalten. Positiv ist auch die Einstellbarkeit der Resonanzfrequenz unabhängig von Polgüte und Bandbreite durch alleinige Variation des Widerstandes R_3. Abbildung 3.2 zeigt ein Bandpass vierter Ordnung mit Mehrfachkopplung.
Aufgrund dieser Vorteile werden in dieser Arbeit aktive Filter mit Mehrfachkopplung verwendet. Die Ordnung des Filters ergibt sich hierbei aus dem Abstand von Durchlass- zu Sperrbereich. Da jede Stufe zur Kompensation einer Oberschwingung ausgelegt ist, würde eine unzureichende Unterdrückung der anderen Oberschwingungen in dieser Stufe zur Einspeisung von unerwünschten spektralen Komponenten in die Last führen. Daraus resultiert eine Verschlechterung des Klirrfaktors. Die Ordnung des Filters ist aus diesem Grund hinreichend groß zu wählen.

Hier wird ein Filter vierter Ordnung verwendet und in Abbildung 3.2 dargestellt.

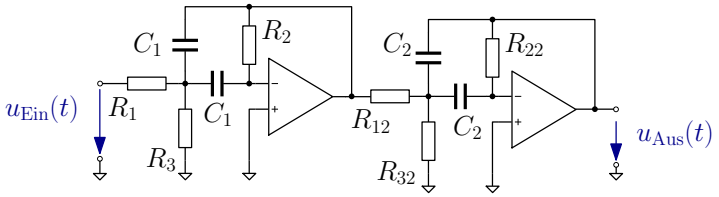


Abbildung 3.2: *Aufbau eines aktiven Bandpasses 4-ter Ordnung mit Mehrfachkopplung*

Jeweils ein Operationsverstärker mit Beschaltung stellt hierbei einen Bandpass zweiter Ordnung dar. Für das Filterdesign sind Resonanzfrequenz, Filtercharakteristik und Welligkeit frei wählbar. Aus Tabellenbüchern wie z.B. im Handbuch von Saal [55] sind daraus im Anschluss die Filterparameter a_{i} und b_{i} abzulesen.

Die Übertragungsfunktion $A(s_{\mathrm{n}})$ eines Bandpasses vierter Ordnung ist nach Tietze und Schenk [67] gegeben durch:

$$A(s_{\mathrm{n}}) = \frac{s_{\mathrm{n}}^2 A_{\mathrm{m}} (\Delta w_{\mathrm{n}})^2 / b_1}{\left[1 + \frac{\alpha s_{\mathrm{n}}}{Q_{\mathrm{i}}} + (\alpha s_{\mathrm{n}})^2\right] \left[1 + \frac{1}{Q_{\mathrm{i}}}\left(\frac{s_{\mathrm{n}}}{\alpha}\right) + \left(\frac{s_{\mathrm{n}}}{\alpha}\right)^2\right]} \,. \tag{3.1}$$

Die Gleichung beinhaltet die Verstärkung bei der Resonanzfrequenz A_{m}, die Polgüte Q_{i} und die normierte Bandbreite des Filters Δw_{n}, die aus der Resonanzfrequenz f_{Gr} des Filters bestimmt werden kann. Die Konstante α ergibt sich nach [67] zu Gleichung (3.2):

$$\alpha^2 + \left[\frac{\alpha \Delta w_{\mathrm{n}} a_1}{b_1 (1 + \alpha^2)}\right]^2 + \frac{1}{\alpha^2} - 2 - \frac{(\Delta w_{\mathrm{n}})^2}{b_1} = 0 \,. \tag{3.2}$$

Die Polgüte ist abhängig von den Filterparametern α,a_1,b_1 und der normierten Bandbreite. Je größer die Güte ist, desto steiler

verläuft der Übergang der Übertragungsfunktion vom Durchlass- zum Sperrbereich des Filters

$$Q_\mathrm{i} = \frac{(1+\alpha^2)b_1}{\alpha \Delta w_\mathrm{n} a_1}\,. \tag{3.3}$$

Das Filter vierter Ordnung wird im „straggered tuning“-Verfahren durch zwei in Reihe angeordnete Bandpässe zweiter Ordnung realisiert. Jedes dieser Filter wird beschrieben durch:

$$A(s_\mathrm{n}) = \frac{-\frac{R_2 R_3}{R_2+R_3} C_1 s_\mathrm{n} \omega_\mathrm{Gr}}{1 + \frac{2R_1R_3}{R_1+R_3} C_1 s_\mathrm{n} \omega_\mathrm{Gr} + \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1+R_3} C_1^2 s_\mathrm{n}^2 \omega_\mathrm{Gr}^2}\,. \tag{3.4}$$

Die Multiplikation beider Übertragungsfunktionen ergibt dann wieder Gleichung 3.1 Aus der gewünschten Verstärkung bei Resonanz A_m, der Güte Q des Filters und mit der Wahl der Kondensatoren $C_1 = C_2 = 10\,\mathrm{nF}$ können die Widerstände mit Gleichung (3.5) ermittelt werden.

$$\begin{aligned}
R_2 &= \frac{Q}{\pi f_\mathrm{r} C_1} \\
R_1 &= \frac{R_2}{-2A_\mathrm{m}} \\
R_3 &= \frac{-A_\mathrm{m} R_1}{-2Q^2 + A_\mathrm{m}} \\
R_{22} &= \frac{Q}{\pi f_{\mathrm{r}2} C_2} \\
R_{12} &= \frac{R_{22}}{-2A_\mathrm{m}} \\
R_{32} &= \frac{-A_\mathrm{m} R_{12}}{-2Q^2 + A_\mathrm{m}}
\end{aligned} \tag{3.5}$$

Als beispielhafte Auslegung ist ein Bandpass vierter Ordnung mit der Resonanzfrequenz von $f_\mathrm{Gr} = 75\,\mathrm{kHz}$ dimensioniert worden. Die simulierte Übertragungsfunktion ist in Abbildung 3.3 zu sehen. In blauer und grüner Farbe sind die beiden Bandpassfilter zweiter Ordnung dargestellt. Die Addition beider Übertragungsfunktionen ergibt die Gesamtübertragungsfunktion in rot. Es ist

zu erkennen, dass die beiden Teilfilter leicht verstimmt sind. Diese Verstimmung definiert die Bandbreite des Gesamtfilters. Die Resonanzfrequenz f_{Gr} der roten Kurve liegt bei 75 kHz und bestätigt damit die Auslegung.

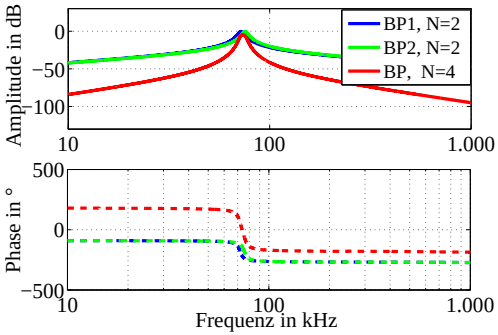


Abbildung 3.3: *Simuliertes aktives Bandpassfilter 4-ter Ordnung mit der Resonanzfrequenz* $f_{\mathrm{Gr}} = 75\,\mathrm{kHz}$

3.2 Auslegung des aktiven Allpassfilters

Mit einem Allpass bietet sich die Möglichkeit, die Phase ϕ bei konstanter Verstärkung einzustellen. Für eine Phasendrehung um bis zu 180° ist nach Tietze und Schenk [67] ein Allpassfilter erster Ordnung nötig. Abbildung 3.4 zeigt seinen Aufbau.

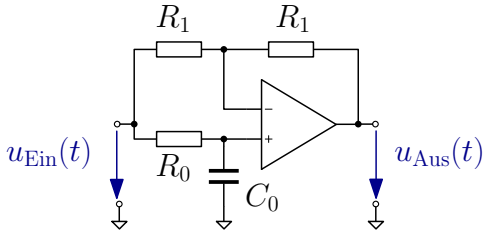


Abbildung 3.4: *Allpass 1-ter Ordnung*

Analog zur Bandpassauslegung wird bei der Allpassauslegung die Filtercharakteristik frei gewählt. Aus der Filtercharakteristik ergibt sich der Filterkoeffizient a_{i} und gegebenenfalls b_{i}. Die Grenzfrequenz f_{Gr} lässt sich unter Zuhilfenahme des Filterkoeffizienten und des Widerstandes bzw. Kondensators bestimmen [67].

$$f_{\mathrm{Gr}} = \frac{a_{\mathrm{i}}}{2\pi \cdot R_0 \cdot C_0} \tag{3.6}$$

Die resultierende Phasenverschiebung bei einer gewünschten Kreisfrequenz ω ist somit abhängig vom Widerstand R_0 und dem Kondensator C_0 und lässt sich durch Gleichung (3.7) berechnen. Widerstand R_1 ist frei wählbar und hat keinerlei Einfluss auf die Phasenverschiebung [67]. Hier wird R_1 zu 1 kΩ gewählt.

$$\phi = -2 \arctan(\omega R_0 C_0) \tag{3.7}$$

3.3 Simulation des analogen Kompensationsverstärkers

In der Simulation soll der Nachweis erbracht werden, dass das Lastspektrum und damit auch der Wert des Klirrfaktors durch den Einsatz des analogen Kompensationsverstärkers verbessert werden kann. Der simulierte Aufbau entspricht dem Prinzipschaltbild aus Abbildung 3.1. In Serie zur Last befindet sich das passive Vorfilter, auch Prefilter genannt. Dieses ist als Serienschwingkreis erster Ordnung mit einer Resonanzfrequenz von 25 kHz ausgelegt. Die Ordnung des Prefilters bestimmt die Dämpfung der unerwünschten Signalanteile in der Last. Wird die Ordnung erhöht, so sind die Amplituden, die der aktive Filter kompensieren muss, kleiner und somit auch die aufzubringende Leistung des Kompensationsverstärkers. Abbildung 3.5 visualisiert die Übertragungsfunktion des Prefilters.

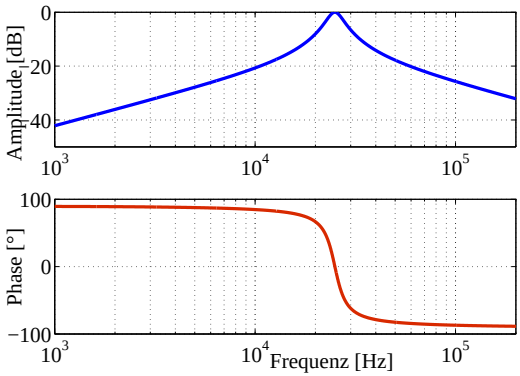


Abbildung 3.5: *Übertragungsfunktion des Prefilters für die Simulation des aktiven Kompensationsverstärkers,* $f_{\mathrm{Gr}} = 25\,\mathrm{kHz}$ [1]

[1] Bauteilwerte des Prefilters $L = 530\,\mu\mathrm{H}$, $C = 75\,\mathrm{nF}$ und $R = 3{,}8\,\Omega$

Das Prefilter bedämpft die ersten drei Harmonischen ($f_{75\text{kHz}}$, $f_{125\text{kHz}}$ und $f_{175\text{kHz}}$) mit jeweils ca. 22, 27 und 31 dB. Durch den Einsatz des analogen Filters sollen zusätzlich zur Prefilterdämpfung die ersten drei Harmonischen weiter bedämpft werden. Bei einer Anregung mit einem rechteckförmigen Spannungssignal der Amplitude $\hat{u}_{\text{Ein}} = 20\,\text{V}$ sind diese drei Harmonischen die höchst energetischsten. Alle weiteren Harmonischen werden nicht beeinflusst.

Die Eingangsspannung wird direkt an der Quelle gemessen. Der enthaltene Grundschwingungsanteil ($f_0 = 25\,\text{kHz}$) wird durch das eingangsseitige Koppelnetzwerk mit 80 dB bedämpft. Ferner weisen Oberschwingungen mit einer Frequenz größer 75 kHz vernachlässigbar kleine Phasenverschiebungen durch das Koppelnetzwerk auf. Die Koppelnetzwerke sind als 25 kHz-Bandsperren zweiter bzw. erster Ordnung mit galvanischer Trennung ausgelegt. Ist die Filterwirkung der Koppelnetzwerke nicht ausreichend, so besteht die Möglichkeit, das Übersetzungsverhältnis anzupassen. Durch diese Maßnahme werden aber auch die zu messenden Oberschwingungen beeinflusst. In der Simulation wie auch in der späteren Messung ist ein Übersetzungsverhältnis von 1 : 1 gewählt worden. Die simulierte Übertragungsfunktion mit einem idealen Transformator ist in Abbildung 3.6 illustriert.

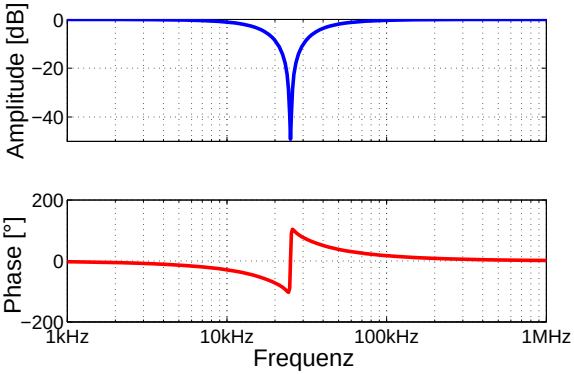


Abbildung 3.6: *Simulierte Übertragungsfunktion des Auskoppelnetzwerkes*

Das eingangsseitige Koppelnetzwerk, auch Auskoppelnetzwerk genannt, ist auf einen Ausgangswiderstand $R = 10\,\mathrm{k}\Omega$ ausgelegt und entspricht damit dem Eingangswiderstand des A/D Wandlers vom Kompensationsverstärker. Abbildung 3.7 zeigt den Aufbau des Auskoppelnetzwerkes.

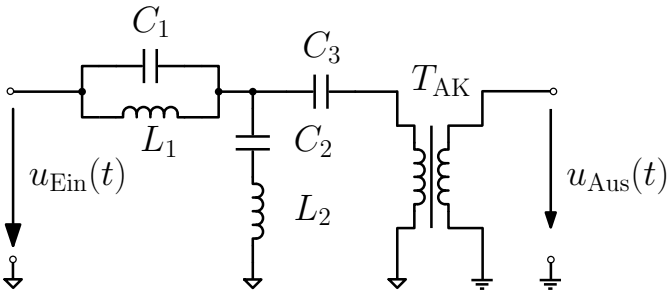


Abbildung 3.7: *Auskoppelnetzwerk des analogen Kompensationsverstärkers zweiter Ordnung*

Für das Einkoppelnetzwerk ist der Aufbau identisch, allerdings sind die Elemente L_2 und C_2 nicht bestückt. Der Kondensator C_3 dient zur Unterdrückung von Gleichspannungen, die den Transformator in die Sättigung treiben könnten. Des Weiteren ist es beispielhaft auf $R = 30\ \Omega$ dimensioniert worden, dies entspricht dem Wert des ohmschen Lastwiderstandes R_{Last}.
Abbildung 3.8 visualisiert die Ergebnisse der LTspice-Simulation der gesamten Kette. Dazu wird die Übertragungsfunktion von Quelle zu Lastwiderstand dargestellt. Um eine Vergleichbarkeit der Filterwirkungen sichtbar zu machen, werden die Übertragungsfunktionen eines Prefilters erster Ordnung dem Prefilter erster Ordnung mit Kompensationsverstärker und einem Prefilter zweiter Ordnung ohne Kompensationsverstärker gegenüber gestellt. Abbildung 3.8 ist zu entnehmen, dass die Kombination

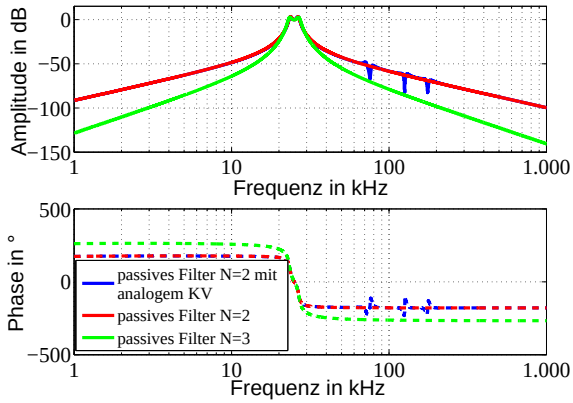


Abbildung 3.8: *Simulierte Übertragungsfunktion des analogen Kompensationsverstärkers mit Variation der Prefilterordnung*

aus passivem Filter erster Ordnung und analogem Kompensationsverstärker annähernd die gleiche Dämpfung der Oberschwingungen bereitstellen kann wie ein passives Filter zweiter Ord-

nung. Die ausgewählten Harmonischen werden durch den Einsatz des aktiven Systems mit bis zu 23 dB pro Frequenzkomponente zusätzlich zum Prefilter gedämpft. Mit weiteren Filterstufen können weitere Frequenzen selektiv unterdrückt werden.
Stellt das erzeugte Kompensationssignal nicht eine um 180° verschobene exakte Kopie der Oberschwingungen dar, bleibt ein Restfehler vorhanden. Der limitierende Faktor des aktiven Filters ist der genaue Phasen- und Amplitudenabgleich. Die Phasen und Amplituden des Kompensationssignals werden aufgrund von Bauteiltoleranzen nicht exakt nachgebildet.

Wird der Phasenabgleich optimiert, werden zusätzliche Dämpfungen von bis zu 40 dB realisiert.
In Abbildung 3.9 ist ein Simulationsergebnis des analogen Kompensationsverstärkers mit verbessertem Phasenabgleich zu sehen, das mit idealen und realen Modellen von Operationsverstärkern erzeugt worden ist.

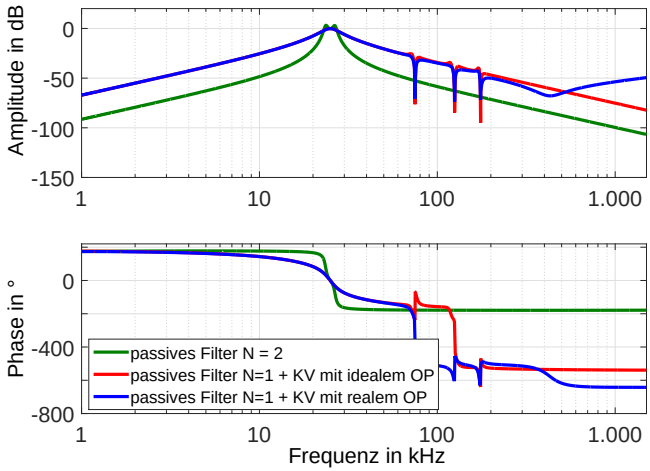


Abbildung 3.9: *Simulierte Übertragungsfunktion des analogen Kompensationsverstärkers mit optimiertem Phasenabgleich*

Zur Veranschaulichung des Einflusses von Bauteiltoleranzen auf das Ausgangsspektrum des Kompensationsverstärkers ist eine *Monte-Carlo-Analyse* der Widerstände und der Kondensatoren durchgeführt worden. Dabei sind die Elemente mit einer Toleranz von bis zu $\pm 5\%$ beaufschlagt worden. Die Auswirkung dieser Streuung der Bauteilgrößen auf das Spektrum ist in Abbildung 3.10 zu sehen. Sie belegt, dass bereits eine geringe Streu-

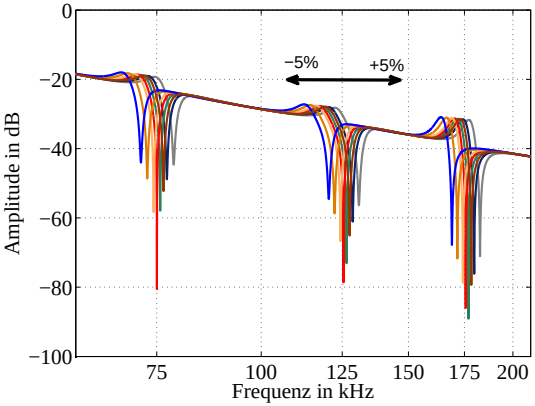
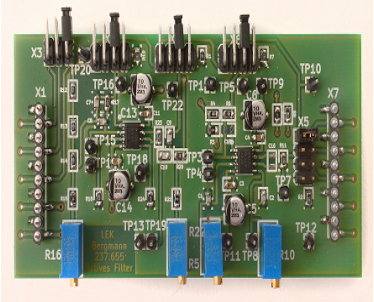


Abbildung 3.10: *Auswirkung von Bauteilvariationen ($C = \pm 5\%$) auf die Übertragungsfunktion des analogen Filters*

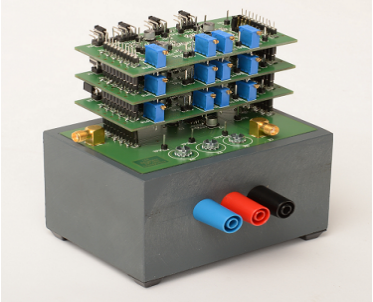
ung der Bauteilwerte um ein bis zwei Prozent eine Reduktion der Filterdämpfung von bis zu 20 dB zur Folge hat. Im späteren Hardwareaufbau werden deshalb Bauteile mit geringen Bauteiltoleranzen eingesetzt. Aber selbst bei der Verwendung von Polyphenylensulfid-Kondensatoren, die eine sehr niedrige Toleranz und eine geringe Frequenzabhängigkeit aufweisen, müssen die simulierten Bauteilwerte im späteren Hardwareaufbau durch Potentiometer oder programmierbare Widerstände angepasst werden. Mit diesen ist es dann möglich, die auftretenden Abweichungen zu kompensieren.

3.4 Betrieb und Messungen des analogen Kompensationsverstärkers

Für die Validierung der Simulation werden im folgenden Abschnitt der Hardwareaufbau des analogen Kompensationsverstärkers sowie Messergebnisse vorgestellt.
Abbildung 3.11 zeigt die gefertigten Platinen für die aktiven Filter. Auf einer Platine befinden sich sowohl Band- als auch Allpassfilter für eine Frequenzstufe. Für jede zu kompensierende Oberschwingung wird daher eine solche Platine benötigt. Der Addierer befindet sich auf der Grundplatine. Auf diese werden dann die Filterplatinen über Stiftleisten aufgesteckt und können so einfach kaskadiert werden. Der Gesamtaufbau ist in Abbildung 3.11b zu sehen.



(a) *Platine mit aktivem Filter*



(b) *Beispielhafter Aufbau der analogen Filter mit drei Frequenzstufen*

Abbildung 3.11: *Steckaufbau des analogen Kompensationsverstärkers*

In blauer Farbe sind die Potentiometer auf den Platinen zu erkennen, die zur Feinjustierung der Phase dienen. Die SMA-Buchsen dienen als Verbindungskonnektoren zu den Koppelnetzwerken.

Die Platinen werden mit einer Versorgungsspannung von $\pm 12\,\mathrm{V}$ betrieben. Als Operationsverstärker wird der *THS 4012* von Texas Instruments [65] eingesetzt.
Die Abbildung 3.12 zeigt den Messaufbau, der zum Funktionsnachweis des anlogen Kompensationsverstärkers herangezogen wird und alle Komponenten aus Abbildung 3.1 beinhaltet. Als

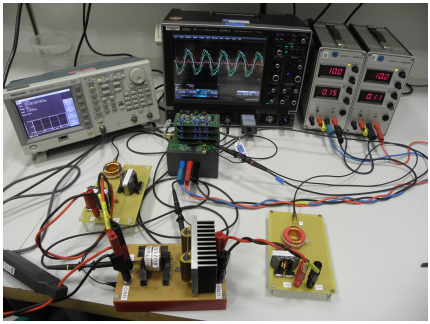


Abbildung 3.12: *Messaufbau analoger Kompensationsverstärker*

Eingangssignal wird über einen Funktionsgenerator mit Verstärker eine 25 kHz-Rechteckspannung mit einer Amplitude von 20 V eingeprägt. Die Eingangsspannung besteht somit aus der Grundschwingung und ungeradzahligen Harmonischen. Der Betrag der Harmonischen verläuft dabei nach Gleichung (2.4) mit einem $\frac{1}{i}$-Verlauf.
Die Ein- und Ausgangsspannung im Zeitbereich wird in Abbildung 3.13 veranschaulicht. Die Eingangsspannung ist kein ideales Rechteck, weil sie leicht verzerrt ist. Für die Beurteilung der Funktion ist dies aber nicht von Bedeutung. Die Ausgangsspannung wird einerseits durch das Prefilter, andererseits durch den Kompensationsfilter gefiltert. Um den Einfluss des Kompensationsverstärkers (KV) auf die Lastspannung deutlicher zu machen, ist in Abbildung 3.14 das Lastspektrum im Frequenzbereich mit und ohne aktive Kompensation dargestellt. Blau stellt dabei das Spektrum des Eingangssignals dar, schwarz das Lastspektrum

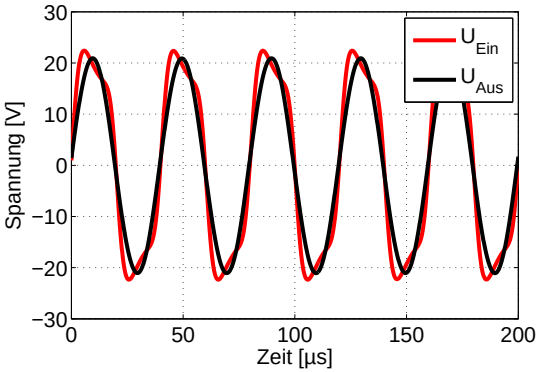


Abbildung 3.13: *Gemessene Ein- und Ausgangsspannung des analogen Systems*

bei deaktiviertem Filter und rot visualisiert das Lastspektrum bei aktiviertem Kompensationsverstärker und passivem Filter (als Hybrid bezeichnet).

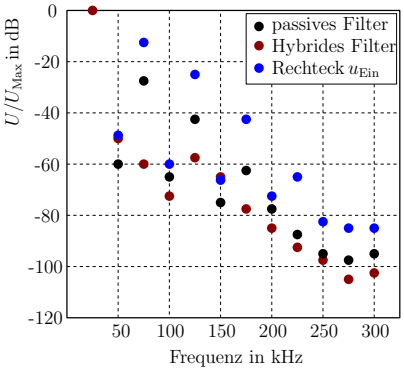


Abbildung 3.14: *Spektrum der Ein- und Ausgangsspannung mit und ohne analogem Kompensationsverstärker*

Aus der Abbildung geht hervor, dass die dritte ($f = 75\,\mathrm{kHz}$), fünfte ($f = 125\,\mathrm{kHz}$) und siebte ($f = 175\,\mathrm{kHz}$) Oberschwingung eine zusätzliche Dämpfung durch den Einsatz des Kompensationsverstärkers erfahren. Die fünfte und siebte Oberschwingung werden zusätzlich um ca. 15 dB, die dritte um ca. 30 dB bedämpft. Der Rauschpegel liegt bei den Messungen bei ca. -90 dB.

3.5 Ergebnisdiskussion

In Kapitel 3 wurde die Funktionsweise eines analogen Kompensationsverstärkers vorgestellt. Phasendrehung sowie Variation der Amplituden wurden durch analoge, aktive Filter bereitgestellt. Die Simulation zeigt, dass selektiv Harmonische im Lastspektrum durch den Einsatz des Kompensationsverstärkers zusätzlich zum passiven Prefilter minimiert werden können. Einzelne Schwingungen können dabei um mehr als 40 dB bedämpft werden.
Allerdings zeigt sich der Phasenabgleich aufgrund von Toleranzen, thermischen Drifts oder nicht exakter Dimensionierung sehr empfindlich gegenüber Bauteilwertschwankungen. Eine Abweichung von $\pm 5\%$ kann schon das Dämpfungsverhalten stark beeinflussen. Im Messaufbau tritt dieser Effekt auf, obwohl Bauteile mit niedriger Toleranz eingesetzt wurden. Die gemessene maximale Dämpfung der Oberschwingungen liegt hier unter der simulierten und beträgt ca. 30 dB.
Für jede zu beeinflussende Frequenzkomponente muss ein aktives Filter, bestehend aus einem Allpass und einem Bandpass, eingesetzt werden. Somit ist das System zwar modular, aber der Hardwareaufwand steigt proportional zu den zu kompensierenden Frequenzen. Außerdem ist das System nur für stationäre Zustände ausgelegt, Einschwingvorgänge oder Störungen in anderen Frequenzbereichen können nicht detektiert werden.

Wegen dieser Mängel des analogen Kompensationsverstärkers wird nun anschließend die digitale Realisierung betrachtet werden. Diese bietet mehrere Vorteile gegenüber der analogen Realisierung. Erstens ist der Hardwarebedarf nicht abhängig von der Anzahl der zu kompensierenden Frequenzen und zweitens ist das System invariant gegen Bauteiltoleranzen. Im Gegensatz dazu müssen Anpassungen an der Hardware vollzogen werden sowie die Programmierung der Software erfolgen.

4 Digitale Realisierung des Kompensationsverstärkers

Bei der digitalen Realisierung des Kompensationsverstärkers werden die Phasenverschiebung und die Signalverstärkung durch digitale Bausteine bereitgestellt. Eine Phasenverschiebung kann durch Zeitverzögerungen des Ausgangssignals erreicht werden. Eine digitale Verstärkung ist gleichbedeutend mit einer Multiplikation des Signals mit einem Skalar. Für ein Signal, welches nur eine Frequenzkomponente beinhaltet, ist die Implementierung einer digitalen Zeitverzögerung oder einer Multiplikation rudimentär und leicht auf FPGAs, Signalprozessoren oder Mikrocontrollern (µC) umzusetzen.

