

# **Modellierung der Hochfrequenz-Eigenschaften kleiner Gleichstrommotoren**

Von der **Fakultät für Elektrotechnik** an der  
Helmut-Schmidt-Universität / Universität der Bundeswehr Hamburg  
zur Erlangung des akademischen Grades eines

**Doktor-Ingenieurs**

genehmigte

## **Dissertation**

von

Dipl.-Ing. Jens Benecke

Hamburg, Januar 2009

Referent: Prof. Dr.-Ing. Stefan Dickmann

Koreferent: Prof. Dr. Markus Clemens

Tag der mündlichen Prüfung: Donnerstag, 17. Dezember 2009

## Danksagung

Diese Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Assistent an der Professur Grundlagen der Elektrotechnik der Helmut-Schmidt-Universität in Hamburg.

Sie wäre nicht möglich gewesen ohne all die wunderbaren Menschen, die mir während ihrer Entstehung zur Seite standen und mir Unterstützung gewährten. Da wäre zuerst Herr **Prof. Dr.-Ing. Stefan Dickmann** als mein Doktorvater zu nennen, in dessen Labor ich diese Arbeit anfertigen konnte, sowie **Prof. Dr. Markus Clemens** als Zweitprüfer. Ferner gilt mein Dank allen Mitarbeitern der Professur Grundlagen der Elektrotechnik für die angenehme Atmosphäre und die Hilfsbereitschaft.

Auf eine weitere Aufzählung möchte ich hier bewusst verzichten, birgt sie doch immer die Gefahr der Unvollständigkeit. Ich danke euch allen von ganzem Herzen.

Hamburg, im Dezember 2009

Jens Benecke



**Für Anna**



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Grundlagen</b>	<b>5</b>
2.1	Funktionsweise des Gleichstrommotors . . . . .	5
2.2	Gleichstrommotoren als Störquelle . . . . .	7
2.3	Modellierung elektrischer Eigenschaften . . . . .	9
2.3.1	Elektrische Leitfähigkeit . . . . .	9
2.3.2	Permeabilität . . . . .	9
2.3.3	Permittivität . . . . .	10
2.3.4	Wechselstromwiderstand . . . . .	10
2.3.5	Elektrische Kopplungen . . . . .	11
2.3.6	Magnetische Kopplungen . . . . .	13
2.3.7	Reale Bauteile . . . . .	17
2.4	Optimierungsverfahren . . . . .	18
2.5	Stand der Technik . . . . .	19
2.5.1	Modellierung von DC-Motoren . . . . .	19
2.5.2	Rechnergestützte Schaltungssimulation . . . . .	20
<b>3</b>	<b>Modellierung</b>	<b>23</b>
3.1	Rahmenbedingungen . . . . .	23
3.2	Anker und Ankerwindungen . . . . .	25
3.2.1	Ankerform und -material . . . . .	27
3.2.2	Wicklungsinduktivitäten . . . . .	28
3.2.3	Gegeninduktivitäten . . . . .	29
3.2.4	Windungskapazitäten . . . . .	31
3.2.5	Windungs-Anker-Kapazitäten . . . . .	36
3.2.6	Querkapazitäten . . . . .	38
3.2.7	Aufteilung der Ankerwicklungen . . . . .	40
3.2.8	Ohmsche und magnetische Windungsverluste . . . . .	41
3.3	Kommutator und Bürsten . . . . .	42

3.3.1	Kontaktimpedanz . . . . .	43
3.3.2	Masse- und Lamellenkapazitäten . . . . .	45
3.4	Gehäuse und Zuleitungen . . . . .	49
<b>4</b>	<b>Implementierung</b>	<b>53</b>
4.1	Modellgenerator . . . . .	53
4.2	Generierte Netzliste . . . . .	56
4.3	Parametrisierung . . . . .	57
4.4	Gültigkeitsbereich . . . . .	58
4.5	Optimierung . . . . .	58
4.5.1	Zielsetzung . . . . .	58
4.5.2	Ansatz . . . . .	59
4.5.3	Algorithmus . . . . .	60
4.5.4	Fehlerfunktion . . . . .	61
<b>5</b>	<b>Anwendung</b>	<b>63</b>
5.1	Genauigkeitserwartungen . . . . .	63
5.2	Vorbereitungen . . . . .	64
5.2.1	Verwendete Motoren . . . . .	64
5.2.2	Impedanzmessungen . . . . .	66
5.2.3	Verwendung messtechnisch bestimmter Parameter . . . . .	67
5.2.4	Interpretation . . . . .	67
5.3	Modellverifikation . . . . .	70
5.4	Parameteranpassung . . . . .	72
5.5	Sensitivitätsanalyse . . . . .	77
5.5.1	Kapazität zwischen Kommutatorlamellen . . . . .	77
5.5.2	Dicke der Ankerwicklungsisolations . . . . .	78
5.5.3	Länge der Bürstenzuleitungen . . . . .	79
5.6	Optimierung von Motoreigenschaften . . . . .	80
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>83</b>
	<b>Anhang</b>	<b>85</b>
A	Motor-Konstruktionsparameter . . . . .	85
B	Berechnete Konstruktionsparameter . . . . .	86
C	Motordaten . . . . .	88
	Abbildungsverzeichnis . . . . .	92
	Literaturverzeichnis . . . . .	95



# Kapitel 1

## Einleitung

Unsere Gesellschaft ist einer ständig fortschreitenden Technisierung unterzogen. Viele Menschen sind heutzutage auf technische Fortbewegungsmittel, Informationsquellen oder Heilmethoden angewiesen. Das möglichst fehlerfreie Funktionieren dieser Einrichtungen wird zu einem immer wichtigeren und kritischen Aspekt unseres täglichen Lebens.

In diesem Zusammenhang spielt die *Elektromagnetische Verträglichkeit* (EMV) eine zunehmende Rolle. Die Elektromagnetische Verträglichkeit ist definiert als die Fähigkeit eines Betriebsmittels, „in seiner elektromagnetischen Umwelt zufriedenstellend zu arbeiten, ohne dabei selbst elektromagnetische Störungen zu verursachen, die für andere Betriebsmittel in derselben Umgebung unannehmbar wären“ [1]. Die Bedingungen für eine zufriedenstellende Arbeitsweise eines Gerätes sowie die Definition von „zufriedenstellend“ in diesem Zusammenhang sind in Gesetzen und/oder Normen wie [2] festgelegt.

In dieser Arbeit wird die EMV von Gleichstrom-Kleinmotoren untersucht, welche unter anderem in Kraftfahrzeugen Einsatz finden, beispielsweise als Klimaanlage-Gebläse. Diese Motoren erzeugen im Betrieb hochfrequente Signale, welche in das Versorgungsnetz zurückgeleitet werden und damit andere Geräte stören können. Die Art und Intensität dieser Störungen wird maßgeblich durch die frequenzabhängige Impedanz dieser Motoren beeinflusst. Eine gängige Methode, diese Störungen zu dämpfen, besteht daher im Einbau von einfachen Tiefpassfiltern. Jedoch bedeutet dies nicht nur einen zusätzlichen Kostenfaktor und ein größeres Gewicht des Motors, sondern birgt auch das Risiko, dass durch parasitäre Effekte die Wirkung des Filters aufgehoben oder die Störungen sogar verstärkt werden [3]. Dies führt dazu, dass für unterschiedliche Motortypen und nach konstruktiven Verän-

derungen bestehender Typen oft vollständig neue Filter entwickelt werden müssen.

Zielgerichteter wären konstruktive Veränderungen am Motor, welche die *Entstehung* der unerwünschten Störungen weitgehend unterbinden. In gewissem Umfang kann dies experimentell geschehen: beispielsweise können die Ränder der Motorbürsten so beschichtet werden, dass die Kontaktimpedanz zwischen Bürste und Kommutator bei Kommutierungsende nicht abrupt ansteigt. Diese Methoden sind jedoch oft zu aufwändig und kostspielig für die praktische Anwendung.

Eine andere Möglichkeit stellt der Ansatz dar, die Motoren so zu konstruieren, dass die entstandenen Störungen ohne zusätzliche Filtermaßnahmen zu möglichst großen Teilen bereits innerhalb des Motors absorbiert werden. Für ein umfassendes Verständnis der Störungsausbreitung innerhalb solcher Motoren ist ein möglichst allgemeingültiges elektrisches Motormodell erforderlich. Dieses muss alle relevanten elektrischen Eigenschaften der Motorkomponenten in ausreichender Genauigkeit beinhalten, damit sich Emissionen einer Störquelle innerhalb einer Simulation auf dieselbe Weise ausbreiten wie in der Realität. Das Modell soll als Eingabewerte, soweit möglich, lediglich Materialwerte sowie die Abmessungen der verschiedenen Motorteile benötigen, so dass konstruktive Veränderungen an realen Motoren im Modell direkt übernommen werden können. Es soll ferner lediglich aus linearen Komponenten bestehen, um gültige Aussagen unabhängig von der Art der Störemissionen liefern zu können. Ferner soll das Modell den physikalischen Aufbau des Motors ausreichend genau repräsentieren können, um von elektrischen Phänomenen wie zum Beispiel Resonanzen auf deren physikalische Ursprünge schließen und mittels geeigneter Optimierungsverfahren neue Konstruktionsparameter ermitteln zu können, die den komplexen Impedanzverlauf des Motors in einer gewünschten Weise verändern.

Die Entwicklung eines solchen Modells wird in der vorliegenden Arbeit beschrieben.

Es folgt eine kurze Zusammenfassung der einzelnen Kapitel dieser Arbeit.

In Kapitel 2 werden die für das Verständnis des Modells erforderlichen Grundlagen zusammengefasst. Eine kurze Einführung in die Funktionsweise von Gleichstrom-Kleinmotoren sowie die Entstehung hochfrequenter Stö-

rungen während des Kommutierungsvorgangs wird ergänzt durch grundlegende Modellierungsansätze für elektrische Eigenschaften verschiedener Materialien und geometrischer Anordnungen, sowie einer Darstellung des für diese Arbeit relevanten Standes der Technik.

Kapitel 3 beschreibt den Aufbau des Modells und die Vorgehensweise bei der Modellierung. Zunächst werden die Rahmenbedingungen und Anforderungen an das Modell festgelegt. Dabei wird auch auf die erforderliche und die erreichbare Genauigkeit des Modells eingegangen. Anschließend wird der Motor in seine Baugruppen Anker, Ankerwicklungen, Kommutator, Bürsten und Zuleitungen sowie Gehäuse und Anschlüsse zerlegt. Diese werden dann als Kombination elektrischer Bauteile unter Berücksichtigung ihrer parasitären Eigenschaften modelliert.

Kapitel 4 erläutert die Zusammensetzung der Modellkomponenten, die Implementierung des Modells in der numerischen Software MATLAB und der Schaltungssimulationssoftware SPICE sowie die verwendeten Methoden zur Ermittlung der Modellparameter. Die Beschreibung der Implementierung wird ergänzt durch einige Überlegungen zum Gültigkeitsbereich des Modells und zur Praktikabilität. Ferner wird ein Optimierungsverfahren entwickelt, welches die Berechnung von Motor-Konstruktionsparametern durch Vorgabe eines erwünschten Impedanzverlaufes ermöglicht.

Kapitel 5 zeigt schließlich als Anwendungsbeispiele die gewonnenen Modelle existierender Motoren und vergleicht deren Simulationsergebnisse mit entsprechenden Messungen. Gemessene sowie berechnete frequenzabhängige Impedanzverläufe dreier beispielhafter Motoren werden verglichen und interpretiert. Außerdem wird anhand von Beispielen demonstriert, wie das Modell für eine Sensitivitätsanalyse bestimmter Motorparameter und für die Optimierung des Impedanzverlaufes verwendet werden kann.

Kapitel 6 fasst die Arbeit schließlich mit einem Rückblick zusammen.

Im Anhang befindet sich außer dem Abbildungsverzeichnis noch eine Formelzeichen- und Wertetabelle, welche die häufig benutzten Motorparameter und deren Ermittlung erläutert.



# Kapitel 2

## Grundlagen

Hochfrequente, leitungsgebundene Emissionen von Gleichstrommotoren werden hauptsächlich durch die Kommutierung hervorgerufen. Die Art der Aussendung dieser Störungen hängt stark von den Strompfaden innerhalb des Motors ab. Diese werden durch die geometrischen und elektrischen Eigenschaften der Motorkomponenten vorgegeben.

Im folgenden Kapitel wird kurz skizziert, wie es in Kommutatormotoren zur Entstehung dieser Störungen kommt, wie diese charakterisiert und modelliert werden können und wie die gesamte Motorkonstruktion die Aussendung dieser Störungen in das Versorgungsnetz beeinflusst. Anschließend werden die für im Verlauf dieser Arbeit erforderlichen Grundlagen zur Modellierung von Widerständen, Induktivitäten und Kapazitäten dargestellt.

### 2.1 Funktionsweise des Gleichstrommotors

Die Funktionsweise von Gleichstrommotoren basiert auf dem Prinzip der Induktion sowie der Lorentzkraft.

Ein Leiterstück<sup>1</sup>  $\vec{l}$ , das sich in einem Magnetfeld  $\vec{B}$  befindet und einen Strom  $I$  in Richtung von  $\vec{l}$  trägt, erfährt eine Kraft  $\vec{F}$ . Diese Kraft wird *Lorentzkraft* genannt:

$$\vec{F} = I \cdot (\vec{l} \times \vec{B}). \quad (2.1)$$

---

<sup>1</sup>In dieser Arbeit werden zwei Arten von Vektoren verwendet: solche, die räumliche Größen darstellen sowie solche, die dimensionslose Wertelisten darstellen. Zur Unterscheidung werden erstere mit einem Vektorpfeil ( $\vec{l}$ ) und letztere fett dargestellt ( $\mathbf{l}_{\text{ak}}$ ).

Tritt nun ein magnetischer Fluss  $\Phi$  durch die Fläche  $A$  einer Leiterschleife, wird in dieser Schleife eine Spannung  $U_{\text{ind}}$  induziert, wenn sich der magnetische Fluss mit der Zeit  $t$  ändert:

$$U_{\text{ind}} = -\frac{d\Phi}{dt} \quad \text{mit} \quad \Phi = \int_A \vec{B} \, dA \quad \text{und} \quad U_{\text{ind}} = \oint_{\partial A} \vec{E} \, d\vec{s}, \quad (2.2)$$

und rechtswendiger Zuordnung von  $d\vec{s}$  zu  $d\vec{A}$ . Die zeitliche Änderung des magnetischen Flusses kann durch eine Rotation der Leiterschleife in einem zeitlich konstanten Magnetfeld erreicht werden.

Ist die Leiterschleife geschlossen, führt die induzierte Spannung zu einem induzierten Strom  $I_{\text{ind}}$ .

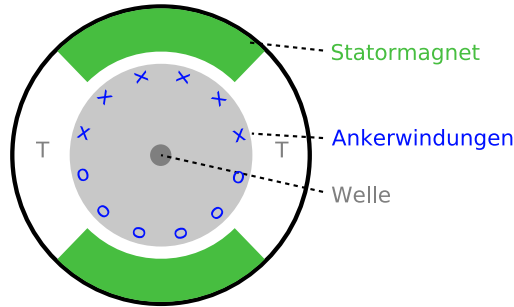
Wird eine externe Spannungsquelle an die Leiterschleife angeschlossen, die einen Strom  $I$  entgegen der induzierten Spannung  $U_{\text{ind}}$  treibt, bewirkt die Lorentzkraft eine Wandlung der von der Spannungsquelle gelieferten elektrischen in mechanische Energie. Bei geeigneter Lagerung des Leiters führt die Lorentzkraft zu einer Rotation. Befindet sich die Leiterschleife in der *toten Zone*, ist  $\Phi$  bezüglich des Drehwinkels extremal und die Lorentzkraft verschwindet.

In Gleichstrommotoren wird die Leiterschleife entlang einer Welle um einen *Anker* (siehe Bild 2.1) geführt und über Kommutatorlamellen kontaktiert. Gleichstrommotoren sind prinzipiell zunächst Wechselstrommaschinen mit einer durch die Kommutierung entstehenden internen Wechselrichtung, so dass ein positiver Strom  $I$  auch immer ein positives Drehmoment  $M$  erzeugt. Dabei haben diese Motoren meist mehrere Windungen pro Ankerwicklung<sup>2</sup> und zur Vermeidung des Stillstandes in der toten Zone auch mehrere gegeneinander versetzte Ankerwicklungen und Kommutatorlamellen.

Es existieren sehr viele verschiedene Ausführungen von Motoren. Sie erreichen Leistungen im Bereich von einigen Milliwatt bis hin zu mehreren Megawatt mit unterschiedlich ausgelegten Ankerführungen sowie Polen und Bürsten. Allen Motoren mit mechanischer Kommutierung ist jedoch die folgend beschriebene Problematik gemein.

---

<sup>2</sup>In dieser Arbeit werden die Begriffe folgendermaßen verwendet: Eine *Ankerwicklung* hat  $N_{\text{ak}}$  *Windungen*.

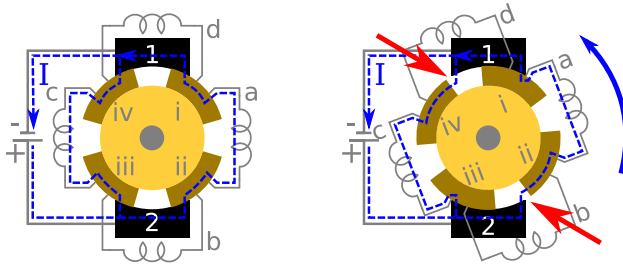


**Bild 2.1:** Prinzipskizze des Querschnitts eines *Gleichstrommotors* mit Welle, Ankerwicklungen und toter Zone („T“).

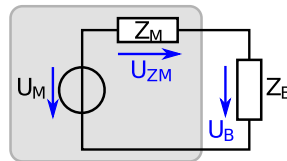
## 2.2 Gleichstrommotoren als Störquelle

Zur Einspeisung des Stromes in die rotierenden Leiterschleifen oder *Ankerwicklungen* werden die Kommutatoren von Schleifkontakten (im Allgemeinen Kohlebürsten) berührt. Der Kontakt zwischen Bürste und Kommutatorlamelle ist jedoch nicht ideal, denn er besitzt aufgrund der wechselnden Kontaktpunkte des Schleifkontakts eine zeitlich veränderliche Impedanz [3,4,5]. Diese Eigenschaft wird in Kapitel 3 noch näher beschrieben. Außerdem erzeugt der Kontaktabriss an der ablaufenden Bürstenkante jeweils zum Kommutierungsende hohe Schaltbelastungen, da der Stromfluss aufgrund der Wicklungsinduktivitäten nicht sofort abbrechen kann. Diese sind charakterisiert durch schnelle Stromdichte- und Spannungsanstiege (Bild 2.2) und können bei genügend hoher Spannung zur kurzzeitigen Bildung einer leitenden Plasmastrecke zwischen Bürstenkante und Kommutatorlamelle führen (*Zwangskommutierung*). Durch die kurze Dauer dieser Schaltvorgänge ist das Frequenzspektrum der hier erzeugten Spannungsspitzen entsprechend breit. Je größer die mechanische Last des Motors, desto größer ist der fließende Strom, und desto größer wird die Amplitude der periodischen Spannungsspitzen aufgrund des kommutierungsbedingten Kontaktabrisses [4].

Das in dieser Arbeit entwickelte Modell zielt darauf ab, die Störemissionen solcher Motoren durch gezielte Änderungen ihrer frequenzabhängigen Impedanz zu mindern. Dies soll durch eine entsprechende konstruktive Auslegung geschehen.



**Bild 2.2:** Links: Stromfluss  $I$  im Motor mit vier Kommutatorlamellen  $a \dots d$ , zwei Bürsten 1, 2, und vier Ankerwicklungen  $i \dots iv$ . Rechts: Zwangskommutierung bei Kontaktabriss zwischen Bürste und Lamelle (siehe Text).



**Bild 2.3:** Der Motor (grau umrandet) als Störquelle  $U_M$  mit Innenimpedanz  $Z_M$ . Die im Motor entstehenden hochfrequenten Signale werden teilweise in das Leitungsnetz ( $Z_B$ ) zurückgeleitet und dort als Störungen absorbiert.

Der Zusammenhang zwischen der Ableitung hochfrequenter Emissionen und der Motorimpedanz wird deutlich, wenn der Motor als Störquelle  $U_M$  in einem elektrischen Schaltkreis dargestellt wird (Bild 2.3). Der Motor besitzt die Innenimpedanz  $Z_M$ , das Versorgungsnetzwerk stellt die Störsenke mit der Impedanz  $Z_B$  dar. Die Kombination aus  $Z_M$  und  $Z_B$  stellt somit einen Spannungsteiler dar, wobei die Teilspannung  $U_B$ , welche im Leitungsnetz mit der Innenimpedanz  $Z_B$  abfällt, als Störung interpretiert wird.  $Z_B$  kann in KFZ-Bordnetzen im betrachteten Frequenzbereich mit ausreichender Genauigkeit durch einen konstanten Widerstand von  $50 \Omega$  modelliert werden [6]. Durch eine Erhöhung von  $Z_M$  kann also der Anteil von  $U_M$ , welcher an  $Z_B$  abfällt, reduziert werden.



## 2.3 Modellierung elektrischer Eigenschaften

Ein Motormodell, welches die Berechnung von  $Z_M$  ermöglichen soll, muss einen Ansatz verwenden, in welchem der Zusammenhang zwischen Materialparametern und elektrischen Eigenschaften deutlich wird. Hierfür ist ein allgemeines Verständnis der elektrischen Eigenschaften von Materialien und geometrischen Strukturen notwendig. Diese werden im Folgenden beschrieben.

### 2.3.1 Elektrische Leitfähigkeit

Die elektrische *Leitfähigkeit*  $\kappa$  eines Materials hängt von der Verfügbarkeit von beweglichen Ladungsträgern ab.  $\kappa$  ist in linearen Medien ein Tensor zweiter Stufe; bei isotropen Medien mit Elektronen als Ladungsträgern ist  $\kappa$  skalar und kann wie folgt angegeben werden [7]:

$$\kappa = -e \cdot (-\mu_e n). \quad (2.3)$$

Hierbei bezeichnet  $-\mu_e n$  das Produkt aus Konzentration und Beweglichkeit der Elektronen und  $-e$  die Ladung eines Elektrons. Mit Hilfe von  $\kappa$  lässt sich der elektrische *Widerstand*  $R$  für einen zylindrischen Leiter der Länge  $l$  und Querschnittsfläche  $A$  bestimmen:

$$R = \frac{l}{\kappa A}. \quad (2.4)$$

Statt  $\kappa$  wird auch der *spezifische Widerstand*  $\rho := 1/\kappa$  verwendet.

### 2.3.2 Permeabilität

Für die *Permeabilität*  $\mu$  eines linearen und isotropen Materials gilt

$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad (2.5)$$

mit einer Aufteilung in die magnetische Feldkonstante

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \quad (2.6)$$

und einen materialabhängigen Faktor  $\mu_r$ . Analog zum elektrischen Widerstand  $R$  kann für einen zylindrischen Körper der Länge  $l$  und der Querschnittsfläche  $A$  der *magnetische Widerstand* wie folgt angegeben werden:

$$R_M = \frac{l}{\mu A}. \quad (2.7)$$

### 2.3.3 Permittivität

Für die *Permittivität*  $\varepsilon$  eines linearen und isotropen Materials gilt

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} \quad (2.8)$$

mit einer Aufteilung in die elektrische Feldkonstante

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2} \approx 8,8542 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \quad \text{mit } c = 299\,792\,458 \text{ m/s}, \quad (2.9)$$

und einen materialabhängigen Faktor  $\varepsilon_r$ , genannt *relative Permittivität*.

### 2.3.4 Wechselstromwiderstand

Die elektrischen Eigenschaften eines Körpers werden nicht nur von Material und Geometrie bestimmt, sondern, bei Existenz von zeitlich veränderlichen elektrischen Größen, auch von der Art und Frequenz dieser Änderungen.

**Wirbelströme.** In Räumen, in denen ein zeitlich veränderliches Magnetfeld existiert, entsteht als Folge des Induktionsgesetzes ein elektrisches Wirbelfeld. In Leitern erzeugt es aufgrund des Ohmschen Gesetzes Wirbelströme, deren eigenes Magnetfeld das Ursprungsfeld schwächt. Bei Spulen ist dieser Effekt unerwünscht, da er zu einer Verringerung der magnetischen Flussdichte innerhalb der Spule und damit ihrer Induktivität führt. Wirbelströme können verkleinert werden, indem der Kern segmentiert und die Segmente durch Isolationsschichten getrennt werden. Dies wird beispielsweise bei Transformatorkernen angewandt.

**Skineffekt.** In elektrischen Leitern führt derselbe Zusammenhang zum sogenannten *Skineffekt*. Ein zeitlich veränderlicher Strom erzeugt hier ein magnetisches Wirbelfeld, welches wiederum ein dem fließenden Strom entgegengesetzt gerichtetes elektrisches Feld verursacht. Diese Wechselwirkung führt zu einer Konzentration der Stromdichte zum Leiterrand und wird bei Betrachtung eines einzelnen Leiters *Skineffekt* genannt, zwischen verschiedenen Leitern *Proximityeffekt*. In einem Leiter mit kreisförmigem Querschnitt und Radius  $r_w$  kann eine zeitharmonische, durch die komplexe Amplitude  $\underline{J}(x, \omega)$  beschriebene Stromdichte bei der Kreisfrequenz  $\omega$  in Entfernung  $x < r_w$  vom Leiterrand folgendermaßen bestimmt werden:

$$\underline{J}(x, \omega) = \underline{J}(0, \omega) \cdot \exp \left[ -(1 + j) \cdot \frac{x}{\delta(\omega)} \right]. \quad (2.10)$$

Dabei ist  $\mu$  die Permeabilität des Leitermaterials,  $\delta$  die *Eindringtiefe*.

$$\delta(\omega) = \sqrt{\frac{2}{\kappa\mu\omega}}; \quad \text{für Kupfer: } \delta_{\text{Cu}} \approx \frac{1 \text{ m}}{14.893 \sqrt{f/\text{Hz}}}. \quad (2.11)$$

Als Vereinfachung wird für die Bestimmung des Ohmschen Widerstandes eines solchen Leiters nach Gl. (2.4) unter Vernachlässigung der Phasenverschiebung üblicherweise angenommen, dass der gesamte Strom in einer Schicht der Dicke  $\delta$  unterhalb des Leiterrandes fließt. Dies führt zu einer Steigerung des effektiven Ohmschen Widerstands des Leiters, da seine stromdurchflossene Querschnittsfläche  $A_{\text{eff}}$  kleiner wird als die gesamte Querschnittsfläche  $A$  ( $A_{\text{eff}} < A$ ):

$$A_{\text{eff}}(\omega) = \pi r_w^2 - \pi(r_w - \delta(\omega))^2 \quad (2.12)$$

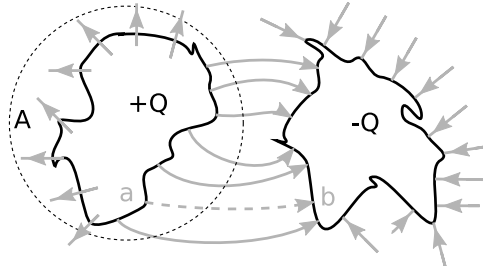
$$A_{\text{eff}}(\omega) \approx 2\pi r_w \delta(\omega) \quad \forall r_w \gg \delta(\omega). \quad (2.13)$$

Da der Widerstand proportional zur effektiven Querschnittsfläche und damit zu  $\delta$  ist, ergibt sich aus Gl. (2.11) eine Abhängigkeit des Ohmschen Widerstands von der Wurzel der Frequenz:

$$R_{\text{skin}}(\omega) = \frac{l}{\kappa A_{\text{eff}}(\omega)} \approx \frac{l}{\kappa 2\pi r_w \delta(\omega)} = \frac{l}{\kappa 2\pi r_w} \cdot \sqrt{\frac{\kappa\mu\omega}{2}}. \quad (2.14)$$

### 2.3.5 Elektrische Kopplungen

Die *Kapazität*  $C$  beschreibt den Zusammenhang zwischen der elektrischen Spannung  $U$  zwischen zwei Leitern (gegeben durch das Integral der Feldstärke  $\vec{E}$  entlang eines Weges  $s$ ), und der elektrischen Ladung  $Q$  (gegeben



**Bild 2.4:** Definition der Kapazität als Quotient der Ladung  $Q$  und der Spannung  $U(a,b)$  zwischen zwei Leitern.  $A$  stellt eine geschlossene Fläche dar, die den mit  $+Q$  geladenen Leiter vollständig umgibt.

