

Regelung elektromagnetisch gelagerter Rotoren mit parallelen Strukturen

Vom Fachbereich Maschinenbau
der Universität der Bundeswehr Hamburg
zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktor-Ingenieurs
genehmigte

DISSERTATION

von

Norbert Gustav Buro

aus Bremen

Hamburg 2002

Referent : Univ.-Prof. Dr.-Ing. H. Witfeld
Korreferent : Univ.-Prof. Dr.-Ing. D. Sachau
Tag der mündlichen Prüfung: 14.06.2002

Inhaltsverzeichnis

Bildverzeichnis	vii
Verwendete Symbole	viii
1 Einleitung	1
1.1 Stand der Magnetlagertechnik	4
1.2 Zielsetzung	5
1.3 Arbeitsumfang	6
2 Magnetlagertechnik für Rotoren	7
2.1 Technologie der magnetischen Lagerung	7
2.2 Elektromagnete und Systemkomponenten	10
2.3 Bewertungsmöglichkeiten der Magnetlagertechnik	22
2.3.1 Fortschrittskennziffern	23
2.3.2 Monetäre Betrachtungen	27
3 Grundlagen und Anwendung	31
3.1 Elektromagnetismus	31
3.1.1 Grundbegriffe des Magnetischen Kreises	32
3.1.2 Magnetkraftaufbau	38
3.1.3 Elektromagnetische Verluste	43
3.2 Rotordynamik	47
3.2.1 Starrer Rotor in Magnetlagern	47

3.2.2	Elastischer Rotor in Magnetlagern	64
3.3	Kybernetik aktiver Rotorlagerungen	82
3.3.1	Modellierung und Analyse	83
4	Das Magnetlagerversuchssystem	89
4.1	Prozesstechnik	89
4.1.1	Systemstruktur	89
4.1.2	Prozessrechner	91
4.2	Einrichtungen zur Kraftsteuerung	95
4.2.1	Statische Eigenschaften	95
4.2.2	Dynamische Eigenschaften	98
5	Magnetische Lageregelung	107
5.1	Simulationsmodell	107
5.2	Reglersynthese	110
5.2.1	Modale Ordnungsreduktion	111
5.2.2	Reglerentwurf	116
5.2.3	Entwurfsergebnisse und Simulation	123
6	Experimentelle Untersuchungen	134
6.1	Drehzahlregelung	134
6.2	Drehzahlabhängiger Lageregler	138
6.3	Ergebnisse und Anwendungen	147
7	Zusammenfassung und Entwicklungsmöglichkeiten	152
	Anhang	154

A	Elektromagnetismus	155
A.1	Maxwellsche Gleichungen	155
A.2	Magnetische Energie	156
B	Rotordynamik	158
B.1	Winkelorientierungen	158
B.2	Ansatzfunktionen	160
B.2.1	Koeffizienten für zylindrische Wellenelemente	161
B.2.2	Hermite-Interpolationspolynome	162
B.3	Rotorkomponenten	162
C	Regelungstechnik	165
C.1	Singulärwertzerlegung	165
C.2	Steuer- und Beobachtbarkeit	165
C.3	Linearer quadratischer Regler	167
D	Verschiedenes	168
D.1	Laplace Transformation	168
D.1.1	Endwertsatz	168
D.2	z -Transformation	168
D.3	Komplexe Kurvenapproximation	168
E	Beschreibung technischer Einrichtungen	170
E.1	Magnetlager	170
E.2	Leistungsverstärker	171
E.3	Parallelrechner	172
E.4	Weitere Komponenten des Magnetlagersystems	173
E.4.1	Sensorik	173
E.4.2	Antrieb	174
E.5	Vermessungseinrichtung für Magnetlager	175

Literaturverzeichnis

176

Bildverzeichnis

1.1	Wellenlager mit 120 min^{-1}	3
2.1	Dreipoliges Unipolarlager	10
2.2	Magnete in radialer Anordnung	11
2.3	Magnete in axialer Anordnung	13
2.4	Magnetlagersubsysteme	14
2.5	Sechspuls-Brückenschaltung	18
2.6	GS-Umrichter mit Gleichstromversorgung	20
2.7	Vergleich der Lagerverluste (Antrieb)	25
2.8	Fortschrittskennziffern im Vergleich	27
2.9	Kostenanteile am Magnetlagersystem	28
3.1	Rotor im Magnetfeld	33
3.2	Kennlinien für Luft, Eisen und magnetischen Kreis	35
3.3	Induzierte Spannung in Spule 2 bzw. Spule 3 und 4	37
3.4	Selbstinduktivität einer Magnetlagerspule	39
3.5	Starrer Rotor in Magnetlagern	49
3.6	Magnetlagerrotor mit außermittiger Scheibe	55
3.7	Eigenfrequenzen für $a = b$	59
3.8	Eigenwerte bei 2000 min^{-1} , $D = 0 \dots 0.473$	61
3.9	Frequenzgang bei Unwuchterregung	62
3.10	Rotorelemente	65
3.11	Neigungen am Timoshenko-Balken	66