Für den Fall, dass das Signal eine Vielzahl von Frequenzkomponenten beinhaltet, ist es zwingend erforderlich, jede spektrale Komponente separat mit einer Verstärkung bzw. Zeitverzögerung zu beaufschlagen. Die Frequenzselektion kann digital durch Filter oder durch eine komplette Fourier-Transformation des Signals erzielt werden. Zusätzlich zum Programmieraufwand ist periphere Signalverarbeitung in Form von Konvertern (A/D-Wandler und D/A-Wandler) sowie analoger Filter zur Rekonstruktion bzw. Bandbegrenzung erforderlich.

Zielsetzung des Kapitels ist es, den Nachweis zu erbringen, dass eine digitale Realisierung des Kompensationsverstärkers möglich ist. Dabei werden die technischen Herausforderungen diskutiert, die sich bei einer Hardwareumsetzung ergeben. Anschließend werden für jede Realisierungsart Simulations- und Messergebnisse vorgestellt.

4.1 Grundlagen digitaler Filter

Digitale Signalverarbeitung und Übertragungsverfahren werden in vielen Applikationen eingesetzt. Egal ob in Mobiltelefonen, HiFi-Systemen oder Digitalkameras, überall werden digitale Signale verarbeitet. Weitere Anwendungsbeispiele existieren in der Messwerterfassung und -verarbeitung, Regelungstechnik oder Medizintechnik. Vorgänge der Signalglättung, Vorhersage, Differenzierung und Integration, Filtern von Rauschen und die Trennung von Signalen sind Anwendungsbeispiele von digitalen Filtern. Die Grundlagen der Systemtheorie und der digitalen Signalverarbeitung sind gut dokumentiert und können in Standardwerken wie z.B. Hess [27] oder Kammeyer [31] nachgeschlagen werden.

Zeit- und wertkontinuierliche Vorgänge, wie sie in der Natur typischerweise auftreten, werden analytisch durch Differentialgleichungen beschrieben. Berechnungen, die in digitalen Systemen wie Signalprozessoren etc. vorgenommen werden, arbeiten jedoch zeitdiskret. Das zeitkontinuierliche Signal $x(t)$ liegt also nur zu diskreten Zeitpunkten $x(nT)$ an. Ein Signal, welches aus der Abtastung eines kontinuierlichen Signals hervorgegangen ist, bezeichnet man als Abtastsignal. Anstelle von linearen Differentialgleichungen werden für die Beschreibung von zeitdiskreten Systemen wie zum Beispiel digitalen Filtern lineare Differenzengleichungen mit konstanten Koeffizienten verwendet. Diese Gleichungen lassen sich nach Azizi [9] im Allgemeinen in zwei Klassen aufteilen:

Die erste Klasse umfasst die nicht rekursiven Differenzengleichungen.
Dort wird der Ausgangswert $y(n)$ ausschließlich aus den Eingangswerten $x(n)$ gebildet. Filter mit Impulsantworten, die nach einer endlich langen Zeitspanne zu null werden und mit einer solchen Gleichung beschrieben werden können, nennt man FIR-Filter[1]. Die Differenzengleichung einer solchen Struktur wird durch

[1] **F**inite **I**mpulse **R**esponse

Gleichung (4.1) beschrieben

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} b_{\mathrm{k}} \cdot x(n-k)\,. \tag{4.1}$$

Die Grundstruktur, mit der eine nicht rekursive Differenzengleichung umgesetzt werden kann, ist in Abbildung 4.1 dargestellt. Diese Form wird auch als Direktstruktur bezeichnet und beinhaltet ausschließlich transversale Signalpfade. Ein solches Filter besteht aus Speicherelementen T, Addierern und Multiplizierern. All diese Elemente können auf digitalen Signalprozessoren, FPGAs oder Mikrocontrollern µC leicht realisiert werden.

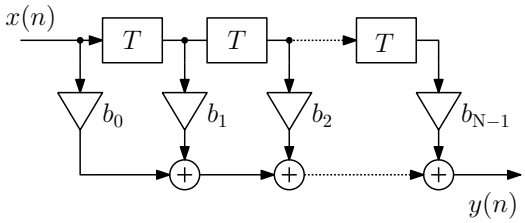


Abbildung 4.1: *Direktstruktur eines FIR-Filters*

Die zweite Klasse umfasst die Differenzengleichungen in rekursiver Form (siehe Gleichung (4.2)).
Die Bildung der Ausgangswerte erfolgt dort aus Eingangswerten sowie aus früheren Ausgangswerten $y(n-k)$. Filter dieser Art nennt man IIR-Filter[2]. Charakteristisch für diese Filter ist die unendlich lang andauernde Impulsantwort

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} b_{\mathrm{k}} \cdot x(n-k) + \sum_{k=1}^{M} a_{\mathrm{k}} \cdot y(n-k)\,. \tag{4.2}$$

Eine Realisierungsform des IIR-Filters ist analog zum FIR-Filter in Abbildung 4.2 aufgezeigt. Die Impulsantwort charakteri-

[2] **I**nfinite **I**mpulse **R**esponse

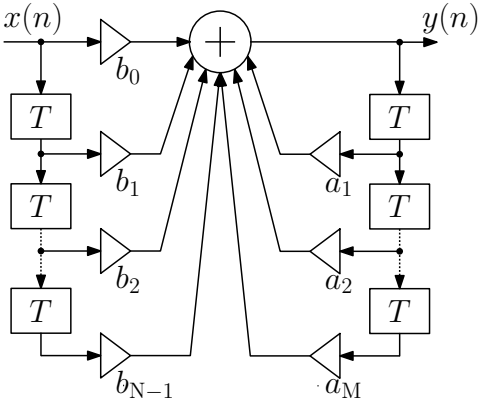


Abbildung 4.2: *Direktstruktur eines IIR-Filters*

siert ein System und ist für den nicht rekursiven Fall in Gleichung (4.3) dargestellt. $\delta(n)$ beschreibt den Dirac-Impuls, der nur zu einem Zeitpunkt den Wert eins annimmt und ansonsten null ist. Die analytische Definition eines Dirac-Impulses ist auch in Gleichung (4.3) dargestellt und lautet:

$$h(n) = \sum_{k=0}^{N-1} b_\mathrm{k} \cdot \delta(n-k) \quad \text{mit} \quad \delta(n) = \begin{cases} 1 & : \text{ für n} = 0 \\ 0 & : \text{ sonst} \end{cases}, \tag{4.3}$$

$$\Rightarrow h(n) = \begin{cases} b_\mathrm{k} & : \text{ für } 0 \leq k < N \\ 0 & : \text{ sonst} \end{cases}. \tag{4.4}$$

Wird ein FIR-Filter mit einem Dirac-Impuls beaufschlagt, so besteht seine Impulsantwort aus den Filterkoeffizienten b_k. Die zeitkontinuierliche Fourier-Transformierte der Impulsantwort nennt man Übertragungsfunktion $H(f)$. Die zeitdiskrete Fourier-Transformierte wird mit $H(z)$ bezeichnet. Die mathematischen Zusammenhänge werden in Gleichung (4.5) beschrieben. Durch die Anregung eines unbekannten FIR-Systems mit einem Dirac-Impuls,

ist es also möglich, dessen Impulsantwort zu erhalten.

$$\begin{aligned} h(t) \quad &\circ\!\!-\!\!\bullet \quad H(f) \\ \Rightarrow H(f) \quad &= \quad \sum_{k=0}^{\infty} h(k) \cdot e^{-\mathrm{j}2\pi \frac{f}{f_\mathrm{a}} k} \\ \text{mit } z = e^{\mathrm{j}2\pi \frac{f}{f_\mathrm{a}}} \Rightarrow H(z) \quad &= \quad \sum_{k=0}^{\infty} h(k) \cdot z^{-k} \end{aligned} \tag{4.5}$$

Der Parameter f_a ist die Abtastfrequenz des Systems. Ein wichtiger Aspekt für die Entscheidung, ob ein Filter mit einer IIR-Struktur oder mit einer FIR-Struktur realisiert werden kann, ist die Stabilität. Diese kann im Zeitbereich durch die Beschränktheit der Impulsantwort ausgedrückt werden. Ein System ist stabil wenn die Impulsantwort sich im Laufe der Zeit asymptotisch dem Wert null annährt. Nicht rekursive Systeme weisen nach Gleichung (4.6) per se eine absolute Stabilität auf. Rekursive Systeme können aufgrund ihrer Rückführung des Ausgangssignals instabil werden. Deswegen müssen rekursive Systeme im Einzelfall immer auf Stabilität geprüft werden.

$$\sum_{-\infty}^{\infty} |h(n)| = \sum_{k=0}^{N-1} b_\mathrm{k} < \infty \tag{4.6}$$

Ein weiterer Entscheidungsparameter für die Realisierung der digitalen Filter ist der Entwurfsaufwand. Heutzutage gibt es viele rechnergestützte Verfahren, mit denen dem Entwickler viel Arbeit abgenommen wird [10], [68].
Für analoge Filter existiert eine Vielzahl an Tabellenbüchern, anhand derer aktive und passive Filter schnell ausgelegt werden können. Man ist versucht, diese wohl bekannten Techniken auch auf den Entwurf digitaler Filter zu übertragen [34]. Leider ist dies nicht für alle digitalen Filtertypen möglich. Für IIR-Filter kann eine Übertragung der analogen Entwurfsverfahren auf das digitale Filter angewendet werden. Im Gegensatz dazu ist dies für FIR-Filter nicht der Fall, weil die Übertragungsfunktion aufgrund der fehlenden Koeffizienten a_k keine Polstellen besitzt [31].

Als nächstes werden die Entwurfsverfahren für digitale FIR- und IIR-Filter erläutert.

4.1.1 IIR-Filtersynthese

Beim Design von IIR-Filtern kommen geschlossene Entwurfsmethoden zum Einsatz. Das impliziert das Vorhandensein von geschlossenen analytischen Lösungen für den gesamten Entwurf. Die Entwurfsrichtlinien für IIR-Filter können aus dem Entwurf für kontinuierliche Systeme abgeleitet werden. Diese Verfahren sind erprobt und es existieren zahlreiche Tabellenbücher zur Auslegung von aktiven und passiven Filtern im Zeitbereich. Das Vorgehen für kontinuierliche Filter und die Abwandlung für IIR-Filter wird im Folgenden detaillierter dargestellt und ist in Abbildung 4.3 aufgezeigt.

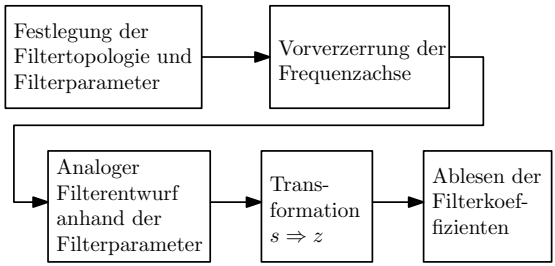


Abbildung 4.3: *Entwicklungsschema für IIR-Filter*

Als erstes wird die Filterart entsprechend der Anforderung an den Frequenzgang festgelegt: Tiefpass, Hochpass, Bandpass, usw.. Nach der Wahl des Filtertyps werden die Filterparameter bestimmt. Diesen im Frequenzbereich definierten Parametern gehören Kreisgrenzfrequenz ω_D, Kreissperrfrequenz ω_S, Sperrbandrippel δ_S und Filtercharakteristik an. Die charakteristischen Filterparameter sind anhand eines Toleranzschemas definiert und beispielhaft in der Abbildung 2.9 aus Kapitel 2 visualisiert.

Im analogen Fall wird aus den Filterparametern direkt der analoge Filterentwurf vorgenommen. Dieser liefert, hergeleitet aus den Anforderungen, die Ordnung des Filters sowie die dazugehörige Übertragungsfunktion $H(s)$ des Filterprototyps.
Im Falle einer Realisierung mit konzentrierten Elementen R, L und C können aus der Übertragungsfunktion direkt die eigentlichen normierten Elemente des Tiefpasses extrahiert werden. Soll ein Band- oder Hochpass realisiert werden, so ist eine Band- bzw. Hochpasssynthese durchzuführen. Nach einer anschließenden Entnormierung der Elemente ist der Filterentwurf abgeschlossen.

Die Realisierung digitaler Filter folgt der oben angegebenen Struktur (siehe Abbildung 4.3). Für ein digitales Filter wird die Übertragungsfunktion $H(f)$ in eine diskrete Übertragungsfunktion $H(z)$ überführt. Dies geschieht stets durch eine Transformation. Die gängigsten Transformationen lauten [31]:

1. Bilineare Transformation
2. Matched-Z-Transformation
3. Impulsvariante Transformation
4. Frequenztransformation

Am häufigsten wird die bilineare Transformation eingesetzt. Diese ist eine nicht lineare Abbildungsvorschrift, die den kontinuierlichen s-Bereich in den diskreten z-Bereich abbildet. Die mathematische Beziehung, auch als Tustin-Formel bekannt, beschreibt Gleichung (4.7):

$$s = \frac{2}{T} \cdot \frac{z-1}{z+1}\,. \tag{4.7}$$

Da hierbei eine Verzerrung der Frequenzen auftritt, muss dieser entgegenwirkt werden, indem die Frequenzen des kontinuierlichen Systems entgegengesetzt vorverzerrt werden. Die Transformation der vorverzerrten kontinuierlichen Übertragungsfunktion liefert dann die exakte diskrete Übertragungsfunktion.

Die Vorverzerrung der Frequenzachse wird nach Gleichung (4.8) durchgeführt.

$$\omega_{\mathrm{D}} = \frac{2}{T} \cdot \tan(\frac{\Omega}{2}) \tag{4.8}$$

Ω bezeichnet dabei die normierte Kreisfrequenz und wird bezeichnet mit:

$$\Omega = \frac{2\pi \cdot f}{f_{\mathrm{a}}} \,. \tag{4.9}$$

In Abbildung 4.4 wird die Verzerrung verdeutlicht. Auf die al-

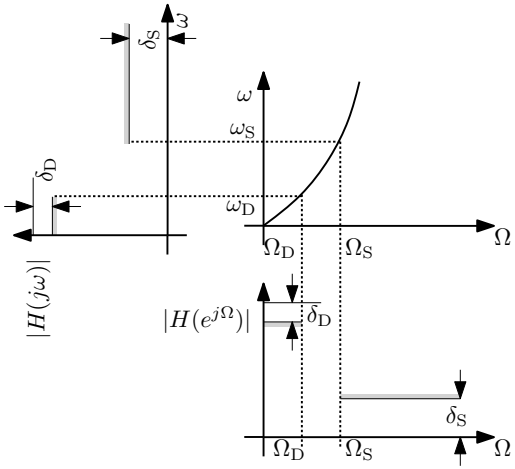


Abbildung 4.4: *Verzerrung der Frequenzachse aus [78]*

ternativen Transformationsvorschriften, wie z.B. die oben genannten Matched-Z-Transformation oder Impulsvariante-Transformation, wird im Folgenden nicht weiter eingegangen. Die Filterauslegung nach diesen Vorschriften ist in zahlreichen Lehrbüchern wie z.B. in U. Zölzer [78] dokumentiert.

4.1.2 FIR-Filtersynthese

Der Entwurf digitaler FIR-Filter verläuft komplementär zur Entwicklung von IIR-Filtern ab. Während man bei IIR-Filtern aus den Forderungen wie Sperrbandrippel oder Durchlassripple δ_D einen analogen Filterentwurf zur Gewinnung der Übertragungsfunktion nutzen kann, ist dies bei FIR-Filtern nicht möglich, weil die Koeffizienten a_k fehlen. Die FIR-Syntheseverfahren basieren zumeist entweder auf der rechnergestützten Lösung eines Optimierungsproblems oder auf der Approximation einer vorgegebenen Wunschübertragungsfunktion mittels einer Fensterfunktion. Die gängigsten FIR-Synthesevorschriften lauten [31]:

1. Entwurf mit Fensterfunktion
2. Entwurf mittels Frequenzabtastung
3. Entwurf mit gleichmäßiger Approximation
4. Synthese durch Frequenztransformationen

Für die Entwurfsverfahren, die auf Approximation basieren, wird zu Beginn eine Wunschübertragungsfunktion aufgestellt, die aus dem Toleranzband aus Abbildung 2.9 gewonnen werden kann. Es existieren keine geschlossenen Lösungen für das Approximationsproblem im Falle von FIR-Filtern. Wird jedoch eine Koeffizientenanzahl N vorgegeben, kann eine optimale Lösung erreicht werden. Je größer die Ordnung, desto größer die Anzahl an eingesetzten Addierern, Speichern und Multiplizierern. Hier muss eine Abwägung von Aufwand zu Ertrag stattfinden. Zur Berechnung des gewünschten Frequenzganges kann z.B. der *Parks-McClellan-Algorithmus* eingesetzt werden [38]. Diese Methode ist auch unter dem Namen *Remez exchange* bekannt [53].

Im Folgenden werden zwei weitere Verfahren vorgestellt. Zum einen der Entwurf mittels einer Fensterfunktion und zum anderen durch die Frequenzabtastung, auch *Frequency Sampling* genannt. Beide Realisierungsarten werden häufig in der Praxis eingesetzt [31]. Fensterfunktionen werden meist verwendet, um

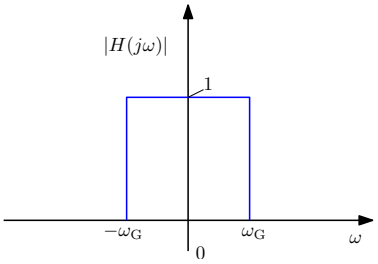
Standardfilter zu realisieren. Darunter fallen Filtertopologien wie Tief-, Hoch- oder Bandpass. Willkürliche Übertragungsfunktionen können hingegen besser mit der Frequenzabtastung nachgebildet werden.

4.1.2.1 Fenstermethode

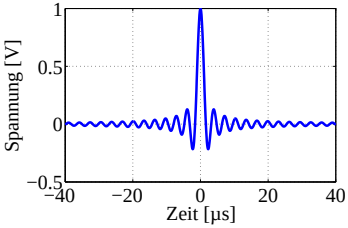
Die Fenstermethode stellt für den Entwurf eines FIR-Filters ein quasi geschlossenes Entwurfsverfahren dar. Das Verfahren ist leicht in der Handhabung und bietet gute Resultate im Vergleich zum Designaufwand. Des Weiteren wird es vorwiegend eingesetzt, um Standardfilter zu dimensionieren.

FIR-Filter besitzen eine begrenzte Impulsantwort. Der Amplitudengang eines digitalen Systems weist aber grundsätzlich einen periodischen Verlauf mit der normierten Kreisfrequenz $\Omega = \frac{2\pi \cdot f}{f_a}$ auf. Unter Zugrundelegung einer linearen Phase ist es möglich, die Übertragungsfunktion in einer Fourier-Reihe mit unendlich vielen Gliedern darzustellen. Bei Verwendung einer endlichen Anzahl an Koeffizienten wird die Funktion auf Kosten eines Approximationsfehlers begrenzt. Für diese Begrenzung wird eine Fensterfunktion eingesetzt. Die Wahl der Fensterfunktion beeinflusst die Qualität der Approximation.

Anhand eines Beispieltiefpasses wird die Fenstermethode demonstriert.
Zu Beginn der Tiefpasssynthese wird ein idealer Tiefpassprototyp und dessen ideale Übertragungsfunktion genutzt. Im Gegensatz zur Toleranzbanddarstellung aus Abbildung 2.9 wird die Übertragungsfunktion nur durch die Eckkreisfrequenz Ω_G charakterisiert. Die Dämpfung des Sperrbandes wird als unendlich und die Dämpfung des Durchlassbandes als null angenommen. Der vereinfachte Verlauf stellt ein Rechteck dar und wird in Abbildung 4.5a präsentiert. Die Impulsantwort $h_{\mathrm{Ideal}}(n)$ ist die inverse Fourier-Transformierte der rechteckförmigen Übertragungsfunktion und wird in Abbildung 4.5b visualisiert. Der Verlauf stellt einen $\frac{\sin(x)}{x}$ Verlauf dar, auch Si-Funktion genannt. Die



(a) *Fourier-Transformierte der Si-Funktion*



(b) *Si-Funktion normiert auf* $\frac{\Omega_G}{\pi}$

Abbildung 4.5: *Zeit- und Frequenzverlauf eines idealen Tiefpasses*

analytische Beschreibung der Si-Funktion ist in Gleichung (4.10) gegeben und lautet:

$$h_{\mathrm{Ideal}}(n) = \frac{\Omega_\mathrm{G}}{\pi} \cdot \frac{\sin(n\Omega_\mathrm{G})}{n\Omega_\mathrm{G}} = \frac{\Omega_\mathrm{G}}{\pi} \cdot \mathrm{si}(n\Omega_\mathrm{G})\,. \tag{4.10}$$

Aus der Abbildung geht deutlich hervor, dass die Schwingungen mit steigender Zeit kleiner, aber nicht null werden. Für die zeitliche Begrenzung des Signals wird daher ein Fenster verwendet. Das einfachste Fenster ist eine symmetrische Rechteckfunktion, wie sie in Abbildung 4.5a dargestellt ist. Das bedeutet, dass die Fensterfunktion den Wert eins für $|n| \leq (N-1)/2$ besitzt und null bei allen anderen Werten, wobei N die Filterordnung ist. Die Fensterfolge $h_{\mathrm{FR}}(n)$ ist in Gleichung (4.11) dargestellt.

$$h_{\mathrm{FR}}(n) = \begin{cases} 1 & \text{für} \quad |n| \leq (N-1)/2 \\ 0 & \text{für} \quad |n| > (N-1)/2 \end{cases} \tag{4.11}$$

Für die Anwendungen in der Praxis ist das Rechteckfenster jedoch aufgrund der scharfen Ausblendung der Koeffizienten völlig ungeeignet. Zudem wurde bis hierhin noch keinerlei Aussage über die Dämpfung im Sperrbereich getätigt. Diese ergibt sich durch die Wahl des Fensters. In der folgenden Tabelle 4.1 sind verschiedene Fensterfunktionen und deren Dämpfung bei der ersten

Nebenkeule aufgeführt. Die dazugehörigen Fensterkoeffizienten sind bei Steve Winder [72] zu finden. Die Impulsantwort des fina-

Tabelle 4.1: *Nebenkeulendämpfung in Abhängigkeit von der Fensterfunktion*

Fensterfunktion	Nebenkeulendämpfung in dB
Rechteck	-13,21
Dreieck	-27
van Hann	-35
Hamming	-43
Blackman	-51
3. Ordnung Blackman Harris	-61
4. Ordnung Blackman Harris	-74

len Filters $h_{\mathrm{D}}(n)$ ergibt sich dann aus der Multiplikation beider Impulsantworten zu:

$$\begin{aligned} h_{\mathrm{D}}(n) &= h_{\mathrm{Ideal}}(\mathrm{n}) \cdot h_{\mathrm{FR}}(\mathrm{n}) \\ &= \frac{\Omega_{\mathrm{G}}}{\pi} \cdot \mathrm{si}(n\Omega_{\mathrm{G}}) \quad \text{für } n \geq 0\,. \end{aligned} \tag{4.12}$$

Die Filterkoeffizienten b_{k}, die das FIR-Filter beschreiben, können nach Gleichung (4.4) direkt aus der abgetasteten Impulsantwort entnommen werden.

Mit dem Faltungstheorem $f_1(n) \cdot f_2(n) \circ\!\!-\!\!\bullet\, \frac{1}{2\pi} F_1(e^{\mathrm{j}\omega}) \otimes F_2(e^{\mathrm{j}\omega})$ berechnet sich der Amplitudenfrequenzgang zu:

$$H_{\mathrm{D}}(s) = \frac{1}{2\pi} \mathrm{rect}\left(\frac{\Omega}{2\Omega_{\mathrm{g}}}\right) \otimes \mathrm{si}(\Omega)\,. \tag{4.13}$$

4.1.2.2 Frequenz-Abtast-Methode

Die Fenstermethode wird gebräuchlicherweise nur für den Entwurf von Standard-Prototyp-Filtern verwendet. Mit der Frequenz-

Abtast-Methode (Frequency Sampling Methode) ist es möglich, nicht Standardfilter zu entwerfen. Im Falle des Kompensationsverstärkers liefern nur eine exakte Phase und Amplitude bei einer gewünschten Frequenz eine destruktive Interferenz im Summenpunkt. Diese Forderung lässt sich mit dem hier vorgestellten Verfahren umsetzen, wodurch es für die Synthese des im Kompensationsverstärker verwendeten Filters in Frage kommt.

Mit der nachfolgend vorgestellten analytischen Koeffizientenauslegung können beliebige Impulsantworten mit einer exakten Phase und Amplitude basierend auf der Frequency Sampling Methode realisiert werden. Die Differenzengleichung für FIR-Filter lässt sich durch Gleichung (4.14) bzw. Gleichung (4.1) beschreiben

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} b_{\mathrm{k}} \cdot x(n-k)\,. \tag{4.14}$$

Die Variable x(n) sind die Eingangs- und y(n) die Ausgangssamples im Zeitbereich. $N-1$ ist die Ordnung des Filters. Die Übertragungsfunktion $H(\Omega)$ eines solchen Systems kann mit Gleichung (4.15) beschrieben werden.

$$H(\Omega) = \sum_{k=0}^{N-1} b_{\mathrm{k}} e^{-\mathrm{j}\Omega k} \tag{4.15}$$

$$\Omega = \frac{2\pi f}{f_{\mathrm{a}}} \tag{4.16}$$

Der Parameter f_{a} ist die Abtastfrequenz des digitalen Systems. Mit der Forderung nach einer exakten Verstärkung G_{M} und einer Phase ϕ_{M} bei einer einzelnen Frequenz f kann Gleichung (4.15) modifiziert werden zu:

$$G_{\mathrm{M}} e^{-\mathrm{j}\phi_{\mathrm{M}} k} = \sum_{k=0}^{N-1} b_{\mathrm{k}} e^{-\mathrm{j}\Omega k}\,, \tag{4.17}$$

$$\begin{aligned} G_{\mathrm{M}} e^{-\mathrm{j}\phi_{\mathrm{M}} k} \quad &= \quad b_0 + b_1 e^{-\mathrm{j}\Omega} + b_2 e^{-\mathrm{j}2\Omega} + \\ &\quad \ldots + b_{\mathrm{N}-1} e^{-\mathrm{j}(N-1)\Omega}\,. \end{aligned} \tag{4.18}$$

Für X Frequenzpunkte (z.B. $X = 2$) wird Gleichung (4.17) erweitert zu Gleichung (4.19). Unter Berücksichtigung der Spiegelfrequenzen ist es notwendig, jede Gleichung zu einer Frequenzkomponente doppelt in der Matrix aufzuführen. Hierbei wird eine Gleichung mit positivem und eine mit negativem Vorzeichen versehen. Die Matrix ist regulär und besitzt einen Rang von $N = 2X$.

$$\begin{bmatrix} G_0 e^{-\mathrm{j}\phi_0} \\ G_0 e^{\mathrm{j}\phi_0} \\ \vdots \\ G_\mathrm{X} e^{\mathrm{j}\phi_\mathrm{X}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & e^{-\mathrm{j}\Omega_0} & \dots & e^{-\mathrm{j}\Omega_0(N-1)} \\ \vdots & e^{\mathrm{j}\Omega_0} & \dots & \vdots \\ \vdots & e^{-\mathrm{j}\Omega_\mathrm{X}} & \dots & e^{-\mathrm{j}\Omega_{\mathrm{X}(N-1)}} \\ 1 & e^{\mathrm{j}\Omega_\mathrm{X}} & \dots & e^{\mathrm{j}\Omega_{\mathrm{X}(N-1)}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_0 \\ \vdots \\ \vdots \\ b_{\mathrm{N}-1} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

Gleichung (4.19) ist ein System von linearen, komplexen Gleichungen, welches leicht gelöst werden kann. Unter Zuhilfenahme dieses Ausdrucks ist es möglich, die Koeffizienten eines FIR-Filters unter der Forderung nach einer festen Phase bzw. Verstärkung bei gewünschten Frequenzpunkten zu berechnen. Die berechneten Filterkoeffizienten $b_0 ... b_{\mathrm{N}-1}$ sind reelle Zahlen. Eine beispielhafte Auslegung wird im Anhang C aufgeführt.

4.1.3 Vergleich der Filtersysteme

Aus dem Abschnitt 4.1.1 zur Filtersynthese geht hervor, dass der Entwurf von rekursiven IIR-Filtern einfacher ist, weil die Übertragungsfunktion aus dem kontinuierlichen System gewonnen werden kann.
FIR-Systeme müssen den Verlauf der gewünschten Übertragungsfunktion stets approximieren. Dies geschieht meist rechnergestützt oder mit Fensterfunktionen. Auch benötigen FIR-Filter bei gleichen Anforderungen meist eine höhere Ordnung zur Realisierung als IIR-Filter. Dem gegenüber steht die absolute Stabilität der FIR-Systeme. Jedoch ist zu berücksichtigen, dass in der hiesigen Applikation kein Standard-Prototyp-Filter benötigt wird, sondern ein Filter mit einer Übertragungsfunktion, die weder mit einem Tief- noch Bandpass verwirklicht werden kann.