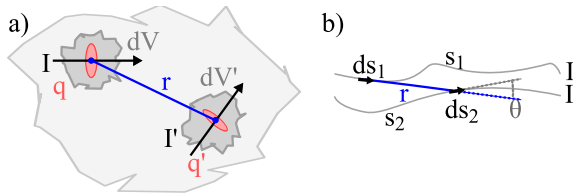
durch das geschlossene Flächenintegral der elektrischen Flussdichte  $\vec{D}$  über die geschlossene Fläche  $A$ , siehe Bild 2.4), die die Leiter tragen:

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\oiint_A \vec{D} \, dA}{\int_a^b \vec{E} \, ds}. \quad (2.15)$$

Hieraus lassen sich für die elementaren Geometrien des Platten-, Zylinder- und Kugelkondensators, gegebenenfalls unter Vernachlässigung von Randverzerrungen, die bekannten Ausdrücke

$$C_{\text{Platten}} = \frac{\varepsilon A}{d}, \quad C_{\text{Zylinder}} = \frac{2\pi\varepsilon l}{\ln \frac{r_2}{r_1}}, \quad C_{\text{Kugel}} = \frac{4\pi\varepsilon}{\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}} \quad (2.16)$$

herleiten, mit  $\varepsilon$  als Permittivität des Umgebungsmaterials,  $d$  als Plattenabstand und  $A$  als Plattenfläche,  $l$  als Leiterlänge, und  $r_1$ ,  $r_2$  als innerem und äußerem Zylinder- oder Kugelradius. Können Feldverzerrungen an Leiterrändern nicht vernachlässigt werden oder werden komplexere Leitergeometrien oder -anordnungen betrachtet, existieren für die Berechnung der Kapazität nicht immer geschlossene Ausdrücke. In einigen Fällen lässt sich allerdings eine solche Leiteranordnung durch eine geeignete *konforme Abbildung* auf eine einfachere Geometrie zurückführen; beispielsweise wird in [8] eine Abbildung beschrieben, welche auf diese Weise die Dicke von Plattenkondensator-Platten bei der Kapazitätsberechnung berücksichtigen kann.



**Bild 2.5:** Definition a) der Induktivität als Volumenintegral über beliebige Körper, b) der Gegeninduktivität als Wegintegral zwischen zwei Stromfäden.

### 2.3.6 Magnetische Kopplungen

Die *Selbstinduktivität*  $L$  eines Leiters kann folgendermaßen beschrieben werden [9], [10] (Bild 2.5 a):

$$L = \frac{\mu}{4\pi i^2} \cdot \int_V \int_V \frac{\vec{J} \vec{J}'}{r(dV, dV')} dV dV', \quad (2.17)$$

wobei  $\mu$  die Permeabilität der Umgebung,  $i$  den zeitabhängigen Strom,  $\vec{J}$  die Stromdichte,  $r$  den Abstand zwischen zwei Volumenelementen,  $q$  und  $q'$  deren jeweilige Querschnittsfläche senkrecht zu  $i$  und  $V$  das betrachtete Gesamtvolumen repräsentiert. Für zwei unterschiedliche Leiter 1, 2 lässt sich analog die *Gegeninduktivität*  $M$

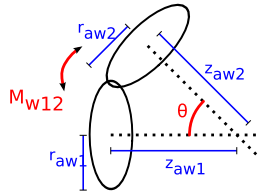
$$M_{12} = \frac{\mu}{4\pi i_1 i_2} \cdot \int_{V_1} \int_{V_2} \frac{\vec{J}_1 \vec{J}_2}{r(dV_1, dV_2)} dV_2 dV_1, \quad (2.18)$$

und, bezogen auf die Selbstinduktivität  $L_1$ ,  $L_2$  beider Leiter, der *Koppel­faktor*  $k_{12}$  mit

$$k_{12} = \frac{M_{12}}{\sqrt{L_1 L_2}}, \quad (2.19)$$

definieren [9]. Ist der Querschnitt des Leiters klein gegenüber den betrachteten Abständen, kann für Gl. (2.18) auf eine Volumenintegration verzichtet und stattdessen über zwei Stromfäden  $s_1$ ,  $s_2$  integriert werden (Bild 2.5 b) [9], [11]:

$$M \approx \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \int_{s_1} \int_{s_2} \frac{\cos \theta}{r(ds_1, ds_2)} ds_2 ds_1. \quad (2.20)$$



**Bild 2.6:** Gegeninduktivitäten zweier Kreisschleifen mit sich schneidenden Achsen.  $\theta$  ist der Winkel zwischen den Schleifenachsen,  $r_{aw_n}$  sind die Radien,  $z_{aw_n}$  die Abstände zum Achsenschnittpunkt.

Mit einer geeigneten Parametrisierung lässt sich aus Gl. (2.20) die folgende Rechenvorschrift für die Gegeninduktivität zweier kreisförmiger Stromschleifen mit sich schneidenden Achsen herleiten (Bild 2.6):

$$M_{W12} \approx \frac{r_{aw1} r_{aw2} \cdot \mu}{2\pi} \cdot \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{N \, dp_2 \, dp_1}{\sqrt{O^2 + P^2 + S^2}}, \quad (2.21)$$

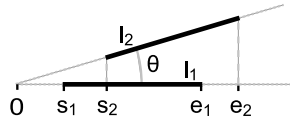
mit Achsenschnittpunktsabständen  $z_{aw1}$ ,  $z_{aw2}$ , Windungsradien  $r_{aw1}$ ,  $r_{aw2}$  und

$$\begin{aligned} N &:= \sin p_1 \sin p_2 \cos \theta + \cos p_1 \cos p_2, \\ O &:= (z_{aw2}/r_{aw2}) \sin \theta + \cos p_2 \cos \theta - (r_{aw1}/r_{aw2}) \cos p_1, \\ P &:= \sin p_2 - (r_{aw1}/r_{aw2}) \sin p_1, \\ S &:= (z_{aw2}/r_{aw2}) \cos \theta - \cos p_2 \sin \theta - z_{aw1}/r_{aw2}. \end{aligned}$$

Unter der Annahme gleichmäßiger Stromverteilung sowie gradlinigen parallelen gleichen Leitern der Länge  $l$  und der Querschnittsfläche  $A$  lassen sich ferner Gl. (2.17) und Gl. (2.18) zu folgenden Ausdrücken vereinfachen:

$$L \approx \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left( \ln \left[ \frac{2l}{R'} \right] - 1 \right) \quad \text{mit} \quad \ln R' := \frac{1}{A^2} \int_A \int_A \ln r(dA, dA') \, dA \, dA', \quad (2.22)$$

$$M \approx \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left( \ln \left[ \frac{2l}{R} \right] - 1 \right) \quad \text{mit} \quad \ln R := \frac{1}{A_1 A_2} \int_{A_1} \int_{A_2} \ln r(dA_1, dA_2) \, dA_2 \, dA_1. \quad (2.23)$$



**Bild 2.7:** Gegeninduktivität zweier Leiter  $l_1$ ,  $l_2$  im Winkel  $\theta$  zueinander.

$R'$  und  $R$  sind die *mittleren geometrischen Abstände* der Leiter von sich selbst beziehungsweise voneinander [9]. Bei Leitern mit dem Radius  $r_w$ , Abstand  $d$  und kreisförmiger Querschnittsfläche gilt beispielsweise

$$R' = e^{-1/4} \cdot r_w, \quad R = d. \quad (2.24)$$

Für den Fall zweier Leiter der Längen  $l_1$  und  $l_2$ , die in einer Ebene liegen und in einem Winkel  $\theta$  zueinander stehen, erhält man mit Gl. (2.23) (Bild 2.7):

$$M_{\text{Winkel}} \approx \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \int_{s_2}^{e_2} \int_{s_1}^{e_1} \frac{\cos \theta \, dx_1 \, dx_2}{\sqrt{(x_1 - x_2 \cos \theta)^2 + (x_2 \sin \theta)^2}}, \quad (2.25)$$

Für die Startpunkte  $s_1$ ,  $s_2$  der Integration muss ein Wert größer Null eingesetzt werden, selbst wenn die Leiter sich berühren oder es sich um einen einzelnen geknickten Leiter handelt. Für Leiter mit  $r_w \ll l$  kann mit ausreichender Genauigkeit  $r_w$  anstatt Null als Startpunkt verwendet werden.

Aus diesen Ausdrücken lassen sich Vorschriften zur Berechnung der Selbst- und Gegeninduktivität beliebiger Polygone herstellen, indem die Induktivitäten der Polygonseiten entsprechend der Stromflussrichtung, und die Gegeninduktivitäten zwischen Polygonseiten entsprechend der Richtung des magnetischen Flusses um den Leiter, summiert werden [10], [12].

Für kreisförmige Leiterschleifen ergibt eine geeignete Parametrisierung von Gl. (2.17) [13]

$$L_{\text{Kreis}} := r\mu \left( \ln \frac{8r}{r_w} - p \right), \quad p \in \{1, 5 \dots 2\}, \quad (2.26)$$

wobei  $p$  die skinneffektbedingte Stromverteilung innerhalb des Leiters berücksichtigt. Für einen lediglich auf der Oberfläche fließenden Strom ist  $p = 2$ , für einen gleichmäßig über die gesamte Querschnittsfläche verteilten

Strom ist  $p = 1,5$  zu setzen. Eine exakte, wenn auch deutlich aufwändigere Formel liefert [14].

## Spulen

Die Induktivität von mehrfachen parallel zueinander liegenden Windungen lässt sich berechnen, indem jede Windung separat betrachtet und mittels der genannten Rechenvorschriften behandelt wird. Die Gesamtinduktivität ergibt sich dann aus der Summe sämtlicher Einzelinduktivitäten  $L_i$  plus der Summe der Gegeninduktivitäten  $M_{ij}$  sämtlicher möglichen Windungspaare:

$$L_s := \sum_i L_i + \sum_{\substack{i,j \\ i \neq j}} M_{ij}. \quad (2.27)$$

Bei Gleichheit sowie perfekter magnetischer Verkopplung sämtlicher Windungen wäre die Gesamtinduktivität proportional zum Quadrat der Anzahl der Windungen:  $L_s = N^2 \cdot L_i$ .

Diese Rechenvorschrift ist jedoch in den meisten Fällen zu aufwändig. Eine einfachere Ermittlung der Induktivität ermöglicht eine feldtheoretische Betrachtung. Analog zur Kapazität lässt sich die Induktivität einer geschlossenen Leiterschleife auch durch das Verhältnis von magnetischem Fluss  $\Phi$  zur Stromstärke  $I$  ausdrücken:

$$L := \frac{\Phi}{I} = \frac{1}{I} \iint_A \vec{B} \, d\vec{A} = \mu \frac{1}{I} \iint_{\partial A} \vec{H} \, d\vec{s}. \quad (2.28)$$

Für eine sehr lange Spule mit runder Wicklungsform lässt sich dieser Ausdruck auf die allgemein bekannte Form [15]

$$L = \frac{\mu N_{\text{ak}}^2 A}{l_w} \quad (2.29)$$

bringen, mit der Wicklungszahl  $N_{\text{ak}}$ , der umwickelten Fläche  $A$ , der axialen Länge  $l_w$  und der Permeabilität des Spuleninneren  $\mu$ , was nach Gl. (2.7) dem Ausdruck

$$L = \frac{N_{\text{ak}}^2}{R_M} \quad (2.30)$$

entspricht. Für kurze Spulen ist Gl. (2.29) jedoch ungenau, da die magnetische Feldaufweitung am Rand der Spule nicht berücksichtigt wird.



Dies kann unter Verwendung des Wicklungsradius  $r_w$  folgendermaßen näherungsweise korrigiert werden [16]:

$$L = \frac{\mu N_{\text{ak}}^2 A}{l_w + 2r_w/2,2}. \quad (2.31)$$

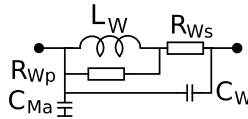
Dieser Ausdruck lässt sich mit entsprechender Anpassung von  $l_w$  in guter Näherung auch noch für mehrlagige Spulen verwenden. Genauere Ausdrücke finden sich unter anderem in [15], diese sind aber erheblich aufwändiger zu berechnen und bieten für die Aufgabenstellung dieser Arbeit keinen relevanten Gewinn an Präzision.

### 2.3.7 Reale Bauteile

In realen elektrischen Komponenten treten die in den vorigen Kapiteln angesprochenen Eigenschaften kombiniert auf, etwa in Spulen.

Zur Dämpfung von hochfrequenten Signalen können Spulen als Tiefpass eingesetzt werden. Die Induktivität einer solchen Spule stellt die erwünschte Eigenschaft dar und kann durch Gl. (2.29) oder Gl. (2.31) aus den Abmessungen der Spule berechnet werden. Jedoch besitzt eine reale Spule parasitäre Eigenschaften, welche ihre Verwendbarkeit einschränken.

Oberhalb einer bestimmten Frequenz fließt der in die Spule eingespeiste Strom nicht mehr nur durch die Windungen, sondern wird über die *Windungskapazität* zwischen den Windungen kurzgeschlossen. Dieses Phänomen kann durch Kapazitäten parallel zur Induktivität jeder Windung modelliert werden. Sind alle Windungen gleich groß und haben denselben Abstand voneinander, können die einzelnen Windungsinduktivitäten und -kapazitäten zu jeweils einer Größe  $L_W$  und  $C_W$  zusammengefasst werden (siehe Bild 2.8). Der material- und geometrieabhängige Widerstand der Windungen und die durch Skin- und Proximityeffekt verursachte Widerstandserhöhung werden als  $R_{Ws}$  modelliert. Ist in die Spule ein Kern mit  $\mu_r > 1$  zur Erhöhung der magnetischen Leitfähigkeit integriert, verursacht dieser spannungs- und frequenzabhängige Wirbelstromverluste und Hystereseverluste, welche als Parallelwiderstand  $R_{Wp}$  modelliert werden. Desweiteren existiert eine Kapazität zwischen Kern und Windungen ( $C_{Ma}$ ), die zusätzliche kapazitive Kopplungen zwischen einzelnen Windungen parallel zu  $C_W$  ermöglicht und daher in diese Größe integriert werden kann und



**Bild 2.8:** Hochfrequenz-Ersatzschaltbild einer Ankerwicklung mit Wicklungsinduktivität  $L_W$ , Wicklungs- und Massekapazitäten  $C_W$  und  $C_{Ma}$ , und als Widerstände  $R_{W_s}$  und  $R_{W_p}$  modellierte Ohmsche und magnetische Verluste.

zusätzlich – falls der Kern mit Masse verbunden ist – als Massekapazität wirkt.

Die einzelnen Parameter dieses Modells werden in Kapitel 3 am Beispiel der Ankerwindungen näher beschrieben.

## 2.4 Optimierungsverfahren

Die Suche nach geeigneten Konstruktionsparametern für Motoren zur möglichst guten Reproduktion eines erwünschten Impedanzverlaufes stellt ein Optimierungsproblem dar. Ein solches lässt sich mathematisch in folgender Form darstellen [17]:

Gegeben sei ein reeller, normierter Raum  $\mathbb{V}$ , ein Unterraum  $\mathbb{X} \subset \mathbb{V}$ , sowie eine Funktion  $f : \mathbb{X} \rightarrow \mathbb{R}$ . Gesucht ist

$$x^* \in \mathbb{X} \quad \text{mit} \quad \forall x \in \mathbb{X} : f(x^*) \leq f(x). \quad (2.32)$$

$f : \mathbb{X} \rightarrow \mathbb{R}$  ist die Zielfunktion oder *Fehlerfunktion* der Optimierungsaufgabe.  $\mathbb{X}$  bezeichnet den *zulässigen Bereich* und die  $x \in \mathbb{X}$  sind die *zulässigen Punkte*.  $\mathbb{V}$  wird abhängig von der Art des Optimierungsproblems gewählt. Ein Beispiel wäre  $\mathbb{V} = \mathbb{R}^n$ .

Das Optimierungsproblem lässt sich auch folgendermaßen formulieren:

$$\text{Minimiere } f(x) \quad x \in \mathbb{V}, \quad (2.33)$$

$$\text{unter der Bedingung} \quad x \in \mathbb{X}, \quad \mathbb{X} \subset \mathbb{V}. \quad (2.34)$$

Falls gilt

$$\forall x \in \mathbb{X} : f(x^*) \leq f(x), \quad (2.35)$$

heißt  $x^*$  ein *globales Minimum* von  $f$  über  $\mathbb{X}$ .  $x$  ist ferner ein *striktes globales Minimum* von  $f$  auf  $\mathbb{X}$ , falls

$$\forall x \in \mathbb{X} : x \neq x^* : f(x^*) < f(x). \quad (2.36)$$

$x^*$  heißt ein *lokales Minimum* von  $f$  über  $\mathbb{X}$ , falls es eine (offene) Umgebung  $\mathbb{U}$  von  $x^*$  in  $\mathbb{V}$  gibt, so dass  $x^*$  ein globales Minimum von  $f$  auf  $\mathbb{X} \cap \mathbb{U}$  ist. Analog wird der Begriff *striktes lokales Minimum* von  $f$  auf  $\mathbb{X}$  beschrieben. Die Aufgabe eine Funktion  $f$  zu *maximieren*, ist ferner äquivalent zur Minimierung der Funktion  $(-f)$ .

## 2.5 Stand der Technik

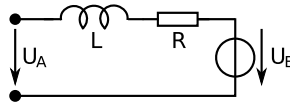
In diesem Abschnitt wird kurz auf bereits existierende Modellierungsansätze von Gleichstrommotoren eingegangen.

### 2.5.1 Modellierung von DC-Motoren

Frühere Arbeiten zur Verhaltenssimulation von Elektromotoren haben sich zum größten Teil auf den Niederfrequenzbereich bis zu einigen kHz konzentriert, da dies der Bereich ist, in welchem solche Motoren hinsichtlich ihrer Rotationsfrequenz und gegebenenfalls vorhandenen Schaltfrequenzen arbeiten. Durch die zunehmende Verbreitung störungsanfälliger elektronischer Systeme in der Umgebung der Motoren ist aber die Relevanz elektromagnetischer Störungen in höheren Frequenzbereichen unlängst stark gestiegen.

Ein gängiges Niederfrequenzmodell für einen Elektromotor ist in Bild 2.9 dargestellt. Hier wurden sämtliche Wicklungswiderstände und Wicklungsinduktivitäten zu jeweils einer Komponente  $R$  beziehungsweise  $L$  zusammengefasst und die durch Gegeninduktion entstehende entgegengesetzte Spannung im Motor durch eine Spannungsquelle  $U_E$  nachgebildet. Mit diesem Modell lässt sich mit einer geeigneten Modellierung der Induktionsspannung der Motor für niederfrequente Anwendungen beschreiben.

Jochen Sack [4] entwickelte 1985 ein Rechenmodell, mit welchem qualitative Vorhersagen über die Entstörwirksamkeit bestimmter konstruktiver Maßnahmen an kleinen Gleichstrommotoren im Bereich bis 100 MHz gemacht



**Bild 2.9:** Niederfrequenzmodell eines Elektromotors mit zusammengefasster Windungsinduktivität  $L$  und zusammengefassten Windungsverlusten ( $R$ ) sowie Versorgungs- und Gegeninduktionsspannung  $U_A$  und  $U_E$ .

werden können. Sein Modell erweitert das einfache Niederfrequenzmodell um einige damals bereits bekannte Eigenschaften gängiger Gleichstrommotoren, welche mit steigender Frequenz zunehmend relevant werden, insbesondere

- parasitäre Eigenschaften der Ankerwicklungen,
- die Frequenzabhängigkeit der Permeabilität des Ankermaterials, und
- der durch Verdrängungseffekte mit steigender Frequenz ebenso steigende Widerstand der Ankerwicklungen.

Die Parametrisierung des Modells erfolgte durch Schätzungen und Messungen und wiederholter Anpassung der Modellparameter. Sack erreichte damit eine ungefähre Nachbildung der frequenzabhängigen Impedanz eines bestimmten Motortyps bis zu einer Frequenz von 110 MHz. Wichtige Beiträge lieferte Sack auch zur Modellierung der verschiedenen Störursachen im Motor und zur Modellierung und Charakterisierung von Filtermaßnahmen.

Im Jahr 2005 veröffentlichte Linh-Tao Stubenbord [18] eine Arbeit, welche sich mit der numerischen, rechnergestützten Modellierung der elektromagnetischen Felder innerhalb von DC-Motoren befasst. Mit Hilfe dieses Modells können sogenannte „Hot Spots“, d.h. Stellen im Motorgehäuse mit sehr hoher Feldkonzentration, identifiziert werden. Hier wurden vor allem Feldberechnungsmethoden und numerische 3D-Modelle verwendet und insbesondere die Ankerwicklungen wurden stark vereinfacht wiedergegeben.

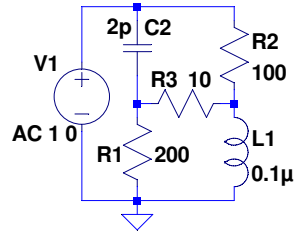
### 2.5.2 Rechnergestützte Schaltungssimulation

Seit der Arbeit von Jochen Sack hat sich die Leistungsfähigkeit von Computern um mehrere Größenordnungen gesteigert. Mit ihr ist auch die Komplexität der rechnergestützt lösbaren Aufgaben gewachsen.

```

C2 N001 N002 2p
L1 N003 0 0.1u
R1 N002 0 200
R2 N001 N003 100
R3 N003 N002 10
V1 N001 0 AC 1 0

```



**Bild 2.10:** Beispiel-Schaltung (Wheatstone-Brücke) mit dazugehöriger Netzliste in SPICE. Der Knoten „0“ ist der Referenzknoten, gekennzeichnet durch eine Masseverbindung.

*SPICE* („**S**imulation **P**rogram with **I**ntegrated **C**ircuit **E**mphasis“) ist eine Software zur Simulation elektronischer Schaltungen. Die Ursprungsversion wurde an der Universität von Berkeley [19] entwickelt und ist frei verfügbar. Ausgehend von der *Netzliste* einer Schaltung stellt SPICE automatisch die Netzwerkgleichungen auf und löst diese numerisch. Je nach Implementierung des SPICE-Simulators können die Komponenten auf verschiedene Arten beschrieben werden, beispielsweise durch algorithmische Formulierung physikalischer Vorgänge im Bauteil, durch eine Liste möglicher Signalzustände oder durch Antworten im Zeit- oder Frequenzbereich.

Die Netzliste stellt eine textuelle Beschreibung von leitenden Verbindungen zwischen Bauteilen dar. Sämtliche Knoten werden eindeutig benannt, wobei einer als Referenzknoten definiert wird. Die Beschreibung einer Schaltung durch eine Netzliste ist bis auf die Reihenfolge der Bauteilangaben und der Benennung der Knoten immer eindeutig. Bild 2.10 zeigt ein Beispiel.



# Kapitel 3

## Modellierung

Im Folgenden wird die Entwicklung des Motormodells beschrieben. Das Modell setzt sich aus den Baugruppen Anker, Ankerwicklungen, Kommutator, Gehäuse sowie Zuleitungen zusammen. Jede dieser Baugruppen wird eingeführt und bezüglich ihrer relevanten elektrischen Eigenschaften innerhalb des genannten Frequenzbereiches charakterisiert. Anschließend werden diese Eigenschaften mit Hilfe von Induktivitäten, Kapazitäten und Widerständen ( $L$ ,  $C$ ,  $R$ ) derart in einem elektrischen Netzwerk modelliert, dass die Parameter dieses Netzwerkes durch Verwendung von Material- und Größenangaben weitgehend analytisch bestimmt werden können.

Eine Liste der verwendeten Konstruktionsparameter mit Erläuterungen und – wo erforderlich – Berechnungsmethoden befindet sich im Anhang (Kapitel [A](#), Seite 85).

Zunächst wird jedoch etwas genauer auf die Anforderungen an das Modell sowie die bei der Modellierung verwendeten Vereinfachungen eingegangen.

### 3.1 Rahmenbedingungen

Ein Simulationsmodell kann die Wirklichkeit lediglich approximativ wiedergeben, da Ressourcen wie beispielsweise Rechenleistung und -zeit nur in begrenztem Umfang zur Verfügung stehen und die Genauigkeit der Eingabewerte ebenfalls begrenzt ist. Daher wurden für die Entwicklung dieses Modells die folgenden Randbedingungen gesetzt:

- Der Frequenzbereich des Modells ist auf 150 kHz–300 MHz festgelegt. Dieser Bereich enthält den für EMV-Betrachtungen sehr wichtigen

Bereich des öffentlichen Hörfunks. Die untere Grenze des Frequenzbereichs wurde so gewählt, dass das Modell aufgrund von Nichtlinearitäten und frequenzabhängigen Eigenschaften des Ankermaterials nicht erheblich komplexer gestaltet werden musste. Die obere Grenze definiert sich durch die Abmessungen des zu untersuchenden Motors, da Wellenausbreitungs- und Antenneneffekte nicht berücksichtigt wurden.

Trotz dieser Einschränkung werden Simulationen und Messungen, soweit sinnvoll, im Bereich von 10 kHz bis 1 GHz durchgeführt, um den Einfluss der Motorzuleitungen im Modell noch sichtbar machen zu können. Hier ist allerdings eine rein analytische Parametrisierung der Zuleitungskomponenten unter Umständen nicht ausreichend, wie sich später zeigen wird.

- Das Modell behandelt lediglich Gleichstrom- (DC-) Motoren. Eine ähnliche Betrachtung von Wechsel- oder Drehstrommaschinen ist möglich, wird aber nicht behandelt.
- Der Stator ist im Modell als Dauermagnet ohne Erregerwicklungen ausgelegt. Diese Konstruktionsart entspricht der gängigen Praxis bei den betrachteten Motortypen. Erregerwicklungen wären aber ebenfalls ohne prinzipielle Schwierigkeiten in das Modell integrierbar. Einen einfachen Ansatz hierzu liefert [4].
- Das Modell besteht ausschließlich aus passiven, linearen Komponenten. Dies ermöglicht die Anwendung des Modells auf jede beliebige Art von Störquelle, solange die Amplituden dieser Quellen zu niedrig sind, um beispielsweise Sättigungszustände magnetischer Komponenten zu beeinflussen.
- Die Konstruktionsdaten des Motors befinden sich innerhalb der Wertebereiche, die im Anhang angegeben sind, um gewisse Vereinfachungen bei der Modellierung ausnutzen zu können.

Im Gegensatz zu anderen Arbeiten wie zum Beispiel [4] und [18] werden keine Einschränkungen bezüglich der Anzahl der Kommutatoren sowie Ankernuten, der Wicklungsart und -Richtung sowie der Anzahl der Pole und Bürsten gemacht. Ebenso können mehrpolige Motoren mit beliebiger Bürstenanordnung beschrieben werden.





**Bild 3.1:** Anker der verwendeten Motoren „FPG2“ (a), „DPO“ (b) und „L“ (c), mit Ankerwicklungen und Kommutator.

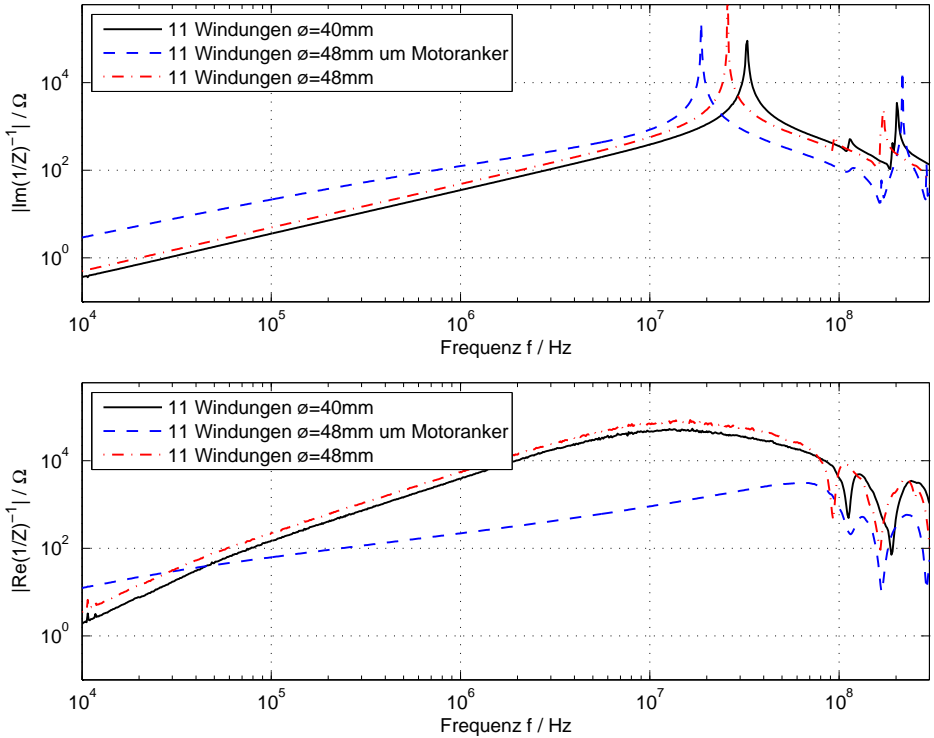
**Zusammenfassung von Modellparametern.** Einige in den folgenden Kapiteln erläuterten Modellparameter des Ankers treten im Motor mehrfach auf. Beispielsweise wird in Kapitel 3.2.4 die Kapazität zwischen zwei Ankerwicklungen modelliert; diese tritt in einem Motor vielfach auf und nicht jedes Paar von Ankerwicklungen hat exakt dieselbe geometrische Anordnung und Kapazität. Dort, wo die entsprechenden Konstruktionsparameter zur Verfügung stehen und mit vertretbarem Aufwand beschreibbar sind, wird eine Variation entsprechend berücksichtigt (siehe Anhang), so zum Beispiel bei allen Größen, welche die Länge des Drahtes einer Wicklung  $l_{ak}$  beinhalten, da diese bei übereinander liegenden Wicklungen gleichmäßig mit jeder Wicklung ansteigt.