3.12	Rotor mit 3 Starrkörper und 2 Wellenelementen	72
3.13	Gyroskopischer Einfluss auf die Eigenfrequenzen	75
3.14	Eigenwerte für $\eta = 0.5269$ und $D = 0 \dots 0.46$	78
3.15	Ungedämpfte Eigenformen $k = 2, 4, 8, 10$ bei $\eta = 3.16$	80
3.16	Gedämpfte Eigenform $k = 8$ bei $\eta = 0.5269$ und $D = 0.2$	81
3.17	Singulärwerte, Steuerbarkeit links, Beobachtbarkeit rechts	87
4.1	Struktur des Magnetlagersystems	90
4.2	Anwenderprozesse auf dem Parallelrechner	93
4.3	Magnetlagervermessung	95
4.4	Kennlinien für Magnetlager A und B mit $I_0 = 3 A$	96
4.5	Kraftfeld für Magnetlager B mit $I_0 = 3 A$	97
4.6	Magnetlagerkraft am Rotor	98
4.7	Leistungsgrenzen für Magnetlager A	100
4.8	Leistungsgrenzen überschritten	101
4.9	Frequenzgänge Leistungsverstärker mit Spule für drei Luftspalte	102
4.10	Messung und Approximation für 0.56 mm Luftspalt	104
4.11	Sprungantwort für 6.8 V	105
5.1	Simulationsmodell des Magnetlagersversuchssystems	108
5.2	Simulierte Sprungantwort für 6.8 V	109
5.3	Blockdarstellung des Reglers	123
5.4	Diskrete Pole und Drehzahl	126
5.5	Unwuchtsimulation, $\eta = 3.16$, $\varepsilon_x = 0.07 mm$	132
5.6	Frequenzgänge des geregelten Systems	133
6.1	Drehzahlregelkreis	134

6.2	Sprungantworten	136
6.3	Ausgeregelter Störsprung	137
6.4	Störfrequenzgang $G_z = n_{ist}/z_n$	138
6.5	Stellfrequenzgang $G_s = n_{ist}/z_s$	139
6.6	Adaptive Parameteränderung	142
6.7	Rotorhochlauf mit $T_g = 70\%$	143
6.8	Scheibenorbit bei Parametersprung	144
6.9	Parameteradaption bei $\eta_3 = 0.44$ und $\eta_4 = 1.98$	149
6.10	Schaufelverlust bei $\eta = 1.0$ mit $\varepsilon_x = 0.07mm$	150
6.11	Spektren über Betriebsdrehzahlbereich	151
B.1	Rotorkomponenten im Maßstab 1:2 [mm]	164
E.1	Magnetlagerspulen sichtbar	171
E.2	Euro-Platine des Leistungsverstärker	172
E.3	Rack des Magnetlagerversuchsstandes	174
E.4	Magnetlager und Vermessungseinrichtung	176
E.5	Magnetlager und Vermessungseinrichtung	177
E.6	Magnetlager in Vermessungseinrichtung	178

Verwendete Symbole

Hinweis: Fett gedruckte Symbole sind Vektoren oder Matrizen

Allgemeines

$[\cdot]$	Datenreihe
∂	Partielles Differentiationssymbol
∞	Symbol der Unendlichkeit
\oint	Umlaufintegral
\cdot	Skalarprodukt
\times	Kreuzprodukt
$\hat{(\cdot)}$	z-transformierte Größe
$(\cdot)^{\mathbf{T}}$	Transponiert
$\dot{(\cdot)}$	Zeitableitung
$\underline{(\cdot)}$	Komplexer Wert
$(\cdot)^*$	Konjugiert komplexer Operator
$ \cdot $	Betrag
$(\cdot)'$	Ableitung allgemein
$(\cdot)^{\text{Re}}$	Realteil
$(\cdot)^{\text{Im}}$	Imaginärteil
$(\cdot)^{(S)}$	Index für Starrkörperelement
$(\cdot)^{(W)}$	Index für elastisches Wellenelement
$(\cdot)_i$	Zählindex
$(\cdot)_j$	Zählindex
$(\cdot)_k$	Zählindex
$(\cdot)^{n \times m}$	Matrix mit n-Zeilen, m-Spalten
$(\cdot)^{(H)}$	Darstellung im (H)-Koordinatensystem
$(\cdot)^{(1)}$	Darstellung im (1)-Koordinatensystem
\triangleq	definiert als

Lateinische Buchstaben

\mathbf{A}	Flächenvektor in Richtung des Normaleneinheitsvektors
A	Betrag von \mathbf{A}
$\mathbf{A}(\cdot)$	Matrix zur Eigenwertberechnung
$\mathbf{A}, \mathbf{A}_1, \mathbf{A}_0$	Systemmatrizen
$\mathbf{A}_S, \mathbf{A}_T, \mathbf{A}_r, \mathbf{A}_e$	Systemmatrizen
$\hat{\mathbf{A}}, \hat{\mathbf{A}}_1, \hat{\mathbf{A}}_2$	Diagonalmatrix von Eigenwerten
$\mathbf{A}_d, \mathbf{A}_{Sd}$	Systemmatrix für diskretisiertes System
A_L	Querschnittsfläche Luftvolumen
A_{Cu}	Leitungsquerschnitt
$A(\cdot)$	Nennerpolynom
A_S	Schubfläche
A_K	Kreisfläche
$\mathbf{a}_f, \mathbf{a}_g$	Vektor lokaler Ansatzfunktionen für Balkenelemente
a	Rotorabmessung
a_k	K-ter Koeffizient
$\mathbf{B}, \mathbf{B}_T, \mathbf{B}_r, \mathbf{B}_e$	Eingabematrix
$\hat{\mathbf{B}}, \hat{\mathbf{B}}_1, \hat{\mathbf{B}}_2$	transformierte Eingabematrizen
$\mathbf{B}_d, \mathbf{B}_{d1}, \mathbf{B}_{Sd}$	diskretisierte Eingabematrix
\mathbf{B}	magnetische Induktion
$\mathbf{B}_{11}, \mathbf{B}_{22}$	Matrizen zur Modellreduktion
B	Betrag der magnetischen Induktion
B_n, B_t	Normale und tangentiale Koordinate von \mathbf{B}
B	Lagerbreite
$B(\cdot)$	Zählerpolynom
B_k	Integrationskonstante
b	Rotorabmessung
b_k	k-ter Koeffizient
$\mathbb{C}^{N \times M}$	$N \times M$ Feld der komplexen Zahlen
\mathbf{C}	Steifigkeitsmatrix der Lagerung
C_k	Integrationskonstante
c, c_1, c_2	Steifigkeit
c_{nom}	Nominale Steifigkeit
\mathbf{c}_i	Abkürzung für $\cos \beta_i$