Die Vor- und Nachteile der einzelnen Filterstrukturen sind zum Vergleich in Tabelle 4.2 aufgeführt.

Tabelle 4.2: *Vor- und Nachteile von IIR- und FIR-Systemen aus [1]*

Vorteile	Nachteile
IIR-Systeme	
Für IIR-Systeme existieren geschlossene Entwurfsverfahren	IIR-Systeme können nicht mit exakt linearer Phase realisiert werden
Die Ordnung von IIR-Systemen ist im allgemeinen niedriger als die von nicht rekursiven Systemen	IIR-Systeme können instabil werden
	IIR-Systeme entwickeln ein größeres Rundungsrauschen als FIR-Systeme
FIR-Systeme	
FIR-Systeme lassen die Realisierung einer exakten Phase zu	Für FIR-Systeme existieren keine geschlossenen Entwurfsverfahren
FIR-Systeme sind immer stabil	Eine große Systemordnung erfordert einen hohen arithmetischen Aufwand (Echtzeitproblem)
FIR-Systeme bilden ein geringes Rundungsrauschen aus	Die Gruppenlaufzeit von linear phasigen FIR-Systemen mit ungerader Systemordnung ist nicht ganzzahlig

Im weiteren Verlauf der Arbeit werden FIR-Filter zur Realisierung des Kompensationsverstärkers eingesetzt. Den Ausschlag zugunsten der nicht rekursiven FIR-Filter hat einerseits die Forderung nach hoher Stabilität des Systems und andererseits die Tatsache gegeben, dass das im Kompensationsverstärker verwendete Filter kein Standardfilter ist. Das FIR-Filter muss jeder zu kompensierenden Harmonischen eine spezielle Verstärkung und Phasendrehung zuordnen.

Nach der Entscheidung für die Filterstruktur wird im Folgenden ein Kompensationsverstärker simuliert, der auf einem digitalen FIR-Filter basiert.

4.2 Simulation des gesteuerten Kompensationsverstärkers

Für den Nachweis der Funktionalität des Kompensationsverstärkers, realisiert mit einem digitalen FIR-Filter, ist eine Machbarkeitssimulation des Systems in MATLAB/PLECS durchgeführt worden. Den schematischen Aufbau des simulierten Systems veranschaulicht Abbildung 4.6.

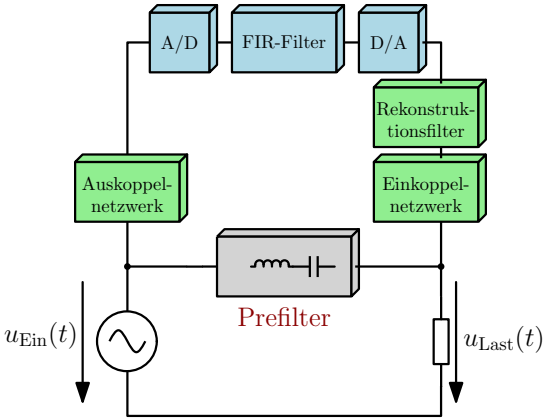


Abbildung 4.6: *Schematischer Aufbau des digitalen Kompensationsverstärkers*

Die Simulation soll zeigen, dass durch den Einsatz des Kompensationsverstärkers die Oberschwingungen an der Last reduziert werden können. Hierfür wird ein Mischsignal generiert, bestehend aus der Grundschwingung U_0 und Oberschwingungen.

Das Prefilter dämpft den Oberschwingungsanteil des Mischsignals und trägt zur Reduzierung des Klirrfaktors k an der Last bei.
Zusätzlich wird das Mischsignal über das Auskoppelnetzwerk an den Kompensationsverstärker geleitet. Das Auskoppelnetzwerk unterdrückt idealerweise die Grundschwingung, so dass nach der Digitalisierung durch den A/D-Wandler der reine Oberschwingungsanteil an das FIR-Filter weitergeleitet wird. Die Herausforderung besteht darin, die Übertragungsfunktion des digitalen Filters so zu gestalten, dass sich die Oberschwingungen an der Last weiter reduzieren oder komplett auslöschen.

Die A/D- und D/A-Wandler sind in der Simulation als Sample/Hold-Glieder mit der Abtastfrequenz $f_\mathrm{a} = 1\,\mathrm{MHz}$ nachgebildet. Diese Frequenz wird im späteren Messaufbau die Abtastrate der Wandler sein. Zusätzlich ist die Wandelzeit mittels Verzögerungsgliedern einstellbar und beträgt insgesamt $1,5\,\mu\mathrm{s}$. Entnommen ist dieser Wert den Datenblattangaben der später verwendeten A/D- und D/A-Wandler. Das Rekonstruktionsfilter ist als passiver Tiefpass zweiter Ordnung implementiert. Zur galvanischen Trennung des Systems befinden sich jeweils ideale Transformatoren in den Koppelnetzwerken. Das Auskoppelnetzwerk ist als Bandsperre zweiter Ordnung, das Einkoppelnetzwerk als Bandsperre erster Ordnung ausgeführt. Das Prefilter wird durch einen Bandpass erster Ordnung mit einer ohmschen Last dargestellt. Eine detailliertere Ansicht des Kompensationsverstärkerzweiges ist in Abbildung 4.7 zu sehen. Das zentrale Glied des Kompensationspfades bildet das FIR-Filter. Das Filter hat die Ordnung $N = 20$ bei einer Abtastfrequenz von 1 MHz. Unter der Annahme, dass das Quellensignal $u_\mathrm{EIN}(t)$ aus einer Grundschwingung mit der Frequenz f_0 besteht und sonst nur ganzzahlige Harmonische beinhaltet, können mit diesem Filter die Oberschwingungen bis zur neunten Harmonischen erfasst werden. Dies ist ausreichend, um die Funktionalität der Kompensation beurteilen zu können.

Die Anforderungen an das FIR-Filter bezüglich der Phase und der Verstärkung ergeben sich durch die Last und das verwendete

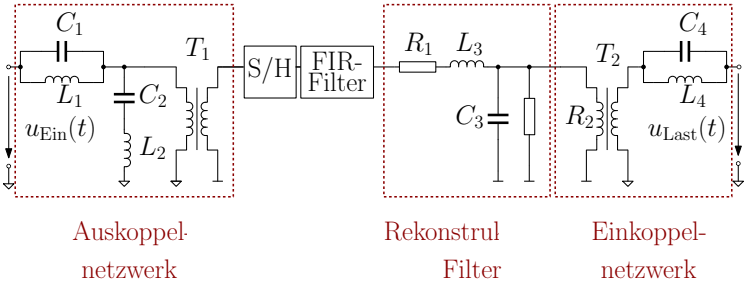


Abbildung 4.7: *Simulierter Kompensationsverstärkerzweig*

passive Prefilter. Im Speziellen muss die Übertragungsfunktion des passiven Prefilters bekannt sein, um die Amplituden- und Phasenveränderungen, herrührend durch das Prefilter, mit dem FIR-Filter invers nachzubilden.
Die simulierte Übertragungsfunktion des Prefilters wird in Abbildung 4.8 gezeigt.

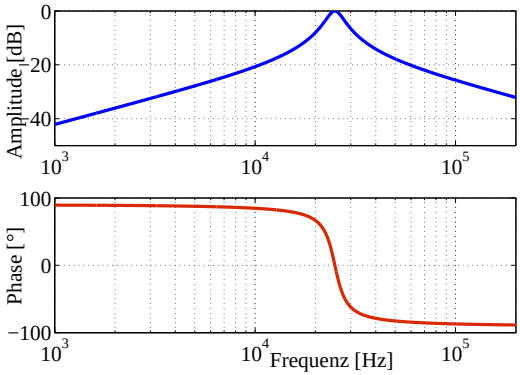


Abbildung 4.8: *Übertragungsfunktion des simulierten Prefilters erster Ordnung*

Das passive Filter dämpft die 75 kHz Frequenzkomponente um ca. -20 dB bei einer Phasenverschiebung von ca. $-81,3°$. Der Wert -20 dB entsprechen nach Gleichung (4.20) einem Dämpfungsfaktor $x = \frac{1}{10}$.

$$\begin{aligned} d_{\mathrm{dB}} &= 20 \cdot \log(x) \\ \Rightarrow x &= 10^{\frac{d_{\mathrm{dB}}}{20}} \end{aligned} \tag{4.20}$$

Der Kompensationsverstärker muss das 75 kHz-Signal um denselben Amplitudenwert dämpfen und die Phase um weitere 180° drehen, um eine destruktive Interferenz an der Last zu erzeugen. Die Koppelnetzwerke beeinflussen bereits die Dämpfung und die Phasenlage der Oberschwingungen. Die fehlende Phasenverschiebung sowie die Anpassung der Amplitude übernimmt der Kompensationsverstärker.

Aus den Anforderungen an Betrag und Phase können nun die benötigten Filterkoeffizienten nach der Frequency-Sampling-Methode aus Abschnitt 4.1.2.2 berechnet werden.

Das FIR-Filter soll die ersten neunzehn Harmonischen beeinflussen können und zusätzlich die Grundschwingung eliminieren. Alle geradzahligen Harmonischen von 25 kHz sollen bedämpft werden, alle ungeradzahligen eine definierte Verstärkung bzw. Phasenverschiebung erhalten. Insgesamt werden zwanzig Frequenzen angesprochen. Da für jede Frequenzkomponente zwei Koeffizienten benötigt werden, ergibt sich ein Filter der Ordnung $N = 40$.

In Abbildung 4.9 ist die normierte Übertragungsfunktion des FIR-Filters zu erkennen, die mit der Frequency-Sampling-Methode entworfen wurde. Der Graph ist auf die halbe Abtastfrequenz ($\frac{f_{\mathrm{a}}}{2} = 500\,\mathrm{kHz}$) normiert. Die 75 kHz Komponente, die dem x-Achsenwert 0,15 auf der normierten Frequenzachse entspricht, hat eine Verstärkung von annähernd eins bzw. 0 dB und eine Phasenverschiebung von ca. 60°. Die Werte zwischen den designierten Frequenzen können nicht beeinflusst werden und nehmen beliebige Werte an.

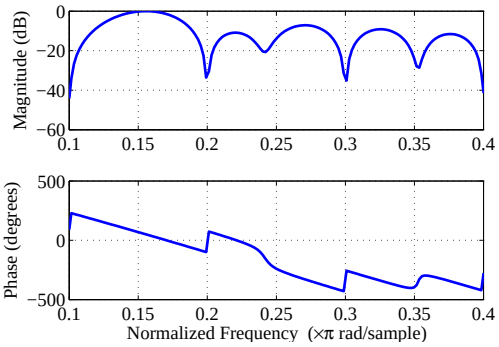
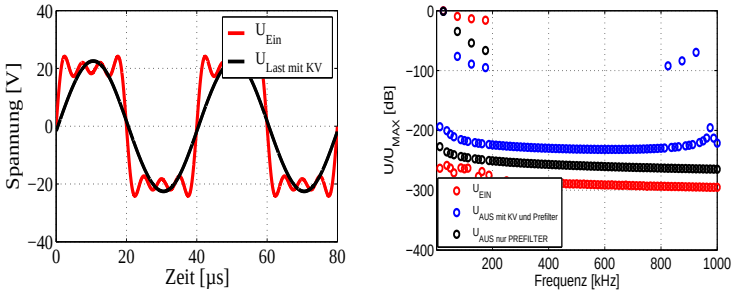


Abbildung 4.9: *Übertragungsfunktion des FIR-Filters mit der Normierungsfrequenz* $f_\mathrm{a} = 1\,\mathrm{MHz}$, Achsenwert $= \frac{\Omega}{\pi} = \frac{2f}{f_\mathrm{a}}$

Das vorgestellte System wird nun mit einer Wechselspannung beaufschlagt. Der zeitliche Verlauf des Eingangssignals ist durch Gleichung (4.21) gegeben und in Abbildung 4.10a dargestellt. Das rechteckförmige Eingangssignal besteht aus der 25 kHz–Grundschwingung und ungeradzahligen Harmonischen.

$$\begin{aligned} u_\mathrm{Ein}(t) \quad = \quad & 25\ \mathrm{V} \cdot \sin(2\pi \cdot 25\,\mathrm{kHz} \cdot t) \\ & +8\ \mathrm{V} \cdot \sin(2\pi \cdot 75\,\mathrm{kHz} \cdot t) \\ & +5\ \mathrm{V} \cdot \sin(2\pi \cdot 125\,\mathrm{kHz} \cdot t) \\ & +4\ \mathrm{V} \cdot \sin(2\pi \cdot 175\,\mathrm{kHz} \cdot t) \end{aligned} \tag{4.21}$$

Abbildung 4.10b stellt das dazugehörige Spektrum der Eingangs- und Lastspannung dar. In schwarz ist das Lastspektrum bei deaktiviertem KV und in blau das Lastspektrum mit aktiviertem Kompensationsverstärker dargestellt. Die Differenz beider Kurven zeigt die zusätzliche Dämpfung, die sich aufgrund der Nutzung des Kompensationsverstärkers ergibt. Sie erreicht bis zu 40 dB pro Oberschwingung. Theoretisch können auch höhere Dämpfungswerte erzielt werden. Dazu müsste eine ideale Bestimmung der Phase und Amplitude vorgenommen werden. Wäre



(a) *Simulierte Ein- und Ausgangsspannung*

(b) *Simuliertes Spektrum*

Abbildung 4.10: *Simulierter Zeit- und Frequenzverlauf der Eingangs- und Lastspannung des gesteuerten digitalen Kompensationsverstärkers;* $f_\mathrm{a} = 1\,\mathrm{MHz}$

dies der Fall, müsste das Signal den Wert des Rauschpegels erreichen.
Ermittelt wurden die Werte für Betrag und Phase über ein Gradientenverfahren mit einer minimalen Phasenauflösung von einem Grad. Die Frequenzanteile über 800 kHz sind die Spiegelfrequenzen des FIR-Filters. Sie treten bei den Frequenzen $f_\mathrm{a} = 1\,\mathrm{MHz} - f_\mathrm{Signal}$, also bei $925,875$ und $825\,\mathrm{kHz}$ auf. Diese können durch die Verwendung einer höheren Abtastrate oder eines passiven Rekonstruktionsfilters höherer Ordnung weiter bedämpft bzw. verschoben werden.

Der Klirrfaktor der Eingangsspannung nach Gleichung (2.1) beträgt bis zu 40,48 %. Durch die Präsenz des Prefilters wird der Klirrfaktor um ca. 35 dB auf 0,6 % reduziert. Bei aktiviertem Kompensationsverstärker findet eine zusätzliche Verringerung des Klirrfaktors um ca. 41 dB auf $6,065 \cdot 10^{-3}$ % statt. Dies ist gleichbedeutend mit der Tatsache, dass der Kompensationsverstärker mindestens in der Lage ist, die gleichen Dämpfungswerte zu er-

reichen wie eine herkömmliche passive Filterstufe.

Wird eine geringere Abtastfrequenz verwendet $f_\mathrm{a} = 500\,\mathrm{kHz}$, wird aufgrund der Anwesenheit des Kompensationsverstärkers immer noch eine zusätzliche Dämpfung der Oberschwingungen erzielt, jedoch treten die Spiegelfrequenzen jetzt schon bei kleineren Frequenzen auf $(425, 375, 325\,\mathrm{kHz})$. Abbildung 4.11 illustriert die Auswirkung der Reduktion der Abtastfrequenz. Zur Be-

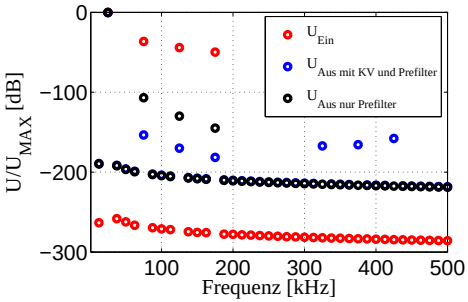


Abbildung 4.11: *Simuliertes Spektrum mit reduzierter Abtastrate* $f_\mathrm{a} = 500\,\mathrm{kHz}$

stimmung der benötigten Ausgangsleistung des D/A-Wandlers sind Ausgangsspannung und Ausgangsstrom des D/A-Wandlers in Abbildung 4.12 dargestellt. Die Multiplikation beider Größen ergibt die zu liefernde Leistung. Der zeitliche Verlauf der Momentanleistung $p(t)$ wird in Abbildung 4.13b dargestellt. Die resultierende mittlere Leistung P_FIR ergibt sich zu:

$$\begin{aligned} P &= \bar{p}(t) = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} u(t) \cdot i(t)\,\mathrm{d}t \qquad (4.22) \\ \Rightarrow P_\mathrm{FIR} &= 10\,\mathrm{mW}. \end{aligned}$$

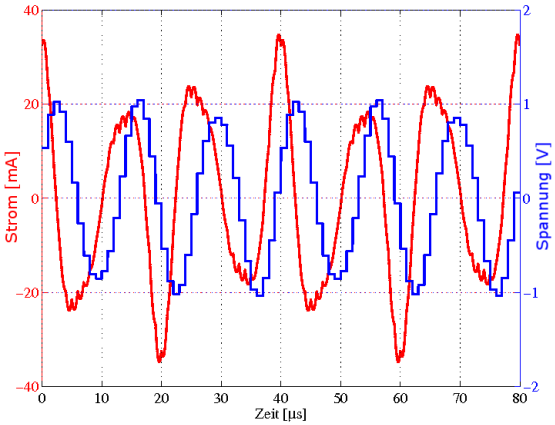
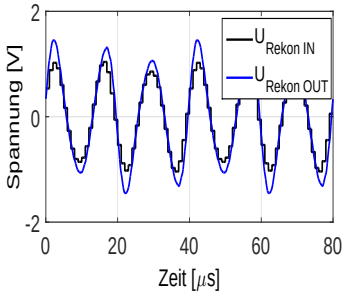
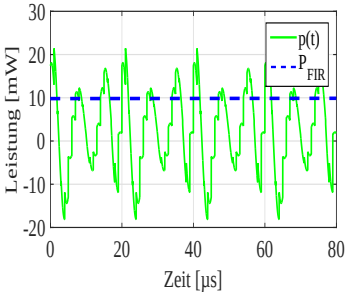


Abbildung 4.12: *Simulierter Strom- und Spannungsverlauf am Eingang des Rekonstruktionstiefpasses*



(a) *Spannungen am Rekonstruktionsfilters*



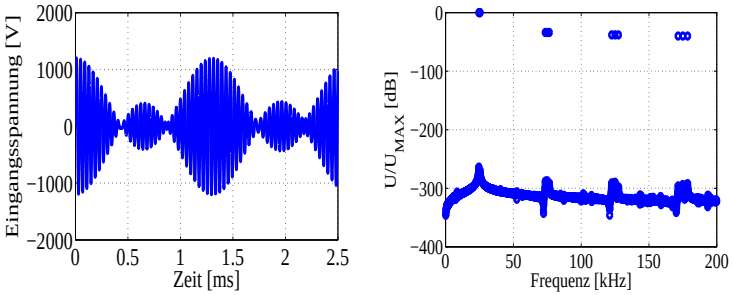
(b) *Ausgangsleistung des D/A-Wandlers*

Abbildung 4.13: *Simulierte Ein- und Ausgangsspannung des Rekonstruktionstiefpasses sowie aufzubringende Leistung*

Aus Abbildung 4.13b wird ersichtlich, dass eine Ausgangsleistung P_{Aus} des D/A-Wandlers bzw. des anschließenden Operationsverstärkers von ca. 10 mW bereitgestellt werden muss. Dies ist für heutige Operationsverstärker kein Ausschlusskriterium [64].

Das Rekonstruktionstiefpass dämpft die Spiegelfrequenzen des FIR-Filters und glättet somit das Zeitsignal. Abbildung 4.13a zeigt den Einfluss des Rekonstruktionstiefpasses auf das Ausgangssignal des FIR-Filters.

Steigt die Anzahl der zu kompensierenden Frequenzen, steigt ebenfalls die Ordnung des FIR-Filters und somit auch der Rechenaufwand. Beispielhaft ist der Kompensationsverstärker mit dem Eingangssignal aus Abbildung 4.14a beaufschlagt worden. Die Abtastfrequenz beträgt 1 MHz. Das Eingangssignal besitzt die maximale Amplitude von ca. 1,2 kV. Die einzelnen Frequenzanteile liegen spektral so dicht beieinander, dass sich eine Schwebung ausbildet. Da die maximale Amplitude größer ist als bei den vorherigen Messungen, steigt natürlich auch die Belastung der passiven Koppelnetzwerke. In Abbildung 4.15 ist analog zu Ab-



(a) *Simulierte Eingangsspannung*

(b) *Simuliertes Spektrum*

Abbildung 4.14: *Simulierter Zeit- und Frequenzverlauf des Eingangssignals mit Schwebungseffekt*

bildung 4.10b das Spektrum der Lastspannung mit aktiviertem und deaktiviertem Kompensationsverstärker dargestellt. Schwarz wird wieder das Lastspektrum bei deaktiviertem KV dargestellt, während das Lastspektrum mit aktiviertem Kompensationsverstärker blau ist. Die Differenz beider Kurven ergibt die zusätzliche Dämpfung, die sich aufgrund der Nutzung des Kompensationsverstärkers einstellt.
Es wird ersichtlich, dass alle Frequenzkomponenten der Oberschwingungen separat gedämpft werden können. Die unterschiedlichen Dämpfungswerte ergeben sich durch unterschiedlich gute Anpassung der jeweiligen Filterkoeffizienten.

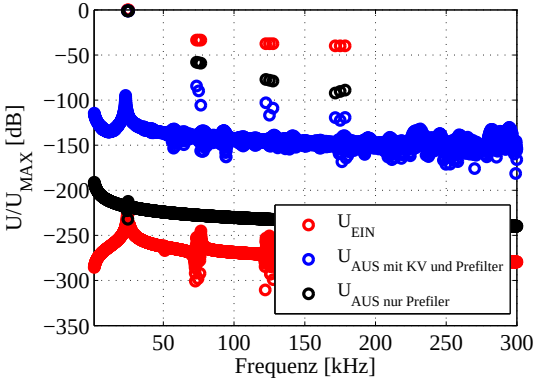


Abbildung 4.15: *Simuliertes Lastspektrum mit Eingangssignal mit Schwebungseffekt*

4.3 Aufbau des Kompensationsverstärkers

In diesem Abschnitt werden die für die Realisierung benötigten Hardwarekomponenten aufgelistet und ihre Funktionsweise einzeln erläutert. Der Aufbau zur messtechnischen Validierung des gesteuerten digitalen Systems wird in Abbildung 4.16 gezeigt. Das System beinhaltet die Koppelnetzwerke, die als Bandsperren für die Grundschwingung fungieren, die Transformatoren zur galvanischen Trennung und den digitalen Teil, bestehend aus den A/D- und D/A-Wandlern sowie dem FPGA-Board. Der Messaufbau entspricht dem des simulierten Systems aus Abbildung 4.6.

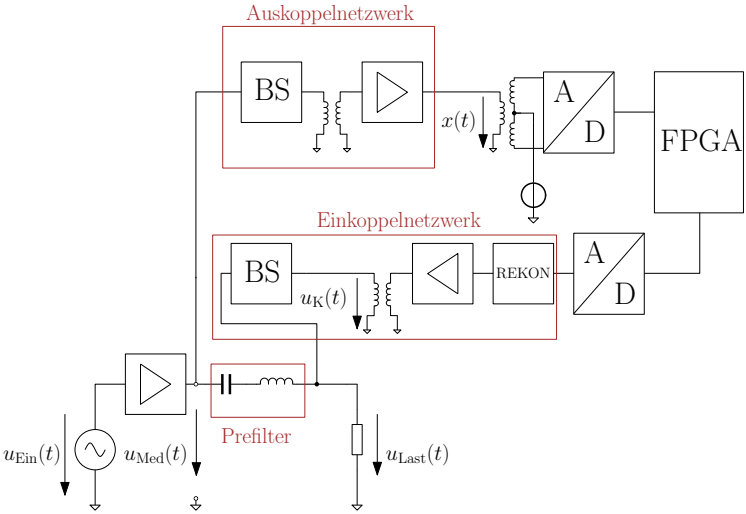


Abbildung 4.16: *Aufbau des gesteuerten Systems*

Die Übertragungsfunktion des FIR-Filters ist abhängig von seinen Filterkoeffizienten. Ist das Eingangssignal des Filters aufgrund der Quantisierung fehlerbehaftet, so wird dieser Fehler in die Last eingekoppelt und der Klirrfaktor wird erhöht statt redu-

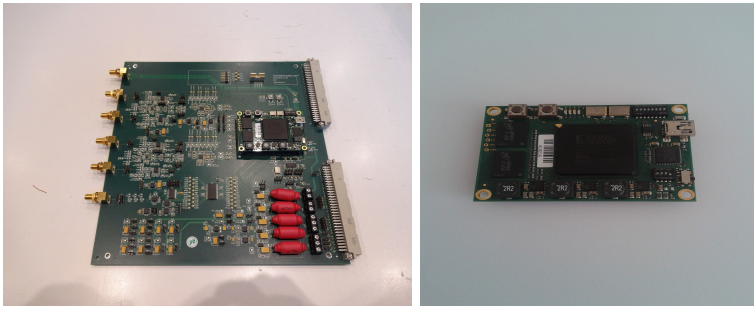
ziert. Deshalb werden rauscharme 16 bit-Wandler eingesetzt. Je mehr Quantisierungsstufen, auch Digitalisierungstiefe genannt, ein Wandler besitzt, desto höher ist sein Dynamikbereich und desto kleiner ist der maximale prozentuale Quantisierungsfehler in Bezug auf das Originalsignal. Mit einem 16 bit-Wandler kann ein Signal zu Rausch-Abstand (SNR) von ca. 96 dB realisiert werden. Für den A/D-Wandler wird der AD7625 der Firma Texas Instruments eingesetzt. Dieser arbeitet nach dem Verfahren der sukzessiven Approximation. Man findet sie oft auch unter dem Begriff Wägeverfahren [8]. Dieses konvergiert langsamer als andere Methoden, bietet aber geringere Ungenauigkeiten. Eine Sample-Rate von 1 bis 2 MSPS *(mega samples per second)* ist ausreichend für eine Detektion von Oberschwingungen bis zu einer Frequenz von 500 kHz, was der 20. harmonischen Schwingung entspricht. Der A/D-Wandler besitzt eine LVDS-Schnittstelle (**L**ow **V**oltage **D**ifferential **S**ignaling) und kann hierüber mit dem FPGA kommunizieren. Die digitalen Daten werden im 2er Komplement ausgegeben. Die wichtigsten Parameter des A/D- und D/A-Wandlers (DAC8820 [63]) sind in Tabelle 4.3 zusammengefasst.

Tabelle 4.3: *Daten des AD7625 und DAC8820*

Wandlertyp	Parameter	Min.	Typ.	Max.	Einheit
A/D	Auflösung	16			Bit
A/D	INL	-1	$\pm 0,45$	$+1$	LSB
A/D	DNL	$-0,5$	$\pm 0,3$	$+0,5$	LSB
A/D	SNR	92,5	93		dB
A/D	Abtastrate	0,1		6	MSPS
D/A	Auflösung	16			Bit
D/A	INL			± 1	LSB
D/A	DNL		$\pm 0,5$	± 1	LSB
D/A	THD		-105		dB
D/A	Wandlerrate			2	MSPS
D/A	V_{Ref}	-15		$+15$	V
D/A	VDD	2,7		5,5	V

Als FPGA wird ein Industriemodul der Firma Xilinx eingesetzt.

Das Spartan-3A DSP Modul hat die Abmaße 68,0 mm×48,0 mm und ist ungefähr so groß wie eine Kreditkarte. Es kann über zwei Board-to-Board-Verbinder direkt auf eine Adapterplatine gesteckt werden. Dadurch wird die spätere Montage erheblich erleichtert. Das FPGA ist speziell für die digitale Signalverarbeitung ausgelegt und besitzt 84 DSP Slices, 48 bit-Addierer/Multiplizierer und 1800 k Logikgatter.
Abbildung 4.17 zeigt das FPGA-Modul mit Adapterplatine. Auf dieser befinden sich Filter zur Glättung der Eingangsspannung und die beiden A/D-Wandler sowie der D/A-Wandler mit kompletter Peripherie.



(a) *Kompensationsverstärkerplatine mit FPGA-Modul*

(b) *FPGA-Modul*

Abbildung 4.17: *Kompensationsverstärkerplatine mit FPGA-Modul*

Zur Realisierung des digitalen FIR-Filters in VHDL existieren speziell vorgefertigte Compiler. Diese setzen unter Eingabe der Filterkoeffizienten und weiterer Spezifikationen wie Filterstruktur, Sample-Rate und Bitauflösung das Filter in den VHDL-Code um. Die wichtigsten Implementierungsdetails des Codes sind in der Tabelle 4.4 zusammengefasst.

Das Filter wird in Direktstruktur umgesetzt. Durch einen hohen

Tabelle 4.4: *Spezifikation des FIR-Compilers*

Filtertyp	FIR Single Rate
System Clock	100 MHz
Sample-Rate	1 MHz
Genauigkeit der Filterkoeffizienten	16 Bit
Quantisierungsmode	Quantize only
Latenz	50 Zyklen
Wandlerauflösung	16 Bit
Filterstruktur	Direktstruktur

Systemtakt und ressourcensparende Programmierung kann der Bedarf an Speicherzellen und DSP Slices im FPGA niedrig gehalten werden. In diesem Fall liegt die Sample-Rate des Filters bei 1 MHz, bei einem Systemtakt von 100 MHz. Dadurch müssen nicht alle Rechenoperationen parallel durchgeführt werden, so dass nur wenige Multiplizierer allokiert werden. Abbildung 4.18 zeigt die verwendete Filterstruktur mit einem Multiplizierer [73].