In der vorliegenden Implementierung des Modells wurde auf eine Vektorisierung von Parametern verzichtet, deren Werteverteilung unregelmäßig und zudem konstruktionstechnisch schwer kontrollierbar sind (wie beispielsweise der Abstand zwischen zwei beliebigen Ankerwicklungen), um das Modell übersichtlich und verständlich zu halten und den rechnerischen Aufwand zu begrenzen.

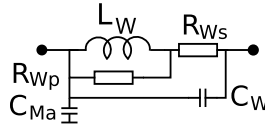
## 3.2 Anker und Ankerwindungen

Im Folgenden wird die Modellierung des Ankers und der Wicklungen beschrieben. Beispielhafte Motoranker sind in Bild 3.1 dargestellt.

Eine Messung der frequenzabhängigen Impedanz einer Ankerwicklung (siehe Bild 3.2) hat den gleichen prinzipiellen Verlauf wie ein verlustbehafteter Parallelschwingkreis. Höhere Resonanzen treten erst jenseits von 100 MHz



**Bild 3.2:** Gemessener Impedanzverlauf zweier Wicklungen mit verschiedenen Durchmessern in Luft und um einen Anker. Dargestellt sind  $|\Im\{1/Z\}^{-1}|$  und  $|\Re\{1/Z\}^{-1}|$ , unter der Annahme einer RL-Parallelschaltung ergibt ersteres unterhalb der ersten Resonanzfrequenz  $2\pi f L_W$ , wobei  $L_W$  die Wicklungsinduktivität darstellt. Bei der Wicklung um den Motoranker sind ferner Ohmsche Verluste im Leiter ( $R_{W_s}$ ) und die Windungskapazität  $C_W$  vernachlässigbar, somit gilt  $|\Re\{1/Z\}^{-1}| \approx R_{W_p}$ .



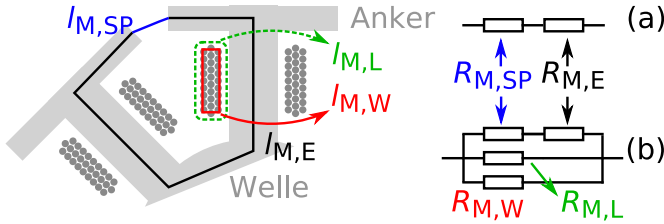
**Bild 3.3:** Hochfrequenz-Ersatzschaltbild einer Ankerwicklung mit Wicklungsinduktivität  $L_W$ , Wicklungs- und Massekapazitäten  $C_W$  und  $C_{Ma}$ , sowie als  $R_{Ws}$  und  $R_{Wp}$  modellierten ohmschen und magnetischen Verlusten.

auf. Die Ankerwicklungen können daher jeweils als konzentrierte, verlustbehaftete Spulen modelliert werden. Dies erfordert, abgesehen von der Berücksichtigung des Ankermaterials, die Parametrisierung der *Wicklungsinduktivität*  $L_W$ , der *Wicklungskapazität*  $C_{Wp}$ , und der ohmschen sowie magnetischen Verluste als Widerstände  $R_{Ws}$  und  $R_{Wp}$ . Die Nähe zum metallischen Ankermaterial wird durch eine *Wicklungs-Massekapazität*  $C_{Ma}$  repräsentiert. Dies ergibt ein Ersatzschaltbild wie in Bild 3.3 (vergleiche Kapitel 2.3.7).

Da wicklungsfremde Windungen, also Windungen, die nicht zur selben Ankerwicklung gehören, sowohl kapazitiv als auch induktiv miteinander verkoppelt sind, existiert ferner zwischen jedem Paar zweier Ankerwicklungen eine *Wicklungs-Gegeninduktivität*, nach Gl. (2.19) als Koppelfaktor  $k_W$  modelliert, und eine *Wicklungs-Querkapazität*  $C_C$  zwischen Wicklungen, die in derselben Ankernut verlaufen. Der Anschluss von  $C_C$  erfordert die Aufteilung sämtlicher Ankerwicklungen in drei Teilwicklungen mit den magnetisch ebenfalls verkoppelten Wicklungsinduktivitäten. Analog wird für die Wicklungskapazitäten und für die Ohmschen und magnetischen Verluste verfahren. Diese Aufteilung wird in Kapitel 3.2.7 näher erläutert.

### 3.2.1 Ankerform und -material

Motoranker sind üblicherweise aus einem ferromagnetischen Material mit einer Permeabilität  $\mu_{r,an} \gg 1$  gefertigt, um einen möglichst großen Anteil des Statorfeldes durch die Ankerwicklungen führen zu können. Dieser Wert gilt jedoch für die meisten Materialien lediglich für Frequenzen bis zu einigen kHz [18]. Oberhalb dieser Grenze sinkt  $\mu_{r,an}$  in einer im Allgemeinen nichtlinear frequenzabhängigen Kurve auf 1 ab. Aufgrund des Skin效ektes kann im Ankermaterial bei hohen Frequenzen auch eine niedrigere magnetische Flussdichte herrschen als in der umgebenden Luft.



**Bild 3.4:** Querschnitt durch einen Motoranker mit einer Darstellung des magnetischen Kreises durch und um die Ankerlamellen, für niederfrequente (a) und hochfrequente (b) Felder.

Dies wird im Folgenden bei der Berechnung der Ankerinduktivitäten durch eine entsprechende Modellierung des magnetischen Kreises berücksichtigt.

### 3.2.2 Wicklungsinduktivitäten

Die Wicklungsinduktivitäten können aus der Wicklungsgeometrie berechnet werden [20]. Nach Gl. (2.29) und Gl. (2.30) gilt

$$L = \frac{N_{\text{ak}}^2}{R_M}. \quad (3.1)$$

Unterhalb der Frequenz, bei welcher der Skineffekt im Ankermaterial wirksam wird, kann der magnetische Widerstand  $R_M$  vereinfacht als Serienschaltung des Luftspaltwiderstands  $R_{M,SP}$  und des Eisenwiderstands  $R_{M,E}$  modelliert werden. Dann ergibt sich als magnetischer Gesamtwiderstand mit der Länge des Eisenpfades  $l_{M,E}$ , dessen Querschnittsfläche  $A_{M,E}$  sowie der Länge des Luftspaltes  $l_{M,SP}$  und dessen Querschnittsfläche  $A_{M,SP}$  (siehe Bild 3.4 (a))

$$R_M = R_{M,E} + R_{M,SP} = \frac{l_{M,E}}{\mu_{r,\text{an}}\mu_0 A_{M,E}} + \frac{l_{M,SP}}{\mu_0 A_{M,SP}}. \quad (3.2)$$

Hierbei wird die Feldaufweitung im Luftspalt zwischen den Nutköpfen vernachlässigt. Da  $\mu_{r,\text{an}} \gg 1$  gilt (übliche Werte sind 500...1000), ist mit Gl. (3.2) der magnetische Kreis für niedrige Frequenzen ausreichend modelliert.

Bei steigender Frequenz sinkt jedoch der Anteil des magnetischen Flusses durch den Anker aufgrund der zunehmenden Verdrängungswirkung des Skineffektes. Demnach muss für hohe Frequenzen der magnetische Kreis folgendermaßen beschrieben werden:

$$\begin{aligned}
 R_M &= [R_{M,SP} + R_{M,E}(f)] \| R_{M,L} \| R_{M,W} & (3.3) \\
 &= \left( \frac{l_{M,SP}}{\mu_0 A_{M,SP}} + \frac{l_{M,E}}{\mu_{r,an} \mu_0 A_{M,E,eff}(f)} \right) \left\| \frac{l_{M,L}}{\mu_0 A_{M,L}} \right\| \frac{l_{M,W}}{\mu_0 A_{M,W}}, & (3.4)
 \end{aligned}$$

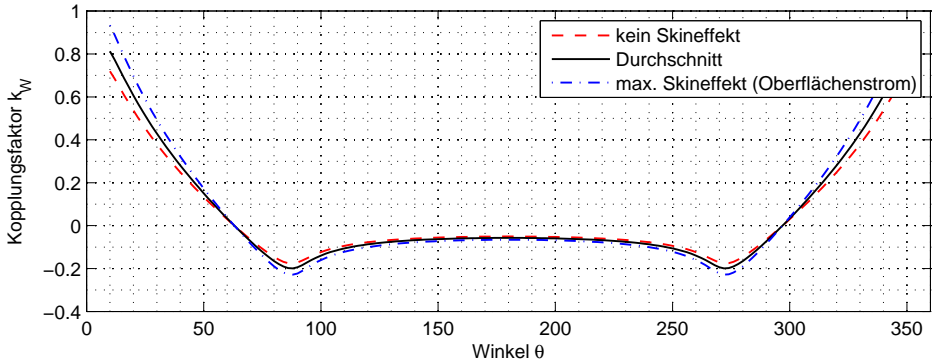
mit den jeweiligen magnetischen Widerständen  $R_{M,SP}$  für den Luftspalt,  $R_{M,E}$  für das Ankereisen,  $R_{M,L}$  für die Luft zwischen Ankereisen und Wicklung, und  $R_{M,W}$  für das Wicklungsmaterial (siehe Bild 3.4 (b)). Für die Berechnung von  $R_{M,E}$  muss hier aufgrund des Skineffektes die effektive Querschnittsfläche  $A_{M,E,eff}(f)$  der jeweiligen Ankernuten nach Gl. (2.13) verwendet werden. Dies führt dann zu einer Frequenzabhängigkeit der Induktivität und kann abhängig von der Ankergeometrie dazu führen, dass die Induktivität einer Wicklung um den Anker bei hohen Frequenzen niedriger ist als die Induktivität einer identischen Luftwicklung.

Für Wicklungen über mehrere Ankernuten wird der magnetische Pfad und damit die Kombination magnetischer Widerstände entsprechend angepasst.

### 3.2.3 Gegeninduktivitäten

Sämtliche Windungen sind magnetisch miteinander verkoppelt. Diese magnetische Kopplung ist für Frequenzbereiche, in welchen das Ankermaterial sich aufgrund des Skineffektes magnetisch wie Luft verhält, nach den in Kapitel 2.3.6 beschriebenen Herleitungen lediglich von der Position sowie Orientierung der Windungen zueinander abhängig und wird hier als Vektor  $\mathbf{k}_W$  modelliert.  $\mathbf{k}_W$  hat die Dimension  $Q$  (siehe Parametertabelle im Anhang), das Vektorelement  $\mathbf{k}_W(j)$  stellt demnach den Kopplungsfaktor zwischen einer beliebigen Wicklung  $i$  und Wicklung  $((i + j) \bmod Q)$  dar.

Für Frequenzbereiche, in denen  $\mu_{r,an} > 1$  gilt, wird diese Berechnung aufgrund der Materialinhomogenitäten der Wicklungsumgebung (Ankermaterial, Luft, Kupfer) zu Fehlern führen. Zudem kann  $k_W$  frequenzabhängig sein. Deshalb kann  $\mathbf{k}_W$  auch messtechnisch bestimmt und anschließend in das Modell integriert werden. Dies wird in Kapitel 5 beschrieben.



**Bild 3.5:** Berechneter Verlauf von  $k_W$  über den Winkel  $\theta$  (vergleiche Bild 2.6) für zwei runde Leiterschleifen mit  $r_{aw} = 22$  mm,  $z_{aw} = 20$  mm,  $r_w = 4$  mm.

**Kreisförmige Windungen.** Die Kopplungsfaktoren zweier *kreisförmiger* Ankerwicklungen 1, 2 können mittels Gl. (2.19) sowie Gl. (2.21) berechnet werden.

Die Betrachtung der Ankerwicklungen als zwei konzentrierte Stromschleifen liefert aufgrund der kleinen axialen Länge der Ankerwicklungen ein hinreichend genaues Ergebnis. Bild 3.5 zeigt einen beispielhaften Verlauf der Kopplung zweier Ankerschleifen in Abhängigkeit vom Winkel  $\theta$  zueinander. Wie zu erwarten, ist die Kopplung für nahe beieinander liegende Wicklungen am größten. Abhängig von der Größe und der Tatsache, ob die Wicklungen bei einigen Winkeln ineinander greifen, können negative Werte bereits bei  $\theta < 90^\circ$  auftreten.

Der Skineffekt bewirkt bei der internen Berechnung der Schleifeninduktivitäten eine leichte Änderung und seine *maximal* möglichen Auswirkungen auf die Koppelfaktoren wurden hier exemplarisch dargestellt. Erwartungsgemäß ist der Einfluss bei winkelbedingt sehr dicht beieinander liegenden Leitern am größten. Der Skineffekt weist auch eine Frequenzabhängigkeit auf. Diese hat allerdings wenig Einfluss auf das Ergebnis, und ihre Berücksichtigung würde die Komplexität des Modells erheblich vergrößern, so dass ein voll bewickelter Motoranker auf diese Weise nicht mehr praktikabel berechenbar wäre. Daher wurde in der verwendeten Implementierung des Modells bei der Parametrisierung der Gegeninduktivitäten der Skineffekt nicht berücksichtigt.

**Rechteckige Windungen.** Rechenvorschriften für die Ermittlung von  $k_W$  für rechteckig sowie beliebig polygonförmige Windungen finden sich in [9]. Deren Berechnung ist jedoch deutlich aufwändiger, während die Ergebnisse sich nicht wesentlich von denen aus Gl. (2.21) unterscheiden, und für die Anwendung innerhalb dieser Arbeit bringt eine solche Unterscheidung keinen wesentlichen Gewinn an Genauigkeit.

### 3.2.4 Windungskapazitäten

Oberhalb der primären Resonanzfrequenz einer Wicklung fließt der Strom nicht mehr hauptsächlich durch die Wicklungen, sondern über kapazitive elektrische Verbindungen zwischen den Wicklungen. Dies wird durch die im folgenden beschriebenen Windungskapazitäten modelliert.

#### Zwei Windungen

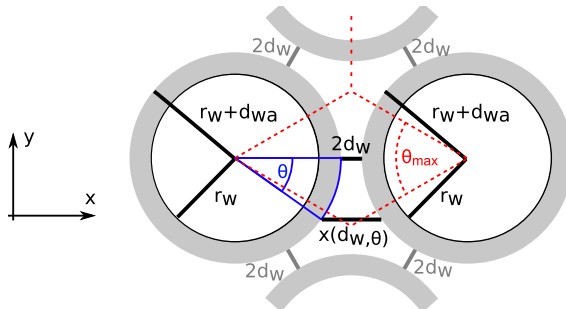
Die Kapazität  $C_{W1}$  zwischen zwei sich berührenden Leitern der Länge  $l$  mit kreisförmigem Querschnitt, Radius  $r_w$  und Isolationsschichtdicke  $d_{wa}$  setzt sich annähernd zusammen aus der Reihenschaltung der Kapazität  $C_{Wi}$  zwischen Leiteroberfläche und Oberfläche der Isolationsschicht, und der Kapazität  $C_{Wd}$  zwischen beiden Isolationsschichtoberflächen. Hierbei wird angenommen, dass die Oberflächen der dünnen Lackschichten Äquipotenzialflächen sind.  $C_{Wi}$  und  $C_{Wd}$  können unter der Annahme dichter Wicklung ( $d_w = 0$  nach Bild 3.6) folgendermaßen quantifiziert werden [21]:

$$\frac{dC_{Wi}}{d\theta} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_{r,wa} l}{\ln \frac{r_w + d_{wa}}{r_w}}, \quad \frac{dC_{Wd}}{d\theta} = \frac{\varepsilon_0 l}{(1 - \cos \theta)}. \quad (3.5)$$

Die Gesamtkapazität ergibt sich dann approximativ aus einer Serienschaltung beider Einzelkapazitäten sowie einer Integration über den zu betrachtenden Winkel  $\theta$ . Aufgrund der Spiegelsymmetrie der Anordnung (Reihenschaltung) wird das Ergebnis noch halbiert und es gilt:

$$C_{W1} \approx \frac{\varepsilon_0 l}{2} \int_{-\pi/6}^{\pi/6} \frac{dC_{Wi} dC_{Wd}(\theta) d\theta}{dC_{Wi} + dC_{Wd}(\theta)} = \varepsilon_0 l \int_0^{\pi/6} \frac{d\theta}{1 + \frac{1}{\varepsilon_{r,wa}} \ln \frac{r_w + d_{wa}}{r_w} - \cos \theta}. \quad (3.6)$$

Abhängig von der Windungsform gilt für die Länge



**Bild 3.6:** Querschnittsansicht zweier Leiter mit kreisförmigem Leiterquerschnitt und Isolationsschicht (grau) bei dichter Wicklung. Weitere Leiter sind oben und unten angedeutet. Es gilt  $\theta_{\max} = \pi/3$ .



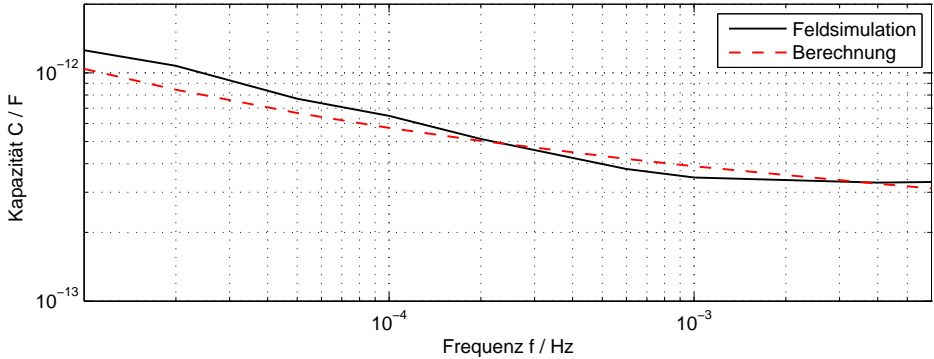
**Bild 3.7:** Eine maschinelle Bewicklung eines Motorankers kann dafür sorgen, dass die Windungen einer Ankerwicklung nicht mehr konstant übereinanderliegen. Dies verkleinert die Wicklungskapazität.

$$\begin{aligned}
 l &:= 2\pi r_{aw} && \text{für kreisförmige Windungen,} \\
 l &:= 2(l_{an} + l_{as} + l_{ai} + b_{aw}) && \text{für rechteckige Windungen.}
 \end{aligned}$$

Die in Gl. (3.6) verwendeten Integrationsgrenzen ( $\theta_{\max} = \pi/3$ , rot gestrichelt gezeichnet) setzen voraus, dass die zwei betrachteten Leiter von weiteren Leitern umgeben sind und die elektrischen Feldlinien sich zwischen diesen gleichmäßig verteilen. Dies ist im Motoranker für den Großteil der Ankerwindungen gegeben.

Liegen die Wicklungen nicht dicht und parallel beieinander (ist also  $d_w > 0$ ), oder sind die Wicklungslagen nicht wie dargestellt gewickelt, müssen gegebenenfalls Zwischenräume zwischen den Leitern berücksichtigt werden. Dann kann  $C_{W1}$  unter Vernachlässigung der Isolationsschicht mit dem folgenden Ausdruck berechnet werden [16]:





**Bild 3.8:** Verifikation des Verfahrens zur Berechnung der Windungskapazität Gl. (3.7) mittels einer Simulation mittels Feldsimulation (Leiterlänge 1 cm).

$$C_{W1} \approx \frac{\pi \varepsilon_0 l}{\ln \left( \frac{r_w + d_w}{r_w} + \sqrt{\left[ \frac{r_w + d_w}{r_w} \right]^2 - 1} \right)}. \quad (3.7)$$

Gl. (3.7) liefert für  $d_w > d_{wa}$  ausreichend genaue Ergebnisse.

**Fehlerabschätzung.** In Gl. (3.6) wird für  $x(\theta)$  vereinfachend angenommen, dass die elektrischen Feldlinien innerhalb des Isolationsmaterials radial zum Leitermittelpunkt stehen und außerhalb des Leiters parallel zur  $x$ -Achse verlaufen. Die berechnete Kapazität wird demnach etwas zu groß sein. Jedoch nimmt mit steigendem  $\theta$  ebenfalls der Einfluss von  $\frac{dC_{wa}}{d\theta}$  auf die Gesamtkapazität ab, so dass dieser Fehler vernachlässigt werden kann. In Gl. (3.7) wird die Isolationsschicht nicht berücksichtigt. Diese hat aber bei typischen Werten für  $\varepsilon_{r,wa}$  von 2 bis 4 und  $d_w \gg d_{wa}$  keinen großen Einfluss. Zudem ist eine genaue Modellierung der Leitungsführung aufgrund der maschinellen Motorbewicklung in jedem Fall unrealistisch, so dass diese Ausdrücke für die Modellierung der Windungskapazitäten ausreichen. Zur Berechnung der Windungskapazität von regelmäßig und präzise parallel gewickelten Spulen, wie beispielsweise in Transformatoren, sei hiermit auf weiterführende Literatur verwiesen, zum Beispiel [22].

Zur Abschätzung des Fehlers für die vorliegende Anwendung wurde  $C_{W1}$  für mehrere Leiteranordnungen in einer Feldsimulationssoftware berechnet. Für Leiterradien von 0,2-0,4 mm und Isolationsschichtstärken von 10-100  $\mu\text{m}$  ergaben sich Unterschiede von 10-20% zum hier verwendeten Verfahren. Ferner wird in [16] als Faustformel ein Wert von 1-1,3 pF/cm für die Kapazität zwischen zwei dicht aneinanderliegenden, lackisolierten Drähten genannt, weitgehend unabhängig von deren Radius. Dies stimmt mit den in Bild 3.8 dargestellten Ergebnissen überein.

### Mehrere Windungen

Die Gesamtkapazität  $C_W$  einer Ankerwicklung wird aus der Windungskapazität ermittelt. Generell kann davon ausgegangen werden, dass die gesamte Wicklung abhängig von Sehnung und Ankernutbreite einen einlagigen, flachen bis runden Querschnitt aufweisen. Letzteres bedeutet, dass jede Ankerwicklung ungefähr  $1 \dots \lceil \sqrt{N_{\text{ak}}} \rceil$  Lagen<sup>1</sup> und  $\lfloor \sqrt{N_{\text{ak}}} \rfloor \dots N_{\text{ak}}$  nebeneinander liegende Wicklungen<sup>2</sup> pro Lage besitzt.

Für einlagige Spulen kann die Gesamtkapazität relativ einfach als Reihenschaltung sämtlicher  $C_{W1}$  angegeben werden mit

$$C_W(N_{\text{ak}}, N_L = 1) \approx \frac{C_{W1}}{(N_{\text{ak}} - 1)}. \quad (3.8)$$

Parallel hierzu liegen abhängig von der Sehnung allerdings nach jeder halben Windung Kapazitäten zu weiteren Windungen, die unterhalb oder oberhalb der betrachteten Wicklung an der Ankerober- oder unterseite quer gewickelt sind (dies ist in Bild 3.11 zu sehen). Zwei Einzelleiter besitzen aufgrund der kleinen Berührungsfläche eine zu kleine Kapazität, als dass diese einen merkbaren Einfluss auf die Wicklungsimpedanz haben könnte. Deshalb werden sie nicht separat modelliert. Zusammen vergrößern diese jedoch die gesamte Windungskapazität in Abhängigkeit von ihrer Überdeckungsfläche.

Eine genaue analytische Darstellung dieser zusätzlichen Kapazität ist aufgrund der vielen verschiedenen möglichen Anordnungen nicht praktikabel. Folgende Überlegung dient aber zur Bestimmung einer Obergrenze: Die gesamte Wicklung wird als Fläche betrachtet und die Windungen unter- oder

<sup>1</sup> $\lceil x \rceil$  bezeichnet die kleinste ganze Zahl, die größer oder gleich  $x$  ist.

<sup>2</sup> $\lfloor x \rfloor$  bezeichnet die größte ganze Zahl, die kleiner oder gleich  $x$  ist.

Spulenart	$N_{\text{ak}}$	$f_{\text{cw}} := C_{\text{W}}/C_{\text{W1}}$
Zweilagige Spule	$> 10$	1,618
Dreilagige Spule	$> 10$	0,5733

**Tabelle 3.1:** Konvergenzwerte von  $C_{\text{W}}(N_{\text{ak}})$  bei schichtweiser, wechselseitiger Wicklungsrichtung.

oberhalb der Wicklung liegen im rechten Winkel zur betrachteten Wicklung und können daher auch als Fläche betrachtet werden. Dann geht von jeder Windung eine zusätzliche Kapazität zu jeder anderen Windung mit der maximalen Größe von ebenfalls  $C_{\text{W1}}$  aus, wobei für  $l$  in diesem Fall die Überdeckungslänge beider Wicklungen eingesetzt werden muss. Bei enger Wicklung gilt hier  $l := 2r_{\text{w}}N$  mit  $N$  als Anzahl nebeneinander liegender Windungen.

Für die Gesamtkapazität mehrlagiger Kapazitätsgitter (vergleiche Bild 3.10) existiert keine geschlossene Rechenvorschrift, es ist aber bei einigen Wicklungsarten möglich, durch iterative Rechnung einen Wert anzugeben, unter der Annahme, dass die Wicklungen alle gleich eng beieinander liegen [21]. Für Wicklungen um elektrisch nichtleitendes Ankermaterial (die Kapazität zum Anker wird im nächsten Kapitel separat behandelt) konvergieren diese Werte bei wechselseitiger Wicklung bereits für  $N_{\text{ak}} > 10$  gegen einen konstanten Wert, der in Tabelle 3.1 als Proportionalitätsfaktor gegenüber  $C_{\text{W1}}$  angegeben ist. Die Gesamt-Kopplungskapazität  $C_{\text{W}}$  kann dann folgendermaßen berechnet werden:

$$C_{\text{W}} := f_{\text{cw}} \cdot C_{\text{W1}}. \quad (3.9)$$

Dies stellt einen Maximalwert für  $C_{\text{W}}$  dar, da  $d_{\text{w}} = 0$  bei typischen Motorwicklungen nicht für sämtliche Wicklungspaare gewährleistet werden kann. Für andere Wicklungsanordnungen und insbesondere unregelmäßige Wicklungen existiert kein Konvergenzwert. Hier sinkt die Gesamtkapazität mit steigender Anzahl Wicklungen, wobei zusätzliche Windungen einen immer kleiner werdenden Einfluss haben.

### 3.2.5 Windungs-Anker-Kapazitäten

Zusätzlich zur Windungskapazität existiert eine Kapazität zwischen den Ankerwicklungen und dem Anker selbst. Der Anker ist mit der Motorwelle leitend verbunden und diese wiederum über zwei Lager mittels eines Schmierstoffes mit dem Gehäuse. Die Schmierstoffschicht ist in der Regel sehr dünn und stellt damit eine große Kapazität dar. Ist die Impedanz dieser Verbindung niedrig genug und hat das Gehäuse Massepotenzial, besitzt der Anker ebenfalls Massepotenzial. Dann ist die Kapazität zwischen Windungen und Anker gleichzeitig auch eine Kapazität zur Masse. Eine Betrachtung der Welle oder des Gehäuses als Wellenleiter mit einer entsprechenden Aufteilung brachte in den Simulationen keine merkbare Änderung und wurde daher nicht weiter betrachtet.

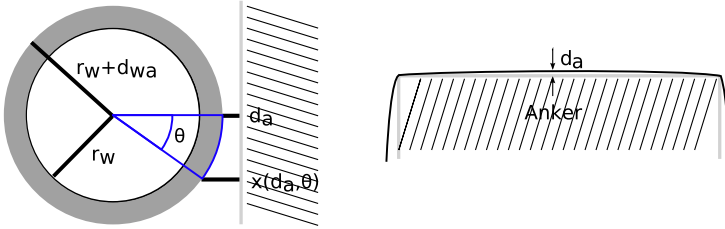
**Einzelwindung.** Zur Berechnung der Kapazität  $C_{\text{Ma}1}$  zwischen einer Wicklung und der Ankeroberfläche kann als Basis Gl. (3.6) verwendet werden (siehe Bild 3.9):

$$C_{\text{Ma}1} \approx \frac{\varepsilon_0 l}{2} \int_0^{\pi/6} \frac{1}{1 + \frac{1}{\varepsilon_{r,\text{wa}}} \ln \frac{r_w + d_{\text{wa}}}{r_w} - \cos \theta} d\theta. \quad (3.10)$$

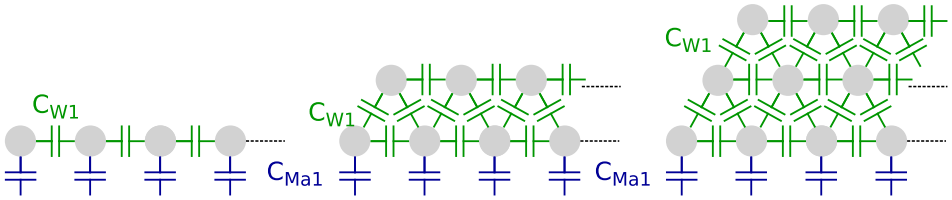
Liegt die Windung nicht direkt am Anker an, kann eine entsprechende Modifikation von Gl. (3.7) hier ebenfalls verwendet werden:

$$C_{\text{Ma}1} := \frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln \left( \frac{r_w + d_a}{r_w} + \sqrt{\left[ \frac{r_w + d_a}{r_w} \right]^2 - 1} \right)}. \quad (3.11)$$

Sind die Windungen um eine einzelne Ankernut gewickelt, gilt also  $s_a = N_B/Q$ , kann bei entsprechender Länge der Ankernuten von kreisförmigen Wicklungen ausgegangen werden, die über die gesamte Länge des Wicklungsdrahtes in direktem Kontakt zum Anker stehen. In diesem Fall gilt für obige Gleichungen  $l := 2\pi r_{\text{aw}}$ . Bei größerer Sehnung müssen an den beiden Ankerenden mehrere wicklungsfremde Windungen übereinander gewickelt werden. Deshalb kann eine rechteckige Wicklung angenommen werden, welche lediglich auf der Wicklungsstrecke parallel zur Ankerwelle Kontakt zum Anker hat, und es gilt für obige Gleichungen  $l := 2l_{\text{an}}$ .