D	Dielektrische Verschiebung
<i>D</i>	Betrag der dielektrischen Verschiebung
D	Dämpfungsmatrix
D_c	Drallvektor bezüglich Punkt C
div	Divergenz eines Vektors
<i>D</i>	Dimensionsloser Dämpfungsbeiwert
<i>D_W</i>	Wellendurchmesser
d	Vektor der Störgrößen
d_m	Massenanteil von d
d_ε	Unwuchtanteil von d
<i>d</i>	Dämpfungsbeiwert
<i>diag</i> [(.)]	Diagonalmatrix mit (.) als Hauptdiagonale
<i>dA</i>	Differentieller Flächenvektor
<i>ds</i>	Vektorielles Linienelement
<i>ds</i>	Betrag des vektoriellen Linienelementes
<i>dV</i>	Differentielles Volumenelement

E	Elektrische Feldstärke
<i>E</i>	Elastizitätsmodul
e_x, e_y	Einheitsvektoren in <i>x</i> - und <i>y</i> -Richtung
e_i	<i>i</i> -ter Einheitsvektor
e	Integrationswert
<i>e</i>	Natürliche Zahl
<i>e_r</i>	Regelfehler
e	Parameter zur Schubverformung

\mathbf{F}	Vektor der Magnetlagerkraft
\mathbf{F}	Matrix zur Modellreduzierung
F	Kraft allgemein
F_x, F_y	Koordinaten von \mathbf{F}_R in kartesischen Koordinaten
F_{xA}, F_{yA}	F_x, F_y von Magnetlager A
F_{xB}, F_{yB}	F_x, F_y von Magnetlager B
F_1, F_2, F_3, F_4	Magnetische Kraft der Spule 1 bis 4
F_a, F_b	Reluktanzkraft unter den Polschuhen
F_0	Kraftbias
$\mathcal{F}\{\cdot\}$	Fourier-Transformation
\mathbf{f}_{MB}	Vektor der magnetischen Kräfte
\mathbf{f}_{MBstat}	Statischer Anteil von \mathbf{f}_{MB}
f	Zeitabhängiger Kraftanteil
f	Frequenz
f_1, f_2, f_3, f_4	Zeitabhängiger Anteil von F_1, F_2, F_3, F_4
f_Φ	Induktionsfrequenz
$f_1(\cdot), f_2(\cdot)$	Ansatzfunktionen für Wellenelemente
$f_3(\cdot), f_4(\cdot)$	Ansatzfunktionen für Wellenelemente
$f(\cdot)$	Funktion allgemein
\mathbf{G}	Gyroskopische Matrix
\mathbf{G}_0	Teilmatrix von \mathbf{G}
$\Delta\mathbf{G}$	Teilmatrix von \mathbf{G}
$G_i(\cdot)$	Übertragungsfunktion Spulenstrom/Referenzspannung
G_{i0}	Übertragungsfunktion Spulenstrom/Referenzspannung
G_z	Störfrequenzgang
G_s	Stellfrequenzgang
G	Schubmodul
\mathbf{g}	Elektrische Stromdichte
g	Fallbeschleunigung
$g_1(\cdot), g_2(\cdot)$	Ansatzfunktionen für Wellenelemente
$g_3(\cdot), g_4(\cdot)$	Ansatzfunktionen für Wellenelemente
g_k	K-ter Koeffizient