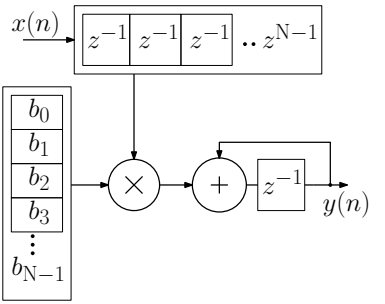


Abbildung 4.18: *Digitales FIR-Filter in Direktstruktur mit nur einem Multiplizierer*

Sowohl für die Koeffizienten als auch für die Eingangssamples wird die binäre Fixpunktdarstellung gewählt. Die verwendete

Wortbreite beträgt 16 bit und ist durch die Wandlerauflösung gegeben. Die verwendeten Filterkoeffizienten müssen möglichst exakt dargestellt werden, um Quantisierungsfehler zu vermeiden. Der maximale Wert, den der A/D-Wandler an das Filter übergeben kann, beträgt 4,096 dezimal. In der Fixpunktdarstellung werden für eine 16 bit-Wortbreite ein Vorzeichenbit, drei Vorkommabits und 12 Nachkommabits benötigt. Die Koeffizienten müssen auf die vierte Nachkommastelle genau dargestellt werden. Da diese immer kleiner als eins sind, können 15 Nachkommabits mit einem Vorzeichenbit verwendet werden.
Die Übertragungsfunktion mit Quantisierung kann direkt im Xilinx ISE Tool erzeugt werden und ist in Abbildung 4.19 zu sehen.

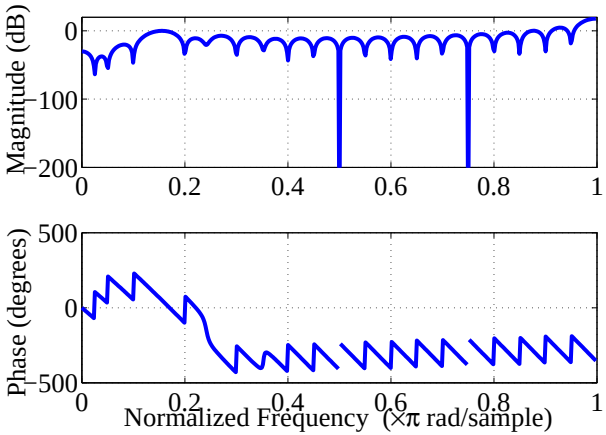


Abbildung 4.19: *Übertragungsfunktion des FIR-Filters mit Quantisierung*

4.3.1 Auskoppelnetzwerk

Die Bandsperren BS sind als Filter zweiter Ordnung mit galvanischer Trennung ausgelegt und dienen dem Schutz der nachfolgenden Elektronik vor der Grundschwingung. Die Übertragungsfunktion des Filters gehorcht einer Tschebyscheff Charakteristik, deren Resonanzfrequenz f_0 bei 25,252 kHz liegt und eine geforderte Welligkeit im Durchlassbereich von 0,01 dB und eine Bandbreite von 20 kHz aufweist.

Die verwendeten induktiven Komponenten der Bandsperren müssen auf eine Spannungsfestigkeit von mindesten $\hat{u} = 400\,\mathrm{V}$ ausgelegt werden. Die Kondensatoren der Firma WIMA, Typ FKP 1, die hier eingebaut wurden, besitzen eine Spannungsfestigkeit von 600 V AC bei einer Frequenz von 25 kHz [71].
Der Aufbau der Bandsperre ist in Abbildung 4.20 dargestellt.

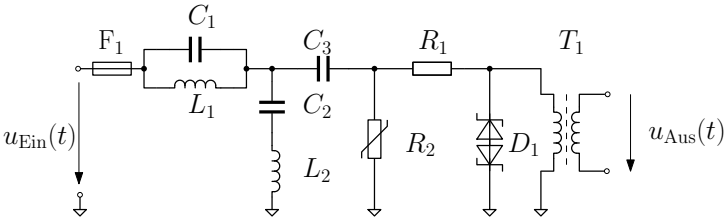


Abbildung 4.20: *Schaltplan der* 25 kHz *Bandsperre*

Kondensator C_3 verhindert die Übertragung einer Gleichspannung an den Transformator, damit dort keine Sättigungungseffekte auftreten. In Tabelle 4.5 sind die Kenndaten der Bauteile aufgelistet. Der Transformator T_1 hat ein Übersetzungsverhältnis $\ddot{u} = 1$. Zur Erhöhung der elektrischen Sicherheit findet eine Kapselung des passiven Vorfilters BS in ein separates Gehäuse statt. Ferner wurden zum Schutz gegen Überspannung Varistoren als Grobschutz und eine Widerstands-Diodenschaltung als Feinschutz vorgesehen. Diese Kombination aus Varistor R_2 und Diode D_1 garantiert Überspannungsschutz für die nachfolgende Elektronik für den Fall, dass die Bandsperre außerhalb ihrer Resonanz f_0 von 25,252 kHz betrieben wird und nur noch un-

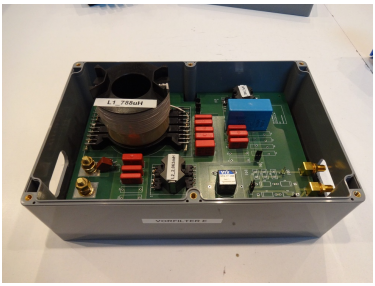


Abbildung 4.21: *Platine der* 25 kHz *Bandsperre mit Gehäuse*

Tabelle 4.5: *Bauteilwerte der Bandsperre*

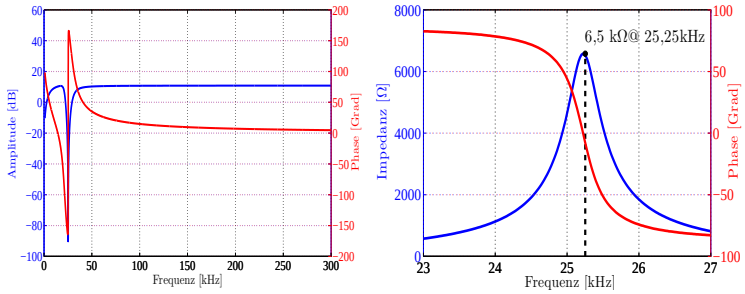
Bauteil	Wert	Einheit
L_1	786	µH
L_2	2,0836	mH
C_1	50,41	nF
C_2	19,06	nF
C_3	1	µF

zureichende Filterwirkung besteht. Der Widerstand R_1 limitiert im Fehlerfall den Strom durch die Diode. Die Sicherung F_1 stellt die galvanische Trennung im Fehlerfall sicher.

Die Spule L_1 des Filters ist zum Schutz vor Sättigungseffekten als Luftspule ausgelegt, während die anderen induktiven Bauteile L_2 und T_1 mit einem Ferritkern mit Luftspalt aufgebaut sind. Die Luftspule besitzt 170 Windungen auf einem PM87 Wickelkörper. Die daraus resultierenden ohmschen Verluste reduzieren die Güte der Spule L_1. Der Resonanzstrom ist im ersten Schwingkreis des Filters trotz niedrigerer Güte am höchsten, da an ihm die größte Spannung abfällt. Dementsprechend muss der Kabeldurchmesser auf den auftretenden Resonanzstrom dimensioniert werden. Das Verhalten des gesamten Filters wird durch das Dämpfungsverhalten des ersten Schwingkreises dominiert.

Da das Filter mit dem Eingang eines Operationsverstärkers hochohmig abgeschlossen ist, besitzt die dritte Filterstufe einen geringeren Einfluss auf die Dämpfung als die erste Stufe. Das Verhalten des gesamten Filters wird durch das Dämpfungsverhalten des ersten Schwingkreises dominiert.

Abbildung 4.22a verdeutlicht die simulierte Übertragungsfunktion. Das Maximum der Dämpfung befindet sich bei Resonanzfrequenz f_0 und beträgt ca. 91 dB. Dementsprechend wird eine Schwingung bei der Resonanzfrequenz um den Faktor von 39810 reduziert. Die Phasenverschiebung bei höheren Frequenzen ist unkritisch, da diese vom Algorithmus selbst ausgeregelt werden kann. Die Messung der Eingangsimpedanz über der Frequenz belegt die Simulation und ist in Abbildung 4.22b dargestellt.



(a) *Simulierte Übertragungsfunktion*

(b) *Gemessener Impedanzverlauf*

Abbildung 4.22: *Simulation und Messung der* $25,252\,\mathrm{kHz}$ *Bandsperre*

In Serie zum Transformator T_1 ist zur Verstärkung des Messsignals eine Operationsverstärkerschaltung angeordnet. Diese ist als nicht-invertierender Verstärker aufgebaut, der auch als Spannungsfolger betrieben werden kann. Abbildung 4.23 zeigt den Schaltplan, Abbildung 4.24 ein Foto der gefertigten Platine zur Erzeugung der differenziellen Signale für den A/D-Wandler. Die

Bauteilwerte sind im Anhang B aufgeführt. Die gewünschte Si-

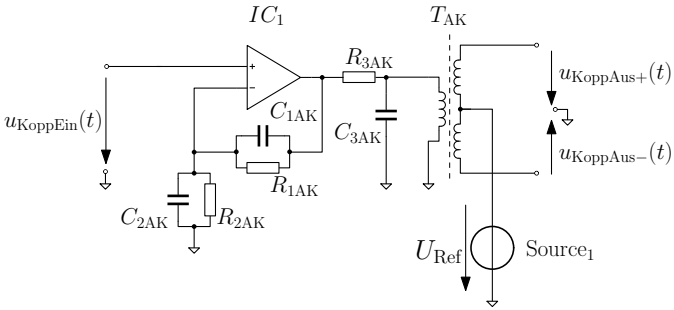


Abbildung 4.23: *Netzwerk zur Erzeugung des differenziellen Signals für den A/D-Wandler*

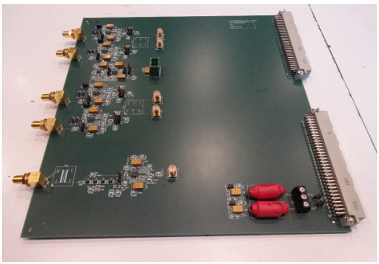


Abbildung 4.24: *Platine zur Erzeugung des differenziellen Signals für den A/D-Wandler*

gnalverstärkung v kann mit den beiden Widerständen R_{1AK} und R_{2AK} eingestellt werden. Der analytische Zusammenhang ist in Gleichung (4.23) gegeben. Zur Nutzung als Spannungsfolger wird der Widerstand R_{1AK} überbrückt und die beiden Komponenten R_{2AK} und C_{2AK} nicht bestückt. Werden beide Widerstände identisch gewählt, ergibt sich eine Verstärkung von zwei.

$$v = 1 + \frac{R_{1AK}}{R_{2AK}} \tag{4.23}$$

Die wichtigsten Faktoren für die Auswahl des Operationsverstärkers sind Tabelle 4.6 zu entnehmen.

Tabelle 4.6: *Auswahlkriterien für den Operationsverstärker des Ein- und Auskoppelnetzwerkes*

Parameter	Abkürzung
Verstärkungs-Bandbreite-Produkt	$GBWP$
Flankensteilheit	Slewrate S_R
Rauschzahl	e_r
Versorgungsspannung	U_Ein
Ausgangsstrom	I_Aus

Die Bandbreite des Systems liegt bei mindestens $b = 500$ kHz. Bei einer zu erzielenden Verstärkung von $G = 10$ ist ein Operationsverstärker mit einer $GBWP$ von 5 MHz auszuwählen.

$$GBWP \geq b \cdot G = 5\,\mathrm{MHz} \tag{4.24}$$

Des Weiteren sollte die Rauschzahl des Systems so klein wie möglich sein. Ist die Rauschzahl zu groß, ist es möglich, dass das *Least Significant Bit* des A/D-Wandlers nicht mehr korrekt detektiert wird, weil das Rauschen größer ist als die Auflösung des Wandlers.

Die Flankensteilheit muss größer gewählt werden als die maximale Steigung der höchsten Frequenz im System. Die maximale Steigung ergibt sich aus der ersten Ableitung der sinusförmigen Spannung zum Zeitpunkt null. Der maximale Scheitelwert der Spannung $\hat{u}$ entspricht dem Eingangsbereich des A/D-Wandlers und beträgt ca. 4 V.

$$S_\mathrm{R} \geq \dot{u}(0) = 2\pi \cdot b \cdot \hat{u} = 12,56\,\frac{\mathrm{V}}{\mu\mathrm{s}} \tag{4.25}$$

Die geforderten Spezifikationen werden von dem Operationsverstärker *LME 49990* von Texas Instruments [66] erfüllt und deshalb kommt dieser hier zum Einsatz.

Die Signale $U_{\mathrm{KoppAus+}}$ und $U_{\mathrm{KoppAus-}}$ sind die differenziellen Ausgangssignale der Schaltung. Die Umwandlung in ein differenzielles Signal gewährleistet der Transformator mit Mittelpunktanzapfung. Zusätzlich wird dieser genutzt, um beiden Signalen einen Gleichspannungspegel von U_{REF} aufzuprägen. Diese Spannungen werden anschließend über ein SMA-Kabel an die Analog/Digital-Wandler weitergeleitet, wo sie digitalisiert und verarbeitet werden. Die A/D-Wandler erwarten ein differentielles Eingangssignal mit einem Spannungsbereich von null bis $2{\cdot}U_{\mathrm{REF}}$. Die Referenzspannung liegt exakt in der Mitte des Eingangsspannungsbereichs und dient somit als virtueller Nullpunkt des A/D-Wandlers. Die Referenzspannung wird durch die Präzisionsgleichspannungsquelle ADR 430 erzeugt. Abbildung 4.25 zeigt das schwarze Eingangssignal und die erzeugten differenziellen Signale. $U_{\mathrm{KoppAus+}}$ befindet sich in Phase, während $U_{\mathrm{KoppAus-}}$ eine Phasenverschiebung von 180° aufweist. Beide Signale besitzen einen Gleichspannungspegel, der der Referenzspannung von ca. 2 V entspricht.

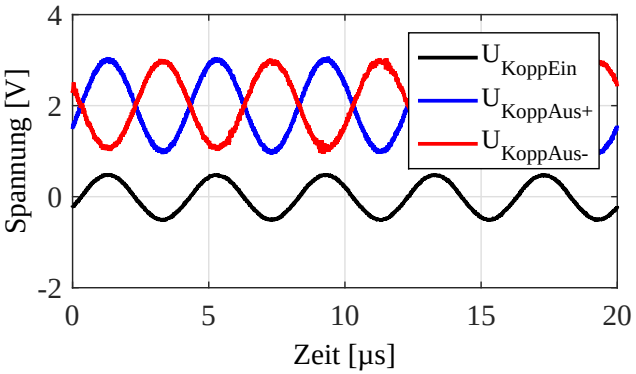


Abbildung 4.25: *Erzeugung der differenziellen Eingangssignale für den A/D-Wandler*

4.3.2 Einkoppelnetzwerk

Das Einkoppelnetzwerk dient der Einkopplung des Kompensationssignals in das System. Der Einkoppelpfad beinhaltet das Rekonstruktionstiefpass, einen Signalverstärker, den Transformator zur galvanischen Trennung und die Bandsperre. Bandsperre und Verstärker sind identisch mit denen des Auskoppelnetzwerkes. Das Rekonstruktionsfilter überführt das wertediskrete Ausgangssignal, welches vom FPGA erzeugt wird, in ein wertekontinuierliches Signal. Das Filter ist als Butterworth Tiefpass dritter Ordnung ausgelegt. Seine Resonanzfrequenz liegt bei der halben Abtastfrequenz des A/D-Wandlers. Somit werden die erzeugten Spiegelfrequenzen gedämpft. Das Filter ist mit 500 Ω abgeschlossen. Bei einer maximalen Ausgangsspannung von 4 V liegt der eingangsseitige Stromverbrauch bei 8 mA. Der eingesetzte Verstärker OP des D/A-Wandlers ist für 20 mA spezifiziert. Der Aufbau des Einkoppelzweigs wird in Abbildung 4.26 skizziert.

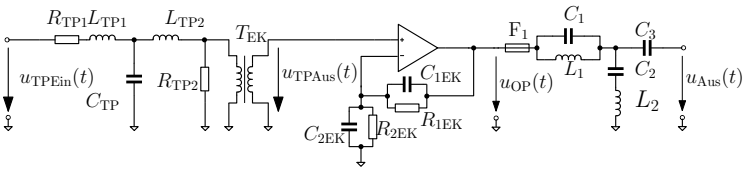


Abbildung 4.26: *Einkoppelzweig, bestehend aus dem Rekonstruktionstiefpass, galvanischer Trennung, Verstärker und Bandsperre*

Die Elemente L_{TP1}, L_{TP2} und C_{TP1} bilden hierbei das Tiefpassfilter, welches zur Unterdrückung der Spiegelfrequenzen eingesetzt wird.
Die Übertragungsfunktion des Einkoppelnetzwerkes ist in Abbildung 4.27 dargestellt. Aus ihr geht hervor, dass im Frequenzbereich von 1 bis 200 kHz die Bandsperre dominiert und eine signifikante Dämpfung bei 25 kHz auftritt. Bei höheren Frequenzen dominiert das Rekonstruktionsfilter, welches die Spiegelfrequenzen ab 1 MHz dämpft. Die Widerstände R_{TP1} und R_{TP2} sorgen

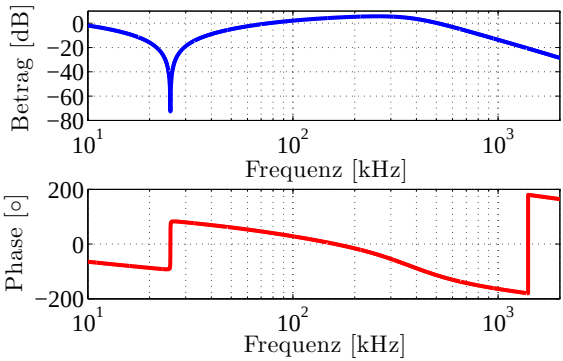


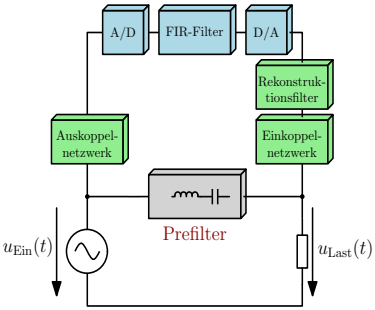
Abbildung 4.27: *Simuliertes Bodediagramm des Einkoppelzweiges nach Abbildung 4.26*

für die Impedanzanpassung des Filters. Parallel zum Abschlusswiderstand R_{TP2} befindet sich der Transformator T_{EK}. Dieser hat das Übertragungsverhältnis von $\ddot{u} = 1$. Die Primärinduktivität L_{Pri} beträgt 3 mH. Die transformierte Eingangsimpedanz des nachfolgenden Verstärkers ist hochohmig, so dass die Filtercharakteristik des Tiefpasses nicht beeinflusst wird und keine ungewollten Resonanzüberhöhungen auftreten.

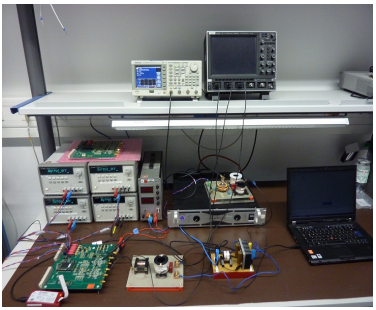
Die nachfolgende Operationsverstärkerstufe hat eine Verstärkung von 2. Bei kleinen Signalpegeln kann die Verstärkung mittels der Widerstände beliebig verstellt werden.

4.4 Messung des gesteuerten Kompensationsvertärkers

Für die messtechnische Validierung des gesteuerten Kompensationsverstärkers ist ein skaliertes Tischsystem aufgebaut worden. Die Ausgangsleistung beträgt ca. 10 W an einem 30 Ω-Widerstand. Die Quellenspannung beinhaltet die Grundschwingung und ungeradzahlige Harmonische. Der Klirrfaktor der Lastspannung k_{Last} soll durch den Einsatz des Kompensationsverstärkers reduziert werden. Dazu werden die Oberschwingungen detektiert, durch das FIR-Filter modifiziert und wieder an der Last eingespeist, so dass sich eine destruktive Interferenz der Oberschwingungsanteile ergibt. Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 4.28 zu erkennen und entspricht damit dem simulierten System aus Abbildung 4.6.



(a) *Schematischer Aufbau des digitalen Kompensationsverstärkers*



(b) *Versuchsaufbau zur Validierung des digitalen Kompensationsverstärkers*

Abbildung 4.28: *Aufbau des skalierten Tischsystems*

Als Last wird ein 30 Ω-Widerstand eingesetzt. Der Bandpass erster Ordnung dient als Prefilter für die Last und gleichzeitig der Entkopplung zwischen Aus- und Einkoppelzweig. Die verwende-

ten Wandler sowie die Koppelnetzwerke wurden in Abschnitt 4.3 beschrieben. Die Eingangsspannung u_{Quelle} ist ein 25 kHz-Rechtecksignal mit ungeradzahligen Harmonischen. Sie wird durch einen Signalgenerator erzeugt und anschließend durch einen Audioverstärker verstärkt, wobei Signalverzerrungen auftreten. Abbildung 4.29 verdeutlicht den Einfluss der Verstärkung auf das Eingangssignal.

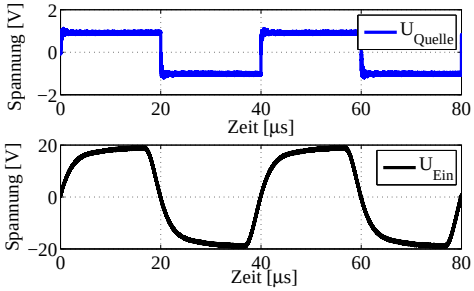


Abbildung 4.29: *Einfluss des Verstärkers auf das Quellensignal*

Das blaue, rechteckförmige 25 kHz-Quellensignal wird um den Faktor 20 verstärkt. Das verzerrte Signal ist in schwarzer Farbe dargestellt. Der Verstärker ist nicht in der Lage, der hohen $\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$ Flankensteilheit des Eingangssignals zu folgen. Außerdem ist die Amplitude der Spannung nicht konstant. Die Verzerrung des Signals erweist sich jedoch als unkritisch, da die zusätzlichen Spektralkomponenten, basierend auf der Signalverzerrung, vom Kompensationsverstärker ebenfalls eliminiert werden können. Eine Phasenverschiebung tritt nicht auf.

Für eine destruktive Interferenz der Oberschwingungen an der Last müssen das Kompensationssignal und die Oberschwingungen eine Phasenverschiebung von 180° zueinander aufweisen. Die passiven Komponenten im Kompensationsverstärkerpfad besitzen jedoch eine Gruppenlaufzeit. Diese addiert sich zu der Wandlerzeit und der Verarbeitungszeit des FPGAs zu einer Gesamt-

verzögerung. Die resultierende zeitliche Verzögerung Δt eines Oberschwingungssignals, hervorgerufen durch Koppelnetzwerke und Wandler, ist in Abbildung 4.30 dargestellt.

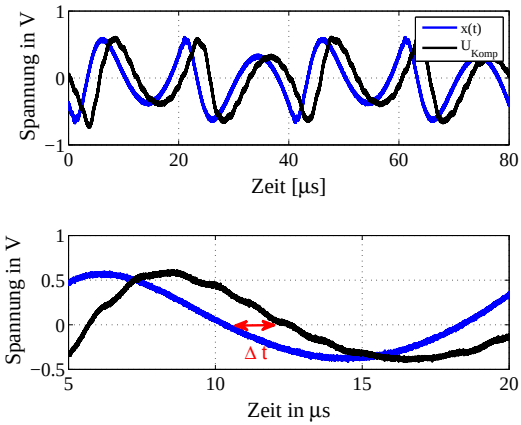
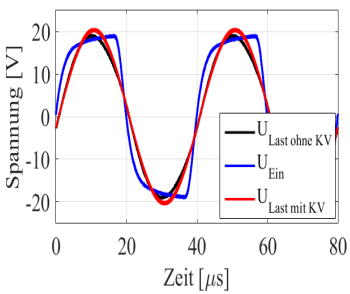


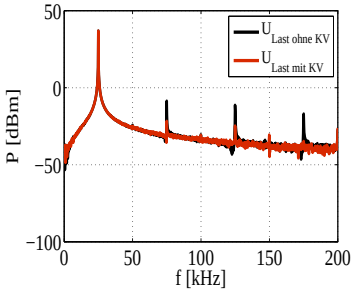
Abbildung 4.30: *Zeitverzögerung des Kompensationspfades*

Das FIR-Filter ist in diesem Fall deaktiviert und der FPGA leitet das Eingangssignal sofort an den Ausgang weiter. Als Testsignal werden die Oberschwingungen eines Rechtecksignals verwendet. Die Zeitverzögerung Δt, gemessen als Differenz zwischen schwarzer Eingangsspannung $u_{\mathrm{Ein}}(t)$ und blauem Kompensationssignal, beträgt ca. 2 µs. Diese Zeitverzögerung muss der Algorithmus im FPGA zusätzlich mit einbeziehen, um eine exakte 180° Phasenverschiebung der Oberschwingungen in der Last zu realisieren.

Die Eingangs- und die Lastspannung bei deaktiviertem sowie bei aktiviertem Kompensationsverstärker veranschaulicht Abbildung 4.31a. Aus dem Zeitverlauf erkennt man, dass die Amplitude mit dem Kompensationsverstärker einen höheren Maximalwert annimmt als ohne. Im idealen Fall einer reinen Rechteckanregung und bei idealer Filterung beträgt die Amplitude der



(a) *Gemessene Ein- und Ausgangsspannungen des Kompensationsverstärkers*

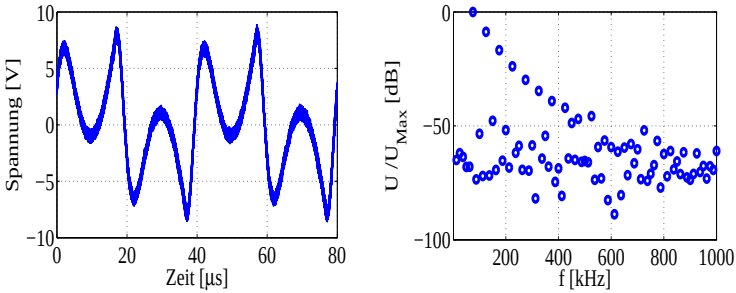


(b) *Gemessenes Spektrum der Lastspannung*

Abbildung 4.31: *Spannungen mit dazugehörigen Spektren bei aktiviertem und deaktiviertem Kompensationsverstärker*

Lastspannung $\frac{4}{\pi} \cdot \hat{u}_{\mathrm{Ein}}$. Die Amplitude der Ausgangsspannung erhöht sich durch den Einsatz des Kompensationsverstärkers um ca. 3 V. Dies resultiert aus der Reduzierung der Oberschwingungen.
Das Spektrum der Ausgangsspannung wird in Abbildung 4.31b verdeutlicht. Die Leistung ist hierbei auf ein Milliwatt bezogen. Neben der Grundschwingung sind die dritte, fünfte und siebte Harmonische deutlich ausgeprägt. Der Kompensationsverstärker dämpft alle Oberschwingungen um mindestens 10 dB zusätzlich. Der Klirrfaktor der Lastspannung bei eingeschaltetem KV beträgt nach Gleichung (2.1) $k_{\mathrm{Last\,mit\,KV}} = 0,146\,\%$. Bei deaktiviertem Kompensationsverstärker sinkt der Klirrfaktor $k_{\mathrm{Last\,ohne\,KV}} = 0,683\,\%$. Dies ist eine Verbesserung der Signalqualität um ca. 13 dB. Zusätzlich zur dritten, fünften und siebten Harmonischen existiert eine Spektralkomponente bei aktiviertem KV im Lastspektrum. Diese Frequenzkomponente bei $f = 150\,\mathrm{kHz}$ wird vom Kompensationsverstärker selbst angeregt.

Das Kompensationssignal ist ein Mischsignal aus der Summe aller Oberschwingungen mit den Harmonischen. Die 150 kHz-Komponente ist die zweite Harmonische des erzeugten 75 kHz-Antisignals. In Abbildung 4.32 werden der Zeitverlauf und das Spektrum des Kompensationssignals visualisiert. Zusätzlich wer-



(a) *Kompensationssignal*

(b) *Spektrum des Kompensationssignals*

Abbildung 4.32: *Zeitverlauf und Frequenzspektrum des Kompensationssignals*

den der Strom- und Spannungsverlauf der 30 Ω-Last in Abbildung 4.33 skizziert. Beide Signale sind exakt in Phase und entsprechen damit der Phasenbeziehung an einem ohmschen Verbraucher. Die Machbarkeit der Kompensation von Harmonischen an einer ohmschen Last wurde anhand eines skalierten Tischsystems nachgewiesen. Die Harmonischen in der Lastspannung, hervorgerufen durch die Anregung mit einer rechteckförmigen Spannung, konnten durch den Einsatz des digitalen Kompensationsverstärkers minimiert und dabei zusätzliche Dämpfungen von bis zu 13 dB pro Frequenzkomponente erzielt werden.