**Bild 3.9:** Links: Kapazität  $C_{Ma1}$  zwischen einer Ankerwicklung (hier gezeigt im Querschnitt) und dem Ankermaterial (schraffiert). Rechts: Abstand  $d_a$  der Windungen vom Anker.



**Bild 3.10:** Darstellung der Windungs- und Ankerkapazitäten von ein-, zwei- und dreilagigen Wicklungen.

**Mehrere Windungen.** Die Beschreibung der gesamten Ankerkapazität einer Windung ist wiederum stark von der Wicklungsart abhängig. Für  $C_{Ma}$  sind in erster Näherung lediglich diejenigen Wicklungen relevant, welche dem Anker am nächsten sind. Der maximal mögliche Wert für  $C_{Ma}$  entsteht, wenn

- $s_a = N_B/Q$ , also jede Wicklung lediglich um eine Ankermitte gewickelt wird, und
- $h_{an} \geq N_{ak} \cdot 2r_w$ , also die Füllhöhe des Ankers ausreicht, so dass sämtliche Wicklungen nebeneinander gewickelt werden können, und
- die Wicklung mit genügend großer Spannung ausgeführt wurde, so dass  $d_a = 0$ .

In Kombination mit den Wicklungskapazitäten dieser Lage ergibt sich dann eine Gesamtkapazität von (siehe Bild 3.10 links)

$$C_{\text{Ma}}(N_{\text{ak}} = 1) = C_{\text{Ma}1}, \quad (3.12)$$

$$C_{\text{Ma}}(N_{\text{ak}} = 2) = C_{\text{Ma}1} + \frac{C_{\text{W}1} \cdot C_{\text{Ma}1}}{C_{\text{W}1} + C_{\text{Ma}1}}, \quad (3.13)$$

$$C_{\text{Ma}}(N_{\text{ak}} > 2) = C_{\text{Ma}1} + \frac{C_{\text{W}1} \cdot C_{\text{Ma}}(N_{\text{ak}} - 1)}{C_{\text{W}1} + C_{\text{Ma}}(N_{\text{ak}} - 1)}. \quad (3.14)$$

**Fehlerabschätzung.** Zunächst gelten die Überlegungen des vorigen Kapitels hier entsprechend, da dieselben Berechnungsmethoden verwendet werden. Außerdem werden hierbei die Windungskapazitäten der untersten Leiterlage erneut berücksichtigt. Der Einfluss dieser ist jedoch relativ klein für die gesamte Massekapazität, da mit zunehmenden Windungen eine immer länger werdende Serienschaltung von Kapazitäten entsteht. Eine separate Betrachtung von  $C_{\text{Ma}1}$  sowie  $C_{\text{W}1}$  sämtlicher Windungen würde die Komplexität des Motormodells zu groß werden lassen.

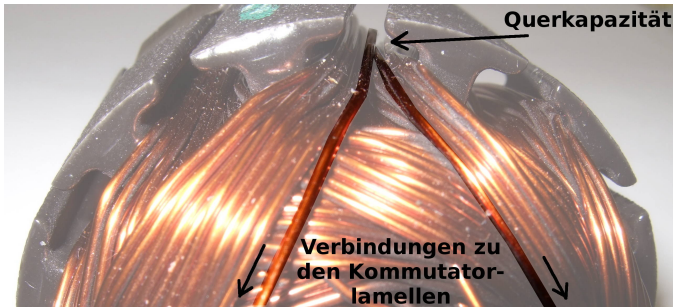
### 3.2.6 Querkapazitäten

Zusätzlich zu den Windungs- und Ankerkapazitäten können je nach Wicklungsart und Sehnung auch Kapazitäten zwischen wicklungsfremden Windungen existieren. Diese *Querkapazitäten*  $C_C$  können ebenfalls mit Gl. (3.6) oder Gl. (3.7) beschrieben werden, jedoch definiert hier die Länge des Ankers  $l_{\text{an}}$  und nicht der Umfang einer kompletten Windung den Wert für  $l$ . Entsprechend ergibt sich für die Koppelkapazität für  $d_c = 0$

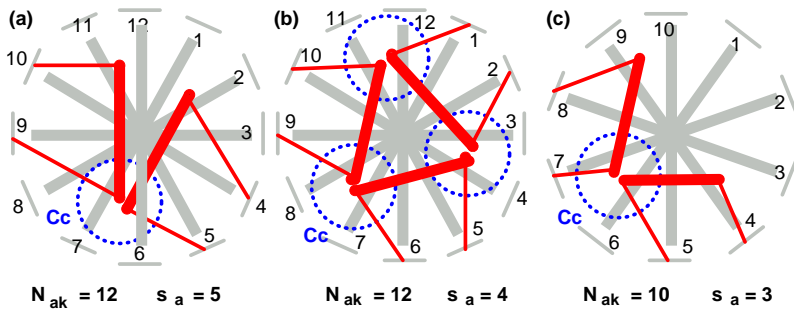
$$C_C \approx \frac{\varepsilon_0 l_{\text{an}}}{2} \int_0^{\pi/6} \frac{1}{1 + \frac{1}{\varepsilon_{r,\text{wa}}} \ln \frac{r_w + d_{\text{wa}}}{r_w} - \cos \theta} d\theta \quad (3.15)$$

und für  $d_c > 0$

$$C_C \approx \frac{\pi \varepsilon_0 l}{\ln \left( \frac{r_w + d_c}{r_w} + \sqrt{\left[ \frac{r_w + d_c}{r_w} \right]^2 - 1} \right)}. \quad (3.16)$$



**Bild 3.11:** Parallel verlaufende äußere Windungen zweier unterschiedlicher Ankerwicklungen bilden eine Querkapazität  $C_C$ .



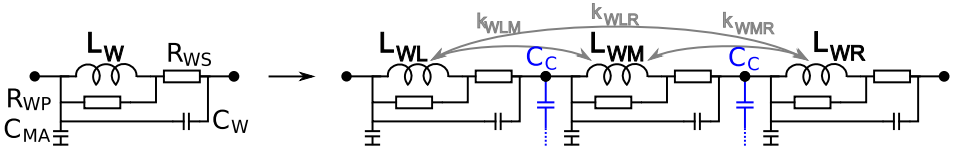
**Bild 3.12:**  $C_C$  in Abhängigkeit der Sehnung  $s_a$  (bei einem Bürstenpaar) sowie der Anzahl Ankerpole  $N_{ak}$  (Aufsicht).

Hierbei stellt  $2d_c$  den Abstand zwischen denjenigen Windungen beider Wicklungen dar, die sich am nächsten liegen. Dieser kann anhand der Wicklungsrichtung der Ankerwindungen ermittelt werden:

Im Allgemeinen sind sich die beiden äußersten Windungen einer Ankerwicklung am nächsten (siehe Bild 3.11). Bei einer flachen Wicklung im Uhrzeigersinn<sup>3</sup> würden sich die jeweils linksseitig angeschlossenen Windungen jeder Wicklung am nächsten sein und den Wert von  $C_C$  hauptsächlich definieren.

Auch hier gelten die in den vorigen Kapiteln angesprochenen Fehlerabschätzungen. Zudem spielt die Ankerlänge und die Wicklungsform noch

<sup>3</sup>seitlich betrachtet, senkrecht stehende Welle, Kommutatorseite nach unten zeigend



**Bild 3.13:** Dreiteilung der Ankerinduktivitäten aufgrund der Querkapazitäten  $C_{Cn}$ . Alle dargestellten Elemente teilen sich in jeweils ein linkes, mittleres und rechtes Element auf.

eine große Rolle. Bei kurzen Ankern kann  $C_C$  gegebenenfalls vernachlässigt werden, da die Windungen nicht nah genug beieinander liegen.

### 3.2.7 Aufteilung der Ankerwicklungen

Die Anschlusspunkte der Querkapazitäten an jeder Wicklung liegen näherungsweise an einzelnen Windungen der Ankerwicklungen. Da jede Wicklung durch zwei Ankernuten läuft, besitzt jede Wicklung zwei Querkapazitäten zu jeweils einer anderen Wicklung. Daher müssen die in Kapitel 3.2.2 erläuterten verlustbehafteten Induktivitäten, welche die Ankerwicklungen modellieren, wie in Bild 3.13 dargestellt in drei magnetisch verkoppelte Teile geteilt werden. Dies geschieht durch Aufteilung der Windungszahl  $N_{ak}$  in drei Teile  $N_{akL}$ ,  $N_{akM}$ , und  $N_{akR}$ . Aus dieser Änderung ergeben sich folgende weitere Aufteilungen:

$$l_w \rightarrow l_{wL}, \quad l_{wM}, \quad l_{wR}, \quad (3.17)$$

$$L_W \rightarrow L_{WL}, \quad L_{WM}, \quad L_{WR}, \quad (3.18)$$

$$C_W \rightarrow C_{WL}, \quad C_{WM}, \quad C_{WR}, \quad (3.19)$$

$$k_W \rightarrow k_{WLM}, \quad k_{WLR}, \quad k_{WMR}, \quad (3.20)$$

$$R_{WS} \rightarrow R_{WSL}, \quad R_{WSM}, \quad R_{WSR}, \quad (3.21)$$

$$R_{WP} \rightarrow R_{WP L}, \quad R_{WP M}, \quad R_{WP R}. \quad (3.22)$$

Bei der im vorigen Kapitel erwähnten Wicklung im Uhrzeigersinn werden  $N_{akL}$  und  $N_{akM}$  gegenüber  $N_{akR}$  klein sein, oft kann hier daher eine Einzelwindung angenommen werden. In der Regel kann ferner eine sehr gute magnetische Verkopplung zwischen den drei neuen Induktivitäten angenommen werden (also  $k_{WLM} = k_{WMR} = k_{WLR} \approx 1$ ). Die genannten Formeln für  $L_W$ ,  $C_{Ma1}$  etc. gelten auch für diese nun entstandenden Teilwicklungen.



### 3.2.8 Ohmsche und magnetische Windungsverluste

**Ohmsche Verluste.** Die Impedanz der Ankerwicklungen steigt mit der Frequenz aufgrund von Verdrängungseffekten an (siehe Kapitel 2.3.4, Seite 10). Die Eindringtiefe  $\delta$  liegt bei dem in dieser Arbeit betrachteten Frequenzbereich bei etwa  $10^{-4} \dots 10^{-6}$  m. Der Skineneffekt vergrößert demnach den Gesamtwiderstand (siehe Gl. (2.14), Seite 11). Bei einem Wicklungsdrahtradius von  $r_w = 0,5$  mm gilt beispielsweise

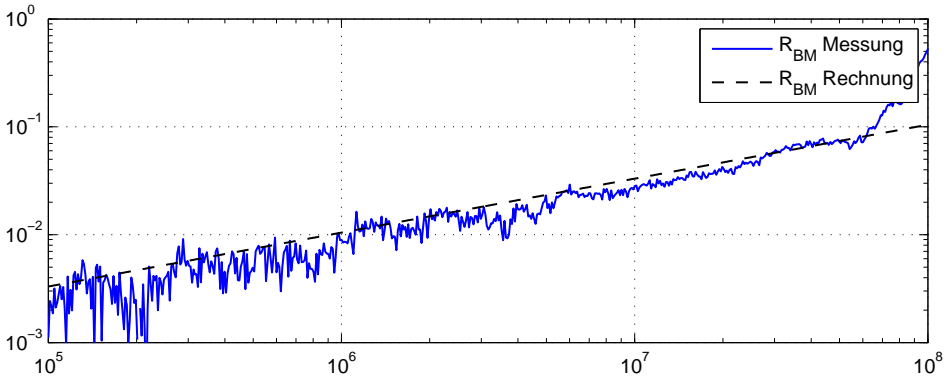
$$\frac{A_{\text{eff}}(f)}{A} \approx \frac{2\delta(f)}{r_w} = \frac{2(10^{-4} \dots 10^{-6} \text{ m})}{5 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 10^{-1} \dots 10^{-3} \quad (3.23)$$

Im umgekehrten Verhältnis steigt der effektive Widerstand des Leiters.

Der Einfluss des Skineneffektes wird durch einen Anstieg der Impedanz proportional zu  $\sqrt{f}$  modelliert. Jedoch ist die wirkliche Stromdichte, über den gesamten Leiter betrachtet, aufgrund des Proximityeffektes noch niedriger. In [4] wird aufgrund der Verdrängungseffekte unabhängig von der Frequenz von einer Verzehnfachung des Gleichstromwiderstandes ausgegangen. In dieser Arbeit wird der Skineneffekt, wie in Kapitel 2.3.4 beschrieben, frequenzabhängig berücksichtigt. Der Einfluss des Proximityeffektes ist nur für die dicht gewickelten Ankerwindungen relevant und wirkt dort erst in Frequenzbereichen, in welchen der Strom hauptsächlich über die Windungskapazitäten kurzgeschlossen wird. Er bleibt daher unberücksichtigt.

**Magnetische Verluste** treten aufgrund von Wirbelströmen und Streuflüssen innerhalb des Ankermaterials auf. Sie werden durch Widerstände modelliert, die der Wicklungsinduktivität parallel geschaltet werden.

Auch die Modellierung von magnetischen Verlusten ist sehr stark geometrieabhängig und daher schwer analytisch parametrisierbar. Zudem beeinflussen diese die Form des Impedanzverlaufes wenig, lediglich an Resonanzstellen dominiert ihr Einfluss. Daher soll hier eine messtechnische Parametrisierung ausreichen, das hierfür verwendete Verfahren wird in Kapitel 5 näher beschrieben.



**Bild 3.14:** Die gemessene und mittels Gl. (2.14) berechnete Impedanz der Kohlebürsten kann in guter Genauigkeit nachgebildet werden. Oberhalb von etwa 70 MHz wird die Messung durch Resonanzeffekte beeinflusst.

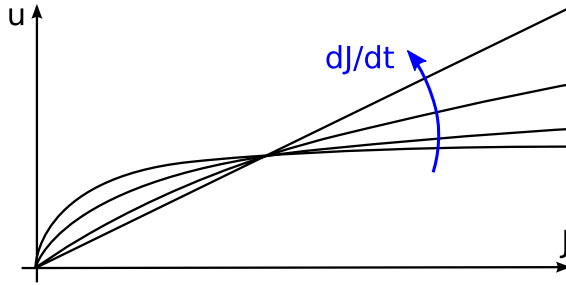
### 3.3 Kommutator und Bürsten

Der Kommutator sitzt auf der Welle direkt unter<sup>4</sup> dem Anker und besteht im Allgemeinen aus einem segmentierten Kupferring auf einem Dielektrikum (Bild 3.15). Die Kommutatorlamellen lassen sich daher als Kapazitätsring darstellen. Verluste in den Lamellen sind hier im Allgemeinen so gering, dass diese im Ersatzschaltbild vernachlässigt werden können.

Die Bürsten bestehen aus einer Kupfer-Kohle-Mischung, welche einen guten schleifenden elektrischen Kontakt zu den Kommutatorlamellen ermöglicht. Der spezifische Widerstand dieses Materials kann allerdings deutlich höher sein als der von Kupfer. Dieser wird mittels Gl. (2.4) und Gl. (2.14) berechnet und in das Modell als Bürsten-Materialwiderstand  $R_{BM}$  eingefügt. Eine beispielhafte Impedanzmessung einer solchen Bürste wurde mit einer Messbrücke bis 100 MHz durchgeführt, indem die Bürste zwischen zwei entsprechend geformten Kupferplatten eingeklemmt wurde. Das Ergebnis ist in Bild 3.14 dargestellt.

<sup>4</sup>seitlich betrachtet mit senkrecht stehender Welle





**Bild 3.17:** Beispiel für eine Bürstenkennlinie. Es wird die Stromdichte  $J$  gegenüber der Spannung  $u$  als Kurvenschar aufgetragen.

genug ist, damit dieser Formierungsprozess der Stromdichteänderung und den Kontaktpunktänderungen nicht mehr folgen kann, wird das Strom-Spannungsverhältnis über die gesamte Fläche linear und somit durch eine konstante Impedanz modellierbar. Diesem Unterschied zwischen der „statischen“ und „dynamischen“ Impedanz des Bürstenkontaktes wird in einer *Bürstenkennlinie* Rechnung getragen (Bild 3.17). Der Scharparameter stellt hierbei die Stromdichteänderung  $dJ/dt$  des Stromes durch die Kontaktkanäle  $F_{i...j}$  dar (vergleiche Bild 3.16).

Aufgrund der isolierenden Oxidschicht zwischen den Kontaktpunkten existiert auch eine kapazitive Verbindung zwischen Bürste und Lamelle, die bei steigender Frequenz an Relevanz gewinnt. Der Bürsten-Kommutator-Kontakt kann also durch eine Parallelschaltung aus dem Übergangwiderstand  $R_B$  als Parallelschaltung aller  $R_{B_{i...j}}$ , und der Übergangskapazität  $C_B$ , gebildet werden.

**Parametrisierung.**  $C_B$  lässt sich mittels eines Plattenkondensators nach Gl. (2.16), Seite 12 unter Vernachlässigung von Randeffekten beschreiben, da die Dicke der Oxidschicht  $d_B$  zwischen den leitenden Platten verglichen mit den Plattenabmessungen sehr klein ist:

$$C_B = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_{r,o} A_{bk}}{d_B}. \quad (3.24)$$

Für  $d_B$  wurden in verschiedenen Veröffentlichungen für diverse Motorarten Werte zwischen 0,5 und 150  $\mu\text{m}$  messtechnisch ermittelt [24, 5]. In [5]

wird eine phänomenologische, relativ aufwändige Formel für die Ermittlung der Oxidschichtdicke („Film Thickness“) angegeben. Bei typischen Kommutator- und Bürstenabmessungen (siehe Anhang, Kapitel A, Seite 85) und maximaler Bürstenüberdeckung ergibt sich ein Wert von einigen pF.

Die Parametrisierung von  $R_B$  ist aufwändiger. Jedes  $R_{B_{i\dots j}}$  setzt sich aus einer Kette von Widerständen pro Kontaktkanal  $F_{i\dots j}$  zusammen, welche jeweils die Einflüsse von Temperatur, Feuchtigkeit, Bürstendruck und Spannung modellieren. Es ist jedoch möglich, den Wert von  $R_B$  durch die Bürstenkennlinie zu approximieren. Hierbei wird von Raumtemperatur (20°C) und normaler relativer Feuchte (50%) ausgegangen sowie von einem Bürstendruck von circa 1 N/cm<sup>2</sup> [5]. Damit lässt sich ein ungefährender linearisierter Wert von

$$R_B \approx 0,4 \Omega \quad (3.25)$$

ermitteln. Dieser Wert ist bei konstantem Bürstendruck und genügend großem  $dJ/dt$  nicht abhängig von  $A_{bk}$ , da sich bei gleichbleibendem Bürstendruck der Abstand  $d_B$  und damit die Anzahl der Kontaktpunkte  $i\dots j$  zur Überdeckungsfläche  $A_{bk}$  umgekehrt proportional zueinander verhalten [5].

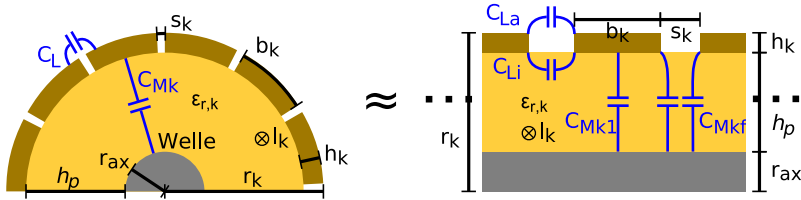
**Bürste-Kommutator-Verbindung.** Die Kohlebürste berührt je nach Größenverhältnis eine verschiedene Anzahl  $N_{Bk}$  von Kommutatorlamellen. Es gilt je nach Stellung der Bürste

$$N_{Bk} \in \left\{ \left\lceil \frac{b_b}{b_k} \right\rceil, \left\lceil \frac{b_b}{b_k} \right\rceil + 1 \right\}. \quad (3.26)$$

Für jede Bürste wird die im vorigen Kapitel beschriebene Kontaktimpedanz zu einer Kommutatorlamelle daher  $\lceil \frac{b_b}{b_k} \rceil$ - oder  $(\lceil \frac{b_b}{b_k} \rceil + 1)$ -fach parallel modelliert.

### 3.3.2 Masse- und Lamellenkapazitäten

**Zusammensetzung.** Zwischen den Kommutatorlamellen sowie von jeder Lamelle zur Motorwelle existieren kapazitive Kopplungen. Diese werden *Lamelle-Welle-Kapazität*  $C_{Mk}$  und *Lamelle-Lamelle-Kapazität*  $C_L$  genannt und sind in Bild 3.18 dargestellt.



**Bild 3.18:** Wellen- und Seitenkapazitäten der Kommutatorlamellen (links), Approximation durch Streifenleiter mit Teilkapazitäten (rechts).

In erster Annäherung beschreiben beide Kapazitäten einen Plattenkondensator nach Gl. (2.16), Seite 12. Diese Approximation ist jedoch aufgrund der Geometrie nicht ausreichend, da dabei Randeffekte sowie die Lamellenkrümmung vernachlässigt werden (vgl. Kapitel 2.3.5). Ein vollständig analytischer Ausdruck für die Berechnung der Kapazität zweier paralleler Streifenleiter unter Berücksichtigung der seitlichen Randeffekte könnte mittels einer geeigneten konformen Abbildung [25]

$$\underline{z} := r_k e^{2\pi j w} \quad \text{mit dem Parameter} \quad \tau = \frac{1}{j\pi} \log \frac{r_{ax}}{r_k} \quad (3.27)$$

auf die runde Form eines Kommutators gebracht werden. Ein solcher Ausdruck ist allerdings nicht geschlossen darstellbar (siehe Kapitel 2.3.5, Seite 11). Eine alternative, approximative Berechnungsmethode nach [26] liefert ebenfalls ausreichende Ergebnisse. Hier wird die Masse- und Zwischenkapazität zweier Streifenleiter auf einem Dielektrikum gebildet. Diese Methode wird hier als Approximation verwendet, wobei sich

$$C_L := C_{La} + C_{Li} \quad (3.28)$$

aus Summe aus äußerer und innerer Kapazität aufgrund des unterschiedlichen  $\epsilon_r$  der jeweiligen Umgebung, und

$$C_{Mk'} := C_{Mk1} + C_{Mkf} + C_{Mkf'} \quad (3.29)$$

aus einer idealen Plattenkondensator-Kapazität sowie innerer und äußerer seitlicher Randkapazität zusammensetzt (siehe Bild 3.18).  $C_{Mk1}$  stellt die Plattenkapazität zwischen Lamellenunterseite und Welle ohne Randeffekte dar,  $C_{Mkf}$  ist der zusätzliche Kapazitätsanteil aufgrund der Feldaufweitung

am seitlichen Leiterrand zwischen zwei Leitern.  $C_{\text{Mkf}'}$  entspricht der Kapazität, die an Rändern auftritt, an welchen *kein* Nachbarleiter angrenzt.

Kommutatorlamellen besitzen auf beiden Seiten Nachbarlamellen und sind zudem im Allgemeinen nicht lang genug, als dass Randeffekte an der vorderen und hinteren Seite (parallel zur Welle betrachtet) vernachlässigt werden könnten. Daher wurde die Kapazität zwischen einer Lamelle und der Motorwelle  $C_{\text{Mk}}$  hier folgendermaßen definiert:

$$C_{\text{Mk}} := C_{\text{Mk1}} + 2C_{\text{Mkf}} + 2C_{\text{Mkf}'}, \quad (3.30)$$

wobei durch  $C_{\text{Mkf}'}$  die Kapazitätsvergrößerung aufgrund der Feldaufweitung am vorderen und hinteren Lamellenrand berücksichtigt wird.

**Berechnung.** Im Folgenden werden die erwähnten Kapazitätsbestandteile quantifiziert. Es sei

$$h_p := r_k - h_k - r_{ax} \quad (3.31)$$

hierbei die Höhe des Lamellen-Trägermaterials. Zur Definition bisher nicht erwähnter Größen siehe Bild 3.18 und die Parametertabelle im Anhang.  $C_{\text{Mk1}}$  wird als Plattenkondensator nach Gl. (2.16) berechnet:

$$C_{\text{Mk1}} := \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_{r,k} b_k l_k}{h_p}. \quad (3.32)$$

Die Randkapazitäten lassen sich folgendermaßen approximieren [26]:

$$2C_{\text{Mkf}'} := (\sqrt{\varepsilon'_{r,k}}/c_0) Z_S - C_p; \quad c_0 \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \quad (3.33)$$

und

$$C_{\text{Mkf}} := \frac{C_{\text{Mkf}'}}{1 + \exp\left[-0,1 \exp\left(2,33 - 2,53 \frac{b_k}{h_p}\right)\right] \left[\frac{h_p}{s_k}\right] \tanh(8s_k/h_p)}, \quad (3.34)$$

wobei  $\varepsilon'_{r,k}$  die *effektive Permittivität* des Trägermaterials darstellt [16]:

$$\varepsilon'_{r,k} := \begin{cases} \frac{\varepsilon_{r,k} + 1}{2} + \frac{\varepsilon_{r,k} - 1}{2} \cdot B \left[1 + 0,04 \cdot \left(1 - \frac{b_k}{h_p}\right)^2\right] & , b_k > h_p, \\ \frac{\varepsilon_{r,k} + 1}{2} + \frac{\varepsilon_{r,k} - 1}{2} \cdot B & , b_k \leq h_p, \end{cases} \quad (3.35)$$

$$B := (1 + 12(h_p/b_k))^{-0,5}. \quad (3.36)$$

Diese berücksichtigt die Inhomogenität der Umgebung, hier im speziellen den Übergang vom Trägermaterial zur Umgebungsluft.  $Z_S$  ist die *charakteristische Impedanz* des Streifenleiters nach [27], basierend auf einer Approximation durch konforme Abbildungen nach [28]

$$Z_S := \frac{377 \Omega}{2\pi\sqrt{2(1 + \varepsilon_{r,k})}} \ln \left( 1 + \frac{4h_p}{b_{ke}} \left( \frac{14 + \frac{8}{\varepsilon_{r,k}} 4h_p}{11} + \sqrt{D} \right) \right), \quad (3.37)$$

$$\text{mit } D := \left( \frac{14 + \frac{8}{\varepsilon_{r,k}} 4h_p}{11} \right)^2 + \pi^2 \frac{1 + \frac{1}{\varepsilon_{r,k}}}{2}, \quad (3.38)$$

mit der *effektiven Streifenbreite*

$$b_{ke} := b_k + t_k \frac{1 + \frac{1}{\varepsilon_{r,k}}}{2\pi} \ln \left( 4e / \sqrt{\left( \frac{t_k}{h_p} \right)^2 + \left( \frac{1}{\pi} \frac{1}{\frac{b_k}{t_k} + \frac{11}{10}} \right)^2} \right), \quad (3.39)$$

welche einen Korrekturfaktor für die Höhe der Streifenleiter enthält. Sämtliche Zahlenwerte in diesen Ausdrücken entstanden aus rechnerischen Vereinfachungen und sind in den jeweiligen genannten Quellen genauer erläutert.

Die modifizierte Randkapazität  $C_{Mkf''}$  zur Berücksichtigung der Feldaufweitung am vorderen und hinteren Ende der Lamelle entspricht, mit Ausnahme der verwendeten Materialkonstante,  $C_{Mkf'}$ , solange das Trägermaterial des Motors mit dem Ende der Lamelle abschließt:

$$2C_{Mkf''} := (\sqrt{\varepsilon'_0}/c_0)Z_S - C_p; \quad c_0 \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}. \quad (3.40)$$

Die Lamellenkapazitäten  $C_{La}$  und  $C_{Li}$  berechnen sich wie folgt [26]:

$$C_{La} := \begin{cases} \varepsilon_0 \ln \left[ \frac{2 \frac{1 + \sqrt{k'}}{1 - \sqrt{k'}}}{\pi} \right] / \pi & , 0 \leq k^2 \leq 0,5 \\ \pi / \left( \varepsilon_0 \ln \left[ \frac{2 \frac{1 + \sqrt{k}}{1 - \sqrt{k}}}{\pi} \right] \right) & , 0,5 \leq k^2 \leq 1 \end{cases} \quad \text{mit} \quad \begin{cases} k := \frac{s_k}{s_k + 2b_k} \\ k' := \sqrt{1 - k^2} \end{cases}, \quad (3.41)$$

und

$$C_{Li} := \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_{r,k}}{\pi} \ln \left[ \coth \frac{\pi s_k}{4h_p} \right] + 0,65 \cdot C_{Mkf'} \left[ \frac{0,02}{s_k/h_p} \sqrt{\varepsilon_{r,k}} + 1 - \varepsilon_{r,k}^{-2} \right]. \quad (3.42)$$



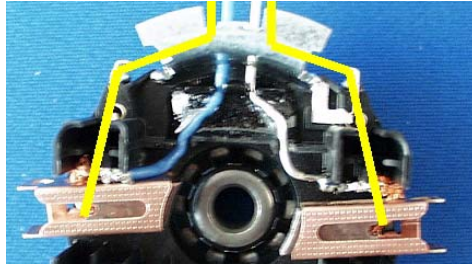
**Fehlerabschätzung.** Die Berechnung von  $Z_S$  ist mit Gl. (3.37) gegenüber der exakten Lösung mit einem Fehler kleiner 2% [29] möglich.  $C_{Mk}$  sowie  $C_L$  sind auf diese Weise gegenüber einer exakten Lösung für einen Streifenleiter für  $\varepsilon_{r,k} \geq 1$ ,  $b_k/h_k \geq 0,2$  sowie  $s_k/h_k \geq 0,05$  mit einem Fehler von kleiner 3% zu berechnen [26].