H	Matrix allgemein
$\mathbf{H}_D, \mathbf{H}_I$	Diskrete Übertragungsmatrizen
$H(\cdot)$	Hamilton-Funktion
H	Magnetische Feldstärke
H	Betrag der magnetischen Feldstärke
H_n, H_t	Normale und tangentielle Komponente von H
$H_i(\cdot)$	Frequenzgang Spulenstrom/Referenzspannung
$H_f(\cdot)$	Frequenzgang Magnetkraft/Referenzspannung
h	Vektor von hermiteschen Polynomen
$h_1(\cdot), h_2(\cdot)$	Hermitesche Interpolationspolynome
$h_3(\cdot), h_4(\cdot)$	Hermitesche Interpolationspolynome
I	Einheitsmatrix
Im	Imaginärteil
I	Strom allgemein
I_0	Strombias
I_1, I_2, I_3, I_4	Strom durch Magnetspule 1 bis 4
I_{Ven}	Abschaltbarer Ventilstrom
I_d	Gerichteter Strom der Sechspuls-Brückenschaltung
I_{AV}	Arithmetischer Mittelwert des Stromes
\underline{I}_h	Komplexer Strom durch die Hauptinduktivität
\underline{I}_1	Komplexer Gesamtstrom
I_{\max}, I_{\min}	Oberer und unterer Stromgrenzwert
I_{eff}	Effektivwert des Stromes
I_a	Ausgangsstrom GS-Umrichter
I_K	Axiales Flächenträgheitsmoment des Kreises
I_{soll}	Sollwert des Stromes
i	Stromvektor
\mathbf{i}_S	Stromvektor zur Stabilisierung
\mathbf{i}_R	Stromvektor zur Regelung
$\{\mathbf{i}_k\}$	Folge von vektoriellen Stellsignalen
\tilde{i}	vektorielles Stromsignal
i_k	Stellwert allgemein
i_1, i_2, i_3, i_4	Zeitabhängiger Stromanteil durch Magnetspule 1 bis 4
i_∞	Stationärer Endwert des Stromanteiles
i_x, i_y	Stromanteil durch Magnetspulen in der x, y -Richtung

J	Trägheitstensor
J_1, J_2, J_3	Massenträgheitsmomente, zentrale Hauptträgheitsachsen
J_m	mittleres Massenträgheitsmoment
ΔJ	abweichendes Massenträgheitsmoment
J_p	Polares Massenträgheitsmoment
$J_{p,ges}$	Polares Massenträgheitsmoment, Rotor gesamt
J_d	Axiales Massenträgheitsmoment
$J_{d,ges}$	Axiales Massenträgheitsmoment, Rotor gesamt
J	Gütekriterium
j	Imaginäre Einheit $\sqrt{-1}$
K	Steifigkeitsmatrix des Rotors
\mathbf{K}_{MB}	Transformationsmatrix für magnetische Kräfte
\mathbf{K}_i	Matrix im magnetischen Kraftgesetz für Strom
\mathbf{K}_s	Matrix im magnetischen Kraftgesetz für Verschiebung
$K_0^{(J)}$	Kapitalwertvorteil bei J Jahren
K_P	Proportionalbeiwert
k	Diagonalmatrix der Steifigkeiten
k_1, k_2, k_3, k_4	Faktor im Magnetkraftgesetz für Spule 1 bis 4
k	Faktor im Magnetkraftgesetz
k_s	Wegkoeffizient
k_i	Stromkoeffizient
k_D	Konstante des Differenziergliedes
k_P	Adaptionsparameter
$\mathcal{L}\{.\}$	Laplace-Transformation
L	Ausgabematrix
L	Induktivität
L	Rotorlänge
l	Wellenelementlänge
l_1, l_3	Feldlinienweg im Magneteisen bzw. im Rotoreisen
l_2	Feldlinienweg in Luft
l_L	Weg der Feldlinien in einem Luftabschnitt
lim	Grenzwert

M	Massenmatrix
M	Magnetisierung
M ₀	Teilmatrix von M
$\Delta\mathbf{M}$	Teilmatrix von M
M_x, M_y	Biegemoment des Wellenelementes um x-, y-Achse
\hat{M}	Amplitude der Drehmomenterregung
<i>Mag</i>	Amplitude
$\mathbf{m}_{k,i}$	Randverschiebungen für i-tes Element, k-te Eigenform
<i>m</i>	Masse
<i>m</i>	Zählvariable
m_{ges}	Masse, Rotor gesamt
$\min(\cdot)$	Minimum von (\cdot)
N	Matrix zur Näherung der Modalkoordinaten
<i>N</i>	Anzahl der Magnetspulen
<i>N</i>	Anzahl der Starrkörperfreiheitsgrade
<i>N</i>	Konstante des Differenziergliedes
<i>n</i>	Anzahl der Windungen einer Magnetspule
n, n_{ist}, n_{soll}	Drehzahl
\hat{n}_{ist}	Amplitude des harmonischen Drehzahlanteiles
<i>n</i>	Zählvariable
P	Riccati-Matrix
<i>P</i>	Leistung
P_{Gl}	Gleichstromleistung
P_V	Verlustleistung
p	Potentialfreier Kraftvektor
<i>p</i>	Polpaarzahl
<i>p</i>	Anzahl der Steuergrößen
\bar{p}	Bezogene Lagerlast
p_s	Schubparameter
p_s	Kontinuierliche Pole
p_z	Diskrete Pole
$p_1 \dots p_5$	Polynomkoeffizienten