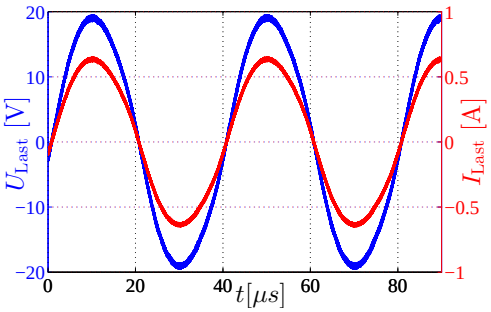


Abbildung 4.33: *Lastspannung und Laststrom*

Die Simulation zeigt hingegen, dass es möglich ist, deutlich größere Dämpfungen zu realisieren und die einzelnen Oberschwingungen bis annähernd zum Rauschniveau zu reduzieren. Die Diskrepanz zwischen Messung und Simulation ist zurückzuführen auf die Tatsache, dass die vorab simulierten Koeffizienten des FIR-Filters nicht präzise genug gewählt sind und somit die Übertragungsfunktion des Filters nicht die gewünschte Übertragungsfunktion der Strecke darstellt. Laufzeiten, Rauschen sowie Bauteiltoleranzen beeinflussen Betrag und Phase des Kompensationssignals und führen bei Addition desselben mit den Harmonischen der Lastspannung zu geringeren Dämpfungswerten. Selbst die manuelle Nachjustierung der Koeffizienten bringt keine nennenswerte Verbesserungen.
Das Kompensationssignal besteht aus den Oberschwingungen der Lastspannung. Da die Erzeugung des Signals nicht ideal ist, werden auch gerad- und ungeradzahlige Vielfache erzeugt. Diese Frequenzanteile befinden sich im Spektralbereich der Oberschwingungen der Lastspannung und können daher nicht durch passive Filter eliminiert werden. Dadurch wird zusätzlich der Klirrfaktor der Lastspannung etwas erhöht.

Zur Optimierung muss ein rauschärmerer Operationsverstärker gewählt und eine präzisere Anpassung der Filterkoeffizienten getroffen werden. Für eine optimalere Wahl der Filterkoeffizienten ohne vorherige Simulation bzw. Kenntnis der Übertragungsfunktion des Prefilters muss das Filter zu einem adaptiven Filter erweitert werden. Dieses ist dann in der Lage, selbstständig einen optimalen Satz an Filterkoeffizienten zu finden und gegebenenfalls aufgrund von thermischen Drifts der Bauteile diese nachzuregeln. Diese Anforderung führt im nächsten Kapitel zur Untersuchung und Realisierung eines Kompensationsverstärkers mit einem adaptiven Filter.

5 Entwurf eines geregelten adaptiven Kompensationsverstärkers

In Kapitel 4 wurde die gesteuerte digitale Realisierung des Kompensationsverstärkers vorgestellt. Die Werte der Filterkoeffizienten des verwendeten digitalen Filters basieren hierbei auf den vorangegangenen Simulationsergebnissen. Bauteiltoleranzen sowie zusätzliche Zeitverzögerungen, hervorgerufen durch A/D- und D/A-Wandler und mangelnde Kenntnis der digitalen Laufzeit, führten jedoch zu einer erheblichen Diskrepanz zwischen Messung und Simulation. Thermische Drifts, Bauteiltoleranzen und Alterungseffekte vergrößern die Diskrepanz noch. Werden die Filterkoeffizienten jedoch nicht exakt voreingestellt, kann kein exakt gegenphasiges Kompensationssignal erzeugt und damit die Oberschwingungen in der Lastspannung nicht optimal reduziert werden. Für die Simulation musste ebenfalls das Störspektrum der Quelle als bekannt vorausgesetzt werden. All diese Annahmen schränken den Einsatz und die Leistungsfähigkeit des gesteuerten Kompensationsverstärkers ein.

Zur Erhöhung der Performanz bzw. der ausgangsseitigen Signalqualität müssen die Filterkoeffizienten des FIR-Filters genauer eingestellt werden. Zudem soll der Kompensationsverstärker selbstständig und ohne vorherige Simulation oder Kenntnis des Störspektrums das Optimum der Filterkoeffizienten finden und auf diese Weise einen minimalen Klirrfaktor in der Ausgangsspannung realisieren.

Digitale Filter, welche die Fähigkeit besitzen, während des Betriebs ihre Übertragungsfunktion zu ändern, nennt man adaptive Filter. Sie bestehen aus einem digitalen FIR-Filter und einer Adaptionslogik, die die Filterkoeffizienten mit Hilfe eines Optimie-

rungsalgorithmus modifiziert. Der Adaptionsalgorithmus muss dann so eingestellt werden, dass er die Oberschwingungen im laufenden Betrieb und ohne vorherige Kenntnis von Frequenz und Phase minimiert.

Im folgenden Kapitel werden die Grundlagen und Berechnungsvorschriften für den Entwurf von adaptiven FIR-Filtern vorgestellt und anschließend Simulationen für einen Kompensationsverstärker mit adaptivem Filter durchgeführt. Abschließend wird die Hardwarerealisierung beschrieben und messtechnisch untersucht.

5.1 Grundlagen adaptiver Filter

Erste adaptive Filter zur Entzerrung von digitalen Systemen wurden schon 1966-1967 von Lucky [35], [36] vorgestellt. 1970 veröffentlichten Hirsch und Wolf in [28] einen adaptiven Entzerrer für Telefonsysteme. Adaptive Systeme wurden aber nicht nur zur Entzerrung eingesetzt, sondern auch zur Echounterdrückung. Erste Arbeiten dazu legte Sondhi [59] schon 1967 vor.
Des Weiteren publizierte Gibson [21] 1984 einen Aufsatz, in dem adaptive Prädiktion im Bereich der Sprachkodierung thematisiert wurde.

Heutzutage werden die Adaptionsalgorithmen hinsichtlich Geschwindigkeit oder Restfehler optimiert. R.-Y. Chen und C.-L. Wang veröffentlichten dazu einen Aufsatz über die Wahl der optimalen Schrittweite eines adaptiven Filters zur Signalprediktion [13]. Ferner wurden Abwandlungen der Standard-Algorithmen z.B. von Akhtar und Mitshuashi [7] 2006 veröffentlicht. Auch in der aktiven Lärmunterdrückung wird der Einsatz von adaptiven Systemen untersucht.
Mit künstlich erzeugtem Gegenschall werden dort mittels destruktiver Interferenz Lärmpegel reduziert. Dieses Prinzip findet z.B. Anwendung in *Anti Noise* Kopfhörern oder in Flugzeugen. Es existieren mittlerweile eine Vielzahl von Veröffentlichungen zu

diesem Thema. Einen guten Überblick zum jetzigen Forschungsstand bieten L. Rees und S. J. Elliot in [52], M. Dewasthale und R.D. Karadkar [17] oder Sen M. Kuo und Dennis R. Morgan in [32].
Weitere Anwendungsgebiete von adaptiven Filtern können im Aufsatz von Johnson [30] nachgeschlagen werden.
In den meisten Anwendungen werden FIR-basierte Systeme als Filter eingesetzt. Es gibt aber auch Lösungen mit IIR-Filtern, wie z.B. M. B. Yeary sie in [74] beschreibt oder Kombinationen von FIR- und IIR-Filtern wie von L. J. Erikssons in [20] präsentiert. Im Folgenden werden nur FIR-Systeme betrachtet. Ihre Vorteile gegenüber IIR-Systemen wurden bereits in Abschnitt 4.1.3 erläutert.

Der Aufbau eines FIR-basierten adaptiven Filters wird in Abbildung 5.1 dargestellt.

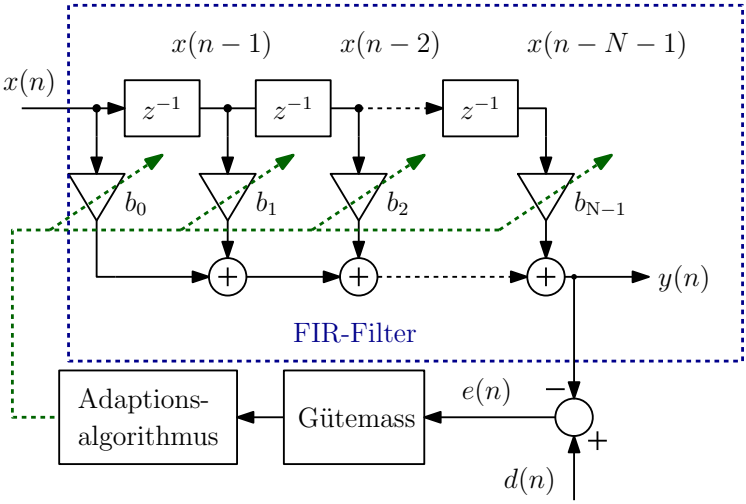


Abbildung 5.1: *Schematischer Aufbau eines adaptiven FIR-Filters*

Sein Aufbau und die Funktionsweise mit den Filterkoeffizienten b_k sind bereits im Abschnitt 4, Abbildung 4.1 erklärt worden. Zusätzlich dazu ist in Abbildung 5.1 zu erkennen, dass das Differenzsignal $e(n)$ aus der Subtraktion des gewünschten Signals $d(n)$ und des Ausgangssignal $y(n)$ gewonnen wird. Über das Gütemaß μ wird es dann an den Adaptionsalgorithmus weitergeleitet. Mathematisch zeigt Gleichung (5.1) den Zusammenhang.

$$e(n) = d(n) - y(n) = d(n) - \sum_{k=0}^{N-1} b_\mathrm{k} \cdot x(n-k) \tag{5.1}$$

Der Adaptionsalgorithmus variiert solange die Filterkoeffizienten b_k, bis das Fehlersignal $e(n)$ minimal bzw. null wird. Im idealen Fall entspricht das gewünschte Signal $d(n)$ danach dem Ausgangssignal $y(n)$, so dass deren Differenz null ergibt.
Der ideale Satz an Filterkoeffizienten, der $y(n)$ so modifiziert, dass es $d(n)$ entspricht, heißt $\mathbf{b}_\mathrm{Opt}$. Die analytische Herleitung dieser idealen Filterkoeffizienten wird im Folgenden vorgestellt.

Die N-Filterkoeffizienten sowie die Eingangswerte werden dazu als Vektoren $\mathbf{b}, \mathbf{x}$ zusammengefasst.

$$\mathbf{b}(n) = [b_0, b_1, b_2, ..., b_{N-1}]^t \tag{5.2}$$

$$\mathbf{x}(n) = [x(n), x(n-1), ..., x(n-N+1)]^t \tag{5.3}$$

Das Fehlersignal aus Gleichung (5.1) kann dann geschrieben werden als:

$$e(n) = d(n) - \mathbf{x}^t(n)\mathbf{b}(n) = d(n) - \mathbf{b}^t(n)\mathbf{x}(n)\,. \tag{5.4}$$

Da es sich bei den Eingangssignalen um stochastische Signale handeln kann, wird als Optimierungskriterium der Erwartungswert des mittleren quadratischen Fehlers[1] $E\left\{e^2(k)\right\}$ herangezogen.

$$e^2(n) = d^2(n) + \mathbf{b}^t(n)\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^t(n)\mathbf{b}(n) - 2d(n)\mathbf{x}^t(n)\mathbf{b}(n) \tag{5.5}$$

$$\Rightarrow E\{e^2(n)\} = E\{d^2(n)\} + \mathbf{b}^t(n)E\{\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^t(n)\}\mathbf{b}(n) - 2E\{d(n)\mathbf{x}^t(n)\}\mathbf{b}(n) \tag{5.6}$$

[1] Mean-Squared Error oder MSE

Mit der Einführung der sogenannten Autokorrelationsmatrix $\mathbf{R}$ und des Kreuzkorrelationsvektors $\mathbf{p}$ kann Gleichung (5.7) vereinfacht werden zu:

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= E\{\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^t(n)\} \\ \mathbf{p} &= E\{d(n)\mathbf{x}(n)\} \\ \sigma_d^2 &= E\{d^2(n)\} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow J(\mathbf{b}) = E\{e^2(n)\} = \sigma_d^2 + \mathbf{b}^t\mathbf{R}\mathbf{b} - 2\mathbf{p}^t\mathbf{b}\,. \qquad (5.7)$$

Der mittlere quadratische Fehler wird auch häufig Fehlerfunktion oder Kostenfunktion $J(\mathbf{b})$ genannt. Das Minimum der Kostenfunktion J_{Min} ist equivalent mit einem optimalen Satz von Filterkoeffizienten b_{Opt}. Abbildung 5.2 visualisiert die parabolische Fehlerfläche bei $\mathbf{b} = [b_0\, b_1]$. Ist die Autokorrelationsmatrix

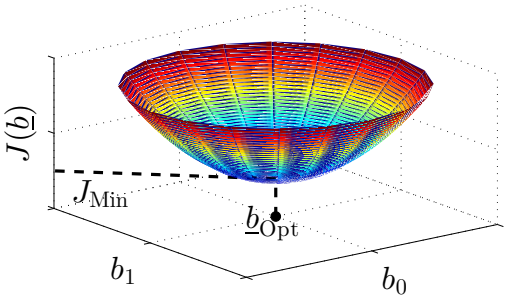


Abbildung 5.2: *Fehlerfunktion eines FIR-Filters mit zwei Koeffizienten*

positiv definit bzw. alle Eigenwerte der Matrix größer null, so existiert ein globales Minimum der Kostenfunktion. Dieses Minimum kann auf analytischem Wege bestimmt werden. Ein adaptives Filter, dessen Koeffizienten optimal sind, heißt Wiener-Filter[2]. Kolmogorow[3] weitete die Theorie 1964 auf zeitdiskre-

[2] Norbert Wiener, amerik. Mathematiker, 1894-1964
[3] Andrei Nikolajewitsch Kolmogorow, russ. Mathematiker, 1903-1987

te Signale aus, so dass das Filter eigentlich Kolmogorow-Filter heißen müsste. Der Begriff Wiener-Filter hat sich allerdings eingebürgert [27].

Aus der linearen Algebra ist bekannt, dass eine Funktion ein Minimum $\min(J(\mathbf{b}))$ besitzt, wenn der Gradient $\nabla\mathbf{b}\{J(\mathbf{b})\}$ der Funktion verschwindet und die Hess'sche Matrix H_b positiv definit ist.

$$\nabla\mathbf{b}\{J(\mathbf{b})\} = \frac{\partial J(\mathbf{b})}{\partial \mathbf{b}} \stackrel{!}{=} 0 \tag{5.8}$$

$$\nabla\mathbf{b}\{J(\mathbf{b})\} = -2\mathbf{p} + 2\mathbf{R}\mathbf{b} = 2(\mathbf{R}\mathbf{b} - \mathbf{p}) \tag{5.9}$$

Die analytische Lösung von Gleichung (5.9), aufgelöst nach den Filterkoeffizienten, ergibt das optimale FIR-Filter auch *Wiener-Hopf*-Gleichung genannt [27]:

$$\mathbf{b}_{\mathrm{Opt}} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{p}\,. \tag{5.10}$$

Ein adaptives Filter mit den idealen Filterkoeffizienten $\mathbf{b}_{\mathrm{Opt}}$ bewirkt, dass das Ausgangssignal exakt dem Wunschsignal entspricht und somit der resultierende Fehler zu null bzw. minimal wird.

5.1.1 LMS-Algorithmus

Gleichung (5.10) belegt, dass unter Kenntnis der inversen Autokorrelationsmatrix $\mathbf{R}^{-1}$ und des Kreuzkorrelationsvektors $\mathbf{p}$ ein ideales FIR-Filter realisierbar ist. Gleichung (5.10) gilt allerdings nur im stationären Fall.
Damit schränkt sich der praktische Nutzen stark ein, da bei Änderung der Eingangsignale permanent Gleichung (5.10) neu gelöst werden müsste und dies aufgrund der Bildung einer inversen Matrix sehr rechenintensiv und unpraktikabel wäre.

Moderne Adaptionsalgorithmen wie z.B. der *Least Mean Square* (LMS) Algorithmus versuchen durch Rekursionsvorschriften sich der *Wiener-Hopf*-Lösung anzunähern und auf die Berechnung der inversen Matrix zu verzichten.

Alternativ könnten *Root least Square* (RLS), Fourier-basierte Algorithmen oder deren Derivate zum Einsatz kommen. Diese bieten höhere Konvergenzgeschwindigkeiten auf Kosten des Rechenaufwandes. In dieser Arbeit wird der *Filtered x Least Mean Square* (FxLMS) verwandt, welcher auf der LMS-Rechenvorschrift beruht.

Der LMS-Algorithmus ist aufgrund seiner leichten Implementierung auf digitalen Signalprozessoren (*DSP*) oder FPGAs sowie seiner guten Performanz einer der am häufigsten eingesetzten adaptiven Algorithmen. Zhang Bo [75] präsentiert eine Realisierungsmethode von adaptiven FIR-Filtern auf FPGAs ohne Verwendung von Multiplizieren.

Ursprünglich wurde der LMS von *Widrow* und *Hoff* 1960 vorgestellt [70]. Der Algorithmus basiert auf dem *Newton*-Verfahren und wird im Folgenden kurz vorgestellt.

Basierend auf dem Gradienten der Fehlerfunktion aus Gleichung (5.9) können durch Umstellen der Gleichung nach $\mathbf{b}_{\mathrm{Opt}}$ die optimalen Filterkoeffizienten abgeleitet werden zu:

$$\mathbf{b}_{\mathrm{Opt}} = \mathbf{b} - \frac{1}{2}\mathbf{R}^{-1}\nabla\mathbf{b}\{J(\mathbf{b})\}\,. \tag{5.11}$$

Der Korrekturvektor $\frac{1}{2}\mathbf{R}^{-1}\nabla\mathbf{b}\{J(\mathbf{b})\}$ zeigt von einem beliebigen Startwert immer in Richtung $\mathbf{b}_{\mathrm{Opt}}$ und erreicht diesen in einem Schritt. Wird zu jedem Zeitwert eine Iteration durchgeführt und der Faktor $\frac{1}{2}$ allgemein durch eine Variable c ersetzt, kann folgende Rekursionsvorschrift gebildet werden:

$$\mathbf{b}(n+1) = \mathbf{b}(n) - c\mathbf{R}^{-1}\nabla\mathbf{b}(n)\{J(\mathbf{b}(n))\}\,. \tag{5.12}$$

Gleichung (5.12) stellt die Rekursionsvorschrift des Newton-Verfahrens dar und konvergiert auf dem schnellsten Wege. Wird die Autokorrelationsmatrix $\mathbf{R}$ ersetzt durch die Einheitsmatrix $\mathbf{E}$ so vereinfacht sich obige Gleichung zu:

$$\mathbf{b}(n+1) = \mathbf{b}(n) - c\nabla\mathbf{b}(n)\{J(\mathbf{b}(n))\}\,. \tag{5.13}$$

Durch diese Vereinfachung steigt die Konvergenzgeschwindigkeit. Da der Korrekturterm nur noch aus dem Gradienten

$\mathbf{b}(n)\{J(\mathbf{b}(n))\}$ besteht, nennt man diese Iterationsvorschrift auch Gradientenverfahren. Ersetzt man den Gradienten durch den Momentangradienten $\mathbf{G}(n)$ findet eine weitere Vereinfachung statt. Die gesamte Rekursionsvorschrift des LMS-Algorithmus mit der *Schrittweite* $\mu = 2c$ ergibt sich dann mit den Gleichungen (5.16) - (5.18).

$$\begin{aligned}
\mathbf{G}(n) &= \nabla\mathbf{b}\{e^2(n)\} \\
&= \nabla\mathbf{b}\{(d(n) - \mathbf{b}^t(n)\mathbf{x}(n)^2)\} \\
&= -2\mathbf{x}(n)(d(n) - \mathbf{b}^t(n)\mathbf{x}(n)) \\
&= -2\mathbf{x}(n)e(n) \qquad (5.14) \\
\Rightarrow \mathbf{b}(n+1) &= \mathbf{b}(n) - c\mathbf{G}(n) \\
&= \mathbf{b}(n) + \mu e(n)\mathbf{x}(n) \qquad (5.15)
\end{aligned}$$

Initialisierung:

$$\mathbf{b}(0) = \mathbf{0}$$
$$\mu > 0$$

Berechne zu jedem Zeitpunkt $n = 0, 1, 2, ...$:

1. Filterausgangswert:

$$y(n) = \mathbf{b}^t(n)\mathbf{x}(n) \qquad (5.16)$$

2. Fehlerwert:

$$e(n) = d(n) - y(n) \qquad (5.17)$$

3. Aktualisierung des Koeffizientenvektors:

$$\mathbf{b}(n+1) = \mathbf{b}(n) + \mu e(n)\mathbf{x}(n) \qquad (5.18)$$

Die vollständige graphische Beschreibung des adaptiven Filters mit LMS-Algorithmus ist in Abbildung 5.3 zu sehen. Die Anzahl

der Multiplikationen und Additionen $O(N)$ für den Algorithmus liegt bei $O(2N+1)$. Für kleine Schrittweiten $\mu \to 0$ und sehr

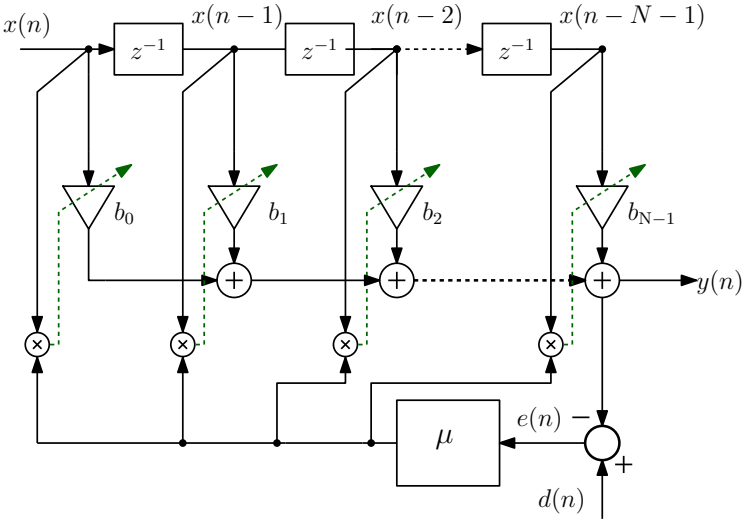


Abbildung 5.3: *Aufbau eines FIR-Filters mit einer LMS-Adaption*

großer Adaptionsdauer strebt der LMS-Algorithmus die Lösung des Wiener-Filters an.

$$\lim_{k\to\infty} \mathbf{b}(n) = \mathbf{b}_{\mathrm{Opt}} \tag{5.19}$$

Die Stabilität der Adaption ist von der Energie des Eingangssignals, der Schrittweite μ und der Eingangsleistung p_{Ein} abhängig. Der Zusammenhang wird in [43] von den Autoren Moschytz und Hofbauer aufgezeigt und ergibt sich zu:

$$0 < \mu < \mu_{\max} = \frac{2}{N} \cdot \bar{p}_{\mathrm{Ein}} \,. \tag{5.20}$$

In der Praxis wird aus Stabilitätsgründen μ umso kleiner gewählt, je größer die Filterordnung und je größer die Amplitude des zu erwartenden Eingangssignals $x(n)$ ist.

Ferner beeinflusst die Schrittweite maßgeblich sowohl die Konvergenzgeschwindigkeit als auch den Restfehler. Die Konvergenzgeschwindigkeit ist die Zeit, die der Algorithmus braucht, um die Fehlerfunktion J zu minimieren und die optimalen Filterkoeffizienten $\mathbf{b}_{\mathrm{Opt}}$ der Wiener-Lösung zu finden. Somit zeigt sich, dass die Schrittweite sich proportional zu Restfehler und Konvergenzgeschwindigkeit, aber umgekehrt proportional zur Stabilität verhält. Der analytische Zusammenhang zwischen Restfehler J_{ex}, Eingangsleistung und Schrittweite ist in Gleichung (5.21) gegeben und lautet:

$$J_{\mathrm{ex}} \approx \frac{\mu}{2} \cdot J_{\mathrm{min}} \cdot N \cdot \bar{p}_{\mathrm{Ein}} \,. \tag{5.21}$$

In jeder praktischen Anwendung muss die Abwägung zwischen Stabilität, Restfehler und Geschwindigkeit erfolgen. Aus dieser Forderung ergibt sich automatisch das Optimierungspotenzial des Algorithmus. Mittlerweile existieren eine Vielzahl von Varianten des LMS [43].

1. Vorzeichen-LMS
2. Normierter-LMS (NLMS)
3. Variable Schrittweiten-LMS
4. Newton-LMS
5. Filtered-x-LMS (FxLMS)

Statt des Fehlersignals selbst wird beim Vorzeichen-LMS lediglich das Vorzeichen des Fehlers sgn(e(n)) berücksichtigt. Die Rekursionsvorschrift der Filterkoeffizienten findet sich in Gleichung (5.22).

$$\mathbf{b}(n+1) \;=\; \mathbf{b}(n) + \mu \cdot \mathrm{sgn}(e(n))\mathbf{x}(n) \tag{5.22}$$

$$\mathrm{sgn}(e(n)) \;=\; \begin{cases} 1 & : \quad \text{für } e(n) > 0 \\ 0 & : \quad \text{für } e(n) = 0 \\ -1 & : \quad \text{für } e(n) < 0 \end{cases}$$

Somit wird eine deutliche Vereinfachung des Implementierungs-

aufwands erreicht, da lediglich eine Multiplikation des Eingangssignals mit der Schrittweite μ erfolgt. Dies geschieht allerdings auf Kosten von Genauigkeit und Stabilität. Bei dieser stark vereinfachten Realisierung muss die Schrittweite sehr klein gewählt werden, um Konvergenz und Stabilität zu gewährleisten.

Der normierte LMS setzt die Schrittweite antiproportional zur erwartenden Eingangsenergie. Die Rekursionsvorschrift des N-LMS ist in Gleichung (5.23) gegeben.

$$\mathbf{b}(n+1) = \mathbf{b}(n) + \mu \frac{x(n)}{\epsilon + \|\mathbf{x}(n)\|^2} e(n) \tag{5.23}$$

$\|\mathbf{x}(n)\|^2$ ist die euklidsche Norm der Eingangssamples. Der Parameter ϵ ist eine Sicherheitskonstante, die verhindern soll, dass die Schrittweite für kleine Eingangsenergien zu groß wird und damit die Konvergenz erhalten bleibt.
Diese Optimierung geht allerdings zulasten des Rechenaufwandes. Die Anzahl der Multiplikationen erhöht sich von $(2N + 1)$ zu $(4N)$ [26].

Wird die Schrittweite adaptiv angepasst, bezeichnet man den Algorithmus als *Variablen Schrittweiten-LMS*. Dieser verfolgt den gleichen Ansatz, nämlich Steigerung der Konvergenzgeschwindigkeit bei gleichzeitiger Reduzierung des Restfehlers durch Anpassung der Schrittweite. Es gibt heutzutage sehr viele Abwandlungen des LMS, die hier nicht alle erörtert werden können.
Im Folgenden wird eine Simulation zum Vergleich verschiedener Adaptionsalgorithmen vorgestellt. Der schematische Aufbau der Simulation ist in Abbildung 5.4 zu sehen.

Das cosinusförmige Eingangssignal $x(n) = \cos(\frac{2\pi n \cdot f}{f_\mathrm{a}})$ hat eine Frequenz von $f = 50\,\mathrm{Hz}$ und unterscheidet sich vom gewünschten Signal $d(n) = \cos(\frac{2\pi n \cdot f}{f_\mathrm{a}} + \frac{\pi}{3})$ nur in der Phasenlage. Beide Signale werden mit 1 kHz abgetastet. Die Schrittweite μ besitzt in diesem Beispiel den Wert 0,01.
Das Filter mit der Ordnung $N = 40$ wird das Ausgangssignal y so modifizieren, dass das Fehlersignal minimiert wird. Eingangs- und Ausgangssignal sind in Abbildung 5.5 visualisiert.

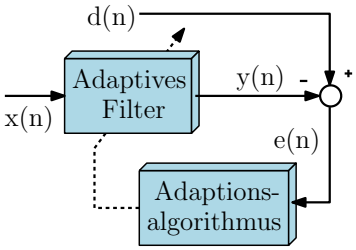


Abbildung 5.4: *Simulation zum Vergleich der unterschiedlichen Adaptionsalgorithmen*

Das rot dargestellte Ausgangssignal, welches mit einem LMS-Algorithmus erzeugt wird, passt sich mit fortschreitender Zeit dem gewünschten Signal d an.