Zur Verifikation dieser Rechenvorschrift wurden Messungen von  $C_L$  sowie  $C_{Mk}$  an den vorhandenen Motoren durchgeführt und mit Berechnungen verglichen. Zur Abschätzung des Einflusses der Krümmung des Kommutators gegenüber einem flachen Streifenleiter wurden die jeweiligen Kapazitäten beider Anordnungen ebenfalls in einer Feldsimulationssoftware berechnet und die Ergebnisse verglichen. Die Ergebnisse der Feldsimulation stimmen sehr gut mit den Messungen überein. Für übliche Größenverhältnisse der Kommutatorlamellen (siehe Anhang) liegt der Unterschied zwischen Berechnung und Feldsimulation für  $C_{Mk}$ , hauptsächlich aufgrund der Lamellenkrümmung, bei etwa 20%. Dieser Faktor ist relativ konstant über  $l_k$  und kann daher in der praktischen Anwendung als Korrekturfaktor genutzt werden. Für  $C_L$  liegt der Unterschied bei etwa 10–15%. Ohne Berücksichtigung der Feldaufweitung an den Lamellenrändern läge der Fehler bei beiden Berechnungsmethoden gegenüber Messung und Feldsimulation bei über 100%.

## 3.4 Gehäuse und Zuleitungen

Motorgehäuse bestehen normalerweise aus einem elektrisch leitfähigen Material wie Stahl und besitzen abhängig von der Bauform eine gewisse elektrische Schirmwirkung. Ein solches Gehäuse ist über die erwähnte, in der Regel niederohmige, mechanische Lagerung einerseits mit der Welle verbunden und stellt andererseits durch äußere Befestigungen gegebenenfalls eine Masseanbindung zur Verfügung. Darüber hinaus kann auch der Minuspol der Zuleitungen leitend mit dem Gehäuse verbunden sein, wenn der Motor nur in eine Richtung dreht (zum Beispiel Gebläsemotoren).

Die elektrische Schirmfähigkeit des Gehäuses lässt sich im Modell als Kapazität darstellen. Eine wichtige Wirkungsweise des Gehäuses bezüglich leitungsgebundenen Störungen besteht hier in der Entstehung einer kapazitiven Verbindung zwischen den Bürstenzuleitungen, was im Hinblick auf Störemissionen besonders dann ins Gewicht fällt, wenn noch Filter in diesen Leitungsweg integriert sind. Die Leitungen besitzen desweiteren gewis-



**Bild 3.19:** Leitungsführung in einem Motorfuß [30]. Die blaue und weiße Zuleitung verkleinern die Induktivität der Zuleitungs-Stromschleife und ihre Kapazität zum (nicht dargestellten) Gehäuse gegenüber dem skizzierten Verlauf erheblich.

se Verluste und auch eine Induktivität, da durch das System „Hinleitung – Bürste – Kommutatorlamellen – Bürste – Rückleitung“ eine geschlossene Stromschleife entsteht.

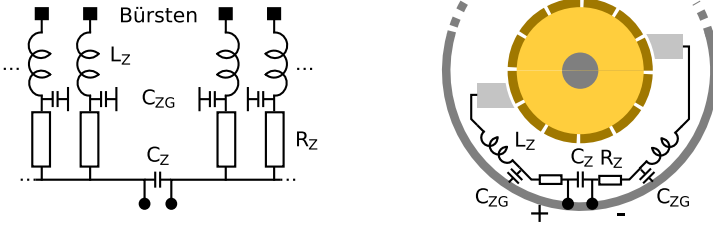
Die Zuleitungen von den Außenanschlüssen des Motors zu den Kohlebürsten werden normalerweise als Kupferplatten, Litze oder Lackdraht ausgeführt. Berücksichtigt werden muss die *Zuleitungsinduktivität*  $L_Z$ , die zwischen Gehäuse und Leiter entstehende *Zuleitungs-Masse-Kapazität*  $C_{ZG}$ , sowie die Ohmschen Verluste inklusive der im Grundlagenkapitel genannten Verdrängungseffekte  $R_Z$ . Gegebenenfalls existiert noch eine Kapazität  $C_Z$  zwischen Plus und Minus-Leiter.

Bild 3.19 zeigt eine beispielhafte Verlegung von Leitungen in einem zwei-poligen Motor. Für die Abschätzung der Leitungsinduktivität sollen die beiden Kohlebürsten als über den Kommutator kurzgeschlossen gelten. Die über der Grafik skizzierte Leitungsführung besitzt eine größere Leitungsinduktivität aufgrund der größeren Innenfläche, sowie eine größere Kapazität zum Gehäuse als Massepotenzial.

Abhängig von der Querschnittsform des Leiters ergeben sich verschiedene Parametrisierungsmöglichkeiten bezüglich der Ohmschen Verluste, der Kapazität zum Gehäuse und der Induktivität der Leitung. Die Ohmschen Verluste lassen sich ausreichend genau über (siehe Gl. (2.4), Gl. (2.13), Seite 11)

$$R_Z := \mathbf{l}_Z / (\kappa A_{l,\text{eff}}) \quad (3.43)$$

beschreiben, da die Leiter im Allgemeinen in genügend großem Abstand zu anderen stromführenden Leitern liegen und somit der Proximityeffekt



**Bild 3.20:** Links: Ersatzschaltbild der Bürstenzuleitungen. Rechts: Verlegung der Zuleitung zu zwei Bürsten im Motorgehäuse (Querschnitt).  $C_{ZG}$  beschreibt die verteilte Kapazität zwischen Leitung und Gehäuse über die gesamte Leitungslänge.

keine wesentliche Rolle spielt. Die Induktivität der Zuleitungen kann mittels einer Vereinfachung von Gl. (2.26), Seite 15 unter der Annahme, es gelte  $l/(2r_w) \approx 100$ , mit  $l = 2\pi r$  und  $r$  als Schleifenradius folgendermaßen approximiert werden:

$$L_Z \approx \frac{l_Z \mu_0}{2\pi} \left( \ln \frac{800}{\pi} - 1,5 \right) \approx l_Z \cdot 2 \cdot 10^{-7} \cdot 4 \frac{\mu\text{H}}{\text{m}} = l_Z \cdot 0,8 \frac{\mu\text{H}}{\text{m}}. \quad (3.44)$$

Dieser Wert stellt auch bei kreisähnlichen Schleifenformen noch eine ausreichende Approximation dar. In [12] und [31] werden Korrekturfaktoren für nicht kreisförmige Leiterschleifen angegeben.

Die Massekapazität der Zuleitung kann durch einen Kondensator modelliert werden. Zur Parametrisierung des Kondensators bietet sich abhängig von der Form der Zuleitung das Streifenleitermodell für  $C_{Mk}$  aus Kapitel 3.3.2 oder das Rundleitermodell für  $C_{Ma}$  aus Kapitel 3.2.5 an. Je nach Modell werden hier Breite  $b_Z$  oder Radius  $r_Z$  des Leiters und seine Länge  $l_Z$  benötigt sowie dessen Abstand  $d_Z$  zum Gehäuse.

Zusammenfassend muss jedoch gesagt werden, dass die Modellierung der Leitungsverläufe im Motorfuß und die Parametrisierung dieser Modelle aufgrund der vielen verschiedenen Gestaltungsmöglichkeiten des Fußes oftmals so aufwändig ist, dass eine messtechnische oder simulationstechnische Parametrisierung vorgezogen werden sollte. Hierbei sollten die Leitungen am Anschluss der Kohlebürsten kurzgeschlossen werden und dann die Impedanz  $Z_Z$  vom Anschluss des Motors gemessen werden. In der Regel lässt sich diese Impedanz durch eine geeignete Parametrisierung des in Bild 3.20 gezeigten Ersatzschaltbildes nachbilden.



# Kapitel 4

## Implementierung

In diesem Kapitel wird die softwaremäßige Implementierung des Modells beschrieben. Es wird im speziellen darauf eingegangen, wie die theoretischen Überlegungen des Modellierungsvorganges in Software umsetzbar sind und in welchen Fällen weitere Vereinfachungen notwendig sind, beispielsweise aufgrund von begrenzter Rechenkapazität.

### 4.1 Modellgenerator

Eine allgemeingültige Darstellung des Motors durch ein festes elektrisches Ersatzschaltbild ist aufgrund der Tatsache, dass einige Parameter die Anzahl der benötigten Bauteile sowie deren Verbindungen untereinander verändern, nicht möglich. Deshalb lässt sich das Modell nicht direkt als Netzliste für eine Schaltungssimulation formulieren. Zudem erfordert die Parametrisierung der Bauteile im Modell in jedem Fall zusätzliche rechnerische Schritte. Deshalb wurde ein *Modellgenerator* entwickelt, welcher diese Rechenschritte durchführt, damit ein für die gegebenen Parameter passendes Modell erstellt, eine Simulation durchführt und die Simulationsergebnisse aufbereitet.

Wegen der benötigten mathematischen Funktionen wurde der Modellgenerator in der numerischen Software MATLAB implementiert. Diese erlaubt eine einfache Behandlung von Parametern unabhängig davon, ob sie skalar oder vektoriell sind, und bietet vielfältige Möglichkeiten zur Weiterverarbeitung der Ergebnisse. Auch wurden die in diesem Kapitel ebenfalls erläuterten Optimierungsverfahren in MATLAB implementiert.

Die Funktionsweise des Modellgenerators ist in Bild [4.1](#) schematisch dargestellt. Er lässt sich grob in sechs Abschnitte unterteilen:

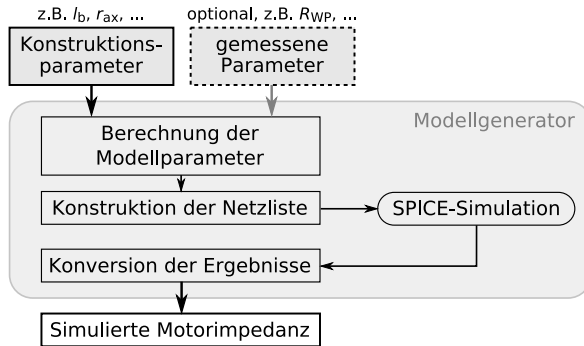


Bild 4.1: Ablaufplan des Modellgenerators.

**Berechnung der Modellparameter.** Im ersten Schritt werden die Konstruktionsparameter (siehe Kapitel A, Seite 85) des Motors verwendet, um diejenigen Modellparameter zu bestimmen, welche eine direkte Äquivalenz im Ersatzschaltbild besitzen. Hierzu zählen die in den vorigen Abschnitten erwähnten Werte für die Induktivitäten und Kopplungskapazitäten der Ankerwindungen, die Kapazitäten des Kommutators und die Versorgungsleitungen der Bürsten.

**Konversion der Modellparameter.** Im zweiten Schritt werden diese Werte dann in entsprechende SPICE-Variablen übertragen. Für einige Parameter besteht die Möglichkeit, anstatt eines skalaren Wertes alternativ einen Vektor der Länge  $Q$  (Anzahl der Ankernuten) oder einen Wertebereich anzugeben, welcher dann für die jeweilige Ankerwindung verwendet wird. Zum Beispiel können unterschiedlich große Wicklungen für jede Ankernut berücksichtigt werden, was besonders dann eine Rolle spielt, wenn die Wicklungen aufgrund der Sehnung aufeinander gewickelt wurden und außen liegende Wicklungen größere Abmessungen aufweisen als innen liegende.

**Ankerwindungen und Querkapazitäten.** Anschließend werden die  $Q$  Ankerwicklungen des Motors in die Netzliste eingetragen. Für jede Ankerwicklung existieren die drei Wicklungsinduktivitäten  $L_{WL}$ ,  $L_{WM}$  und  $L_{WR}$ , Wicklungskapazitäten  $C_{WL}$ ,  $C_{WM}$  und  $C_{WR}$  mit Ohmschen Verlusten  $R_{W\text{s}L}$ ,  $R_{W\text{s}M}$  und  $R_{W\text{s}R}$  sowie magnetischen Verlusten  $R_{W\text{p}L}$ ,  $R_{W\text{p}M}$  und  $R_{W\text{p}R}$ . Zusätzlich werden hier die Querkapazitäten  $C_C$  definiert und abhängig von der Wicklungssehnung  $s_a$

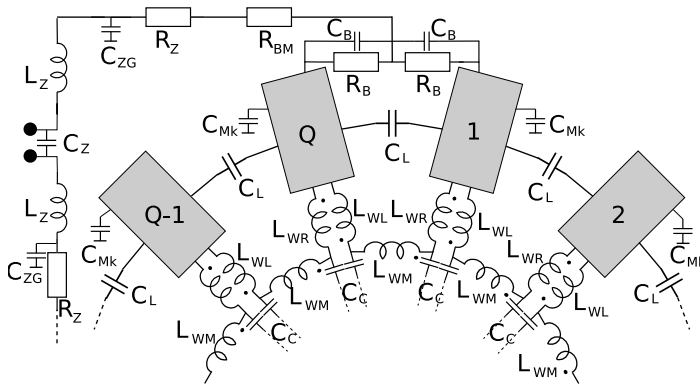
verbunden sowie die Wicklungs-Massekapazitäten  $C_{Ma}$  gegen Masse (Knoten 0) verbunden.

**Gegeninduktivitäten.** Der vierte Abschnitt befasst sich mit der Definition der Gegeninduktivitäten (siehe Kapitel 3.2.3, Seite 29). Abhängig von der Anzahl Ankernuten  $Q$  wird zwischen jedem Wicklungspaar ein Kopplungsfaktor aus dem Vektor  $\mathbf{k}_W$  verwendet. Aufgrund der komplexen Zusammenhänge zwischen Ankermaterial, Geometrie, Wicklungsart und dem Kopplungsfaktor besteht alternativ die Möglichkeit, einen gemessenen Kopplungsfaktor für jede Kombination von zwei Wicklungen auf dem Anker direkt anzugeben.

**Bürsten und Zuleitungen.** Anschließend werden die Lamellen- und Massekapazitäten des Kommutators ( $C_L$ ,  $C_{Mk}$ ) in die Netzliste eingetragen, und für jede Kohlebürste ihr Widerstand  $R_{BM}$  und abhängig von ihrer Lamellenüberdeckung eine Anzahl Übergangswiderstände  $R_B$  und Übergangskapazitäten  $C_B$  zu den Kommutatorlamellen festgelegt. Der Parameter  $O_B$  im Modellgenerator ermöglicht es, weitere Verbindungen zwischen Bürste und zusätzlichen Lamelle zu definieren, falls dies aufgrund der erwünschten Bürstenstellung erforderlich ist. Ferner werden die Zuleitungen mit den Elementen  $L_Z$ ,  $C_Z$ ,  $C_{ZG}$  und  $R_Z$  modelliert und ein Anschluss zu jeweils dem Plus- oder Minuspol des Motors geschaffen.

**Simulation und Ausgabe.** Der letzte Schritt startet den Simulationsvorgang mit SPICE, liest die Ergebnisse ein und erstellt hieraus eine Liste von frequenzabhängigen Impedanzwerten. Wurde dem Modellgenerator eine Datei mit Messungen als Referenz übergeben, wird zwecks eines genaueren Vergleiches die Simulation an den gleichen Frequenzstützpunkten durchgeführt, an welchen gemessen wurde.

Die so berechnete frequenzabhängige und komplexe Impedanz kann dann beispielsweise für eine grafische Darstellung des Impedanzverlaufes oder für eine Optimierung durch gezielte Veränderung der Konstruktionsparameter verwendet werden.



**Bild 4.2:** Schematische Teildarstellung eines Motormodells mit einer Bürstenverbindung über zwei Kommutatorlamellen. Die  $L_{WL}$ ,  $L_{WM}$ ,  $L_{WR}$  enthalten ihre jeweiligen parasitären Komponenten nach Bild 3.3.

## 4.2 Generierte Netzliste

Die im vorigen Kapitel genannten Komponenten werden vom Modellgenerator in Form einer Netzliste als elektrisches Schaltbild formuliert, um von SPICE analysiert zu werden. Zur Anschauung ist eine mögliche Zusammensetzung dieser Komponenten in Bild 4.2 schematisch als Ersatzschaltbild dargestellt. Es folgt eine kurze Erklärung des Modells.

Die großen Flächen 1...  $Q$  stellen die Kommutatorlamellen dar. Jede Lamelle besitzt eine Massekapazität  $C_{Mk}$ , zwischen je zwei Lamellen existiert eine Lamellenkapazität  $C_L$ . Zwischen zwei Kommutatorlamellen besteht zudem eine Verbindung über die drei verlustbehafteten Induktivitäten  $L_{WL}$ ,  $L_{WM}$  und  $L_{WR}$ , welche jeweils ihre parasitären Komponenten  $C_W$ ,  $R_{Ws}$ ,  $R_{Wp}$  und  $C_{Ma}$  beinhalten. Zwischen den Windungsteilen ist jeweils die Querkapazität  $C_C$  zwischen in derselben Ankernut verlaufenden Windungen eingefügt, deren zweiter Anschluss abhängig von  $s_a$  zu einer gegenüberliegenden Wicklung führt.

Von den Kommutatorlamellen aus führen ferner die Bürsten-Kontaktimpedanz aus  $R_B$  und  $C_B$ , der Bürstenmaterialwiderstand  $R_{BM}$ , der Zuleitungswiderstand  $R_Z$  sowie die Zuleitungsimpedanz  $L_Z$  und die Zuleitungs-Massekapazität  $C_{ZG}$  schließlich an der Zuleitungskapazität  $C_Z$  vorbei zu den Motoranschlüssen.



## 4.3 Parametrisierung

Für die Berechnung der im voranstehenden Kapitel beschriebenen Modellparameter werden die in Kapitel A, Seite 85 genannten Konstruktionsparameter des Motors benötigt.

Aufgrund der Tatsache, dass einige dieser Parameter nicht exakt bestimmbar sind oder eine exakte Festlegung die Komplexität des Modells erheblich vergrößern und damit seine Aussagekraft vermindern würde, werden sämtliche Konstruktionsparameter für den Zweck der Modellierung wie folgt in drei Klassen A, B und C unterteilt und teilweise unterschiedlich behandelt:

- A Exakt bestimmbare Werte. Angaben wie die Anzahl der Windungen pro Ankerwicklung oder die Anzahl der Kommutatorlamellen können genau angegeben werden, und für industriell hergestellte Motoren kann davon ausgegangen werden, dass beispielsweise die Ankerlänge  $l_{\text{an}}$  oder die Wicklungsdrahtlänge  $l_{\text{ak}}$  im Rahmen der Messgenauigkeit konstant sind.
- B Approximierte Werte mit gewisser Fehlertoleranz. Die genaue Geometrie jeder Wicklung (zum Beispiel  $r_{\text{aw}}$ ,  $b_{\text{aw}}$ ,  $h_{\text{aw}}$ ,  $z_{\text{aw}}$ ) beinhaltet gewisse Toleranzen, schwankt aber nicht um Größenordnungen und ist zwischen Exemplaren derselben Motorserie weitgehend gleich.
- C Grob geschätzte oder stochastisch verteilte Werte, welche auch über mehrere Größenordnungen schwanken können. Angaben wie beispielsweise der Abstand zwischen zwei Windungen auf dem Motoranker ( $d_c$ ) können nicht genau angegeben werden, da diese sowohl innerhalb eines Motors als auch zwischen Exemplaren derselben Motorserie unter Umständen stark schwanken.

Diese Unterscheidung ist für die Verwendung der Optimierungsverfahren relevant, welche in Kapitel 4.5 eingeführt werden. Abhängig von der gewünschten Genauigkeit des zu erstellenden Modells kann Parametern der Klasse „B“ und/oder „C“ optional ein Wertebereich zugeordnet werden. So können beispielsweise potenzielle Impedanzextrema auch ohne genaue Kenntnis dieser Parameter gefunden werden.

Eine Liste der notwendigen Parameter mit ihrer Klassifizierung, und Rechenvorschriften oder Approximationen für die nicht exakt bestimmbaren Parameter, findet sich im Anhang (Tabelle A.1, Seite 85).

## 4.4 Gültigkeitsbereich

$L_W$ ,  $R_{WP}$  und  $k_W$ , nach Kapitel 3.2.7 aufgeteilt, weisen – hauptsächlich aufgrund der Feldverdrängungseffekte im Ankerkern – eine Frequenzabhängigkeit auf. Für  $L_W$  wurde diese Frequenzabhängigkeit über den Magnetkreis im Anker und dessen magnetischen Widerstand analytisch modelliert. Der Widerstand  $R_{WP}$ , welcher die Ankerverluste modelliert, wurde aufgrund der aufwändigen Parametrisierbarkeit stattdessen mit Messwerten parametrisiert (vergleiche Bild 3.2).

Die Simulation im Frequenzbereich („AC-Simulation“) erlaubt allerdings keine Definition von magnetisch verkoppelten, frequenzabhängigen Impedanzen. Zudem ist der frequenzabhängige Verlauf von  $L_W$  und  $k_W$  lediglich unterhalb von etwa 10 MHz relevant. Oberhalb dieser Grenze werden Ströme zunehmend durch die Wicklungskapazitäten kurzgeschlossen und damit nimmt sowohl die Wirkung der Wicklungsinduktivitäten als auch die Ankerblechpermeabilität ab. Daher wird für  $L_W$  statt einem analytisch parametrisierten SPICE-Modell ein einfaches Spulenmodell verwendet (Gl. (2.31)) und zusätzlich ein Korrekturfaktor ermittelt, welcher die Frequenzabhängigkeit der Induktivität des Wicklungspakets beschreibt. Der Imaginärteil der simulierten Motorimpedanz  $\Im\{1/Z_M\}^{-1}$  wird dann mit dem berechneten Korrekturfaktor multipliziert. Dies ist korrekt, solange die Frequenzabhängigkeit  $L_W$  nur unterhalb derjenigen Frequenz eine Änderung verursacht, unter welcher die Wicklungsinduktivitäten den Wert von  $\Im\{1/Z_M\}^{-1}$  dominieren.

## 4.5 Optimierung

Im folgenden Kapitel wird die Verwendung des Modellgenerators zur Optimierung des Impedanzverlaufes von Motoren beschrieben.

### 4.5.1 Zielsetzung

Eines der Ziele der Motormodellierung ist es, ein besseres Verständnis der Abhängigkeit zwischen den Konstruktionsparametern von DC-Motoren und deren Impedanzverlauf zu erlangen. Mit Hilfe dieses Wissens soll die Konstruktion solcher Motoren im Hinblick auf ihre EMV zielgerichteter ver-

laufen können. Hierfür ist es notwendig, Zusammenhänge zwischen Konstruktionsparametern und dem Impedanzverlauf des Motors erkennen und entsprechend nutzen zu können, um die Impedanz an gewünschten Stellen entsprechend zu modifizieren.

Für die meisten Aspekte des Impedanzverlaufs ist dieses Ziel mit der Modellierung erreicht worden. Beispielsweise ist ein direkter Zusammenhang zwischen dem Impedanzanstieg im unteren Frequenzbereich bis zur ersten Resonanz und der Induktivität der Ankerwicklungen sowie den im Grundlagenkapitel angesprochenen Stromverdrängungseffekten offensichtlich, und die Konstruktionsparameter, die die Induktivität der Wicklungen festlegen, wurden identifiziert. Andere Parameter können allerdings auf sehr vielfältige Weise miteinander verknüpft sein, so dass hier nicht offensichtlich ist, welche Änderung(en) von Konstruktionsparametern eines Motors eine gegebene Impedanzkurvenänderung hervorgerufen haben können.

Eine freie Variation sämtlicher Konstruktionsparameter wäre wenig zielgerichtet, da einerseits die Funktionsfähigkeit der Motoren gewährleistet bleiben muss und auch nicht jede Parameterkombination konstruktiv realisiert werden kann. Da die meisten Konstruktionsparameter aber bekannt und weitgehend konstant sind, ist eine Variation sämtlicher Parameter in den meisten Fällen gar nicht notwendig.

Ein Optimierungsverfahren hätte demnach zwei Anwendungsmöglichkeiten:

- Während der Modellentwicklung und für spätere Modifikationen des Modells erfüllt es eine Verifikationsfunktion, indem es eine Überprüfung ermöglicht, wie genau das neue Motormodell innerhalb sinnvoller Wertegrenzen für die Konstruktionsparameter der Güteklassen  $C$  und gegebenenfalls  $B$  den bekannten Impedanzverlauf des existierenden Motors nachbilden kann.
- Mit so verifizierten Konstruktionsparametersätzen ist es im Anschluss möglich, zu erörtern, wie die Konstruktionsdaten des Motors verändert werden müssen, um eine gewünschte *neue* Veränderung der Impedanzkurve zu bewirken.

### 4.5.2 Ansatz

Zunächst wird die Optimierungsaufgabe genauer formuliert, um eine geeignete Optimierungsmethode auswählen zu können.

Aufgrund des nichtlinearen Zusammenhanges zwischen Konstruktionsparametern und Impedanz mit lokalen Optima ist das gegebene Optimierungsproblem zunächst nichtlinear. Die Bildung von Gradienten der zu optimierenden Funktion ist möglich, aber aufgrund der Komplexität der Funktion nicht praktikabel (vergleiche Kapitel 2.5.2). Daher muss ein Verfahren verwendet werden, welches keine Gradientenbildung erfordert. Zudem soll noch trotz der Nichtlinearität nach einem globalen Optimum gesucht werden.

### 4.5.3 Algorithmus

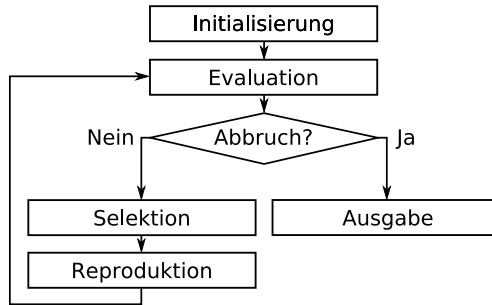
Gesucht ist also ein Verfahren, welches mit Eingabewerten innerhalb eines *beschränkten*, aber *sehr großen* Wertebereiches ein *globales Optimum* einer *nichtlinearen*, lediglich *numerisch auswertbaren* Funktion *mehrerer* Variablen *ohne Gradientenbildung* finden kann.

Aufgrund dieser Vorbedingungen beschränkt sich die Auswahl auf stochastische Verfahren, da es weder möglich ist, den gesamten Raum abzusuchen, noch auf analytische Weise nach einem Optimum zu suchen. Diese Aufgabe ist mit evolutionären Suchalgorithmen lösbar. Hierzu gehört auch der *Genetische Algorithmus*, welcher in den 1960er Jahren von John Holland entwickelt wurde [32]. Der Genetische Algorithmus bildet den Prozess der biologischen Evolution nach (siehe auch Bild 4.3). Durch den ebenfalls von Holland formulierten *Schemasatz* [32] wird bewiesen, dass seine Anwendung mit fortschreitenden Iterationen (oder *Generationen*) zu immer besseren Ergebnissen führt.

Der Ablauf des Genetischen Algorithmus lässt sich wie folgt beschreiben:

**Initialisierung** Im ersten Schritt wird eine Startpopulation von möglichen *Individuen* mit zufälligen Eingabeparametern generiert. Ein Individuum besteht aus einem Satz von Eingabewerten und Ausgabewerten (in diesem Falle einem Satz Motor-Konstruktionsparameter und einem simulierten Impedanzverlauf).

**Evaluation** Anschließend wird jedes dieser Individuen mit Hilfe einer Fehlerfunktion bewertet. In diesem Fall wird die berechnete Impedanz mit einer gegebenen Ziel- oder Referenzimpedanz verglichen. Je kleiner der Rückgabewert der Fehlerfunktion, desto höher ist die Güte des Individuums.



**Bild 4.3:** Ablaufdiagramm des Genetischen Algorithmus.

**Prüfung der Abbruchbedingung** Ist eine vorher definierte Abbruchbedingung, wie eine maximale Anzahl Generationen oder ein Grenzwert für die Güte, erreicht worden, bricht der Algorithmus ab und gibt das bis zu diesem Zeitpunkt gefundene Individuum mit der höchsten Güte zurück. Ansonsten wird mit der Selektion fortgefahren.

**Selektion** Anhand der Güte wird eine Anzahl Individuen ausgewählt. Dies können, müssen aber nicht diejenigen mit der höchsten Güte sein. Ein gewisser stochastischer Anteil bei der Selektion kann, abhängig von der Problemstellung, die Wahrscheinlichkeit verringern, dass ein lokales Optimum anstatt dem globalen gefunden wird.

**Reproduktion** Aus den ausgewählten Individuen werden durch Kombination der Eingabeparameter zweier Individuen („Kreuzung“), oder durch zufälliges Verändern („Mutation“), neue Individuen generiert und mit diesen im zweiten Schritt (Evaluation) des Genetischen Algorithmus fortgefahren. Sowohl für Kreuzung als auch für die Mutation existieren wiederum verschiedene Algorithmen.