$\mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2$	Gewichtsmatrizen
$\mathbf{Q}_{1,D}, \mathbf{Q}_{1,P}$	Gewichtsmatrizen
$\mathbf{Q}_{1,I}, \mathbf{Q}_{1,d1}$	Gewichtsmatrizen
\mathbf{Q}_C	Steuerbarkeitsmatrix
\mathbf{Q}_O	Beobachtbarkeitsmatrix
Q	Jährlicher Zahlungsvorteil
Q_x, Q_y	Balkenquerkraft des Wellenelementes in x-, y-Richtung
$\mathbb{R}^{N \times M}$	$N \times M$ Feld der reellen Zahlen
Re	Realteil
R	Spulenresistanz
R_1	Ohmscher Widerstand der Spulenwicklung
R_{fe}	Ohmscher Widerstand der Eisenverluste
\mathbf{R}, \mathbf{R}_R	Reglermatrix
$\mathbf{R}_D, \mathbf{R}_P, \mathbf{R}_I, \mathbf{R}_{d1}$	Teilmatrizen von \mathbf{R}_R
\mathbf{R}_S	Reglermatrix zur Stabilisierung
R	Restglied
\mathbf{r}	Vektor allgemein
\mathbf{r}_M	Verschiebungsvektor des Flächenschwerpunktes M
\mathbf{r}_C	Verschiebungsvektor des Massenmittelpunktes C
rot	Rotation eines Vektorfeldes
r	Rang einer Matrix
$r_{M\varepsilon}$	Orbitradius von M infolge der Exzentrizität ε
$r_{a\varepsilon}$	Orbitradius im Abstand a von M infolge Winkel ϑ_ε
r_1, r_2, r_3	Trägheitsradius
S	Poyntingscher Vektor
\underline{S}	Komplexe Wechselstromleistung
S	Anzahl der Starrkörperelemente
S	Quadratische Fehlersumme
S_1, S_2, S_3, S_4	Luftspalt der Magnetspule 1 bis 4
S_0	Luftspalt bei konzentrischer Rotorposition
S_o	Sommerfeldzahl
s	Wegkoordinate
s_M	Komplexe Verschiebung von M
s	Weglänge
s	Laplace Variable
s_1, s_2, s_3, s_4	Zeitabhängiger Anteil von S_1, S_2, S_3, S_4
s_a, s_b	Luftspalt unter Polschuhen
s_i	Abkürzung für $\sin \beta_i$

\mathbf{T}	Transformationsmatrix
\mathbf{T}_{H1}	Transformationsmatrix (1)- nach (H)-System
\mathbf{T}_{1H}	Transformationsmatrix (H)- nach (1)-System
\mathbf{T}_L	Transformationsmatrix zur Normierung
$\mathbf{T}_{1\alpha}$	Transformationsmatrix
$\mathbf{T}_{0\alpha}$	Transformationsmatrix
T_S, T_E, T_A	Schaltzeiten des GS-Umrichter
T_t	Totzeit
T_D	Zeitverzug
T_S	Abtastperiodendauer
T_g	Zeitkonstante für den differenzierenden Anteil
t_{\max}	Größter Zeitschritt
t	Zeit
t_0	Anfangszeit
t_k	Abtastzeitpunkt
t_{off}	Ventilausschaltzeit

\mathbf{U}	Orthogonale Matrix zur Singulärwertzerlegung
\underline{U}	Komplexe Spannung
U_{eff}	Effektivspannung
U_S	Schaltspannung
U_{AV}	Arithmetischer Mittelwert der Spannung
U_{ref}	Referenzspannung am Leistungsverstärker
U_{SS}	Spitzen-Sperrspannung
U_0	Spannungsbias
U_{21}	Spannung zwischen 2 und 1
U_a	Ausgangsspannung des GS-Umrichter
U_u, U_v, U_w	Strangspannungen im 3~System
U_d	Gleichspannung der Sechspuls-Brückenschaltung
U_{dmax}	Max. Gleichspannung der Sechspuls-Brückenschaltung
\mathbf{u}	Verschiebungsvektor
\mathbf{u}_i	Verschiebungsvektor des i-ten Elementes
\mathbf{u}_w	Verschiebungsvektor des w-ten Wellenelementes
\mathbf{u}_s	Verschiebungsvektor des s-ten Starrkörpelementes
\mathbf{u}_k	K-ter Eigenvektor
u	Verschiebungskoordinate allgemein
u_1, u_5	Verschiebung in den Magnetlagern
u_{ref}	Zeitabhängiger Anteil von U_{ref}
u_∞	Stationärer Endwert des Spannungsanteiles
u_C	Verschiebungskoordinate des Massenmittelpunktes C
u_M	Verschiebungskoordinate des Flächenschwerpunktes M

\mathbf{V}	Orthogonale Matrix zur Singulärwertzerlegung
V_M	Potential eines Magnetfeldes
V_{MB}	Magnetisches Gesamtpotential
V	Volumen
V_e	Elastische Formänderungsarbeit
\mathbf{v}	Vektor von Verschiebungen am Balkenende
\mathbf{v}_{MB}	Vektor von Verschiebungen in Magnetlagern
v	Verschiebungskoordinate
v_1, v_5	Verschiebung in den Magnetlagern
v_C	Verschiebungskoordinate des Massenmittelpunktes C
v_M	Verschiebungskoordinate des Flächenschwerpunktes M