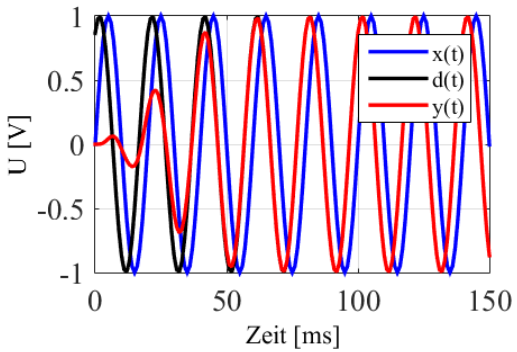


Abbildung 5.5: *Ein- und Ausgangssignal der Vergleichssimulation*

Der quadratische Fehler ist als Lernkurve in Abbildung 5.6 zu erkennen. Der Vorzeichen-LMS (Sign LMS) ist der am einfachsten zu implementierende Algorithmus, zeigt aber auch den größ-

ten Restfehler. Der NLMS weist bei dieser Konfiguration eine niedrigere Konvergenzgeschwindigkeit auf als der LMS. Es wird ersichtlich, dass man mit dem LMS einen guten Kompromiss zwischen Geschwindigkeit und Restfehler erreicht. Der LMS bildet die Basis für den später eingesetzen FxLMS-Algorithmus.

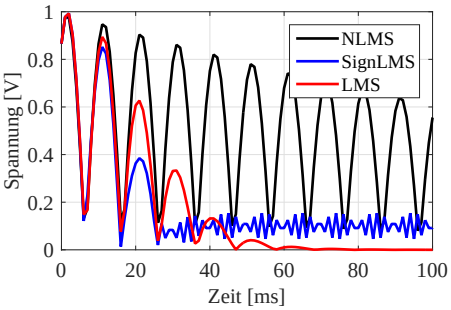


Abbildung 5.6: *Simulation zum Vergleich von Restfehler und Konvergenzgeschwindigkeit der Adaptionsalgorithmen*

5.1.2 FxLMS-Algorithmus

Abbildung 5.7 stellt das Prinzipschaltbild des Kompensationsverstärkers dar.

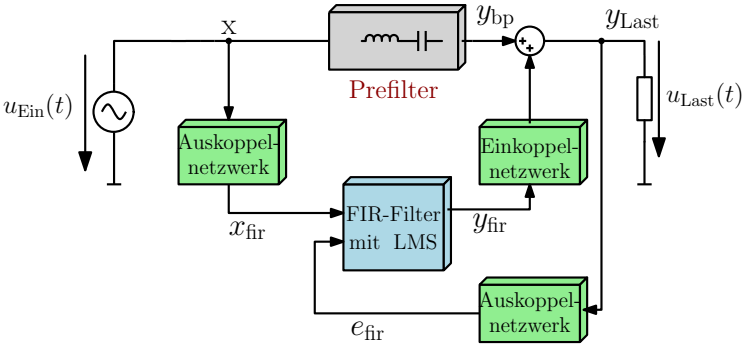


Abbildung 5.7: *Schematischer Aufbau des Kompensationsverstärkers mit adaptivem Filter*

Es ist auffällig, dass sich Filterelemente, grün gekennzeichnet, in den Messpfaden befinden. Diese Filterelemente sind zum einen erforderlich zum Schutz der Elektronik vor der hohen Energie der Grundschwingung und zum anderen zur Signalrekonstruktion nach dem D/A-Wandler.
Diese zusätzlichen Übertragungsfunktionen resultieren in einer Phasenverschiebung der Signale, was zur Instabilität der Adaption führen kann. Morgan untersucht in [40] die Auswirkungen von Übertragungsfunktionen im Kompensationszweig.
Eine stabilisierte Variante des LMS wird in [19] von S. J. Elliot vorgestellt. Dort werden die Übertragungsfunktionen der im Bild dargestellten Ein- und Auskoppelnetzwerke im Eingangszweig erneut angeordnet ($S(z)$). Mit der Einführung dieser Übertragungsfunktion wird der LMS zum *Filtered x Least Mean Square* erweitert. Die Untersuchungen in [12] zeigen, dass mit dieser Maßnahme das Filter stabilisiert werden kann. Es ist jedoch anzumerken, dass durch diese Maßnahme die Konvergenzgeschwin-

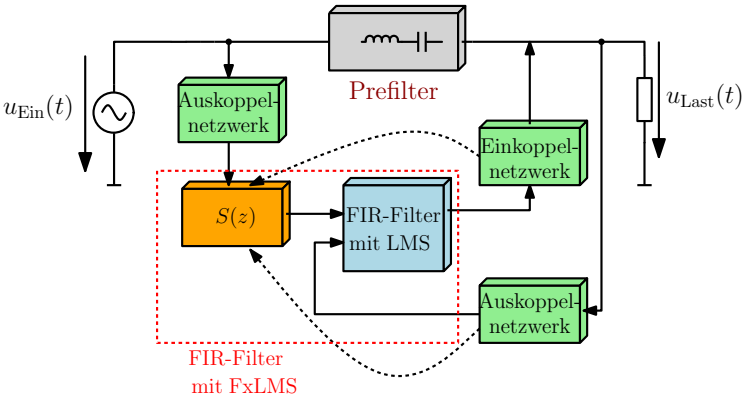


Abbildung 5.8: *Einführung des Filtered-x Signales*

digkeit des FxLMS niedriger ist als die des LMS. [62] und [41] haben Verfahren zur Steigerung der Konvergenzgeschwindigkeit vorgestellt. Mit einem zusätzlichen, sehr schmalbandigen Filter im Fehlerpfad konnte bei großer Schrittweite Konvergenz erzielt werden. Es gibt noch viele weitere Optimierungen des FxLMS, auf die hier im einzelnen nicht näher eingegangen werden kann. In [42] stellt D. Morgan die historische Entwicklung des FxLMS und Optimierungsansätze mit Applikationsbeispielen dar.

Aufgrund des Aufbaus des Kompensationsversärkers und der guten Performanz des FxLMS-Algorithmus wird im weiteren dieser als Adaptionsalgorithmus verwandt. Die Übertragungsfunktionen der Koppelnetzwerke werden hierbei als FIR-Filter im FPGA gespeichert.

5.2 Simulation des adaptiven Systems mit FxLMS

Abbildung 5.9 zeigt den Aufbau der Simulation in Matlab. Der schematische Aufbau entspricht dem allgemeinen Operationsprinzip, welches in Abbildung 2.24 skizziert ist. Zusätzlich existiert in diesem Aufbau ein Messpunkt für die Lastspannung. An diesem Messpunkt wird das Fehlersignal für den FxLMS durch das Einkoppelnetzwerk dem Algorithmus zugeführt. Im idealen stationären Fall ist die Lastspannung rein sinusförmig und der Oberschwingungsanteil minimal.
Das Auskoppelnetzwerk filtert die Grundschwingung heraus, sodass im stationären Fall das Fehlersignal e_{fir} ebenfalls minimal bzw. null ist. Ist das Fehlersignal gleich null, so folgt daraus, dass die Oberschwingungen des bandpassgefilterten Eingangssignals y_{BP} destruktiv mit den modifizierten Signalen aus dem adaptiven Filter interferieren. Am Summenpunkt bildet sich für die Oberschwingungen eine destruktive Interferenz aus. Abbildung 5.10

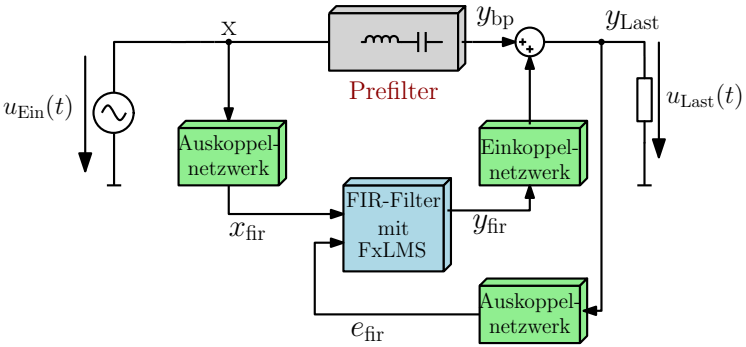


Abbildung 5.9: *Simulationsmodell des adaptiven Kompensationsverstärkers*

zeigt das Simulationsergebnis zur Eliminierung einer Schwingung. Die Filterkoeffizienten des FIR-Filters werden zum Startzeitpunkt auf null gesetzt. Dadurch ist auch das Signal y_{fir} gleich

null. Das Prefilter stellt für diese Schwingung eine sehr niedrige Impedanz dar, wodurch das Eingangssignal in etwa dem Lastsignal entspricht. Aus Abbildung 5.10 geht hervor, dass die Adaption nach ca. 10 µs beginnt und das Ausgangssignal x_{Last} des FIR-Filters sich dem 180° phasenverschobenen Eingangssignal x_{fir} anpasst. Nach ca. 150 µs ist die Adaption abgeschlossen und das Fehlersignal e_{fir} minimiert.

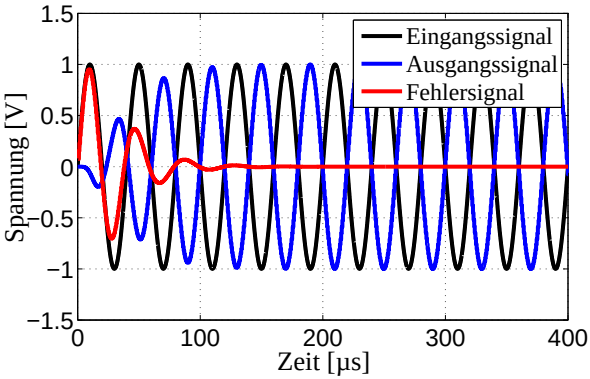


Abbildung 5.10: *Einschwingvorgang bei einer Schrittweite von* $\mu = 2^{-10}$

Der Standard-LMS-Algorithmus geht davon aus, dass sich keine Übertragungsfunktionen zwischen dem Ausgang des FIR-Filters und der Fehlerdetektion befinden. Für die hier gewählte Anwendung sind die Koppelnetzwerke allerdings zum Schutz gegen die hohe Grundschwingungsenergie dringend nötig. Die Übertragungsfunktion dieser Netzwerke muss dem Algorithmus über eine Streckenfunktion bekannt sein. Es gibt zwei Möglichkeiten, eine Strecke zu identifizieren.

1. In den sekundären Signalpfad wird ein breitbandiges Signal eingespeist und mit dem LMS-Algorithmus oder einem anderen Algorithmus adaptiert. Dabei wird das Eingangssignal deaktiviert. Als Signalquelle dient der Ausgang des FIR-Filters y_{BP}. Der Vorteil dieser Methode besteht in der

hohen Verlässlichkeit des Ergebnisses. Allerdings hängen zeitliche Dauer und Genauigkeit von den gewählten Parametern des Adaptionsalgorithmus ab.

2. Eine weitere Möglichkeit ist die Messung der Impulsantwort durch Anregung der sekundären Strecke mit einem Dirac-Impuls. Dieses Verfahren kann schnell implementiert werden und liefert hinreichende Genauigkeit. Allerdings muss beachtet werden, dass die Hardware zur Pulsgenerierung eine hinreichende Flankensteilheit $\frac{d}{dt}u$ realisieren kann.

Bei späteren Betrachtungen wird die Streckenidentifizierung mittels eines Dirac-Impulses durchgeführt. Abbildung 5.11 zeigt den Simulationsaufbau der Streckenidentifizierung, Abbildung 5.12a die quantisierte Impulsantwort der sekundärseitigen Koppelnetzwerke.

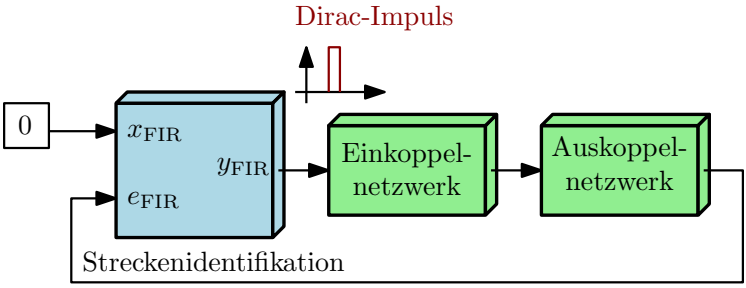
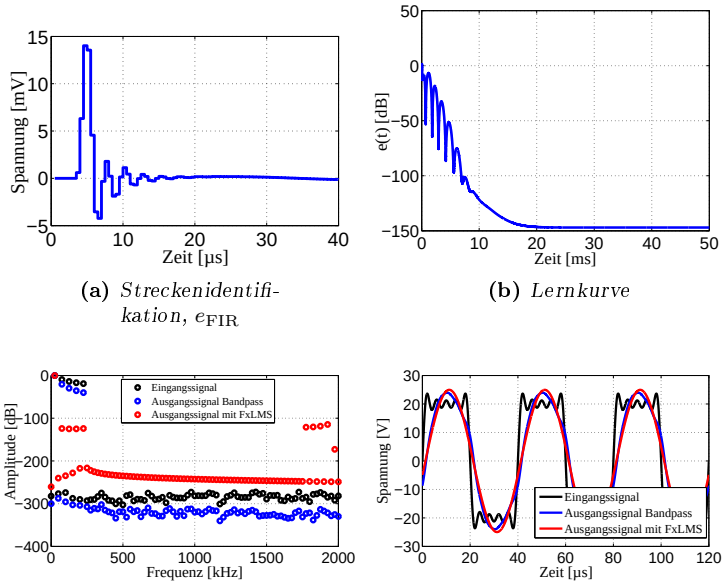


Abbildung 5.11: *Simulink-Modell zur Ermittlung der Imulsantwort der sekundären Strecke*

Nachdem die Streckenidentifizierung erfolgt ist, kann das System aus Abbildung 5.9 simuliert werden. In Abbildung 5.12c sind die Spektren zu den Zeitverläufen aus Abbildung 5.12d zu erkennen. In schwarzer Farbe ist das Lastspektrum der Senke bei deaktiviertem Kompensationsverstärker dargestellt. In diesem Fall trägt nur das Prefilter zur Dämpfung des Eingangssignals bei. Die Differenz zwischen der roten und der schwarzen



(a) *Streckenidentifikation,* e_{FIR}

(b) *Lernkurve*

(c) *Spektrum*

(d) *Stationäre Signale*

Abbildung 5.12: *Simulationsergebnisse des adaptiven Kompensationsverstärkers*

Kurve zeigt die zusätzliche Dämpfung, die sich aus dem Einsatz des KVs ergibt. In dieser Konfiguration lässt sich eine zusätzliche Dämpfung von min. 60 dB pro Oberschwingung realisieren. Dieser Dämpfungswert steht in Abhängigkeit zur Ordnung des Rekonstruktionstiefpasses und der Abtastfrequenz. Je höher die Abtastfrequenz der Wandler gewählt wird, desto höhere Dämpfungen können erzielt werden. Abbildung 5.13 verdeutlicht dies. Denselben Effekt bewirkt die Erhöhung der Ordnung des Rekonstruktionstiefpasses. Die Variation der Filterordnung ist in Abbildung 5.14 dargestellt. Wird die Abtastrate zu 2 MHz gewählt und ein Tiefpassfilter vierter Ordnung verwendet, können die Dämpfungen der Oberschwingungen bis zu 100 dB betragen und somit bis zum Rauschpegel unterdrückt werden. In Abbildung 5.12c erhöht sich der Rauschpegel aufgrund der Verwendung des Kompensationsverstärkers von ca. -300 dB auf ca. -220 dB. Aus den Abbildungen 5.13 und 5.14 wird sichtbar, dass dieser Effekt sowohl durch die Erhöhung der Abtastrate als auch der Ordnung des Rekonstruktionstiefpasses herbeigeführt werden kann.
Aus Abbildung 5.15a lässt sich die Dauer der Adaption ablesen. Diese beträgt ca. 50 ms. Man erkennt, dass der detektierte Fehler sich nach dieser Zeit auf seinen Endwert eingeschwungen hat.
Abbildung 5.15b zeigt den Einfluss des Gewichtungsfaktors μ auf den Verlauf des mittleren quadratischen Fehlers.

Die Adaption erweist sich als sehr robust. Totzeiten aufgrund von Wandlungs- und Verarbeitungszeiten beeinträchtigen die Adaption nicht.

Für den Nachweis, dass auch höherfrequente Schwingungen minimiert werden können, ist in Abbildung 5.16 das Lastspektrum bei einer Grundschwingung von 100 kHz mit entsprechenden Harmonischen aufgeführt. Daraus geht hervor, dass die Adaption nicht von der Grundschwingungsfrequenz abhängig ist und auch höher frequente Harmonische (700 kHz) minimiert werden können. Für den Betrieb des Kompensationsverstärkers mit einer Grundschwingung größer als 25 kHz sind neben der Erhöhung

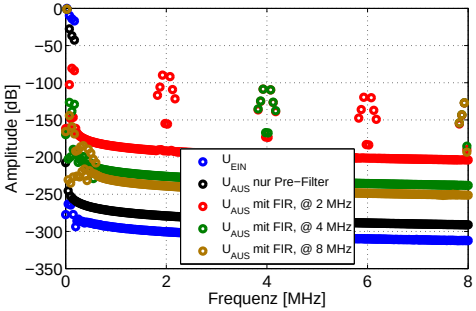


Abbildung 5.13: *Variation der Abtastfrequenz bei konstanter Rekonstruktionstiefpassordnung $N_{TP} = 3$*

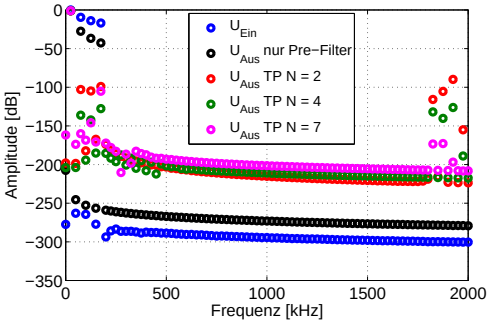
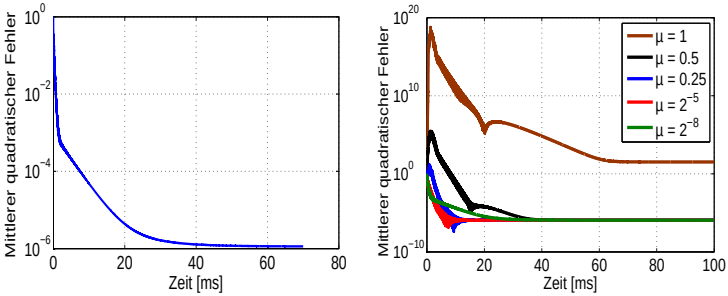


Abbildung 5.14: *Variation der Ordnung des Rekonstruktionstiefpasses bei konstanter Abtastfrequenz $f_a = 2\,\mathrm{MHz}$*



(a) *Lernkurve des FxLMS*

(b) *Variation des Gewichtungsfaktors*

Abbildung 5.15: *Lernkurve mit Variation des Gewichtungsfaktors*

der Filterordnung des FIR-Filters und der Abtastrate lediglich Anpassungen an der Hardware vorzunehmen.

Für das FPGA (Spartan 3A DSP) stellen höhere Frequenzen kein Problem dar. Dieses ist mit einer Taktfrequenz von 125 MHz sowie einer ausreichenden Zahl an Multiplizierern und Logikgattern ausgerüstet. Ferner besteht die Möglichkeit, die Taktrate auf 250 MHz zu erhöhen. Bei den Wandlern ist jedoch eine Hardwareanpassung erforderlich. Der verwendete D/A-Wandler *DAC8820* von Texas Instruments besitzt eine maximale Sample-Rate von 2 MHz. Betrieben wird er momentan mit einer Sample-Rate von 1 MHz. Bei einer Grundfrequenz von 100 kHz und höher können Oberschwingungen nicht mehr ausreichend detektiert werden. Hier müsste ein neuer High Speed Wandler eingesetzt werden. High Speed Devices besitzen allerdings höhere relative Fehler und geringere Auflösungen.

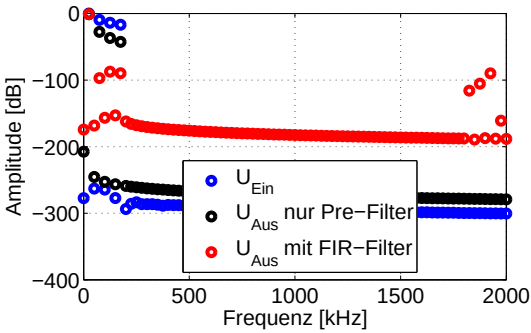


Abbildung 5.16: *Simuliertes Lastspektrum*
$@f_\mathrm{a} = 2\mathrm{MHz}, N = 10$
$\mu = 2^{-8}, f_0 = 100\mathrm{kHz}$

Der verwendete A/D-Wandler *AD7625* der Firma Analog Devices besitzt eine maximale Sample-Rate von 6 MHz. Die Firma bietet ein pin-kompatibles Modell, das mit einer Abtastrate von maximal 10 MHz betrieben werden kann. Dieser A/D-Wandler kann somit problemlos zur Anwendung kommen.

5.3 Messtechnische Validierung des Kompensationsverstärkers mit adaptivem Filter

Die Simulationen belegen, dass es unter Zuhilfenahme eines adaptiven Filters möglich ist, Oberschwingungen in einer Lastspannung zu reduzieren. Die Filterkoeffizienten des FIR-Filters werden dazu mit dem FxLMS geregelt, bis das Fehlersignal minimal wird. Des Weiteren ist im vorherigen Abschnitt die Abhängigkeit der Filtergüte vom Gewichtungsfaktor μ und der Ordnung des Rekonstruktionstiefpasses N dargestellt worden.

Dennoch konnten viele Faktoren in der Simulation nicht berücksichtigt werden.
Die begrenzte Flankensteilheit der Spannung $\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$ sowie Laufzeiteffekte wurden in der Simulation vernachlässigt. Ferner beeinflussen die Streuinduktitäten der Transformatoren das Durchlassverhalten der nachfolgenden passiven Filterstufen.

Für die adaptive Regelung ist die vorherige Systemidentifikation notwendig. Ansonsten könnte die Regelung aufgrund fehlender Informationen über die Übertragungsfunktion des Rekonstruktionspfades instabil werden. Diese Systemidentifikation ist in der Simulation ideal durchgeführt worden. Inwieweit fehlende Informationen die Regelung beeinflussen, muss sich bei der Messung zeigen. Dazu werden zum Nachweis der Funktionalität des Kompensationsverstärkers unter Einbezug aller parasitären Einflüsse im folgenden Abschnitt Messergebnisse eines geregelten Kompensationsverstärkers vorgestellt.

Abbildung 5.17 stellt den dazugehörigen Versuchsaufbau dar, der dem Aufbau des simulierten Systems aus Abbildung 5.9 entspricht.

Die Ein- und Auskoppelnetzwerke sind identisch mit denen aus Kapitel 4.3. Das Bandpassfilter besitzt eine Mittenfrequenz von 25 kHz. Im gesteuerten System werden die Oberschwingungen

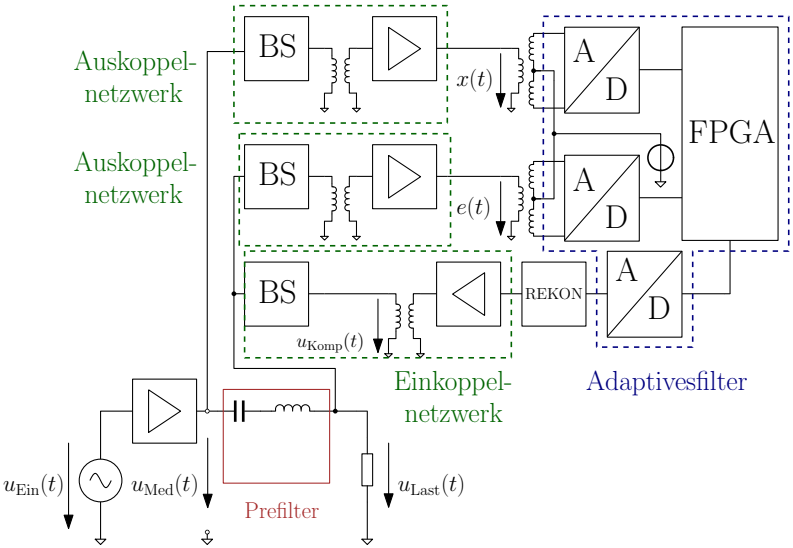


Abbildung 5.17: *Schematischer Versuchsaufbau des adaptiven Systems*

an nur einem Punkt der Schaltung gemessen. Für die Regelung des Systems werden zusätzlich zu den detektierten Oberschwingungen des Eingangssignals $x(t)$, die Oberschwingungen $e(t)$ am Einspeiseort detektiert. Der Parameter $|e(t)|$ stellt somit den Betrag des Fehlersignals dar. Die Filterkoeffizienten b_K des digitalen Filters werden in einer Weise adaptiert, dass $|e(t)|$ minimal wird ($|e(t)| \stackrel{!}{=} \mathrm{Min}$).

5.3.1 Systemidentifikation

Für die nachfolgenden Messungen wird zuerst die Systemantwort der Übertragungsfunktionen im Einkoppelzweig vermessen. Die Aufnahme der Impulsantwort wird analog zu Abschnitt 5.2 durchgeführt. Hierzu wird im FPGA ein Rechteckimpuls mit einer Amplitude $\hat{u}_{\mathrm{rect}} = 1\,\mathrm{V}$ und einer Breite $t_{\mathrm{rect}} = 500\,\mathrm{ns}$ erzeugt. Die Übertragungsfunktionen des Rekonstruktionstiefpasses, der Transformatoren, der Operationsverstärker und der Bandsperren beeinflussen das ursprüngliche Rechtecksignal. Die Impulsantwort der Übertragungsfunktionen wird dann wieder als Fehlersignal $e(t)$ gemessen. Die vermessene Strecke ist in Abbildung 5.18 dargestellt. Abbildung 5.19 zeigt den programmier-

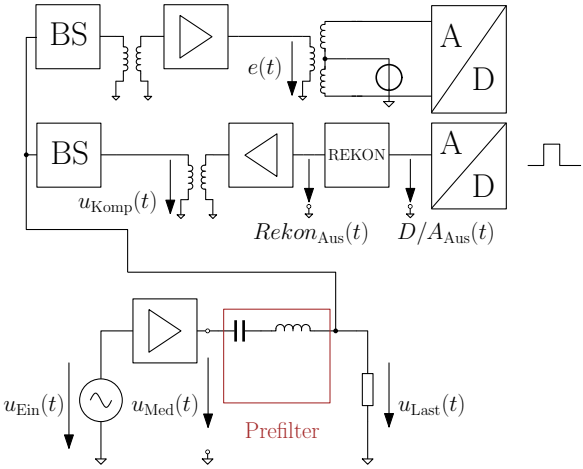


Abbildung 5.18: *Schematische Darstellung des Messpfades für die Systemidentifikation.*

ten Rechteckimpuls in roter Farbe. Nach dem Analog/Digital-Wandler erfährt das Signal, in schwarz dargestellt, eine Verzerrung und nimmt eine Dreiecksform an. Einerseits könnte diese Verzerrung auf die unzureichende Fähigkeit die hohe Flankensteilheit des Rechteckimpulses nachzubilden zurückzuführen sein. Andererseits ist es möglich, dass die Ausgangsleistung des

D/A-Wandlers nicht ausreichend ist, um die hier verwendete 30 Ω Last zu treiben. Die Flankensteilheit der Lastspannung beträgt $\frac{du}{dt} = 0,7\,\frac{\mathrm{V}}{\mu\mathrm{s}}$. Die Operationsverstärker besitzen eine Spannungssteilheit von $22\,\frac{\mathrm{V}}{\mu\mathrm{s}}$ bei einem maximalen Ausgangsstrom von 30 mA. Die Messung wurde trotz dieser limitierenden Faktoren durchgeführt. Die gemessene Impulsantwort ist blau dargestellt. Sie wird in einem digitalen FIR-Filter abgespeichert und bildet das Übertragungsverhalten des Ein- und Auskoppelpfades nach.