#### 4.5.4 Fehlerfunktion

Die Fehlerfunktion gibt einen skalaren Ausgabewert  $e$  zurück, welcher um so kleiner wird, je kleiner der Unterschied zwischen berechnetem und erwünschtem Ergebnis der zu optimierenden Funktion wird.

Die einfachste, mathematisch sinnvolle, Beschreibung des Unterschiedes zweier komplexer Impedanzverläufe  $\underline{Z}_1(f)$ ,  $\underline{Z}_2(f)$  besteht darin, die Diffe-

renz an jeder ausgewerteten Frequenz  $f_i$  zu ermitteln und diese Differenzen, gewichtet entsprechend der Frequenz-Schrittweite  $f_i - f_{i-1}$ , aufzusummieren. Da kleine Abweichungen zwischen Simulation und beispielsweise einer Messung aufgrund von Messrauschen und der höheren Komplexität der realen Motorimpedanz unvermeidbar sind (vergleiche auch Kapitel 3.1), sollen diese aber überproportional weniger gewichtet werden. Zudem sollen positive und negative Abweichungen sich nicht gegenseitig aufheben. Daher werden die einzelnen Differenzen quadriert. Zudem wird noch die Tatsache berücksichtigt, dass der Impedanzverlauf aufgrund seiner Werteverteilung doppelt logarithmisch betrachtet und skaliert wird, und daher werden die Differenzen ebenfalls logarithmiert gebildet. Der Fehlerwert  $e$  ergibt sich demnach wie folgt:

$$e := \sum_i |\log_{10}(|\underline{Z}_2(f_i)|) - \log_{10}(|\underline{Z}_1(f_i)|)|^2 \cdot (\log_{10} f_i - \log_{10} f_{i-1}). \quad (4.1)$$

Weitere, aufwändigere Ansätze wie der Vergleich von Extremstellen, der segmentweise Vergleich von an Extremstellen aufgetrennten Teilkurven und der Vergleich der Kurvensteigungen wurden ebenfalls auf ihre Tauglichkeit für die Bildung einer Fehlerfunktion zur Optimierung evaluiert. Hier ergab sich aber trotz teilweise deutlich höherer Komplexität keine signifikante Beschleunigung des Optimierungsprozesses. Zudem existiert bei der Kombination von Fehlerfunktionen das Problem der optimalen Gewichtung ihrer Rückgabewerte, welches an sich bereits ein eigenes Optimierungsproblem darstellt.

Für eine möglichst allgemeingültig verwendbare und stabile Optimierungsfunktion ist eine Fehlerdefinition über die Bildung von quadrierten Differenzenwerten ausreichend und stellt die praktikabelste Lösung dar.

Die Verwendung des Modellgenerators und des Optimierungsprozesses wird im nächsten Kapitel näher beschrieben.

# Kapitel 5

## Anwendung

In diesem Kapitel werden einige Anwendungsmöglichkeiten für den Modellgenerator beschrieben. Darüber hinaus wird die Funktionsfähigkeit des Generators anhand einiger Beispiele demonstriert. Zunächst sollen jedoch einige Überlegungen zu der zu erwartenden Genauigkeit der Ergebnisse festgehalten werden.

### 5.1 Genauigkeitserwartungen

Ein Simulationsmodell kann keine Ergebnisse besserer Qualität liefern als die Qualität seiner Eingabeparameter. Konstruktionsparameter der Güteklasse  $C$  (siehe Kapitel 4.3, Seite 57) stehen teilweise nicht exakt zur Verfügung und einige Parameter werden an mehreren Stellen verwendet, an denen zwar dasselbe Phänomen auftritt, aber die genauen Werte sich unterscheiden können. Ein Beispiel hierfür wären die Abstände  $d_w$  und  $d_c$ , welche genau genommen für jede Windung jeder Wicklung separat definiert werden müssten.

Bei der Entwicklung dieses Modells beziehungsweise der Verwendung gewisser Modellparameter wurde daher auf die folgenden Punkte besonders Rücksicht genommen:

- Das Modell soll den leitungsgebundenen Impedanzverlauf des Motors nachbilden können, so wie er an den Anschlussklemmen des Motors gemessen wird – ohne gegebenenfalls einbaubare Entstörelemente. Deshalb sind nur Parameter relevant, welche den Impedanzverlauf auch in dem verwendeten Frequenzbereich messbar beeinflussen.

- Das Modell soll *verständlich* und *praktikabel* bleiben, also die Ursachen seiner elektrischen Eigenschaften erkennbar werden lassen und gleichzeitig in akzeptabler Rechenzeit verwendbare Ergebnisse liefern. Eine zu große Komplexität würde dies erschweren.
- Viele elektrische Eigenschaften ändern sich abhängig von Umwelteinflüssen, wie Temperatur oder Luftfeuchtigkeit. Ein Beispiel hierfür ist bei den hier verwendeten Motoren die Permittivität des Materials unter den Kommutatorlamellen. Solche Einflüsse sind sehr komplex und ohne einen großen Zusatzaufwand (beispielsweise die Verwendung einer Klimakammer) nicht zu kontrollieren und wurden daher nicht berücksichtigt. Andere Eigenschaften (zum Beispiel die Temperaturabhängigkeit der Ohmschen Verluste in den Ankerwicklungen) hatten auf die Ergebnisse keinen messbaren Einfluss und fanden daher keine Berücksichtigung. Das Modell ist jedoch in dieser Hinsicht beliebig erweiterbar.

Für nicht exakt bestimmbare oder stark schwankende Parameter, welche aber einen potenziell großen Einfluss auf das Modell haben, besteht die Möglichkeit, eine Simulation über einen Wertebereich durchzuführen, um mehrere innerhalb dieses Wertebereiches möglichen Impedanzverläufe zu erhalten. Diese Möglichkeit wird in der noch folgenden Sensitivitätsanalyse anhand einiger Beispiele demonstriert.

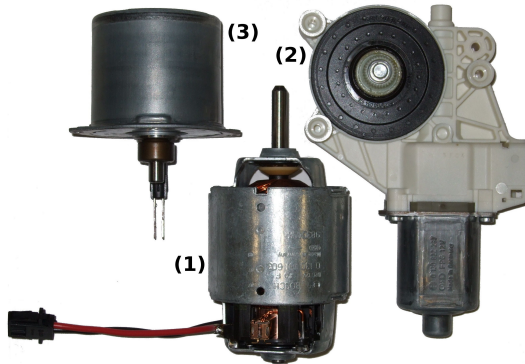
## 5.2 Vorbereitungen

Vor der erfolgreichen Anwendung des Modells müssen die erforderlichen Daten des zu modellierenden Motors gesammelt und einige Entscheidungen bezüglich der Modellierungsart getroffen werden. In den folgenden Abschnitten wird zunächst hierauf sowie auf die verwendeten Motoren eingegangen und die Messung der zu simulierenden Motorimpedanzen beschrieben.

### 5.2.1 Verwendete Motoren

Für diese Arbeit standen drei verschiedene Motortypen zur Verfügung, welche nun kurz vorgestellt werden. Alle drei Motoren sind in Bild 5.1 dargestellt.





**Bild 5.1:** Die zur Modellvalidierung und für Tests verwendeten Motoren der Typen „DPO“ (1), „FPG2“ (2) und „L“ (3).

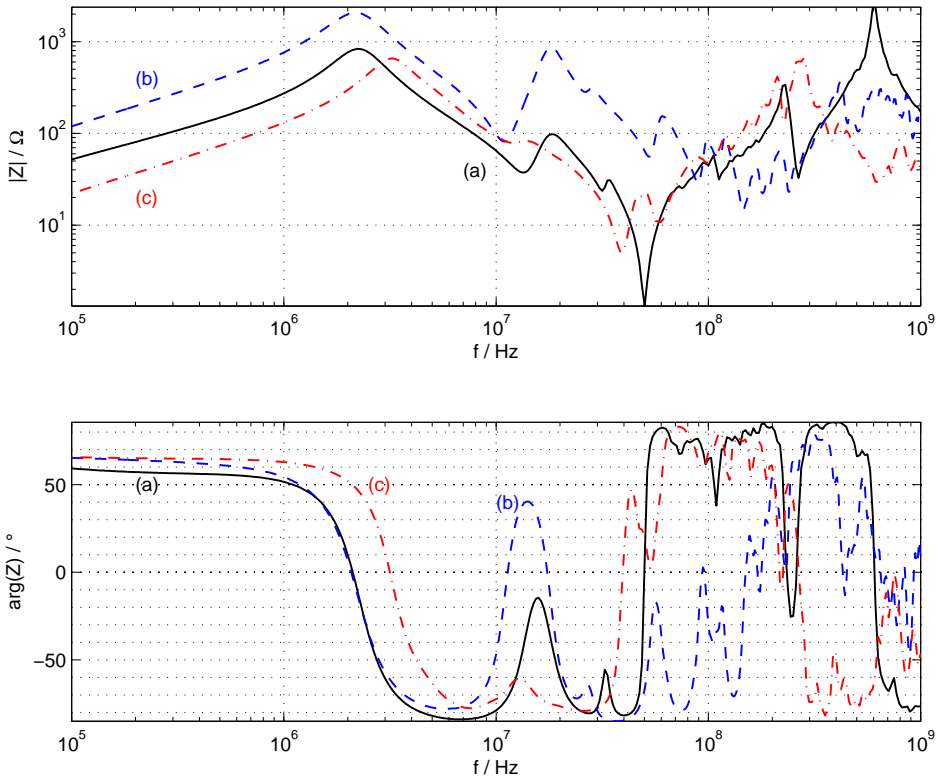
Der Motor des Typs „DPO“ ist ein KFZ-Klimaanlagengebläsemotor mit einem Polpaar ( $N_B = 2$ ) und zwölf Ankernuten ( $Q = 12$ ). Er besitzt ein offenes Gehäuse und kann optional mit integrierten Drosseln zur Störemissionsdämpfung ausgestattet werden (diese wurden im Rahmen dieser Arbeit nicht verwendet). Die Stromversorgung des Kommutators erfolgt über eine Verbindung aus Kupferlitze und leicht versetzt angebrachten Bürsten.

Der Typ „FPG2“ ist ein Fensterhebermotor mit  $N_B = 2$ ,  $Q = 10$  und deutlich kleineren Maßen. Er besitzt ein vollständig geschlossenes Gehäuse sowie konstruktionsbedingt seitlich abgeflachte Statormagnete. Die Stromversorgung der Bürsten erfolgt über eine starre Kupferplatte und ist asymmetrisch angelegt, die beiden Bürsten haben also eine unterschiedliche Zuleitungslänge.

Der Typ „L“ ist ein Wischermotor mit  $N_B = 4$ ,  $Q = 12$  und einem ebenfalls geschlossenen Gehäuse. Die Stromversorgung erfolgt im Gehäuse teils über Stahlplatten und teils über Kupferdraht. Die vier Bürsten sind symmetrisch über jeweils  $90^\circ$  über den Anker verteilt.

Sämtliche Motoren besitzen Dauermagneten im Stator und keine Erregerwicklungen (vgl. Bild 2.1, Seite 7). Die Energieversorgung erfolgt für sämtliche Motoren über das 12 V-Bordnetz des Kraftfahrzeugs.

Die übrigen Motordaten sind im Anhang (Kapitel C, Seite 88) aufgeführt.



**Bild 5.2:** Gemessener Impedanzverlauf der drei Motoren „DPO“ (a), „FPG2“ (b) und „L“ (c) nach Betrag und Phase.

## 5.2.2 Impedanzmessungen

Für die Modellvalidierung müssen die Impedanzen der verwendeten Motoren bekannt sein. Mit einem Netzwerkanalysator wurde der frequenzabhängige Reflexionsfaktor  $S_{11}$  gemessen. Hierbei wurde insbesondere darauf geachtet, dass die Kommutatorstellung der der Modellierung entspricht.  $S_{11}$  wurde anschließend in einen Impedanzwert umgewandelt, dieser ist für jeden Motor in Bild 5.2 dargestellt:

$$Z(f) := Z_0 \cdot \frac{1 + S_{11}(f)}{1 - S_{11}(f)} ; \quad Z_0 := 50 \Omega. \quad (5.1)$$

### 5.2.3 Verwendung messtechnisch bestimmter Parameter

Der Modellgenerator bietet die Möglichkeit, alternativ zu einer mathematischen Formulierung eines Parameters das Ergebnis einer Messung direkt zu verwenden. Dies ist beispielsweise für eine vollständige Beschreibung der Eigenschaften des Ankermaterials erforderlich (vergleiche Kapitel 4.4).

Wie bereits in Kapitel 3.2.3 erwähnt, können Koppelfaktoren und magnetische Verluste der Ankerwindungen alternativ zur analytischen Rechnung messtechnisch bestimmt werden und anschließend in das Modell eingefügt werden. Die Koppelfaktoren  $k_{\mathbf{W}}$  wurden ermittelt, indem mit einem Netzwerkanalysator unterhalb der Resonanzfrequenzen beider Wicklungen die Reflektionsfaktoren  $S(i)$  und  $S(i + j)$  sowie der Transmissionsfaktor  $S(i \rightarrow i + j)$  zwischen zwei auf einen Anker befindlichen Wicklungen  $i$  und  $i + j$  gemessen und dann nach Gl. (5.1) in Impedanzen  $Z(i)$ ,  $Z(i + j)$  sowie  $Z(i \rightarrow i + j)$  umgewandelt wurden. Aus diesen wurden dann nach dem bereits in der Beschreibung zu Bild 3.2 erwähnten RL-Parallelschaltungsmodell die Selbstinduktivitäten  $L(i)$ ,  $L(i + j)$ , Gegeninduktivität  $M(j)$ , und die magnetischen Verluste ermittelt. Somit kann wiederum der Koppelfaktor  $k_{\mathbf{W}}(j)$  dann wie folgt bestimmt werden:

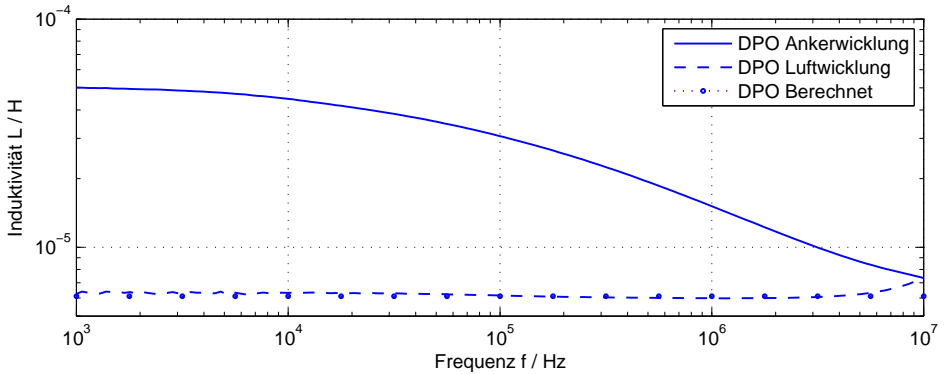
$$k_{\mathbf{W}}(j) = M(j) / (j\omega \sqrt{L(i) \cdot L(i + j)}). \quad (5.2)$$

Die so ermittelten Koppelfaktoren  $k_{\mathbf{W}}$  sind durch den niedrigeren magnetischen Widerstand des Ankermaterials im unteren Frequenzbereich weitgehend unabhängig von der exakten Positionierung der Wicklung in den Ankernuten.

Die Wicklungsinduktivitäten können mit zunehmender Frequenz unterhalb einen Wert einer äquivalenten Luftwicklung sinken, da das magnetische Feld aufgrund des Skineffektes nahezu vollständig aus dem Ankermaterial verdrängt wird (vergleiche Kapitel 2.3.4). In Nichtleitern, wie etwa Luft, kann dieser Effekt nicht auftreten, da dort keine Wirbelströme entstehen können.

### 5.2.4 Interpretation

Im Folgenden wird der in Bild 5.2 gezeigte Impedanzverlauf der drei Motoren genauer betrachtet und interpretiert. Insbesondere sei darauf hinge-



**Bild 5.3:** Der implementationsbedingt notwendige Korrekturfaktor für  $L_W$  wurde messtechnisch durch einen Vergleich der Induktivität einer Ankerwicklung mit einer identischen Luftwicklung verifiziert. Zum Vergleich ein mit Gl. (2.29) berechneter Wert für  $L_W$ .

wiesen, dass trotz teilweise erheblicher Unterschiede der Parameter für alle drei Motoren sehr ähnliche Impedanzverläufe zu beobachten sind.

Die Impedanzverläufe unterscheiden sich generell in Abhängigkeit von der genauen Bürstenstellung und vom Betriebszustand wenig voneinander [33]. Dies liegt zum einen daran, dass die Bürsten der betrachteten Motoren so dimensioniert sind, dass grundsätzlich zwei Kommutatorlamellen überdeckt werden, so dass es nicht zu Induktivitätsschwankungen im unteren Frequenzbereich kommt. Zum anderen haben Unterschiede bezüglich der genauen Position und Ausrichtung der Wicklungen innerhalb des Ankers wenig Einfluss auf den Impedanzverlauf.

Der Impedanzverlauf kann zunächst über die Frequenz grob in drei Abschnitte eingeteilt werden:

Unterhalb des ersten Impedanzmaximums dominieren die über  $k_W$  verkoppelten Wicklungsinduktivitäten  $L_W$  zusammen mit den Verlusten innerhalb der Windungen und des Ankers.

Bei etwa 2-3 MHz liegt die primäre Resonanzfrequenz zwischen  $L_W$  und  $C_W$ . Höherfrequentiger Strom fließt nicht mehr vollständig durch die Wicklungen, sondern durch kapazitive elektrische Verbindungen zwischen ihnen.

Oberhalb von etwa 50-80 MHz zeigt dagegen der Impedanzverlauf wieder induktives Verhalten. Bei genauerer Betrachtung beträgt der Anstieg des

Impedanzbetrages jedoch mehr als 20 dB pro Dekade. Dies liegt daran, dass oberhalb dieses Frequenzbereichs nicht nur die Zuleitungsinduktivitäten, sondern auch die skineffektbedingt proportional zu  $\sqrt{f}$  zunehmende Impedanz der noch nicht kapazitiv kurzgeschlossenen Leiter relevant wird. Die nächsthöhere Resonanz ist je nach Konstruktionsart des Motors mehr oder weniger konzentriert ausgeprägt: sie entsteht durch die Kombination aus Zuleitungsinduktivitäten  $L_Z$  und Zuleitungs-Masse-Kapazitäten  $C_{ZG}$ . Abhängig von der Auslegung der Zuleitungen und deren Symmetrie können hier auch mehrere Resonanzen auftreten. Insbesondere beim Modell „FPG2“ macht sich dieser Effekt unter anderem aufgrund stark unsymmetrischer Leitungsführung bemerkbar.

Die kapazitiven Kopplungen zwischen den Wicklungen erfordern eine genauere Betrachtung. Im Modell existieren zwischen den beiden kommutierenden Lamellen zusätzlich zu den Ankerwicklungen weitere Strompfade.

Die Größe der Wicklungskapazität  $C_W$  wurde durch  $L_W$  und die erste Resonanzfrequenz bereits festgelegt. Die Modellierung erfordert aufgrund von  $C_C$  allerdings eine Dreiteilung dieser Kapazität (vergleiche Kapitel 3.2.7). Leichte Unterschiede der einzelnen Wicklungen in Bezug auf Wicklungsart, -dichte, -größe und -form bei entsprechender Sehnung haben in diesem Frequenzbereich noch keinen relevanten Einfluss auf den Impedanzverlauf.  $C_W$  dominiert den Verlauf unmittelbar oberhalb der ersten Resonanz bis (in diesem Fall) zu etwa 20 MHz. Hier ist bei allen Motoren noch eine mehr oder weniger ausgeprägte weitere Resonanz zu beobachten. Diese existiert, je nach Größenverhältnis zueinander, aufgrund der Parallelschaltung der Querkapazitäten  $C_C$  mit einigen Wicklungskapazitäten  $C_W$  und der Aufteilung von  $C_W$ .

Das Impedanzminimum um 50 bis 80 MHz fällt je nach Auslegung des Motors mehr oder weniger markant aus. Dies hängt zum einen von der Wertekombination von  $C_W$  und  $C_C$  sowie von den Zuleitungsinduktivitäten  $L_Z$  ab, welche die anschließende erneute Impedanzsteigerung verursachen. Zum anderen werden in diesem Bereich die Windungs-Anker-Kapazitäten  $C_{Ma}$  relevant, welche in Kombination mit den Lamellenkapazitäten  $C_L$  mit steigender Frequenz zu einer erneut mit steigender Frequenz sinkenden Impedanz führen.

Die Ausprägung der Reihenresonanz zwischen Wicklungskapazitäten und Zuleitungsinduktivitäten ist von mehreren Faktoren abhängig. Einerseits

existieren unter Umständen verschieden lange Zuleitungspaare, so dass verschiedene Induktivitäten entstehen und daher auch mehrere Resonanzen. Andererseits haben, abhängig von der Wicklungsart, die einzelnen Wicklungskapazitäten potenziell auch innerhalb desselben Motors unterschiedliche Werte, wie beispielsweise  $C_{Ma}$ .

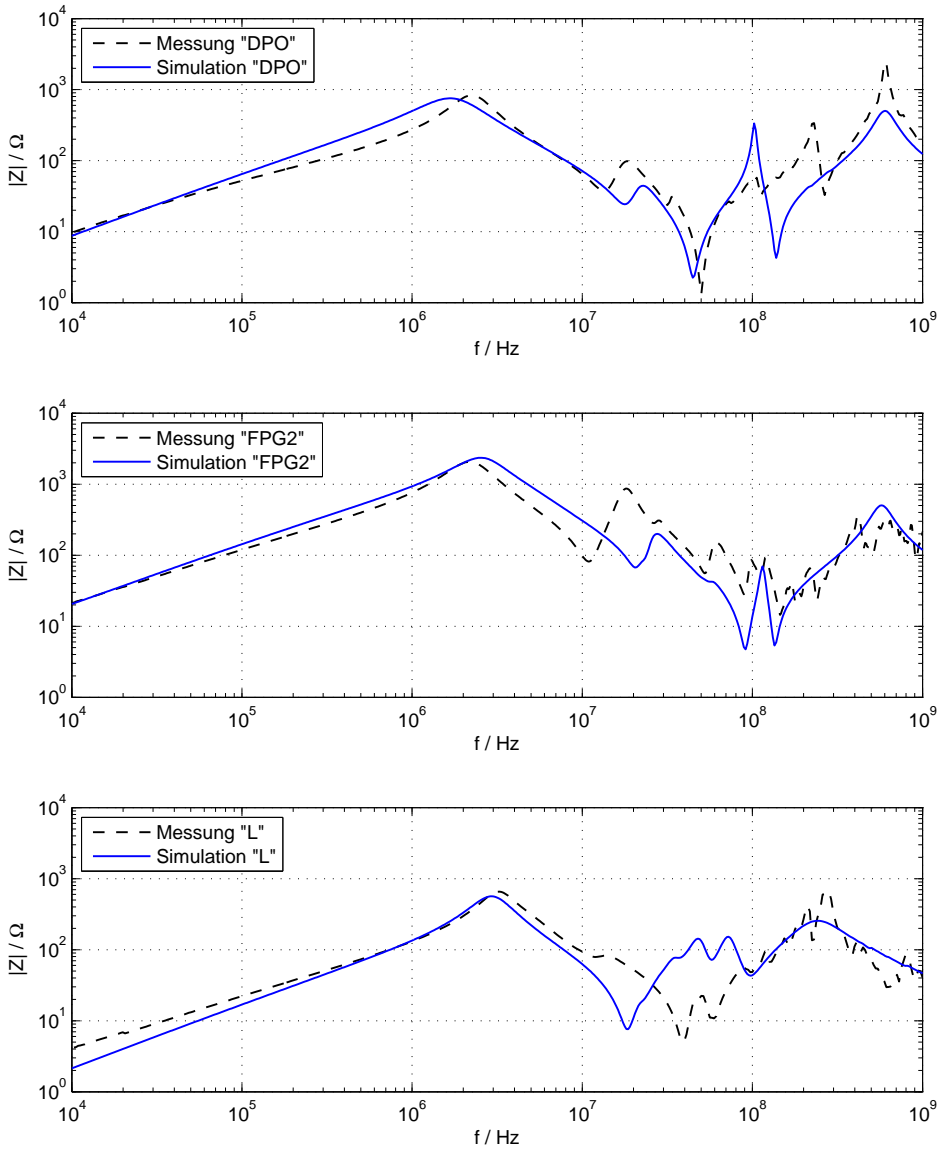
Generell kann gesagt werden, dass dieses Minimum umso weniger ausgeprägt ist, je dichter die Zuleitungen und Wicklungen verlaufen, und je komplexer die Zuleitungsführung ist. Dies wird bei einem Vergleich zwischen den Motortypen „L“ (mit vier Bürsten mit je unterschiedlich geformten Zuleitungen) und „FPG2“ (mit ebenfalls unterschiedlichen Zuleitungslängen sowie aufwändiger Ankerwicklungstechnik) im Gegensatz zu „DPO“ (kurze Zuleitungen gleicher Länge und einfache Wicklungstechnik mit dickerem Draht und wenigen Windungen) deutlich.

### 5.3 Modellverifikation

Zur Verifikation wurde die Impedanz aller Motoren zunächst unter Verwendung ausschließlich aus Geometrie und Materialdaten bestimmten Konstruktionsparametern mit dem Modellgenerator berechnet und mit entsprechenden Impedanzmessungen verglichen. Bild 5.4 zeigt die Ergebnisse.

**Motortyp „DPO“.** Die Impedanz dieses Motortyps ist sehr genau modellierbar. Der anfängliche Impedananstieg aufgrund der magnetisch miteinander verkoppelten Wicklungsinduktivitäten und die Wicklungskapazitäten werden akkurat reproduziert. Die durch  $C_{Ma}$  verursachte Resonanz bei etwa 100 MHz wird leicht versetzt, aber konzentriert wiedergegeben. Auf diesen Versatz wird im Folgekapitel noch näher eingegangen. Das oberste Impedanzmaximum aufgrund der Zuleitungseigenschaften innerhalb des Motors wird ebenfalls akkurat reproduziert.

**Motortyp „FPG2“.** Der Einfluss der Wicklungsinduktivitäten, die erste Resonanzfrequenz und der Einfluss der Wicklungskapazität werden auch hier gut wiedergegeben. Die Parallelresonanzen oberhalb von 100 MHz, welche durch die Zuleitungen verursacht werden, ist ebenfalls im Simulationsergebnis zu sehen. Die mittleren Resonanzen, die innerhalb der Wicklungen entstehen, sind ebenfalls wiedererkennbar. An dieser Stelle zeigt sich allerdings, dass die zur Berechnung dieser Modellkomponenten benötigten



**Bild 5.4:** Berechneter Betrag des Impedanzverlaufs (durchgezogen) ohne Optimierung von sämtlichen Motoren, im Vergleich mit jeweiligen Messungen (gestrichelt).

Parameter nicht genau bestimmbar sind (Güteklasse „C“) und nicht unbedingt für jede Windung denselben Wert haben müssen. Daher können nicht sämtliche Resonanzen rechnerisch reproduziert werden.

**Motortyp „L“.** In diesem Ergebnis sind die Auswirkungen sowohl von  $L_W$  und  $C_W$ , als auch von  $L_Z$  mit  $C_{ZG}$  sichtbar. Die Reihenresonanz zwischen den Wicklungskapazitäten und den Kommutator- und Zuleitungsinduktivitäten ist im Frequenzbereich leicht versetzt dargestellt. Die Ausprägung der mittleren Resonanzen ist ferner in der Messung und im Simulationsergebnis weniger stark ausgeprägt als bei den anderen beiden Motoren.

Die Verteilung der Resonanzen im mittleren Frequenzbereich hängt maßgeblich von der Regelmäßigkeit der Ankerwicklungen und von der Verteilung der Wicklungskapazitäten ab. Ein gleichmäßig bewickelter Anker mit wenigen Windungen wird weniger Differenzen innerhalb der einzelnen Wicklungslagen aufweisen und deshalb auch eine kleinere Wertestreuung innerhalb der kapazitiven Kopplungen zwischen den Wicklungen und Windungen haben. Eine Ankerwicklung aus dünnem Draht mit vielen Windungen wird dagegen größere Wicklungskapazitäten aufweisen und daher aufgrund der Knäuelform der Wicklungen auch eine andere Verteilung der Kapazitäten.

## 5.4 Parameteranpassung

Die manuelle Parametrisierung der im vorigen Kapitel modellierten Motoren birgt das Problem, dass die Parameter der Güteklasse  $C$  nicht genau bekannt sind, jedoch teilweise maßgeblichen Einfluss auf den Impedanzverlauf haben. Hier seien als Beispiel wieder die Windungsabstände  $d_w$ ,  $d_c$  und  $d_a$  genannt, welche jeweils zur Berechnung der Kapazitäten  $C_W$ ,  $C_C$  und  $C_{Ma}$  dienen. Die Verbindungsstellen der  $C_C$ , welche die Aufteilung von  $L_W$  und  $C_W$  etc. definieren, sind ebenfalls relevant ( $N_{wL}$ ,  $N_{wR}$ ).