W_a	Arbeit der äußeren Kräfte
W_m	Arbeit der d' Alembertschen Trägheitskräfte
W_{trans}	Translationsanteil von W_m
W_{rot}	Rotationsanteil von W_m
W	Anzahl der Wellenelemente
\mathbf{X}	Modalmatrix, Matrix der Eigenvektoren
$\mathbf{X}_{11}, \mathbf{X}_{12}, \mathbf{X}_{21}, \mathbf{X}_{22}$	Submatrizen von \mathbf{X}
X_L	Spulenreaktanz
X_{1h}	Hauptreaktanz
X_σ	Streureaktanz
\mathbf{x}	Zustandsvektor
\mathbf{x}_k	K-ter Eigenvektor
\mathbf{x}_r	reduzierter Zustandsvektor
$\tilde{\mathbf{x}}_r$	genäherter reduzierter Zustandsvektor
\mathbf{x}_u	Vektor der untergeordneten Zustandsgrößen
\mathbf{x}_T	transformierter Zustandsvektor
\mathbf{x}_e	Zustandsvektor des erweiterten Systems
x	Koordinate senkrecht zur Rotorachse
x_C	Koordinate des Massenmittelpunktes
x_M	Koordinate des Flächenschwerpunktes
\mathbf{y}	Vektor der Meßgrößen
$\tilde{\mathbf{y}}$	genäherter Vektor der Meßgrößen
y_k	Meßwert allgemein
$\{y_k\}$	Folge von Meßwerten
y	Koordinate senkrecht zur Rotorachse
y_C	Koordinate des Massenmittelpunktes
y_M	Koordinate des Flächenschwerpunktes
$\mathcal{Z}\{.\}$	Z-transformierte
$\mathbf{z}, \mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2$	Vektor modaler Koordinaten
\underline{Z}	Komplexwertige Spulenimpedanz
z	Koordinate in Rotorachsrichtung
z	Zinssatz
z_M	Koordinate des Flächenschwerpunktes M
z	Variable der z-Transformation
z_s, z_n	Störgrößen

Griechische Buchstaben

α	Winkel der Polschenkel des Elektromagneten
α_k	Realteil von λ_k
β	Steuerwinkel der Sechspuls-Brückenschaltung
β_x, β_y	Querschnittsneigung (Drehung um x,-y-Achse)
$\beta_1, \beta_2, \beta_3$	Kardanwinkel
γ	Vektor von Kardanwinkel
$\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$	Kardanwinkel
γ	Richtungswinkel der Magnetlagerkraft \mathbf{F}_R
γ_{zy}, γ_{zx}	Schubverzerrung
Δ	Laplace-Operator
$\Delta_{rel}, \Delta_{abs}$	relativer und absoluter Fehler
Δ_{Re}, Δ_{Im}	Differenzanteil
δ	Variationssymbol
ε	Dielektrizitätskonstante
ε	komplexe Exzentrizität
$\varepsilon_x, \varepsilon_y$	Koordinaten der komplexen Exzentrizität
ζ	Normierte Wellenlänge
ζ	Dämpfungsfaktor
η	Bezogene Rotorwinkelgeschwindigkeit, dimensionslos
η_{krit}	Kritische Drehzahl, dimensionslos
η	Dynamische Viskosität
θ	Ansatzwert zur Eigenvektorberechnung
ϑ	Ansatzwert zur Eigenvektorberechnung
ϑ_ε	Winkel der Rotorverdrehung infolge statischer Unwucht
κ	Spezifische elektrische Leitfähigkeit
κ_S	Faktor zur Rotorstabilisierung
λ, λ_k	Eigenwert, k-ter Eigenwert
μ	Permeabilität
μ	Massenbelegung pro Länge
μ_m	Drehmassenbelegung
μ_0, μ_r	Permeabilität des Vakuums, relative Permeabilität
ν	Bezogene Eigenkreisfrequenz
ν_k	k-te bezogene Eigenkreisfrequenz
ν_N	Nutationsfrequenz
ξ_c	Längenmaß zur Scheibenposition am Rotor
ξ	Längenmaß am Rotor
Π	Magnetische Feldenergie

ρ	Räumliche Ladungsdichte
ϱ	Spezifischer elektrischer Widerstand
ϱ	Dichte
σ_i	I-ter Singulärwert
σ_r	Flächenbezogene Magnetkraft
$\sum^{(C)}, \sum^{(O)}$	Diagonalmatrix der Singulärwerte
\sum	Summenzeichen
τ	Zeitkonstante
τ, τ'	Integrationsvariablen
Φ_x, Φ_y	Winkel der Koordinatendrehung (1)- nach (H)-System
φ	Vektor der Rotordrehungen (Winkel)
φ	Winkel, allgemein
φ_k	K-ter Phasenwinkel
$\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$	Komponenten von φ , Winkel um x,- y,- und z-Achse
$\varphi_{\vartheta\varepsilon}$	Phasenwinkel bei statischer Unwucht
$\varphi_{M\varepsilon}$	Phasenwinkel bei statischer Unwucht
ϕ	Komplexer Winkel der Koordinatendrehung
Φ	Magnetischer Fluss
\varkappa_x, \varkappa_y	Balkenkrümmung
Ψ	Komplexer Winkel der Rotordrehung
ψ	Relatives Lagerspiel
ω	Vektor der Winkelgeschwindigkeiten
Ω	Rotorwinkelgeschwindigkeit
ω	Kreisfrequenz, allgemein
ω, ω_k	Eigenkreisfrequenz, k-te Eigenkreisfrequenz
ω_0	Kennkreisfrequenz
ω_n	Natürliche Kreisfrequenz eines Poles

1. Einleitung

Magnetische Erscheinungen sind der Menschheit schon seit langem bekannt. Bereits aus dem dritten Jahrhundert vor Christus lassen sich Berichte über die Eigenschaften magnetischer Mineralien finden. Anders als bei Erkenntnissen aus der Mechanik, die spätestens seit da Vinci¹ auch verwertet wurden, gelang eine nennenswerte Anwendung des Magnetismus erst im 19. Jahrhundert im Sinne des Elektromagnetismus, für die Maxwell² eine praktikable Theorie fand.