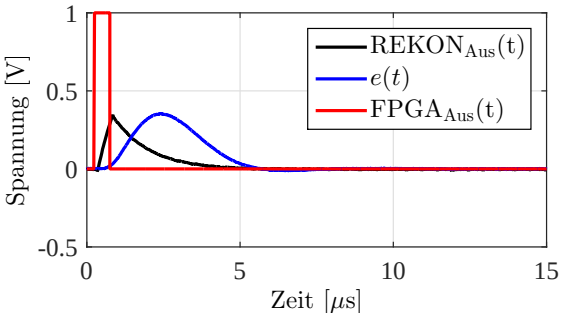


Abbildung 5.19: *Gemessene Streckenidentifikation durch einen Dirac-Impuls*

5.3.2 Messung mit Prefilter erster Ordnung

Nach abgeschlossener Systemidentifikation ist der Kompensationsverstärker einsatzbereit. Restfehler, Adaptionsgeschwindigkeit und Stabilität sind die drei wichtigsten Kennwerte des Kompensationsverstärkers. Die Wahl des Gewichtungsfaktors ist eine Abwägung zwischen Konvergenzzeit und Restungenauigkeit. Die Konvergenzzeit kann groß gewählt werden ($t_{\mathrm{adap}} = 1\,s$), da der Kompensationsverstärker im stationären Dauerbetrieb nur thermische Bauteildrifts ausregeln soll. Bei den nachfolgenden Messungen ist deswegen ein Gewichtungsfaktor von $\mu = 2^{-12}$

verwendet worden. Dieser sehr niedrige Wert ermöglicht einen geringen Restfehler.
FIR-Filter sind per se stabil, jedoch kann, herrührend durch die Signalrückführung, das System dennoch instabil werden. Die Filterkoeffizienten **b** wachsen dann über alle Grenzen und die Beschränktheit der Impulsantwort nach Gleichung (4.6) ist nicht mehr gegeben. Der Betrag der Filterkoeffizienten hängt maßgeblich nach Gleichung (5.18) von dem Gewichtungsfaktor μ, der Energie der Eingangswerte $x(\mathrm{n})$ und der Energie des gemessenen Fehlersignals $e(\mathrm{n})$ ab. Insofern ist darauf zu achten, dass in Folge der adaptiven Regelung die Filterparameter, die aufgrund der oben genannten Größen beeinflusst werden, betragsmäßig keine zu großen Werte annehmen und somit zur Instabilität des Systems führen. Die Amplituden der detektierten Ein- und Ausgangssignale können durch das Übersetzungsverhältnis der Transformatoren bzw. über den Verstärkungsfaktor der Operationsverstärkerschaltungen angepasst werden. Bei der verwendeten Konfiguration und dem geringen Gewichtungsfaktor konnte das System immer stabil gehalten werden. Für die Validierung der Funktionalität und der Stabilität ist das System mit unterschiedlichen Eingangssignalen beaufschlagt worden. Der Kompensationsverstärker soll in der Lage sein, einzelne Störschwingungen sowie den Oberschwingungsgehalt von Mischsignalen zu minimieren. Das verwendete Störspektrum liegt im Bereich von ($f = 50 - 200\,\mathrm{kHz}$). Als Mischsignale werden ein verstärktes Sinussignal mit einer Grundschwingungsfrequenz von 25 kHz und ein 25 kHz-Rechtecksignal verwendet. Diese Signale beinhalten gerad- und ungeradzahlige bzw. nur ungeradzahlige Harmonische der Grundschwingung. Sie werden jeweils mit einem Signalgenerator erzeugt und mit einem Leistungsverstärker der Klasse AB verstärkt. In Reihe zum Verstärker liegen das passive Bandpassfilter (Prefilter) und die Last. Als Prefilter wird ein Bandpass der Ordnung $N = 1$ bzw. $N = 3$ verwendet. Die Filter besitzen die Resonanzfrequenz von 25 kHz. Dadurch wird bei den Mischsignalen die Grundschwingung nicht beeinflusst, während die Oberschwingungen korrespondierend zur Filterordnung gedämpft werden.

Es bleibt zu prüfen, ob der Kompensationsverstärker in der Lage ist, bei unterschiedlichen Anregungen und Prefilterordnungen die Oberschwingungen an der Last zusätzlich zur Prefilterdämpfung zu reduzieren und somit zur Verbesserung des Klirrfaktors beizutragen.
Es ist zu erwarten, dass sich die Erhöhung der Prefilterordnung N positiv auf die Stabilität auswirkt, da der Betrag des Fehlersignals $|e(t)|$ durch die passive Filterung verringert wird. Werden die Oberschwingungen jedoch zu stark bedämpft, muss mehr Aufwand zur Detektion des Signals betrieben werden. Aus diesem Grund befindet sich im Messzweig des Fehlersignals eine Verstärkerstufe, die gegebenenfalls zur Verstärkung des Fehlersignals eingesetzt werden kann. Durch die Verstärkung wird aber auch der Rauschpegel gesteigert. Zu seiner Reduzierung kann softwareseitig eine Mittelung vorgenommen werden. Die eingangsseitigen Verstärker haben den voreingestellten Verstärkungsfaktor von $G = 2$.
Als Last wird zuerst ein ohmscher Widerstand ($R = 30\,\Omega$) und später ein Parallelschwingkreis verwendet. Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 5.20 dargestellt.

Abbildung 5.20: *Foto des Versuchsaufbaus*

Das Prefilter ist hier zuerst als passives Filter erster Ordnung mit den Elementen: $L = 0,53\,\mathrm{mH}$ und $C = 75\,\mathrm{nF}$ realisiert.
Die 3 dB Bandbreite des Filters beträgt 4 kHz und die Mittenfrequenz liegt bei 25 kHz.

Zur Anregung wird das System mit einer sinusförmigen Spannung mit einer Amplitude von $\hat{u}_{\mathrm{MED}} = 1,8\,V$ und der Frequenz von $f = 75\,\mathrm{kHz}$ beaufschlagt.
Der zeitliche Verlauf der Eingangs- und Ausgangsspannung sowie des Kompensationssignals ist in Abbildung 5.21 zu erkennen.

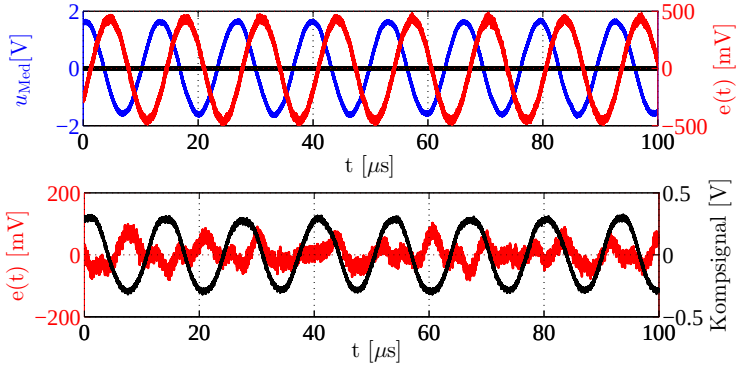


Abbildung 5.21: *Zeitsignale bei 75 kHz-Anregung und Prefilter erster Ordnung- oben mit deaktiviertem KV, unten mit aktiviertem KV*

In der oberen Bildhälfte ist das verstärkte Eingangssignal $u_{\mathrm{med}}(t)$ und das Fehlersignal $e(t)$ bei deaktiviertem Kompensationsversärker zu erkennen. Die Spannung an der Last $u_{\mathrm{Last}}(t)$ entspricht dabei der Spannung $e(t)$, die in Abbildung 5.21 in roter Farbe zu erkennen ist. Der Spitzenwert der Lastspannung beträgt bei deaktiviertem Kompensationsverstärker ca. $\hat{e} = 470\,\mathrm{mV}$. Gemessen wird dieser Wert nach der Verstärkerstufe, so dass das reale Signal um den Faktor zwei kleiner ist. Die Dämpfung des Signals ist allein auf die Filterwirkung des Prefilters zurück zu führen und

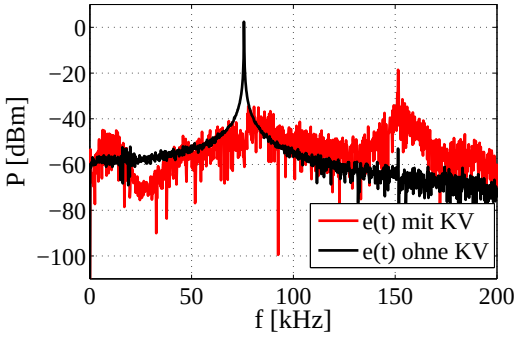


Abbildung 5.22: *Spektrum bei* 75 kHz*-Anregung und Prefilter erster Ordnung*

beträgt 17, 68 dB. Das schwarze Kompensationssignal ist gleich null.

Bei Aktivierung des Kompensationsverstärkers wird das gegenphasige Kompensationssignal $u_{\mathrm{Komp}}(t)$ erzeugt und ist im unteren Teil der Abbildung 5.21 schwarz dargestellt. Das Kompensationssignal besitzt keinen exakten Phasenversatz von 180° zum gemessenen Fehlersignal, was auf die Übertragungsfunktionen in den Detektionszweigen sowie im Ein- und Auskoppelzweig zurückzuführen ist. Diese Übertragungsfunktionen beeinflussen ebenfalls die Phase des Kompensationssignals. Die angestrebte Phasenverschiebung von 180°, die zu destruktiver Interferenz führt, wird erst am Einspeiseort erreicht. Wenn ein Prefilter 1. Ordnung eingesetzt wird, entspricht dies der Lastspannung $u_{\mathrm{Last}}(t)$ selbst.

Das Kompensationssignal überlagert sich mit dem Lastsignal, wodurch die Lastspannung auf ca. 22 mV reduziert wird. Dies ist in der Abbildung 5.22 im unteren Teil dargestellt. Dieser Wert liegt nah an der gemessenen Rauschgrenze. Zur Verdeutlichung ist das Spektrum der Lastspannung bei aktiviertem und deaktiviertem Kompensationsverstärker in Abbildung 5.22 aufgeführt. Daraus wird ersichtlich, dass die 75 kHz-Schwingung um mehr

als 40 dB reduziert werden kann. Auffallend ist jedoch die Ausbildung einer Schwingung bei 150 kHz. Diese Schwingung ist die erste Harmonische des Kompensationssignals. Diese Komponente kann nicht durch passive Filter reduziert werden, da sie im Bereich der zu kompensierenden Oberschwingungen liegt. Folglich erhöht sich der Effektivwert des gemessenen Fehlersignals um diese Frequenzkomponente. Für eine Minimierung dieser Frequenzkomponente müsste die Generierung des Kompensationssignals an sich verbessert werden.
Die Lastspannung bei aktiviertem und deaktiviertem Kompensationsverstärker ist separat in Abbildung 5.23 dargestellt. Der gemessene Effektivwert der Lastspannung konnte unter Zuhilfenahme des Kompensationssignals von $\frac{470}{\sqrt{2}}$ mV auf ca. 22 mV reduziert werden. Dies entspricht einer Minimierung um $\approx 23,58$ dB. Die vorherige Messung zeigt, dass eine Adaptierung des FIR-

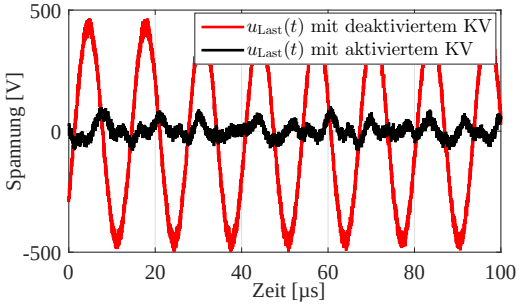


Abbildung 5.23: *Lastspannung $u_{\text{Last}}(t)$ mit und ohne KV bei 75 kHz-Sinusanregung*

Filters des Kompensationsverstärkers möglich ist und einzelne Schwingungen bedämpft werden. Das Signal kann bis zur Rauschgrenze reduziert werden. Der Algorithmus würde diese Minimierung mit jeder detektierten Schwingung durchführen. Im Falle eines Mischsignals sollen aber nur die Oberschwingungen des Signals minimiert werden und die Grundschwingung unberührt bleiben.

Für die Detektion des Fehlersignals sowie auch der Oberschwin-

gungen des Eingangssignals müssen die Vorfilter die Grundschwingung unterdrücken. Zusätzlich zu den passiven Vorfiltern gewährleisten digitale Eingangsfilter die Funktionsweise bei Mischsignalen. Wird die Grundschwingung unzureichend gefiltert, so ist es möglich, dass die nachfolgende Elektronik zerstört wird. Zudem ist unter allen Umständen zu vermeiden, dass das FIR-Filter nicht auf die Grundschwingung adaptiert. Aus diesem Grund ist ein vorgeschaltetes digitales Tiefpassfilter implementiert, welches sicher stellt, dass die Grundschwingung zusätzlich zu den passiven Filtern weiter reduziert wird.

In Abbildung 5.24 wird das System mit einer rechteckförmigen Spannung beaufschlagt, bestehend aus einer 25 kHz-Grundschwingung und Harmonischen. Dadurch, dass das Rechtecksignal gerade ist und dass zusätzlich $f(t+\frac{T}{2}) = -f(t)$ gilt, bilden sich im Spektrum nur ungerade Harmonische aus.

Für die Signalqualität wird nicht der normalerweise gebräuchliche Klirrfaktor herangezogen, sondern der Effektivwert O_e des Signals ohne die Grundschwingung. Im Fehlersignal $e(t)$ wird die Grundschwingungen bereits durch die Vorfilter stark bedämpft, was zu einem fehlerhaften Klirrfaktor führen würde. Stattdessen wird der Effektivwert von $e(t)$ über die Formel 5.24 bestimmt.

$$\begin{aligned} O_e &= \sqrt{\sum U_n^2} \,\text{mit}\, n > 0 \\ O_e &= \sqrt{U_{75\,\text{kHz}}^2 + U_{125\,\text{kHz}}^2 + U_{150\,\text{kHz}}^2 + U_{175\,\text{kHz}}^2 + ...} \\ O_{e\,\text{ohne KV}} &= 0,1267\,\text{V}. \end{aligned} \tag{5.24}$$

Der reduzierte Effektivwert der Oberschwingungen beläuft sich aufgrund des aktivierten Kompensationsverstärkers auf $O_{e\,\text{mit KV}} = 1,3\,\text{mV}$. Dies ist eine Verbesserung um ca. 40 dB. Wie aus Abbildung 5.25 ersichtlich wird, werden die dritte, fünfte und siebte Harmonische deutlich minimiert. In diesem Fall wird jede Spektralkomponente um mindestens weitere 20 dB reduziert. Die 150 kHz-Komponente ist die zweite Harmonische der höchst energetischen Oberschwingung. Hier findet eine Verstärkung der Frequenzkomponente statt. Des Weiteren ist aus dem Diagramm 5.25 zu erkennen, dass geradzahlige Harmonische auftreten. Zurückzuführen ist dies, wie bei der vorherigen Messung,

auf die Harmonischen des Kompensationssignals.

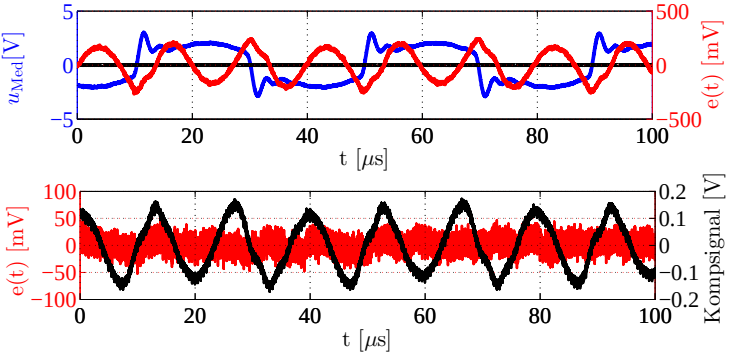


Abbildung 5.24: *Zeitsignale bei 25 kHz-Rechteckanregung mit Prefilter erster Ordnung- oben mit deaktiviertem KV, unten mit aktiviertem KV*

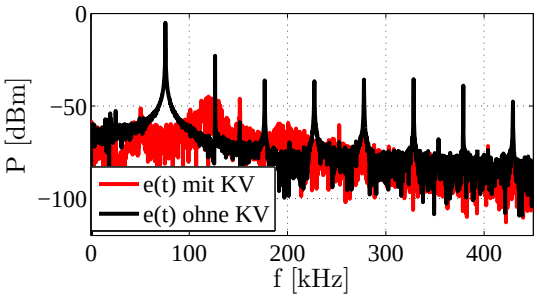


Abbildung 5.25: *Spektrum bei 25 kHz-Rechteckanregung mit Prefilter erster Ordnung*

5.3.3 Messung mit Prefilter dritter Ordnung

Statt des Aufbaus im vorigen Abschnitt wird nun ein Prefilter dritter Ordnung eingesetzt. Die detektierten Oberschwingungen sind aufgrund der zusätzlichen Filterwirkungen kleiner. Es soll demonstriert werden, dass der Kompensationsverstärker auch in Kombination mit passiven Filtern höher Ordnung zu einer Reduzierung der Oberschwingungen führen kann. Der als Last genutzte ohmsche Verbraucher wird durch einen Schwingkreis gemäß Abbildung 5.26 ersetzt. Dieser wird durch die Streuinduktivität des Transformators L_σ und der Kapazität C_{Last} gebildet.

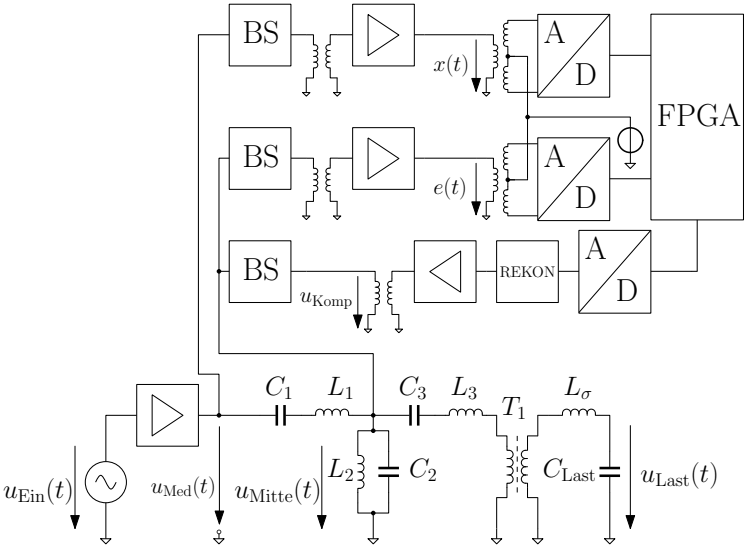


Abbildung 5.26: *Versuchsaufbau mit Prefilter dritter Ordnung und frequenzselektiver Last*

Durch die zusätzliche Filterstufe wird das detektierte Fehlersignal $e(t)$ verringert. Die Verstärkungsfaktoren der eingangsseitigen Operationsverstärkerschaltungen müssen daher angepasst

werden, um eine gute Adaption zu gewährleisten. Der lastseitige Schwingkreis ist auf 30 Ω abgestimmt. Der Transformator besitzt ein Übersetzungsverhältnis von ü= 1 : 10. Über die Variation der Sekundärinduktivität ist es möglich, dass Lastkondensator und Streuinduktivität in Resonanz sind. Die Eingangsimpedanz des Transformators ist für die resultierende Resonanzfrequenz rein ohmsch. Die Messergebnisse mit sinusförmiger Eingangsspannung und der Frequenz $f = 75\,\mathrm{kHz}$ sind in Abbildung 5.27 dargestellt.

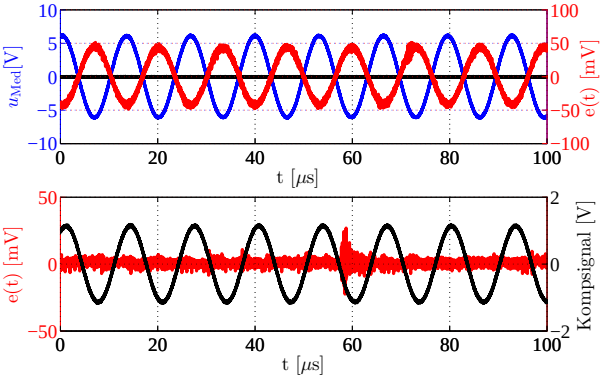


Abbildung 5.27: *Zeitsignale bei 75 kHz-Anregung und Prefilter dritter Ordnung- oben mit deaktiviertem KV, unten mit aktiviertem KV*

Im Zeitbereich ist die Auswirkung des Kompensationsverstärkers deutlich zu erkennen. Die Spannung $u_{\mathrm{Med}}(t)$ wird durch das Prefilter von ca. 6 V auf 47 mV reduziert. Dies entspricht einer Dämpfung von ca. $20 \cdot \log_{10}(\frac{6000}{47}) = 42.12\,\mathrm{dB}$.
Das Signal $e(t)$ wird zusätzlich durch die Aktivierung des KVs von der Spitzenspannung $\hat{e} = 47\,\mathrm{mV}$ bis in das Rauschen hinein gedämpft. Das in Abbildung 5.28 gezeigte Spektrum bestätigt die Reduzierung der spektralen 75 kHz-Komponente. Wie auch bei den Messungen aus Abschnitt 5.3.2 zeigt sich, dass sich eine

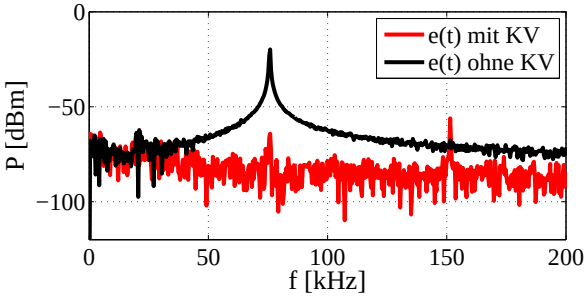


Abbildung 5.28: *Spektrum bei* 75 kHz*-Anregung und Prefilter dritter Ordnung*

Oberschwingung bei der doppelten Frequenz des Kompensationssignals ausbildet. Insgesamt wird das Fehlersignal zusätzlich zur Prefilterdämpfung (42.12 dB) um weitere $\approx$ 43 dB bedämpft.

Die Abbildungen 5.29 und 5.31 zeigen die Messergebnisse bei einer Anregung mit einem Mischsignal und einem Prefilter dritter Ordnung.

Unter der Verwendung von Mischsignalen ist der Kompensationsverstärker ebenfalls in der Lage den Oberschwingungsgehalt zu reduzieren. So werden sowohl bei einem rechteckförmigen 25 kHz-Signal (Abbildung 5.30) als auch bei einem nicht idealen 25 kHz-Sinussignal (Abbildung 5.32) die Oberschwingungen minimiert. Die einzelnen Spektralanteile werden mit bis zu $\approx$ 35 dB, minimal aber mit 20 dB Dämpfung beaufschlagt. Allerdings wird bei beiden Anregungen deutlich, dass die höchsten Frequenzanteile keine nennenswerte Dämpfung mehr erhalten. Dies liegt zum einen daran, dass die detektierten Amplituden am kleinsten sind, als vielleicht auch daran, dass der Algorithmus den Betrag des Fehlersignals minimiert und nicht einzelne Schwingungen.

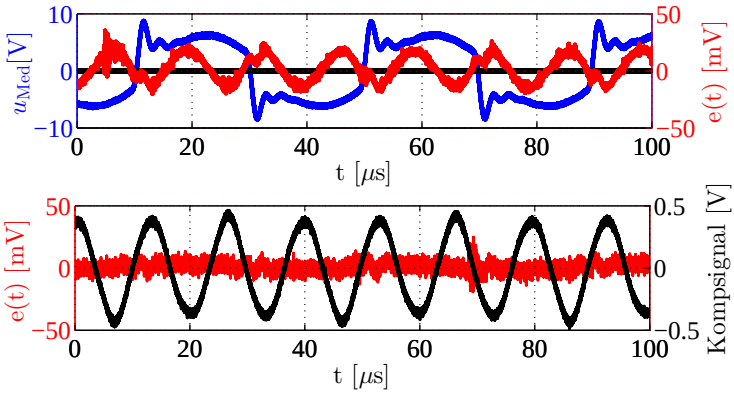


Abbildung 5.29: *Zeitsignale bei 25 kHz-Rechteckanregung und Prefilter dritter Ordnung - oben mit deaktiviertem KV, unten mit aktiviertem KV*

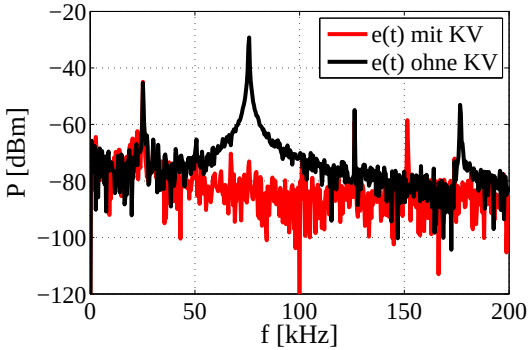


Abbildung 5.30: *Spektrum bei 25 kHz-Rechteckanregung und Prefilter dritter Ordnung*

Wird ein Sinussignal mit gerad- und ungeradzahligen Harmonischen eingespeist, können die einzelnen Frequenzanteile ebenfalls reduziert werden. Im Falle der Messungen aus Abbildung 5.32

kann eine Reduktion des Klirrfaktors um 29,88 dB erzielt werden.

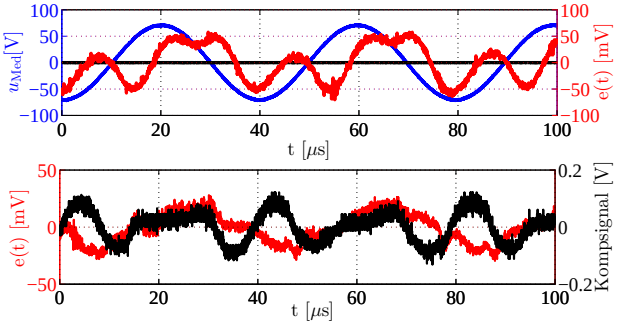


Abbildung 5.31: *Zeitsignale bei 25 kHz-Sinusanregung und Prefilter dritter Ordnung - oben mit deaktiviertem KV, unten mit aktiviertem KV*

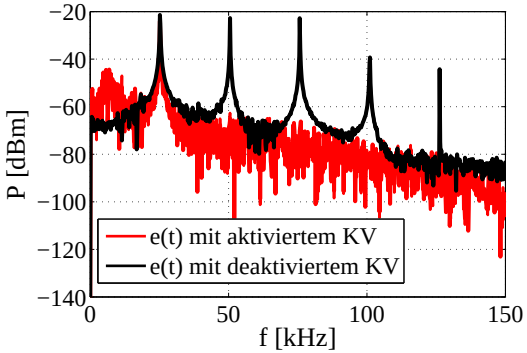


Abbildung 5.32: *Spektrum bei 25 kHz-Sinusanregung und Prefilter dritter Ordnung*

5.3.4 Ergebnisdiskussion

Die Messergebnisse aus Abschnitt 5.3 belegen, dass der Kompensationsverstärker durch die Einspeisung eines gegenphasigen Kompensationssignals einzelne Schwingungen mit einer Frequenz von bis zu 200 kHz verringern kann. Theoretisch liegt die Obergrenze der zu kompensierenden Störungen bei der halben Abtastfrequenz der Wandlerbausteine. Dies entspricht einer Frequenz von 1 MHz. Es hat sich jedoch gezeigt, dass in der Praxis die Spektralanteile, die höher sind als 200 kHz, in ihrer Amplitude so klein sind, dass eine Detektion nur mit hohen Verstärkungen möglich ist. Zusätzlich führt aufgrund der geringen Energie der Oberschwingungen eine Minimierung dieser Frequenzanteile zu keiner nennenswerten Reduzierung des Klirrfaktors.

Durch den Einsatz des Kompensationsverstärkers werden zusätzlich zur Prefilterdämpfung einzelne Schwingungen um den Faktor 100 (40 dB) reduziert, wobei es sich um einen Prefilter erster Ordnung handelt. Limitierend ist hierbei die Rauschgrenze. Das Rauschen in der Laborumgebung liegt bei dem verwendeten Messequipment bei ca. $5 - 10\,\mathrm{mV}$.

Wird statt einer einzelnen Frequenz ein Mischsignal eingespeist, das aus einer 25 kHz-Grundschwingung und ungeradzahligen Harmonischen besteht, können alle auftretenden Oberschwingungen minimiert werden, so dass der Klirrfaktor eine weitere Reduzierung erfährt. Im Falle einer rechteckförmigen Eingangsspannung wird jede Spektralkomponente zusätzlich zur vorhandenen Prefilterdämpfung um mindestens 20 dB bedämpft. Der Klirrfaktor des Gesamtsignals kann um ca. 40 dB verbessert werden.

Bei allen Messungen treten jedoch im Spektrum Signalanteile bei 150 kHz auf. Die Eingangsspannung beinhaltet keine derartige Frequenzkomponente. Daraus lässt sich schließen, dass der Kompensationsverstärker selbst diese Schwingung erzeugt. Die höchste energetische Oberschwingung der Eingangsspannung ist die 75 kHz-Komponente. Das Kompensationssignal beinhaltet

somit hauptsächlich das 75 kHz-Signal und dessen Harmonische. Die zweite Harmonische des Kompensationssignals entspricht der detektierten Störung. Diese Schwingung kann nicht kompensiert oder gefiltert werden, weil sie im Bereich möglicher Oberschwingungen der Eingangsspannung liegt.

Die Performanz des Kompensationsverstärkers ist weitestgehend unabhängig von der angeschlossenen Last sowie der Prefilterordnung. Durch die zusätzliche Filterstufe wird der Effektivwert des detektierten Fehlersignals kleiner. Soll die Signalerfassung verbessert werden, müssen die Verstärkungsfaktoren im Detektionszweig angepasst werden. Das Fehlersignal wird so weit verstärkt, dass es den gesamten Eingangsspannungsbereich des Analog/Digital-Wandlers ausnutzt.

In den Messungen aus Abschnitt 5.3.3 wird ein Prefilter dritter Ordnung mit einer frequenzselektiven Last verwendet. Eine Minimierung der Oberschwingungen findet sowohl bei einer Anregung mit einem stark oberschwingungsbehafteten Rechtecksignal statt, als auch mit einem 25 kHz-Sinussignal. In beiden Fällen werden die Oberschwingungen reduziert und der Klirrfaktor des Fehlersignals wird um ca. 29,8 dB verbessert.

6 Zusammenfassung

Zur Reduzierung von unerwünschten Oberschwingungen bzw. des Klirrfaktors in leistungselektronischen Systemen sind in dieser Arbeit mehrere Möglichkeiten aufgezeigt worden, unterteilt in hardware- und softwaremodifizierende Lösungen.