In diesem Kapitel werden daher diese Parameter mit dem Optimierungsverfahren so verändert, dass der simulierte Impedanzverlauf möglichst dem gemessenen entspricht. Die oberen und unteren Grenzen der variierbaren Parameter werden dabei sinnvoll gesetzt und möglichst nahe beieinander gehalten, um die Wahrscheinlichkeit der Überlagerung verschiedener Einflüsse zu minimieren. Aufgrund der verwendeten Näherungsmethoden bei



„DPO“	$\frac{R_{WPL}}{\Omega}$	$\frac{R_{WPM}}{\Omega}$	$\frac{R_{WPR}}{\Omega}$	$\frac{d_{wa}}{\mu m}$	$N_{wL}$	$N_{wR}$	$\frac{d_a}{mm}$	$\frac{d_c}{mm}$	$\frac{d_w}{mm}$
vor Optimierung	350	100	150	10	7	10	1	1	0
Untergrenze	200	200	200	0,1	0,1	0,1	0	0	0
Obergrenze	800	800	800	100	10,9	10,9	3	3	1
nach Optimierung	468	269	55	8,06	5.84	1.15	2,5	0,125	0,0002

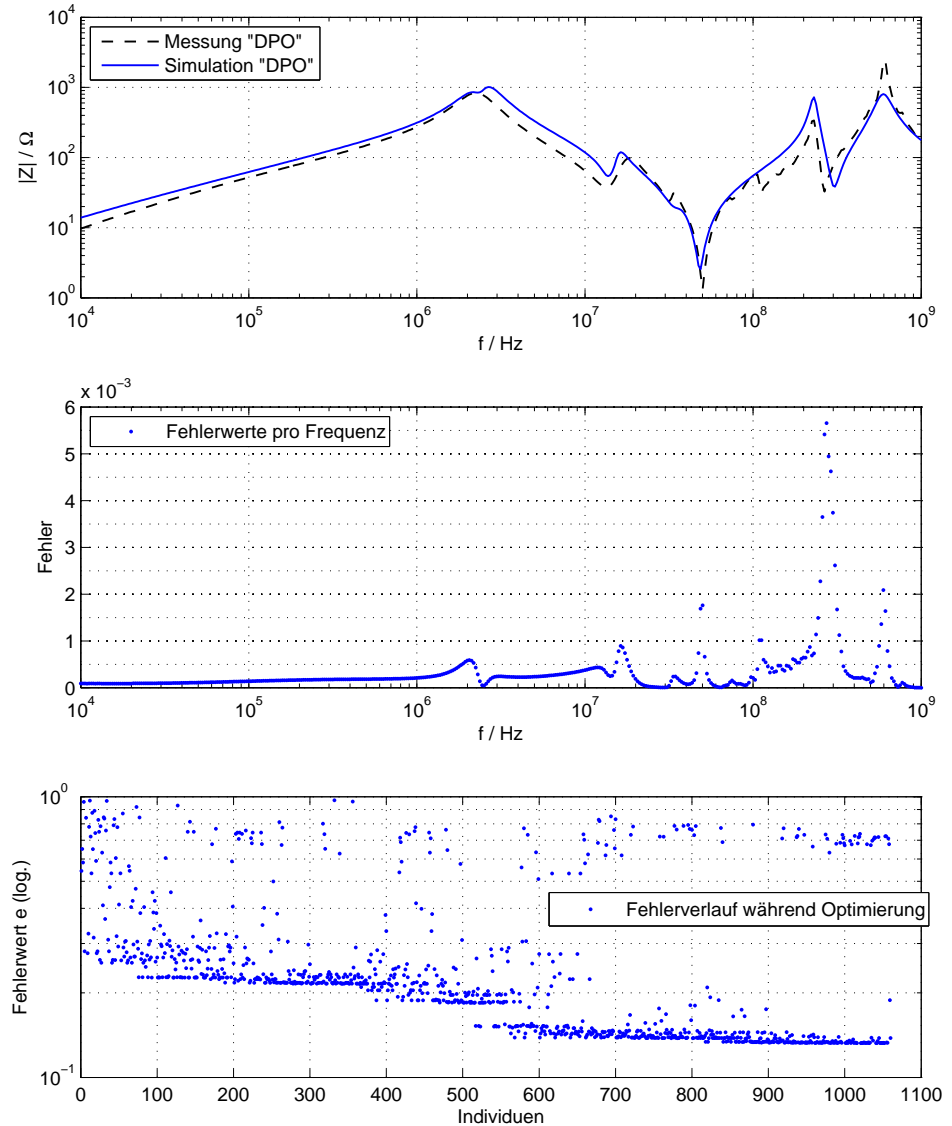
**Tabelle 5.1:** Die durch den Optimierungsprozess veränderbaren Werte für den DPO-Motor vor und nach Parameteranpassung (siehe Text, vergleiche Bild 5.5).

der Modellierung können die so berechneten Werte jedoch unter Umständen nicht direkt verwendet werden; beispielsweise werden die Querkapazitäten hier konzentriert wiedergegeben, obwohl  $C_C$  sich über die gesamte Wicklung verteilen kann. Die für die Optimierung variierten Parameter mit Anfangs- und Endwert sind für den DPO-Motor in Tabelle 5.1 dargestellt.

Bild 5.5 zeigt Verlauf und Ergebnis der Optimierung, zunächst für das Motormodell „DPO“. Im oberen Bild ist der gemessene und berechnete Impedanzverlauf zu sehen. Das mittlere Bild zeigt die auf den Wertebereich des Impedanzverlaufes normierten Fehlerwerte pro Frequenzstützpunkt des Impedanzverlaufes. Das untere Bild ist schließlich eine Visualisierung des Optimierungsverlaufes: hier sind die Ausgaben der Fehlerfunktion über alle während der Optimierung berechneten Individuen dargestellt. Damit wird ersichtlich, welche Suchstrategien der in Kapitel 4.5 erläuterte genetische Algorithmus bei der Minimierung des Fehlerwertes angewandt hat. Beispielsweise ist sehr gut zu erkennen, dass mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit immer wieder Kombinationen von Eingabewerten getestet werden, welche zunächst „schlechtere“ Ergebnisse bringen, um eine Stagnation in einem lokalen Optimum zu vermeiden.

**Interpretation.** Für das Motormodell „DPO“ ist es möglich, durch Veränderung der genannten Parameter die vorgegebene Impedanzkurve rechnerisch deutlich besser zu reproduzieren. Auf zwei Aspekte des Impedanzverlaufes sei besonders hingewiesen:

- Die bessere Reproduktion der beiden (hauptsächlich) durch  $C_{Ma}$  und  $C_C$  verursachten Resonanzen im mittleren Frequenzbereich ist deutlich erkennbar. Der errechnete Wert für  $d_a$  lag mit 2 mm jenseits des bei diesem Motormodell erwarteten Wertes, mit dem zuerst verwendeten Wert wurde  $C_{Ma}$  zu klein berechnet. Eine Untersuchung der Win-



**Bild 5.5:** Berechneter Impedanzverlauf des DPO-Motors nach Parameteranpassung durch den Optimierungsprozess (oben), sowie die Darstellung der Fehlerberechnung (Mitte) und der Verlauf des Optimierungsprozess (unten).

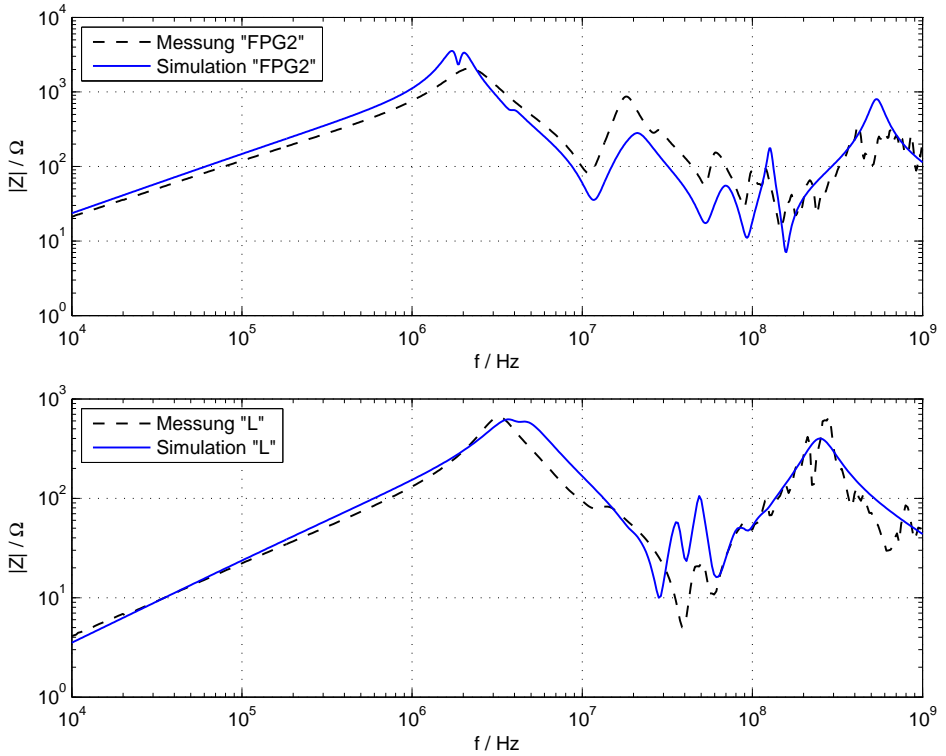
„FPG2“	$\frac{R_{WPL}}{\Omega}$	$\frac{R_{WPM}}{\Omega}$	$\frac{R_{WPR}}{\Omega}$	$\frac{d_{wa}}{\mu m}$	$N_{wL}$	$N_{wR}$	$\frac{C_{WL}}{nF}$	$\frac{C_{WM}}{nF}$	$\frac{C_{WR}}{nF}$	$l_{ai}$ mm
vor Optimierung	200	200	200	1	9	4	*	*	*	0,1
Untergrenze	200	200	200	0,1	0,1	0,1	0	0	0	0,1
Obergrenze	800	800	800	100	15,9	15,9	20	20	20	1
nach Optimierung	702	765	682	1,8	8,05	5,21	11	10	0,1	0,2

**Tabelle 5.2:** Die durch den Optimierungsprozess veränderbaren Werte für den FPG2-Motor vor und nach der Parameteranpassung (\*: siehe Text, vergleiche Bild 5.6).

dungen des Modells „DPO“ zeigte aber, dass ein Abstand zwischen Windungen und Ankermaterial von 2 mm bei einigen Windungen aufgrund des relativ starren Wicklungsdrahtes bei einigen Windungen durchaus vorkommt.

Die Parameter der Motoren „FPG2“ und „L“ wurden mit dem selben Verfahren angepasst. Aufgrund der Tatsache, dass die Anker dieser Motoren einen Isolationslack besitzen, dessen Dicke nicht genau bestimmt werden konnte, wurde hier  $l_{ai}$  zur Liste der Optimierungsvariablen hinzugefügt. Tabelle 5.2 und Tabelle 5.3 zeigen die Optimierungsvariablen, Bild 5.6 die Ergebnisse der Optimierung.

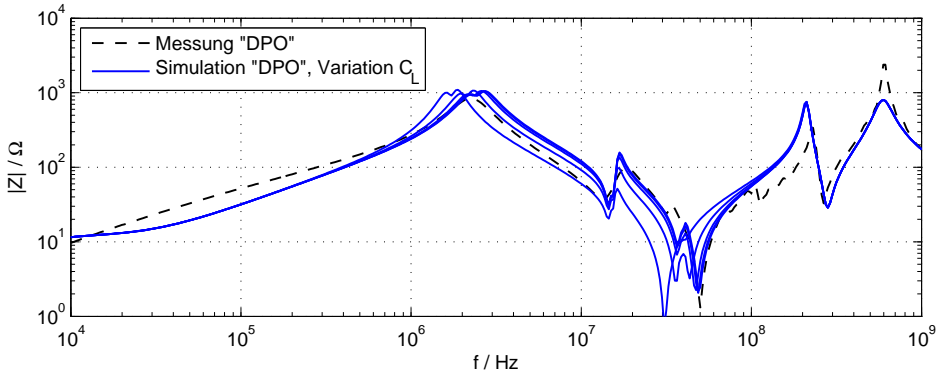
- Eine Verbesserung der Impedanzreproduktion des FPG2-Motors ließ sich nur mittels einer direkten Veränderung der Wicklungskapazitäten erreichen, da die benötigten Werte so groß waren, dass die Modellierung aus Kapitel 3.2.4 nicht mehr ausreicht. Der Motor besitzt sehr straff geführte Ankerwindungen, deren Kapazitäten größer werden können, als mit einem einfachen Wicklungsmodell darstellbar wäre. Daher wurden die mit \* markierten Parameter direkt in den Optimierungsprozess eingefügt. Mit Hilfe dieser Funktion läßt sich der kapazitive Verlauf der Impedanz um 10 MHz und die zwei markanten Maxima bei etwa 20 MHz und 60 MHz gut reproduzieren. Insgesamt stellt diese Simulation eine deutliche Verbesserung gegenüber der aus Bild 5.4 dar.
- Für den Motor „L“ sind die Ergebnisse in Bild 5.6 dargestellt. Hier ist ebenfalls eine deutliche Verbesserung der Reproduktion der Resonanzen im mittleren Frequenzbereich zu erkennen.



**Bild 5.6:** Berechneter Impedanzverlauf der Motoren „FPG2“ und „L“ nach Parameteranpassung durch den Optimierungsprozess mit Werteangaben (siehe Text).

„L“	$R_{WPL}$	$R_{WPM}$	$R_{WPR}$	$d_{wa}$	$N_{wL}$	$N_{wR}$	$d_a$	$d_c$	$d_w$	$l_{ai}$
	$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$	$\mu\text{m}$			mm	mm	mm	mm
vor Optimierung	500	500	500	10	15	0,5	0	0,1	1	0,5
Untergrenze	200	200	200	1	0,1	0,1	0	0	0	0,1
Obergrenze	900	900	900	100	19,9	19,9	2	2	2	1
nach Optimierung	840	855	291	1,82	3,62	8,09	0,002	0,051	0,002	0,12

**Tabelle 5.3:** Die durch den Optimierungsprozess veränderbaren Werte für den L-Motor vor und nach der Parameteranpassung (vergleiche Bild 5.6).



**Bild 5.7:** Impedanzveränderung des Motormodells „DPO“ bei Variation der Lamellenkapazität  $C_L = 1 \dots 100$  pF. Mit steigender Kapazität verschiebt sich das Impedanzminimum im mittleren Frequenzbereich zu niedrigeren Frequenzen.

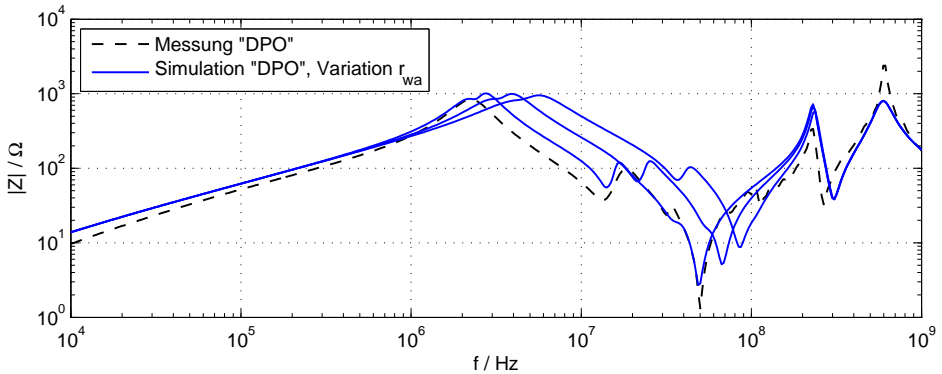
## 5.5 Sensitivitätsanalyse

Eine Sensitivitätsanalyse eines Systems untersucht das Verhalten seiner Ausgabewerte gegenüber Änderungen seiner Eingabeparameter. Dies geschieht in diesem Kapitel mit dem Motormodell. Im Besonderen wird in diesem Fall die Empfindlichkeit bezüglich derjenigen Parameter untersucht, die einen Einfluss auf den Impedanzverlauf im mittleren Frequenzbereich haben, da dieser aufgrund der Störcharakteristik des Motors besonders wichtig ist.

Für die folgenden Analysen wurde der Motor „DPO“ verwendet, da aufgrund dessen Bauweise die Konstruktionsparameter der Güteklasse  $C$  die geringsten Variationen aufweisen und sein Verhalten daher mit dem Modell am anschaulichsten reproduzierbar ist. Die Implementierung wurde derart gestaltet, dass sowohl Konstruktionsparameter als auch Modellparameter verwendet werden können. Beide Möglichkeiten werden demonstriert.

### 5.5.1 Kapazität zwischen Kommutatorlamellen

Die Kapazität zwischen den Kommutatorlamellen  $C_L$  wird durch die Form der Lamellen, ihren Abstand und das Material zwischen ihnen definiert.  $C_L$  stellt einen Hochfrequenz-Kurzschluss parallel zu den Windungskapazitäten



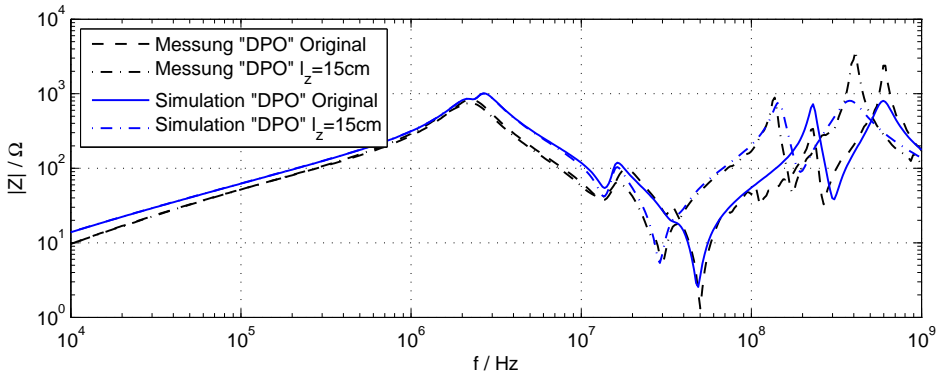
**Bild 5.8:** DPO: Impedanzveränderung bei Variation der Isolationsdicke des Wicklungsdrahtes ( $d_{wa} = 1 \dots 100 \mu\text{m}$ ). Mit steigender Isolationsdicke verschiebt sich das Impedanzminimum zu höheren Frequenzen.

$C_W$  und  $C_C$  dar, hat jedoch für typische Motordimensionen deutlich kleinere Werte als diese. Bild 5.7 zeigt eine Variation der Lamellenkapazitäten von  $1 \dots 100 \text{ pF}$ .

Eine Vergrößerung der Lamellenkapazität kann durch eine Verringerung der Lamellenabstände, eine Veränderung der Permittivität des Materials zwischen den Lamellen oder eine Vergrößerung der gegenüberstehenden Lamellenseiten erreicht werden. Diese Vergrößerung bewirkt eine Verschiebung des Impedanzminimums bei 50 MHz zu niedrigeren Frequenzen hin. Eine Simulation derselben Veränderung ergab dasselbe Resultat. Eine messtechnische Verifikation dieser Untersuchung am gleichen Motortyp findet sich in [30].

## 5.5.2 Dicke der Ankerwicklungsisolierung

Die Auswirkung der im vorigen Kapitel angesprochenen Veränderungen ist begrenzt, da nur ein Modellparameter direkt beeinflusst wird. Eine Veränderung der Isolationslackdicke der Ankerwindungen hat allerdings auf mehrere Modellparameter einen Einfluss. Bild 5.8 zeigt entsprechende Ergebnisse.



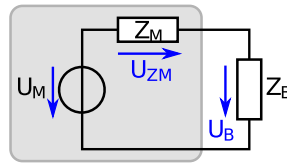
**Bild 5.9:** DPO: Eine Impedanzveränderung bei Variation der Zuleitungslänge  $l_z$  beeinflusst primär den induktiven Anstieg der Impedanz oberhalb von 50 MHz.

Der Impedanzverlauf ändert unter anderem die Kapazitäten  $C_W$ ,  $C_C$  und  $C_{Ma}$ . Erwartungsgemäß wird der Impedanzverlauf nur in dem Frequenzbereich beeinflusst, in dem der Einfluss dieser Kapazitäten dominiert.

### 5.5.3 Länge der Bürstenzuleitungen

Die Bürstenzuleitungen weisen ein induktives Verhalten auf (vergleiche Kapitel 3.4), das von Länge und Verlauf innerhalb des Gehäuses abhängt. Die Induktivität ist allerdings sehr klein im Vergleich zu den Wicklungsinduktivitäten und eine Veränderung beeinflusst daher hauptsächlich den induktiven Verlauf der Impedanz oberhalb von etwa 50 MHz. Das wird durch eine entsprechende Vergleichsmessung bestätigt (Bild 5.9).

Angelehnt an die Überlegungen zur Modellierung aus Kapitel 3.4 muss jedoch hinzugefügt werden, dass diese Längenangaben ohne eine entsprechende Anpassung der Berechnung von  $L_Z$  aufgrund der dort verwendeten Rechenverfahren lediglich qualitativen Charakter besitzen, wenn die Leitungsführung sich deutlich von einer Kreisform unterscheidet. Insbesondere bei Verwendung unsymmetrischer Zuleitungslängen können gegenüber den hier verwendeten Längenangaben Abweichungen auftreten.



**Bild 5.10:** Der Motor (grau hinterlegt) als Störquelle  $U_M$  mit Innenimpedanz  $Z_M$  und Bordnetzimpedanz  $Z_B$ , vergleiche Kapitel 2.2.

## 5.6 Optimierung von Motoreigenschaften

In den vorangehenden Kapiteln wurde gezeigt, dass das generierte Motormodell in der Lage ist, den Impedanzverlauf von Gleichstrom-Kleinmotoren mittels eines automatisch generierten Ersatzschaltbildes zu reproduzieren. Deshalb ist es jetzt möglich, innerhalb des Gültigkeitsbereiches der in Kapitel 3 beschriebenen Berechnungsmethoden unter Verwendung dieses Modells zu ermitteln, wie eine gegebener Satz von Konstruktionsparametern verändert werden müsste, um eine *erwünschte* Impedanzveränderung zu erreichen. Als Beispiel dient der folgende Sachverhalt.

**Problemstellung.** Angelehnt an die in Bild 5.10 beschriebene Störquellenmodellierung (vergleiche auch Kapitel 2.2) ist eine Impedanz  $Z_M$  des Motors, welche im betrachteten Frequenzbereich kleiner als die des Bordnetzes  $Z_B$  ist, nachteilig, da dann ein Großteil der durch  $U_M$  dargestellten Störungen im Versorgungsnetz ( $Z_B$ ) absorbiert werden. Es wäre daher vorteilhaft, das in Bild 5.5 oben gezeigte Impedanzminimum um 50 MHz durch konstruktive Veränderungen zu vermeiden. Dies sollte auf eine Art und Weise geschehen, die die funktionsrelevanten Parameter des Motors wie seine Leistungsaufnahme oder Drehmoment möglichst wenig beeinträchtigt. Dies bedeutet, dass beispielsweise das Windungsdrahtmaterial, die Anzahl der Ankerwindungen, das Wicklungsschema oder die Ankerform nicht als Variable zur Verfügung stehen sollen.

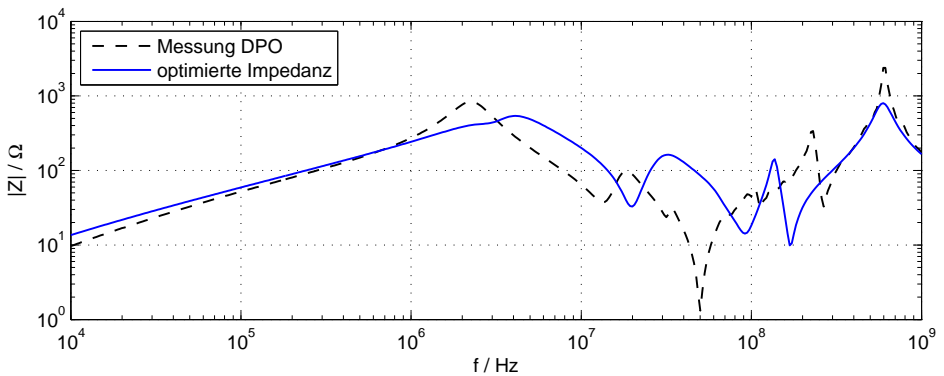
Zu diesem Zweck wird daher im Folgenden das Optimierungsverfahren verwendet.

**Ansatz.** Der erwünschte Impedanzverlauf  $Z_t$  soll im fraglichen Frequenzbereich einen möglichst großen Wert besitzen, insbesondere soll er an keiner



	$\frac{d_{wa}}{\mu\text{m}}$	$N_{wL}$	$N_{wR}$	$\frac{d_a}{\text{mm}}$	$\frac{d_c}{\text{mm}}$	$\frac{d_w}{\text{mm}}$	$\frac{l_w}{\text{mm}}$	$\varepsilon_{r,wa}$	$\varepsilon_{r,a}$	$\frac{l_k}{\text{mm}}$	$\frac{s_k}{\mu\text{m}}$
<b>Startwerte</b>	10	5,84	1,15	2,5	0,125	0,002	10	2,125	1,5	2,5	60
<b>Untergrenze</b>	1	0,1	0,1	1	0	0	4	1	1	5	10
<b>Obergrenze</b>	100	10,9	10,9	6	1	1	10	5	4	25	100
<b>Optimierung</b>	1,2	5,59	3,143	5,4	0,387	0,00034	4,5	1,2	2,59	10	25,4

**Tabelle 5.4:** Vermeidung von Impedanzminima: für das Optimierungsverfahren als variabel gekennzeichnete Konstruktionsparameter.



**Bild 5.11:** Ergebnis der Optimierung der Wicklungsparameter zur Vermeidung eines Impedanzminimums nahe 50 MHz.

Stelle kleiner als  $50 \Omega$  sein. Die Fehlerfunktion für den Optimierungsalgorithmus wurde derart gestaltet, dass der Fehlerwert an jedem Frequenzstützpunkt dem Kehrwert des Impedanzwertes entspricht. Somit führen kleine Impedanzwerte zu großen Fehlerwerten. Als variierbare Parameter werden die in Tabelle 5.4 gegebenen Parameter festgelegt.

**Ergebnis.** Der Optimierungsalgorithmus liefert nach etwa 450 Generationen für die in Tabelle 5.4 angegebenen Optimierungsvariablen und -grenzen den in Bild 5.11 angezeigten Impedanzverlauf. Variiert wurden lediglich die in Bild 5.4 angegebenen Konstruktionsparameter. Mit Hilfe dieser Parameter lässt sich die Reihenresonanz ausreichend stark verstimmen, um das starke Impedanzminimum zu vermeiden und somit das Potenzial für die

Ausbreitung von hochfrequenten Störungen bei dieser Frequenz zu mindern.

Eine Sensitivitätsanalyse der Parameter ergab ferner, dass die hauptsächlichsten Einflüsse von den Anschlusspositionen der Querkapazitäten kamen, also  $N_{wL}$  und  $N_{wR}$ . Als zweitgrößter Einfluss sind die Wicklungsabstände  $d_a$ ,  $d_w$  und  $d_c$  zu nennen.

Dieser simulatorische Ansatz bei der Motoroptimierung hat folgende Vorteile:

- Es werden keine zusätzlichen Bauteile benötigt. Die Veränderung der Impedanzkurve geschieht ausschließlich durch konstruktive Veränderung bereits vorhandener Baugruppen.
- Es ist nicht notwendig, die Güte dieses Resonanzkreises etwa durch einen Widerstand zu senken, um die Resonanzüberhöhung zu vermindern, und damit zusätzliche Verluste im Betrieb zu erzeugen.
- Die Parameter, welche den Motor in seinem normalen Betrieb beeinflussen, bleiben weitestgehend unbeeinflusst.
- Der mögliche Lösungsraum für eine solche Lösung ist relativ groß. Auch mit zusätzlichen konstruktiven Einschränkungen kann mit diesem Verfahren eine Lösung gefunden werden.

**Anwendung.** Die so gewonnenen Erkenntnisse können auf verschiedene Weisen in ein Motorkonzept integriert werden. Gleichstrommotoren werden maschinell bewickelt und die oben genannten Parameter können durch Variation von Wicklungsreihenfolgen, Spannkraft und Wicklungsrichtung zielgerichtet beeinflusst werden. Weitere Parameter wie der Abstand zwischen Windungen können bei strafferer Wicklung auch durch eine Änderung der Drahtisolation erreicht werden.

Das Optimierungsverfahren ist prinzipiell nicht auf die Optimierung der hochfrequenten Motorparameter beschränkt. Soweit sich Betriebsparameter wie beispielsweise Drehmoment und Leistungsaufnahme mit den Konstruktionsparametern des Motors beschreiben und parametrisieren lassen, kann dieses Verfahren auch zur Optimierung anderer Eigenschaften des Motors verwendet werden.

# Kapitel 6

## Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde ein Modell entwickelt, mit welchem das Impedanzverhalten von Gleichstrom-Kleinmotoren innerhalb eines Frequenzbereiches von 150 kHz–300 MHz quantitativ rechnerisch reproduziert werden kann. Zur Berechnung der Motorimpedanz wurden bis auf wenige Ausnahmen ausschließlich Konstruktionsparameter des Motors verwendet. Ferner wurde ein Optimierungsverfahren entwickelt, mit dem mittels des Modells die Konstruktionsparameter eines bekannten Motors zielgerichtet dahingehend modifiziert werden konnten, so dass sein Impedanzverlauf eine erwünschte Änderung erfährt.