Schon bei der Definition elektrischer und in Analogie magnetischer Felder wird auf den in der Mechanik so wichtigen Kraftbegriff zurückgegriffen. Für die technische Realisierung wird die Kraftwirkung magnetischer Felder in die Reluktanzkraft oder Maxwellsche Kraft und die Lorentz Kraft unterteilt. Die Reluktanzkraft wirkt stets an der Grenzfläche zweier Medien unterschiedlicher Permeabilität einschließlich des Vakuums in Richtung der magnetischen Feldlinien. Die Lorentz Kraft ist mit der Bewegung elektrischer Ladungen im Magnetfeld verbunden und wirkt senkrecht zu den magnetischen Feldlinien. Für Antriebszwecke wird fast ausnahmslos die Lorentz Kraft verwendet und zwar für rotatorische wie auch für die immer wichtiger werdenden linearen Antriebe. Obwohl die Lorentz Kraft auch für Zwecke der Lagerungen eingesetzt werden kann, ist hierfür die Reluktanzkraft prädestiniert.

Lagerungen dienen in der Technik zur Positionierung im Raum und zur Aufnahme von Kräften bei sich relativ zueinander bewegendenden Komponenten. Entstehungsursachen für die Lagerkräfte finden sich in externen Belastungen und bauteilspezifischem Verhalten, insbesondere aufgrund dynamischer Effekte. Lagerungsprobleme sind deshalb nicht trivial und begrenzen häufig die Leistungsfähigkeit maschinenbaulicher Einrichtungen. Grenzen zeigen sich einerseits durch die physikalische Tragfähigkeit möglicher Lagerarten, andererseits aber auch aus ökonomischen Gründen.

Führt man eine Klassierung möglicher Lagerungen durch, kann grundsätzlich zwischen der Kraftaufnahme durch ein Trennmedium zwischen Lager-

¹Leonardo da Vinci, 1452-1519

²James Clerk Maxwell, 1831-1879

einrichtung und bewegter Komponente, z.B. Welle, und Kraftaufnahme durch magnetische Felder unterschieden werden; der möglichen Nutzung elektrischer Felder wird hier keine Bedeutung beigemessen, denn zur Erzeugung ausreichender Lagerkräfte sind sehr starke elektrische Felder erforderlich. Feste, flüssige oder gasförmige Trennmedien führen in der Anwendung zu Wälz-, Hydro- und Gaslagern. Auch Trockenlauflager ohne separates Trennmedium werden verwendet.

Neben den häufig eingesetzten *Wälzlagern* kommen insbesondere im Großmaschinenbau *Hydrolager* zum Einsatz, wobei letztere sowohl hydrodynamische wie auch hydrostatische Lager beinhalten. Hydrodynamische Effekte bewirken einen statischen Druckaufbau zwischen Wellenzapfen und Lagerflächen, der bei ausreichender Umfangsgeschwindigkeit verschleißfreie Flüssigkeitsreibung ermöglicht. Bei hydrostatischen Lagern wird durch zusätzliche Einrichtungen ein Druck(öl)polster zwischen Welle und Lager aufgebaut, das den verschleißfreien Betrieb auch bis zum Stillstand ermöglicht. Gaslager werden nur für niedrige Lasten eingesetzt. Trockenlauflager zählen gemeinhin zu den *Gleitlagern*, zu der auch die Hydrolager gehören. Alte Trockenlauflager wurden z.B. bei der radialen Lagerungen von Schiffswellen auch mit Pookholz ausgeführt, das ständig befeuchtet werden musste.

Der gegenwärtige Stand der Technik der maschinenbaulichen Lagerungen für höherwertige Anwendungen wie Turbinen, Motoren und Werkzeugmaschinen stellt vorwiegend Wälz- oder Hydrolager zur Disposition. Gleitlager erfordern die permanente Zuführung des Trennmediums (vorwiegend Öl) und zwar bei hydrostatischen Lagern durch einen Druckölkreislauf, für den Pumpen, Filter, Kühler und Stellorgane zur Druckregulierung erforderlich sein können. Bei hydrodynamischen Lagern erfolgt die Zuführung des Trennmediums in der Regel durch konstruktive Maßnahmen im Lager wie zum Beispiel Schmierringe. Bild 1.1 zeigt ein ausgeführtes hydrodynamisches Lager, bei dem die Ölversorgung durch eine zusätzliche Pumpe gewährleistet wird (entnommen aus (Vogelpohl, 1967)).

Ein Beispiel, wie Lagerungen Grenzen der technischen Realisierung bestimmen können, findet sich bei Propellerdrucklagern im Schiffsmaschinenbau. Drucklager dienen zur Einleitung des vom Schiffspropeller erzeugten Schubes in den Schiffskörper und damit zur Vortriebserzeugung. Bis in die beiden ersten Jahrzehnte dieses Jahrhunderts wurden Drucklager mit mehreren hintereinander auf der Welle sitzenden Laufringen ausgeführt, die gemeinsam den Schub auf die feststehenden Druckringe abführten. Baulängen