Liegt die Frequenz der Ausgangsspannung im Bereich der Netzfrequenz von 50/60 Hz, können die Harmonischen ($\geq$ 150 Hz) leicht durch ein verbessertes Steuerverfahren des Umrichters, passive oder aktive Filter oder durch den Einsatz von Multilevel-Wechselrichtern verbessert werden. Befinden sich die Harmonischen allerdings im höheren Spektralbereich ($\geq$ 100 kHz) können PWM-gesteuerte Wechselrichter nicht eingesetzt werden. Aufgrund der zu hohen Trägerfrequenz der PWM sind die Verlustleistungen zu groß. Da bei den meisten aktiven Filtern die Signalgenerierung des Kompensationssignals durch PWM-Wechselrichter geschieht, scheidet diese Möglichkeit ebenfalls aus.
Eine Alternative zur PWM-Steuerung stellt das in Kapitel 2 erwähnte SB-ZePoC-Verfahren von Streitenberger [61] dar.

Setzt man statt der klassischen H-Brücke moderne Multilevel-Wechselrichter ein, kann der Klirrfaktor aufgrund der besseren Sinusapproxmation der Ausgangsspannung reduziert werden. Dies geschieht allerdings auf Kosten der Komplexität.
In Kapitel 2 ist ein neuer 15-Level-Wechselrichter für hohe Ausgangsfrequenzen vorgestellt worden. Er besteht aus der Reihenschaltung einer H-Brücke mit einem NPC-Wechselrichter. Im Vergleich zur klassischen H-Brücke weist der 15-Level-Wechselrichter einen deutlich reduzierten Klirrfaktor auf.

Werden passive Filter zur weiteren Reduzierung der Oberschwingungen eingesetzt, müssen die verwendeten Induktivitäten je nach

Wert der übertragenen Leistung mit einem großen Kupferquerschnitt realisiert werden. Dies macht sie nicht nur teuer, sondern auch schwer. Ist es nötig, hohe Filterwirkungen zu erzielen, müssen Filter mit hoher Ordnung verwendet werden.

Zur Aufwandsreduzierung bei derartigen passiven Filterstufen ist im zweiten Kapitel das Operationsprinzip eines hybriden Filterkonzepts entwickelt worden. Das hybride Filter besteht aus einer reduzierten passiven Filterstufe und einem parallel angeordneten Kompensationsverstärker. Dieser speist ein Signal ein, welches, überlagert mit den Oberschwingungen der Quelle, in der Last zu einer destruktiven Interferenz führt und damit den Klirrfaktor verringert. Der Kompensationsverstärker kann mit einer analogen oder digitalen Schaltung realisiert werden.

Die im dritten Kapitel dargestellte analoge Realisierung beweist, dass es möglich ist, einen Kompensationsverstärker mit einer analogen Operationsverstärkerschaltung aufzubauen. Die Messungen bestätigen die voraus gegangenen Simulationen. Zusätzlich zur Dämpfung durch das passive Filter werden die Harmonischen mit Hilfe des aktiven Systems um weitere 23 dB bedämpft. Die Bauteiltoleranzen der verwendeten Kondensatoren und Widerstände wirken sich negativ auf die Feinabstimmung der aktiven Filterstufen aus. Die Filterwirkung differiert bereits bei kleinen Abweichungen um bis zu 20 dB.

Die digitale Umsetzung ist Gegenstand des vierten Kapitels. Die Variation der Amplituden und Phasen werden hier von einem digitalen Filter umgesetzt. Im dargestellten Messaufbau erreicht die Reduzierung des Klirrfaktors ca. 29,8 dB. Die Filterkoeffizienten sind im Vorwege durch die Simulation festgelegt worden. Wenn im Prefilter Veränderungen vorgenommen werden, wie z.B. Variationen der Prefilterordnung, der Last oder des Quellensignals, muss jeweils eine erneute Simulation durchgeführt werden. Weil diese arbeits- und zeitaufwendig sind, ist eine davon autonome Lösung wünschenswert.

Diese wird in Kapitel 5 durch ein geregeltes adaptives Filter umgesetzt. Als Adaptionsalgorithmus wird der FxLMS benutzt. Die

Stabilität des Systems ist abhängig von der Energie der detektierten Oberschwingungen und dem Gewichtungsfaktor. Bei den vorgenommenen Messungen konnten stets stabile und stationäre Punkte angefahren werden. Die Simulation des geregelten Systems zeigt die Abhängigkeit der Lernkurve und des Restfehlers von der Abtastfrequenz, der Ordnung des Rekonstruktionstiefpasses und dem Gewichtungsfaktor. In der Simulation findet die Adaptierung innerhalb von 3 ms statt. Die einzelnen Harmonischen sind um min. 40 dB bedämpft worden. Die Messergebnisse belegen die simulierten Werte.

Kontraproduktiv ist erstens die Tatsache, dass das Kompensationssignal selbst Harmonische in die Last einkoppelt und dass sich zweitens der Rauschpegel an der Last erhöht. Dennoch bleibt das Ergebnis ein positives. Denn Abbildung 6.1 belegt nochmals, dass die erzielte Reduktion von zusätzlichen 40 dB pro Oberschwingung ausreichend ist, ein passives Filter zweiter Ordnung, durch ein hybrides Filtersystem zu ersetzen, das aus einem passiven Filter erster Ordnung in Einheit mit einem Kompensationsverstärker besteht. Bei gleichzeitiger Nutzung des Kompensationsverstärkers und eines Filters zweiter Ordnung wird die Signalqualität erhöht. Hält man die Signalqualität konstant, kann auf eine passive Filterstufe verzichtet werden.

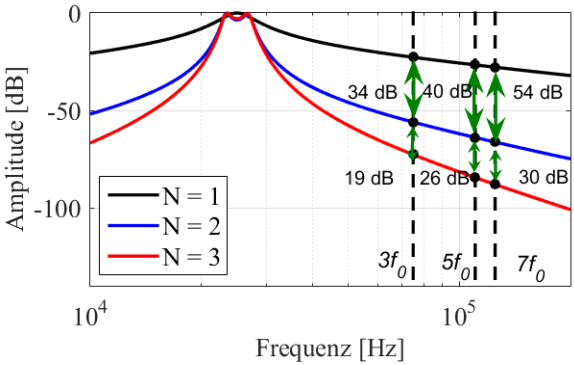


Abbildung 6.1: *Dämpfungsverlauf von Bandpässen verschiedener Ordnungen*

Das Rauschen im System könnte reduziert werden, wenn man rauscharme Oszillatoren zur Generierung einer einzelnen Frequenz verwenden würde. Phase und Verstärkung eines jeden Oszillators müssten dann separat mit dem LMS-Algorithmus geregelt werden. Jede Frequenzkomponente müsste dann allerdings von einem Oszillator bereitgestellt werden, eine Tatsache, die den Einsatzbereich limitiert.
Für zeitkritischere Applikationen sollten RLS (Recursive-Least-Squares-Algorithmus) oder Algorithmen im Frequenzbereich verwendet werden. Diese erfordern zwar einen größeren Implementierungs- und Rechenaufwand, bieten dafür aber kleinere Adaptionszeiten.

Abschließend kann man festhalten, dass diese Arbeit eine Lösungsmöglichkeit bereitstellt, wie man kostspielige und voluminöse passive Filterstufen in der Leistungselektronik reduzieren kann.

Reine passive Filterstufen werden in der Arbeit durch das vorgestellte hybride Filter ersetzt. Neben den passiven Elementen weist das hybride Filter eine adaptive Filterstruktur auf, wie sie bereits in anderen elektrischen Disziplinen eingesetzt wird. Je-

doch muss der Kompensationsverstärker an die hohen Energien und Frequenzen angepasst werden.

Das in dieser Arbeit entwickelte hybride Filterkonzept kann dann in der Praxis eingesetzt werden, wenn bei leistungselektronischen Systemen hohe spektrale Reinheit von Signalen gefordert wird oder das Volumen von Filtern aus produktions- und kostentechnischen Gründen reduziert werden muss.

Literaturverzeichnis

[1] Achenbach, Johann Jost: *Analoge und Digitale Filter und Systeme.* Mannheim : B. I. Wissenschaftsverlag, 1992

[2] Ahmadi, Damon ; Wang, Jin: Full Study of a Precise and Practical Harmonic Elimenation Method for Multilevel Inverters. In: *978-1-422-2812-0/09 IEEE*, 2009

[3] Akagi, H. ; Kanazawa, Y. ; Nabae, A.: Generalized Theory of Instantaneous Reactive Power and Its Application. In: *Transactions of the IEE-Japan*, 1983

[4] Akagi, H. ; Kanazawa, Y. ; Nabae, A.: Instantaneous Reactive Power Compensator Comprising Switches Devices Without Energy Storage Components. In: *IEEE Transactions on Industrial Applications*, 1984

[5] Akagi, H. ; Nabae, A. ; Atoh, S.: Control Strategy of Active Power Filters Using Quad-Series Voltage Source PWM Converters. In: *IEEE Transactions on Industrial Applications*, 1986

[6] Akagi, H. ; Watanabe, E. ; Aredes, M.: *Instantaneous Power Theory and Applications to Power Conditioning.* 1. Auflage. San Francisco USA : Wiley-Verlag, 2007

[7] Akhtar, Muhammad T. ; Mitshuashi, Warataru: A Modified Normalized FxLMS Algorith for Active Control of Impulse Noise. In: *18th European Signal Processing Conference*, August 2010

[8] Analog Devices: *Datenblatt AD7625.* `http://www.analog.com/en/analog-to-digital-converters/`

ad-converters/ad7625/products/product.html. – [Aufgerufen am: 28-Januar-2014]

[9] Azizi, Seyed Ali: *Entwurf und Realisierung digitaler Filter.* 1. Auflage. München Wien : Oldenbourg Verlag, 1981

[10] Baez-Lopez, David ; Baez-Villegas, David ; Alcantara, Rene: A Package For Filter Design Based On Matlab. In: *IEEE ASEE*, Oktober 2001

[11] Bergmann, J. ; Hoffmann, K. F. u. a.: 15-Level Power Inverter Topology for Generating High-Frequency Output Voltage with Low Harmonics. In: *PCIM*, 2011

[12] Bjarnason, Elias: Analysis of the Filtered-X LMS Algorithm. In: *IEEE Transactions on Speech and Audio Processing, VOL. 3, No.6*, 1995

[13] Chen, R.-Y. ; Wang, C.-L.: Optimum step size of the LMS adaptive FIR filter with inadequate length for signal estimation. In: *IEEE Proceedings Vol. 137*, Oktober 1990

[14] Cheng, Weibin ; Zhong, Yanru ; Jin, Shoun: Combined Modulation and Harmonic Suppression. In: *1-4244-0449-5/06 IEEE*, 2006

[15] Clark, E.: *Circuits Analysis of A-C Power Systems.* 3. Auflage. San Francisco USA : Wiley-Verlag, 1943

[16] Deplazes, R.: *Neue transformatorlose Schaltungstopologie für Traktionsantriebe auf der Basis von 3-Stern Asynchronmaschinen.* Dissertation. Zürich : ETH, 1999

[17] Dewasthale, M. ; Karadkar, R. D.: Acoustic Noise Cancellation using Adaptive Filters: A Survey. In: *International Conference on Electronic Systems*, 2014

[18] Ding, K. u. a.: Novel Hybrid Cascade Asymmetric Inverter Based on 58-Level Asymmetric Inverter. In: *Power Electronics Specialist Conference PESC*, 2005

[19] Elliot, S. J. ; Stothers, I. M. u. a.: A multible error LMS algorithm and its application to active control of sounds and vibration. In: *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.*, Oktober 1987

[20] Eriksson, L. J.: Development of the filtered-U algorithm for active noise control. In: *J. Acoust. Soc. Am., vol. 89.*, Januar 1991

[21] Gibson, J. D.: Adaptive Prediction for Speech Encoding. In: *IEEE ASSP Magazine*, August 1984

[22] Gleich, B. ; Weizenecker, J.: Tomographic imaging using the nonlinear response of magnetic particles. In: *Nature 435(7046) 12141217*, 2005

[23] Gonzalez, S. A. u. a.: Five-level cascade asymmetric multilevel converter. In: *Power Electronics, IET*, 2010

[24] Guggenbach, P.: *Versetzte Taktung von zwei Wechselrichtern zur Speisung einer Induktionsmaschine mit offener Wicklung.* Dissertation. Zürich : ETH, 1997

[25] Hammond, P. W.: A new approch to enhance power quality for medium voltage AC drives. In: *IEEE Trans. Ind. Applic.*, 1995

[26] Hayes, M. H.: *Statistical digital signal processing and modelling.* 1. Auflage. San Francisco USA : Wiley-Verlag, 1996

[27] Hess, Wolfgang: *Digitale Filter. Eine Einführung.* Stuttgart : B. G. Teubner, 1989

[28] Hirsch, D. ; Wolf, W. J.: A Simple Adaptive Equalizer for Efficient Data Transmission. In: *IEEE Trans. on Communication Technology*, 1970

[29] Jenni, F. ; Wüest, D.: *Steuerverfahren für selbstgeführte Stromrichter.* 1. Auflage. Zürich : vdf Hochschulverlag ETH Zürich/Teubner, 1995

[30] Johnson, C. R.: On the Interaction of Adaptive Filtering, Identification and Control. In: *IEEE Signal Processing Magazine*, März 1995

[31] Kammeyer, Karl Dirk ; Kroschel, Kristian: *Digitale Signalverarbeitung - Filterung und Spektralanalyse mit MATLAB-Übungen*. 4. Auflage. Stuttgart : B. G. Teubner, 1998

[32] Kuo, Sen M. ; Morgan, Dennis R.: Active Noise Control: A Tutorial Review. In: *IEEE Proceedings, Vol. 87, No. 6*, Juni 1999

[33] Lesnicar, A. ; Marquardt, R.: An Innovative Modular Multilevel Converter Topology Suitable for a Wide Power Range. In: *PowerTech Conference*, 2003

[34] Lodin, Alexandru ; Grama, Lacrimioara u. a.: Systematic Method To Convert Of Analog Filters To Digital Filters. In: *IEEE Wokshop on Signal Processing Systems*, Oktober 2013

[35] Lucky, R. W.: Techniques for Adaptive Equalizer of Digital Communication Systems. In: *Bell System Technology Journal*, 1966

[36] Lucky, R. W. ; Rudin, H.: An Automatic Equlizer for General Purpose Communication Channels. In: *Bell System Technology Journal*, 1967

[37] Marquardt, R.: Modular Multilevel Converter: An universal concept for HVDC-Networks and extended DC-Bus-applications. In: *International Power Electronics Conference*, 2010

[38] McClellan, J. H. ; Parks, T. W.: A Personal History of the Parks-McClellan Algorithm. In: *Signal Processing Magazine, IEEE*, 2005

[39] Meynard, T. A. ; Foch, H.: Multi-level conversion: high

voltage choppers and voltage-source inverters. In: *PESC Power Electronics Specialists Conference*, 1992

[40] Morgan, D. R.: An analysis of multible cancellation loops with a filter in the auxiliary path. In: *IEEE Trans. Acoust., Speech., Signal Process., vol. ASSP-28, pp.454-467*, August 1980

[41] Morgan, D. R. ; Sanford, C.: A control theory approch to the stability and transient analysis of the filterd-x LMS adaptive notch filter. In: *IEEE Trans. Signal Processing*, Oktober 1992

[42] Morgan, Dennis R.: History, Applications and Subsequent Devolopment of the FXLMS Algorithm. In: *IEEE Signal Processing Magazine*, May 2013

[43] Moschytz, George ; Hofbauer, Markus: *Adaptive Filter. Eine Einführung in die Theorie mit Aufgaben und MATLAB-Simulationen auf CD-Rom.* Berlin Heidelberg New-York : Springer-Verlag, 2000

[44] Nabae, A. u. a.: A New Neutral-Point-Clamped PWM Inverter. In: *IEEE Trans. Ind. Applicat.*, 1981

[45] Pan, Z. u. a.: Power losses and efficiency analysis of multilevel dc/dc converters. In: *Applied Power Electronics Conference and Exposition APEC*, 2005

[46] Peng, F.: A generalized multilevel inverter topology with self voltage balancing. In: *Industry Application Conference, IEEE*, 2000

[47] Peng, F. u. a.: A power conditioner using cascaded multilevel inverters for distribution systems. In: *Conference Rec. IEEE-IAS Annu. Meeting*, 1997

[48] Peng, F. ; Lai, J. S.: Dynamic performance and Control of a static Var generator using cascaded multilevel inverters. In: *IEEE, IAS Annu. Meeting*, 1996

[49] Peng, F. ; Qian, W. ; Cao, D.: Recent Advances in Multilevel Converter/Inverter Topologies and Applications. In: *International Power Electronics Conference, IEEE*, 2010

[50] Peng, F. Z. u. a.: A multilevel voltage source inverter with separated DC sources for static Var generation. In: *Conference Rec. IEEE-IAS Manual*, 1995

[51] Peter, K. ; Boecker, J.: Minimierung niederfrequenter Oberschwingungen in Pulsmustern für 2-Level Umrichter in Antriebssystemen mittels winkelmodulierter Partikel Schwarm Optimierung. In: *ETG Kongress*, 2013

[52] Rees, Lewis ; Elliot, Stephen J.: Adaptive Algorithms for Active Sound Profiling. In: *IEEE Transaction on Audio, Speech and Language*, März 2006

[53] Rioul, O. ; Duhamel, P. D.: A Remez Exchange for Orthonormal Algorithm Wavelets. In: *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, August 1994

[54] Rodriguez, J. ; Leeb, S. B.: A Multilevel Inverter Topology for Inductively Coupled Power Transfer. In: *IEEE Trans. Power Electron.*, 2006

[55] Saal, Rudolf ; Entenmann, Walter: *Handbook of Filter Design*. 2. Auflage. Berlin Heidelberg New-York : Springer-Verlag, 1989

[56] Saeed, Fazel S.: Investigation and Comparision of Multi-Level Converters for Medium Voltage Applications. In: *Dissertation*, 2007

[57] Schröder, D.: *Leistungselektronische Schaltungen*. 3. Auflage. Berlin Heidelberg : Springer-Verlag, 2012

[58] Schröder, D.: *Elektrische Antriebe Grundlagen*. 5. Auflage. Berlin Heidelberg : Springer-Verlag, 2013

[59] Sondhi, M. M.: An Adaptive Echo Canceller. In: *Bell*

System Technology Journal, 1967

[60] Stemmler, H.: *Steuerverfahren für ein- und mehrphasige Unterschwingungswechselrichter zur Speisung von Kurzschlussläufermotoren*. Dissertation. Aachen : RWTH, 1970

[61] Streitenberger, M.: *Zur Theorie digitaler Klasse-D-Audioverstärker und deren Implementierung*. Dissertation. VDE Verlag Berlin : VDE Verlag, 2005

[62] Sujbert, L.: A new filtered LMS algorithm for active noise control. In: *Proc. Int. EAA Symp. Active Control Sound and Vibration*, Oktober 1999

[63] Texas Instruments: *Datenblatt DAC8820*. `http://www.ti.com/lit/ds/symlink/dac8820.pdf`. – [Aufgerufen am: 10-Februar-2015]

[64] Texas Instruments: *Datenblatt OPA 277*. `http://www.ti.com/lit/ds/symlink/opa2277.pdf`. – [Aufgerufen am: 12-Mai-2014]

[65] Texas Instruments: *Datenblatt THS 4012*. `http://www.ti.com/lit/ds/symlink/ths4012.pdf`. – [Aufgerufen am: 12-Mai-2014]

[66] Texas Instruments: *Datenblatt TI LME49990*. `http://www.ti.com/lit/ds/symlink/lme49990.pdf`. – [Aufgerufen am: 28-Januar-2014]

[67] Tietze, Ulrich ; Schenk, Christoph: *Halbleiter-Schaltungstechnik*. 12. Auflage. Berlin Heidelberg : Springer-Verlag, 2002

[68] Tong, Chia-Chang ; Jwo, Wu-Shun u. a.: The Firmware Design Of Analogue and Digital Filters. In: *IEEE DSP/SPE*, 2011

[69] Weizenecker, J. ; Gleich, B. u. a.: Three-dimensional real-time in vivo magnetic particle imaging. In: *Phys. Med.*

Biol. 54, 2009

[70] Widrow, B. ; Hoff, M.E.: Adaptive switching circuits. In: *IRE WESCON Conv. Rec., Et. 4, pp. 96-104*, 1960

[71] WIMA: *Datenblatt WIMA FKP1.* `http://www.wima.de/DE/WIMA_FKP_1.pdf`. – [Aufgerufen am: 26-Mai-2016]

[72] Winder, Steve: *Analog and Digital Filter Design.* Woburn : Newnes, 2002

[73] Xilinx: *Datenblatt Xilinx FIR Compiler.* `http://www.xilinx.com/support/documentation/ip_documentation/fir_compiler_ds534.pdf`. – [Aufgerufen am: 10-Februar-2015]

[74] Yeary, M. B.: Adaptive IIR Filter Design for Single Sensor Applications. In: *IEEE Transactions on Instr. and Measurement*, April 2002

[75] Zhang, Bo ; Xiuwei, Tian: Design of a Novel Adaptive FIR Filter Based on FPGA. In: *IEEE International Conference on Electronic Measurement Instruments*, 2011

[76] Zhang, F.: A zigzag cascaded multilevel inverter topology with self voltage balancing. In: *APEC Applied Power Electronics Conference and Exposition*, 2008

[77] Zhang, F. u. a.: Study of the multilevel converters in DC/DC applications. In: *Power Electronic Specelists Conference PESC*, 2004

[78] Zölzer, Udo: *Digitale Signalverarbeitung In: Vorlesungsskript.* `https://www.hsu-hh.de/ant/index_TJkNR1OUWaLsjGtG.html`. – [Aufgerufen am: 24-Februar-2014]

A Schaltplan eines 15-Level-Umrichters

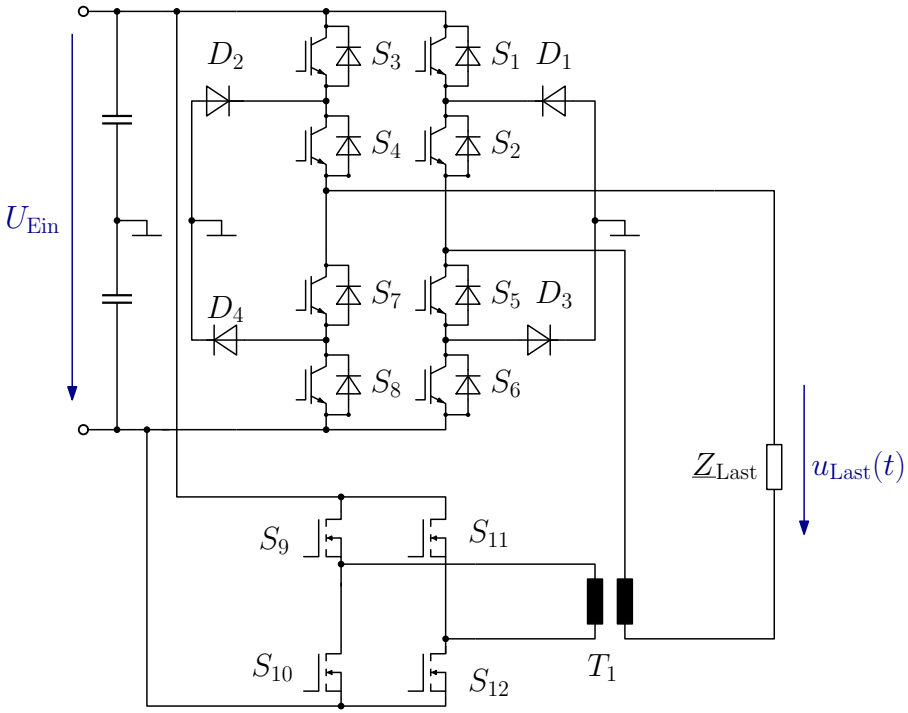


Abbildung A.1: *Detaillierter Schaltplan des 15-Level-Wechselrichters*

B Bauteilwerte

Tabelle B.1: *Bauteilwerte aus Abbildung 4.23*

Bauteil	Wert	Einheit
IC_1	LME49990	
R_{1AK}	1	$k\Omega$
R_{2AK}	1	$k\Omega$
R_{3AK}	0	Ω
C_{1AK}	n.b.	µF
C_{2AK}	n.b.	µF
C_{3AK}	n.b.	µF
$Source_1$	ADR403	
T_{AK}	VIGORTRONIX VTX1:1:1	

C Beispiel zur analytischen Auslegung des FIR-Filters

Für eine detailliertere Darstellung der Berechnungsvorschrift für FIR-Filter wird im Folgenden ein kurzes Beispiel aufgezeigt. Das Beispiel wird unter der Voraussetzung idealer Bauteile und keiner Zeitverzögerung durch A/D- und D/A-Wandler erläutert. Der Algorithmus soll die Grundschwingung unterdrücken und die Oberschwingung um 180° drehen. Die Amplitude der Oberschwingung darf keine Beeinflussung erfahren. Daraus werden folgende Parameter für den Algorithmus gewählt:

Tabelle C.1: *Anforderungen an das Testfilter*

Grundschwingung f_0	100 Hz
Oberschwingung f_3	300 Hz
Ordnung N	2
Verstärkung G_0 bei f_0	0
Verstärkung G_3 bei f_3	1
Phase ϕ_0 bei f_0	0
Phase ϕ_3 bei f_3	$-180°$
Abtastfrequenz f_a	1 kHz

Unter den obigen Forderungen ergibt sich Gleichung (4.19) zu:

$$\begin{bmatrix} G_0 e^{-j\phi_0} \\ G_0 e^{j\phi_0} \\ G_1 e^{-j\phi_1} \\ G_1 e^{j\phi_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & e^{j2\pi\frac{f_0}{f_\mathrm{a}}} & e^{j4\pi\frac{f_0}{f_\mathrm{a}}} & e^{j6\pi\frac{f_0}{f_\mathrm{a}}} \\ 1 & e^{-j2\pi\frac{f_0}{f_\mathrm{a}}} & e^{-j4\pi\frac{f_0}{f_\mathrm{a}}} & e^{-j6\pi\frac{f_0}{f_\mathrm{a}}} \\ 1 & e^{-j2\pi\frac{f_3}{f_\mathrm{a}}} & e^{-j4\pi\frac{f_3}{f_\mathrm{a}}} & e^{-j6\pi\frac{f_3}{f_\mathrm{a}}} \\ 1 & e^{j2\pi\frac{f_3}{f_\mathrm{a}}} & e^{j4\pi\frac{f_3}{f_\mathrm{a}}} & e^{j6\pi\frac{f_3}{f_\mathrm{a}}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \quad \text{(C.1)}$$

Daraus ergibt sich der Ergebnisvektor b zu:

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} -0.2764 - 0.0000i \\ -0.0000 + 0.0000i \\ 0.4472 - 0.0000i \\ -0.4472 + 0.0000i \end{bmatrix} \tag{C.2}$$

Durch die Forderung $G_0 = 0$ verringert sich die Ordnung des FIR Filters. Die Übertragungsfunktion des Filters ist in Abbildung C.1 zu erkennen. Aus der Übertragungsfunktion lassen sich die charakteristischen Punkte, wie sie in Tabelle C.1 vorgeben sind, ablesen. Die Abbildung ist auf 500 Hz normiert. Des Weiteren zeigt die Abbildung, dass unter zur Hilfenahme der Analytik eine gewünschte Übertragungsfunktion realisiert werden kann. Der Verlauf zwischen den vorgegebenen Punkten kann nicht beeinflusst werden.

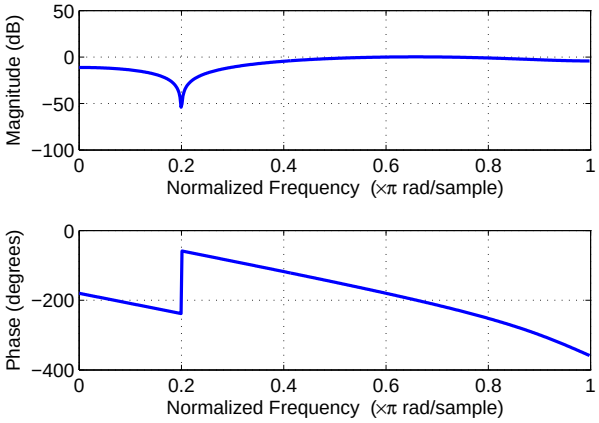


Abbildung C.1: *Übertragungsfunktion des Testfilters*

D Schaltplan des MMC-Umrichters nach Marquardt

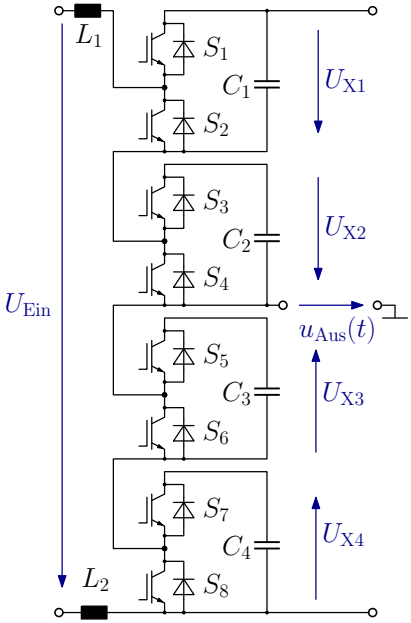


Abbildung D.1: *Schaltplan des MMC-Umrichters nach Marquardt*