Das Motormodell basiert auf einer genauen Untersuchung der Komponenten des Motors und einer Modellierung dieser Komponenten mittels Widerständen, Kapazitäten und Induktivitäten. Die Parametrisierung dieser Bauteile erfolgt über Rechenvorschriften aus den Konstruktionsdaten des Motors. Zum Beispiel werden die Ankerwicklungen als Induktivitäten dargestellt, deren Wert sich über die Geometrie der Wicklung ergibt. Durch diese Modellierung kann der Zusammenhang zwischen den Konstruktionsparametern und dem Impedanzverhalten des Motors quantitativ dargestellt werden. Die Kombination sämtlicher Bauteile ergibt ein Ersatzschaltbild des Motors. Die Gültigkeit des Ersatzschaltbildes wurde exemplarisch an drei verschiedenen Motoren demonstriert.

Kommutatormotoren emittieren hochfrequente Störungen, welche in das Versorgungsnetz geleitet werden können. Die Aussendung dieser Störungen in das Versorgungsnetz ist stark abhängig von dem frequenzabhängigen Verlauf der Impedanz des jeweiligen Motors. Das entwickelte Modell bietet eine Möglichkeit, anstelle des Einbaus von Entstörelementen die Impedanz des Motors durch Modifikation von Konstruktionsparametern gezielt derart

zu verändern, dass weniger Störungen in das Versorgungsnetz emittiert werden. Das Optimierungsverfahren kann selbstständig nach einer geeigneten Kombination von Konstruktionsparametern suchen, um einen vorgegebenen Impedanzverlauf möglichst genau zu reproduzieren. Die Notwendigkeit der Integration zusätzlicher Filterbauteile in den Motor kann so vermieden werden. Dieses Verfahren wurde an einem Motortyp demonstriert und es wurden Möglichkeiten zur Verbesserung vorgeschlagen.

# Anhang

## A Motor-Konstruktionsparameter

Die folgenden Tabelle gibt die für Konstruktionsparameter verwendeten Abkürzungen sowie deren gültigen Wertebereiche innerhalb des Modells an. Ferner wird angegeben, in welche Güteklasse (siehe Kapitel 5.1, Seite 63) der Wert eingeordnet wird. Im anschließenden Kapitel wird dann noch angegeben, wie einige Parameter berechnet werden können, falls sie nicht in den Motor-Datenblättern zur Verfügung stehen.

Symbol	Bezeichnung	Kl.	Min.	Max.
$l_{ax}$	Welle: Länge	A	$\gg 0$ mm	beliebig
$r_{ax}$	Welle: Radius	A	$> 0$ mm	$\ll l_{ax}$
$Q$	Anker: Anzahl Ankernuten	A	$\geq 4$	beliebig
$r_{ai}$	Anker: Innenradius	A	$> r_{ax}$	beliebig
$r_{aa}$	Anker: Außenradius	A	$> r_{ai}$	beliebig
$l_{ai}$	Anker: Nutenisolationsschichtdicke innen	B	$> 0$ mm	$\ll b_{an}$
$l_{as}$	Anker: Nutenisolationsschichtdicke seitlich	B	$> 0$ mm	$\ll l_{an}$
$l_{an}$	Anker: Länge	A	$> 0$ mm	$\ll l_{ax}$
$b_{an}$	Anker: Nutenbreite tangential zur Achse	A	$> 0$ mm	beliebig
$h_{an}$	Anker: Füllhöhe vom Achsmittelpunkt	B	$> 0$ mm	beliebig
$\varepsilon_{r,an}$	Nutenisolationsschicht: Relative Permittivität	B	$> 1$	5
$\mu_{r,an}$	Ankermaterial: Relative Permeabilität	C	1	beliebig
$F_{aw}$	Form der Wicklungen	A	rund, rechteckig	
$N_{ak}$	Anzahl Windungen pro Wicklung	A	1	beliebig
$N_{wL}$	Anzahl Windungen links von $C_C$	C	$> 0$	$N_{ak}$
$N_{wR}$	Anzahl Windungen rechts von $C_C$	C	$> 0$	$N_{ak} - N_{wL}$
$d_w$	Abstand zwischen Windungen	C	0 mm	5 mm
$d_c$	Abstand zw. wicklungsfremden Windungen	C	0 mm	5 mm
$d_a$	Abstand Windungen–Anker	C	0 mm	5 mm
$r_{aw}$	Radius kreisförmiger Wicklungen	B	berechnet, s. u.	
$b_{aw}$	Breite rechteckiger Windungen	B	berechnet, s. u.	
$l_{aw}$	Länge rechteckiger Windungen	B	berechnet, s. u.	
$h_{aw}$	Wickelhöhe (vom Achsmittelpunkt)	B	berechnet, s. u.	
$z_{aw}$	Wickelmittenhöhe (vom Achsmittelpunkt)	B	berechnet, s. u.	
$l_{ak}$	Drahtlänge pro Wicklung	B	$\gg 0$ mm	beliebig

Symbol	Bezeichnung	Kl.	Min.	Max.
$s_a$	Sehnung (per Definition)	A	$N_B/Q$	1
$l_w$	Axiale Länge der Wicklungen	B	berechnet, s. u.	
$h_w$	Axiale Höhe der Wicklungen	B	berechnet, s. u.	
$r_w$	Wicklungsdraht: Radius	A	$> 0$ mm	beliebig
$d_{wa}$	Wicklungsdraht: Dicke Isolationslack	C	$> 0$ mm	$\ll r_w$
$\rho_w$	Wicklungsdraht: Spezifischer Widerstand	B	$> 0$	beliebig
$\varepsilon_{r,wa}$	Isolationslack: Relative Permittivität	B	$> 1$	4
$N_k$	Kommutatorlamellen: Anzahl	A	2	beliebig
$l_k$	Kommutatorlamellen: Länge (parallel zur Welle)	A	$> b_k$	$< l_{ax} - l_{an}$
$b_k$	Kommutatorlamellen: Breite (tangential zur Welle)	A	$\gg h_k$	$< l_k$
$h_k$	Kommutatorlamellen: Höhe (radial zur Welle)	A	$> 0$ mm	$\ll \min\{l_k, b_k\}$
$s_k$	Kommutatorlamellen: Spaltbreite	B	$> 0$ mm	$\ll b_k$
$r_k$	Lamellenpaket: Radius (Wellenmitte–Oberfläche)	A	$\gg r_{ax}$	$< r_{aa}$
$h_p$	Lamellenpaket: Höhe des Trägermaterials	B	$= r_k - r_{ax} - h_k$	
$\varepsilon_{r,k}$	Trägermaterial: Relative Permittivität	B	$> 1$	5
$N_b$	Bürsten: Anzahl	A	2	$N_k/2$
$P_b$	Bürsten: Polarität (Anschlüsse)	A	-1: -, 0: $\perp$ , 1: +	
$W_b$	Bürsten: Position(en) an Kommutatorlamellen	A	0	$Q$
$O_b$	Bürsten: Zusätzliche Lamellenüberdeckung	A	0	oder 1
$l_b$	Bürsten: Länge (radial zur Welle)	A	$> 0$ mm	$\ll r_{aa}$
$b_b$	Bürsten: Breite (tangential zur Welle)	A	$> 0$ mm	$< 2 \cdot b_k$
$h_b$	Bürsten: Höhe (parallel zur Welle)	A	$> 0$ mm	$< l_k$
$\rho_b$	Bürsten: Spezifischer Widerstand des Materials	B	$> 0 \mu\Omega\text{m}$	beliebig
$d_{bk}$	Oxidschichtdicke auf den Lamellen	C	$> 0$ mm	$\ll h_k$
$\rho_z$	Zuleitungen: Spezifischer Widerstand	B	$> 0 \mu\Omega\text{m}$	beliebig
$A_z$	Zuleitungen: Querschnittsfläche	C	$> 0 \text{m}^2$	beliebig
$l_z$	Zuleitungen: Länge	C	$\gg \sqrt{A_z/\pi}$	elektr. kurz <sup>1</sup>
$d_{zg}$	Zuleitungen: Abstand zum Gehäuse	B	$> 0$	$< l_z$
$d_z$	Zuleitungen: Abstand zwischen Zuleitungen	B	$> 0$	$< l_z$

## B Berechnete Konstruktionsparameter

Abhängig von der Sehnung und Wicklungsart des Motors ist es möglich, dass die Ankerwicklungen unterschiedliche Länge  $l_{ak}$  und damit auch unterschiedliche Abmessungen aufweisen. In diesem Fall wird der Bereich von minimaler bis maximaler Wicklungslänge in  $Q - 1$  Abschnitte aufgeteilt und die jeweilige Berechnung für jeden Wert von  $q$  durchgeführt:

<sup>1</sup>Wellenausbreitungseffekte werden nicht berücksichtigt.

$$q := \frac{Q}{Q-1} \cdot \mathbf{n} ; \quad \mathbf{n} := \{0, \dots, Q\}. \quad (\text{B.1})$$

Hiermit lässt sich  $l_{\mathbf{ak}}$  als Vektor  $\mathbf{l}_{\mathbf{ak}}$  ausdrücken:

$$\mathbf{l}_{\mathbf{ak}} := l_{\mathbf{ak},\min} + (l_{\mathbf{ak},\max} - l_{\mathbf{ak},\min}) \cdot \frac{\mathbf{q}}{Q}. \quad (\text{B.2})$$

Zur Unterscheidung zu Vektoren, die *räumliche* Größen darstellen, wie beispielsweise die elektrische Feldstärke  $\vec{E}$ , werden diese Listen in Vektorform nicht mit einem Vektorpfeil versehen, sondern fett gedruckt.

Einige Parameter werden aus einer Kombination von anderen berechnet. Einige können zudem nicht genau bestimmt werden und müssen daher geschätzt werden. Im Folgenden sind diese Berechnungen und Überlegungen dargestellt.

$r_{\mathbf{aw}}$  Der Wicklungsradius  $r_{\mathbf{aw}}$  für die Modellierung mit kreisförmigen Wicklungen wird wie folgt berechnet, gegebenenfalls abzüglich der Zuleitungen zur Kommutatorlamelle:

$$r_{\mathbf{aw}} = \frac{l_{\mathbf{ak}}}{2\pi \cdot N_{\mathbf{ak}}}. \quad (\text{B.3})$$

$l_{\mathbf{aw}}, b_{\mathbf{aw}}$  Bei Verwendung einer rechteckigen Wicklungsform sind die Wicklungslänge und -breite erforderlich.  $l_{\mathbf{aw}}$  entspricht der Ankerlänge plus den Isolationsrändern, also  $l_{\mathbf{an}} + l_{\mathbf{as}}$ . Bei übereinander gewickelten Windungen wächst diese mit jeder Windung annähernd in gleichem Maße wie  $l_{\mathbf{ak}}$ .  $b_{\mathbf{aw}}$  lässt sich über  $l_{\mathbf{ak}}$  bestimmen:

$$b_{\mathbf{aw}} = l_{\mathbf{ak}} / (2N_{\mathbf{ak}}) - (l_{\mathbf{an}} + 2l_{\mathbf{as}}). \quad (\text{B.4})$$

Dies ist jedoch zu ungenau, falls nicht exakt rechteckige Windungen gewickelt werden. Genauer ist eine Berechnung unter Verwendung der Wickelhöhe und der Sehnung, und damit den von der Windung umgriffenen Winkel:

$$b_{\mathbf{aw}} = 2h_{\mathbf{aw}} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{QN_{\mathbf{B}S_a}}\right). \quad (\text{B.5})$$

$\mathbf{h}_{aw}$ ,  $z_{aw}$  Die Wickelhöhe  $\mathbf{h}_{aw}$  gibt den Abstand des parallel zur Welle laufenden Ankerwicklungsabschnitts zur Wellenmitte an. Es gilt

$$r_{ai} = h_{aw, \min} \leq h_{aw, \max} := h_{an} \leq r_{aa}, \quad (\text{B.6})$$

da der Anker nicht unbedingt voll bewickelt sein muss. Bei übereinander liegenden Wicklungen ist hier wieder eine vektorielle Auswertung erforderlich:

$$\mathbf{h}_{aw} = r_{ai} + (h_{an} - r_{ai}) \cdot \frac{\mathbf{q}}{Q}. \quad (\text{B.7})$$

Die Wickelmittenhöhe gibt den kleinsten Abstand des senkrecht zur Welle laufenden Ankerwicklungsteils an. Es gilt

$$z_{aw} = \left| \mathbf{h}_{aw} \cdot \cos \left( \arcsin \frac{b_{aw}}{2h_{aw}} \right) \right|. \quad (\text{B.8})$$

$l_w$ ,  $h_w$  Die axiale Länge und Höhe der Wicklungen sind schwieriger zu bestimmen. Erstere lässt sich mit Hilfe der folgenden Überlegung ermitteln:

Die maximale axiale Länge ist entweder  $l_{w, \max} = 2N_{ak}r_w$  (Flachwicklung), oder  $l_{w, \max} = h_{an} - r_{ai}$ , falls die Nutenhöhe des Ankers kleiner ist als  $2N_{ak}r_w$ , also mehrere Lagen gewickelt werden.

Letzteres ist insbesondere bei Wicklungen um eine einzelne Ankernut der Fall. Die minimal mögliche axiale Länge wäre eine Spiralwicklung, dies kommt in der Praxis aber nicht vor; die kleinste praktikable axiale Länge ist eine Knäulwicklung (siehe auch Kapitel 3.2.4) mit  $l_{w, \min} \approx \sqrt{N_{ak}} \cdot 2r_w$ . Bei unregelmäßiger Wicklung kann ein Mittelwert verwendet werden. Es gilt also

$$l_{w, \max} = \min(2r_w N_{ak}, h_{an} - r_{ai}), \quad (\text{B.9})$$

$$l_{w, \min} \approx 2r_{aw} \sqrt{N_{ak}}. \quad (\text{B.10})$$

Für  $h_w$  gilt analog:

$$h_w = \min(2r_w N_{ak}/l_w, 2r_w). \quad (\text{B.11})$$

## C Motordaten

Die folgende Tabelle gibt die Konstruktionsparameter für die in dieser Arbeit verwendeten Testobjekte an.



Symbol	Bezeichnung	DPO	FG2	L
$l_{ax}$	Welle: Länge	16 mm	16 mm	14 mm
$r_{ax}$	Welle: Radius	4 mm	4 mm	4 mm
$Q$	Anker: Anzahl Ankernden	12	10	12
$r_{ai}$	Anker: Innenradius	11 mm	6,8 mm	12,5 mm
$r_{aa}$	Anker: Außenradius	26 mm	14 mm	25,5 mm
$l_{ai}$	Anker: Nutenisolationsschichtdicke innen	2 mm	0,2 mm	0,5 mm
$l_{as}$	Anker: Nutenisolationsschichtdicke seitlich	1 mm	0,2 mm	0,1 mm
$l_{an}$	Anker: Länge	27 mm	32,5 mm	26,5 mm
$b_{an}$	Anker: Nutenbreite tangential zur Achse	4,5 mm	2,6 mm	4,5 mm
$h_{an}$	Anker: Füllhöhe vom Achsmittelpunkt	20,5 mm	11 mm	23,5 mm
$\varepsilon_{r,an}$	Nutenisolationsschicht: Relative Permittivität	4	4	4
$\mu_{r,an}$	Ankermaterial: Relative Permeabilität	750	750	750
$F_{aw}$	Form der Wicklungen	rund	rechteck	rechteck
$N_{ak}$	Anzahl Windungen pro Wicklung	11	16	20
$N_{wL}$	Anzahl Windungen links von $C_C$	7	9	15
$N_{wR}$	Anzahl Windungen rechts von $C_C$	1	4	0,5
$d_w$	Abstand zwischen Windungen	0 mm	0 mm	0 mm
$d_c$	Abstand zwischen wicklungsfremden Windungen	1 mm	0 mm	0 mm
$d_a$	Abstand Windungen–Anker	2 mm	0 mm	0 mm
$s_a$	Sehnung	5/6	4/5	1
$l_{ak}$	Drahtlänge pro Wicklung (minimal)	1500 mm	1600 mm	1860 mm
	Drahtlänge pro Wicklung (maximal)	1660 mm	1860 mm	2320 mm
$r_w$	Wicklungsdraht: Radius	0,4 mm	0,2 mm	0,2 mm
$d_{wa}$	Wicklungsdraht: Dicke Isolationslack	10 $\mu\text{m}$	10 $\mu\text{m}$	10 $\mu\text{m}$
$\rho_w$	Wicklungsdraht: Spezif. Widerstand / ( $\mu\Omega\text{m}$ )	0,0178	0,0178	0,0178
$\varepsilon_{r,wa}$	Isolationslack: Relative Permittivität	4	4	4
$N_k$	Kommutatorlamellen: Anzahl	12	10	12
$l_k$	Kommutatorlamellen: Länge (parallel zur Welle)	17,6 mm	11 mm	12 mm
$b_k$	Kommutatorlamellen: Breite (tangential zur Welle)	5,6 mm	4,3 mm	4,5 mm
$h_k$	Kommutatorlamellen: Höhe (radial zur Welle)	1,5 mm	1 mm	1 mm
$s_k$	Kommutatorlamellen: Spaltbreite	0,3 mm	0,45 mm	0,4 mm
$r_k$	Lamellenpaket: Radius (Wellenmitte–Oberfläche)	11 mm	7,6 mm	9,5 mm
$\varepsilon_{r,k}$	Trägermaterial: Relative Permittivität	4	4	4
$N_b$	Bürsten: Anzahl	2	2	4
$\mathbf{P}_b$	Bürsten: Polarität (Anschlüsse)	[1; 0]	[1; -1]	[1; -1; 1; -1]
$\mathbf{W}_b$	Bürsten: Position(en) an Kommutatorlamellen	[1; 7]	[1; 6]	[1; 4; 7; 10]
$O_b$	Bürsten: Zusätzliche Lamellenüberdeckung	0	0	0
$l_b$	Bürsten: Länge (radial zur Welle)	15,5 mm	10 mm	10 mm
$b_b$	Bürsten: Breite (tangential zur Welle)	8 mm	8 mm	5 mm
$h_b$	Bürsten: Höhe (parallel zur Welle)	8 mm	5 mm	5 mm
$\rho_b$	Bürsten: Spez. Widerstand des Materials / ( $\mu\Omega\text{m}$ )	0,037	0,037	0,037
$d_{bk}$	Oxidschichtdicke auf Lamellen	0,1 mm	0,1 mm	0,1 mm
$\rho_z$	Zuleitungen: Spezifischer Widerstand / ( $\mu\Omega\text{m}$ )	0,018	0,018	0,018
$A_z$	Zuleitungen: Querschnittsfläche	6,3 mm <sup>2</sup>	0,9 mm <sup>2</sup>	15,7 mm <sup>2</sup>
$l_z$	Zuleitungen: Länge	60 mm	50 mm	[50; 90] mm
$d_{zg}$	Zuleitungen: Abstand zum Gehäuse	10 mm	10 mm	25 mm
$d_z$	Zuleitungen: Abstand zwischen Zuleitungen	5 mm	5 mm	5 mm



# Abbildungsverzeichnis

2.1	Prinzipskizze des Querschnitts eines Gleichstrommotors . . .	7
2.2	Kommutierungsvorgang und Störungsentstehung im Motor	8
2.3	Motor als Störquelle . . . . .	8
2.4	Definition der Kapazität . . . . .	12
2.5	Definition der Induktivität . . . . .	13
2.6	Gegeninduktivität zweier runder Stromschleifen . . . . .	14
2.7	Gegeninduktivität zweier Leiter . . . . .	15
2.8	Hochfrequenz-Ersatzschaltbild einer Ankerwicklung . . . . .	18
2.9	Niederfrequenzmodell eines Elektromotors . . . . .	20
2.10	Beispiel-Schaltung (Wheatstone-Brücke) mit Netzliste . . .	21
3.1	Anker diverser Elektromotoren . . . . .	25
3.2	Gemessener Impedanzverlauf zweier Ankerwicklungen . . .	26
3.3	Hochfrequenz-Ersatzschaltbild einer Ankerwicklung . . . . .	27
3.4	Motoranker-Querschnitt mit magnetischem Kreis . . . . .	28
3.5	Magnetische Kopplungen zwischen Windungen . . . . .	30
3.6	Definition der Kapazität zwischen zwei Wicklungen . . . . .	32
3.7	Wicklungsartbedingte Verkleinerung der Wicklungskapazität	32
3.8	Verifikation des Berechnungsverfahrens der Windungskapazität	33
3.9	Definition der Wicklungs-Masse-Kapazität $C_{Ma}$ . . . . .	37
3.10	Darstellung der Windungs- und Ankerkapazitäten . . . . .	37
3.11	Definition der Querkapazität . . . . .	39
3.12	$C_C$ in Abhängigkeit von $N_g$ und $N_{ak}$ . . . . .	39
3.13	Dreiteilung der Ankerinduktivitäten . . . . .	40
3.14	Impedanzverlauf einer Kohlebürste . . . . .	42
3.15	Aufbau des Kommutators und der Bürsten . . . . .	43
3.16	Kontaktimpedanz zwischen Kommutator und Bürsten . . .	43
3.17	Beispiel für eine Bürstenkennlinie . . . . .	44
3.18	Kapazitäten der Kommutatorlamellen . . . . .	46
3.19	Leitungsführung in einem Motorfuß . . . . .	50

3.20	Modellierung und Verlegung der Bürstenzuleitungen . . . . .	51
4.1	Ablaufplan des Modellgenerators . . . . .	54
4.2	Schematische Darstellung des Motormodells . . . . .	56
4.3	Ablaufdiagramm des Genetischen Algorithmus . . . . .	61
5.1	Die verwendeten Motoren . . . . .	65
5.2	Gemessener Impedanzverlauf der Motoren . . . . .	66
5.3	Messtechnische Verifikation des Korrekturfaktors für $L_W$ . . . . .	68
5.4	Berechneter Impedanzverlauf ohne Optimierung . . . . .	71
5.5	Angepasster Impedanzverlauf (DPO) . . . . .	74
5.6	Angepasster Impedanzverlauf (FPG2 und L) . . . . .	76
5.7	Variation der Lamellenkapazität . . . . .	77
5.8	Variation der Wicklungsisolationsdicke . . . . .	78
5.9	Variation der Zuleitungslänge . . . . .	79
5.10	Motor als Störquelle . . . . .	80
5.11	Impedanz-Optimierung: Ergebnis . . . . .	81

# Literaturverzeichnis

- [1] EUROPÄISCHE UNION: *Richtlinie 2004/108/EG des Europäischen Parlaments und des Rates vom 15. Dezember 2004 zur Angleichung der Rechtsvorschriften der Mitgliedsstaaten über die elektromagnetische Verträglichkeit und zur Aufhebung der Richtlinie 89/336/EWG*, 2004.
- [2] INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION (CISPR): *Radio disturbance characteristics for the protection of receivers used on board vehicles, boats and on devices – Limits and methods of measurement*, August 2002.
- [3] BENECKE, J. und S. DICKMANN: *Inductive and Capacitive Couplings in DC Motors with Built-In Damping Chokes*. In: *EMC Zurich in Singapore 2006, 17th International Zurich Symposium on Electromagnetic Compatibility*, Seiten 69–72, Singapur, März 2006.
- [4] SACK, J.: *Störspannungsemission kleiner Gleichstrom-Kommutatoren im Bereich der Hörfrequenzen*. Dissertation, Universität der Bundeswehr München, 1985.
- [5] GÓMEZ, M. F.: *Characterisation and Modelling of Brush Contacts*. Dissertation, Helmut-Schmidt-Universität, 2005.
- [6] SCHWARZBECK MESS-ELEKTRONIK: *NNBM 8125, Netznachbildung für Bordnetze*.
- [7] PREGLA, R.: *Grundlagen der Elektrotechnik*. Hüthig, 5. Auflage, 1998.
- [8] ZAKY, A. A. und H. E. KAMCHOUCI: *A direct method for the calculation of the edge capacitance of thick electrodes*. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 8:1365–1371, Mai 1975.
- [9] BENECKE, J. und S. DICKMANN: *Analytical HF Model of a Low Voltage DC Motor Armature Including Parasitic Properties*. In: *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, Seiten 1–4, Honolulu, Juli 2007.

- [10] LEFERINK, F.: *Inductance Calculations, Methods and Equations*. IEEE Trans. Electromagn. Compat., Seiten 16–22, 1995.
- [11] QUEIROZ, A. C. M. DE: *Mutual Inductance and Inductance Calculations by Maxwell's Method*. <http://www.coe.ufrj.br/acmq/papers/papers.html>, 2003.
- [12] GROVER, F.: *Inductance Calculations*. Instrument Society of America (ISA), 1973.
- [13] SIMONYI, K.: *Theoretische Elektrotechnik*. Barth, 10 Auflage, 1993.
- [14] HAAS, H.: *Ein Beitrag zur Berechnung der Selbstinduktivität eines Torus*. Archiv für Elektrotechnik, 58:305–308, 1976.
- [15] C., C. AKYEL und S. BABIC: *Improvement in Calculation of the Self- and Mutual Inductance of Thin-Wall Solenoids and Disk Coils*. IEEE Trans. Magn., Seite 1970ff., 2000.
- [16] MEINKE, H. und F. W. GUNDLACH: *Taschenbuch der Hochfrequenztechnik*. Springer, 5 Auflage, 1992.
- [17] OBERLE, H. J.: *Optimierung*. Universität Hamburg, 2005.
- [18] STUBENBORD, L.-T.: *Methode zur Berechnung der elektromagnetischen Felder von elektrischen Kleinmotoren mittels der Geometrieorientierten Simulation*. Dissertation, Fernuniversität Hagen, 2005.
- [19] UNIVERSITÄT VON BERKELEY, USA: *Berkeley SPICE: <http://bwrc.eecs.berkeley.edu/Classes/IcBook/SPICE> (28.03.2008)*.
- [20] BENECKE, J., A. LINDE und S. DICKMANN: *Automatic HF Model Generation and Impedance Optimization for Low Voltage DC Motors*. In: *International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, Vilamoura, Portugal, September 2008.
- [21] MASSARINI, A. und M. K. KAZIMIERCZUK: *Self-Capacitance of Inductors*. IEEE Trans. Power Electron., 12:67ff., 1997.
- [22] BIELA, J. und J. W. KOLAR: *Using Transformer Parasitics for Resonant Converters—A Review of the Calculation of the Stray Capacitance of Transformers*. IEEE Trans. Ind. Applicat., 44(1):223–233, Februar 2008.
- [23] HOLM, R.: *Electric Contacts*. Springer, 1979.

- [24] JOHNSON, J. L.: *Sliding Monolithing Brush Systems for Large Currents*. Electrical Contacts, 1986.
- [25] KOPPENFELS, W. und F. STALLMANN: *Praxis der Konformen Abbildung*. Springer, 1959.
- [26] GARG, R. und I. J. BAHL: *Characteristics of Coupled Microstriplines*. IEEE Trans. Microwave Theory Tech., MIT-27, No. 7:700–704, 1979.
- [27] CHANG, K.: *Handbook of Microwave and Optical Components*, Band 1. John Wiley and Sons, 1989.
- [28] WHEELER, H. A.: *Transmission Line Properties of Parallel Strips Separated by a Dielectric Sheet*. IEEE Trans. Microwave Theory Tech., 13(2):172–185, März 1965.
- [29] WHEELER, H. A.: *Transmission-Line Properties of a Strip on a Dielectric Sheet on a Plane*. 25(8):631f., August 1977.
- [30] LIEBLANG, F.: *Charakterisierung und Gewichtung konstruktionsbedingter HF-Parameter von Gleichstrommotoren mittels messtechnischer und simulativer Netzwerkanalyse*. Diplomarbeit, Hochschule für Technik und Wirtschaft des Saarlandes, 2004.
- [31] HAK, J.: *Eisenlose Drosselspulen*. Koehler Verlag, Berlin, 1938.
- [32] MITCHELL, M.: *An Introduction to Genetic Algorithms*. MIT Press, 1996.
- [33] BENECKE, J.: *Untersuchung von EMV-Filtern in Gleichstrom-Kleinmotoren*. Diplomarbeit, Helmut-Schmidt-Universität, Hamburg, 2004.

# Lebenslauf

## Persönliche Daten

Name **Jens Benecke**  
geboren 23. Dezember 1977 in Hamburg  
Kontakt jens@benecke.name

## Schulbildung

1984–1988 Grundschule  
1988–1989 Albert-Schweitzer-Gymnasium, Hamburg  
1990–1992 German School, London  
1993–1997 Albert-Schweitzer-Gymnasium, Hamburg

## Wehrdienst

1997–1998 Grundwehrdienst im 5. Panzerbataillon 405,  
Stern-Buchholz-Kaserne bei Schwerin

## Universitäre Bildung

1998–2004 Studium der Elektrotechnik, TU Hamburg-Harburg

## Berufstätigkeit

2004–2008 Wissenschaftlicher Assistent an der Helmut-Schmidt-  
Universität / Universität der Bundeswehr Hamburg  
seit 5/2008 tätig im Bereich Simulation und Entwicklung  
im Bereich Automobilelektronik / Elektromagnetische Verträglichkeit  
bei der Robert Bosch GmbH, 77815 Bühlertal