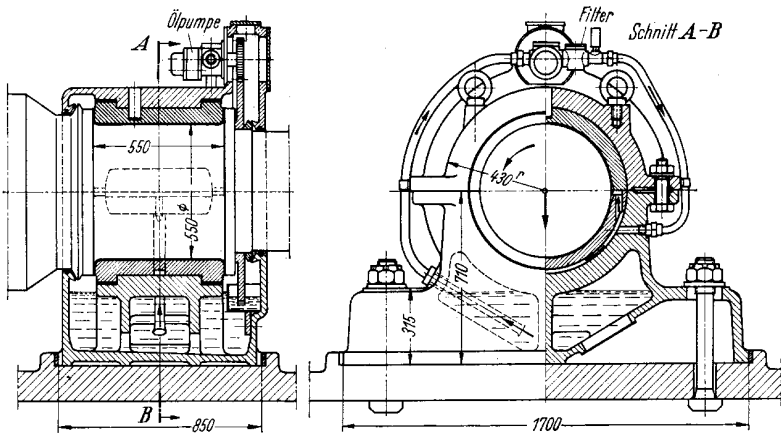


Bild 1.1: Wellenlager mit 120 min^{-1}

von mehreren Metern waren durchaus üblich. Diese sogenannten Kamm-lager waren nicht besonders betriebssicher. Mit zunehmenden Schiffsgeschwindigkeiten und -größen traten Schübe auf, die nicht mehr von diesen Lagern aufgenommen werden konnten. Die pro Propellerwelle aufzubringende Leistung wäre begrenzt gewesen, wenn es nicht durch die Entwicklung des Segmentdrucklagers (Mitchell-Lager) gelungen wäre, wesentlich größere Axialkräfte aufzunehmen. Der Druckring wird beim Mitchell-Lager in einzelne Segmente geteilt, die sich geneigt zum Lauftring einstellen. Bei dieser Bauart genügt meist ein Druckring zur Kraftaufnahme.

Die zweite große Gruppe von heute eingesetzten Lagertypen sind Wälz-lager. Wälzlager werden als wartungsfrei, verlustarm und betriebssicher bei fachgerechtem Einbau angesehen. Bei der Lagerauswahl spielt die nominelle Lebensdauer eine wesentliche Rolle. Für höherwertige Lagerungen werden Wälzlager auch mit Ölschmierungen ausgestattet. Wälzlager findet man häufig bei kleineren Wellendurchmessern und bei Bewegungen mit Stillstand; hydrodynamische Lager wären hier nicht einsetzbar, denn sie benötigen eine Mindestgeschwindigkeit, wenn erhöhter Verschleiß vermieden werden soll.

1.1. Stand der Magnetlagertechnik

Lagerungen durch magnetische Felder sind in der Vergangenheit vereinzelt immer wieder realisiert worden und zwar insbesondere dann, wenn die Abwesenheit eines Trennmediums deutliche betriebliche Vorteile versprach. Eine Einführung magnetischer Lager auf breiter Front wurde bisher jedoch vor allem durch technologische Vorbehalte, verbunden mit den Risikoabwägungen einer neuen Technologie behindert. Weiterentwicklungen in der Leistungselektronik und Prozeßrechenntechnik verstärken jedoch die Vorteile der Magnetlagertechnik und lassen auch neue entstehen, so dass sich magnetische Lagerungen zu einer echten Konkurrenz herkömmlicher Lager entwickeln können. Dies gilt umso mehr, wenn mit dem Einsatz von Magnetlagern auch eine vorteilhafte Modifikation der Gesamtkonstruktion der Maschine einhergeht.

So zeigt eine Recherche beim Deutschen Patent- und Markenamt zum Stichwort Magnetlager 48 Patente von 1981 bis 2001 auf, von denen 34 in die neunziger Jahre fallen. Erwähnenswert ist dabei, dass neben spezifischen Anwendungen einerseits Erfindungen von Magnetlagern in Verbindung mit Maschinen, z.B. Motoren, geschützt wurden, andererseits zuletzt auf neue physikalische Effekte, namentlich hochtemperatur-supraleitende Magnetlager, Bezug genommen wurde, die jedoch nicht zur Klasse der nachfolgend verwendeten aktiven Magnetlager gehören. Auch ein Patentstreit über Magnetlager in Verbindung mit geschlossenen druckdichten Generatorgehäusen bei Expansionsgasturbinen lässt sich finden (Patentamt, 2000).

Insgesamt zeichnet sich nach verschiedenen Aussagen ein Wachstumsmarkt für die in dieser Arbeit betrachteten aktiven Magnetlager ab, der nach (Hultmann; Eriksson, 1999) im Jahr 1999 43 Millionen Euro betrug und dessen Schwerpunkt bei Turbokompressoren, Flugzeugmotoren und Werkzeugmaschinen spindeln liegen soll.

Aktive magnetische Radiallager werden vorwiegend als heteropolare Lager mit drei oder vier Polpaaren aufgebaut, wie sie (Nalraj; Calvert, 1998) beschreibt und in den folgenden Kapiteln weiter analysiert werden. Sie zeichnen sich durch gute Regelbarkeit aufgrund ihrer zwei magnetisch unabhängigen Lagerachsen aus, erfordern jedoch einen hohen Bedarf an Eisen sowie Kupfer und bis zu vier spezielle Pulssteller als Leistungsverstärker zur Stromversorgung. Zur Kostenreduzierung wird deshalb versucht andere Bauprinzipien zu verwirklichen, über die (Steffani; Hofmann, 2000)

berichtet, wobei vor allem der Einsatz von herkömmlichen Dreiphasen-Wechselrichtern angestrebt wird. In (Grbesa, 2000) wird hierzu ein dreipoliges Unipolarlager vorgestellt, das nur einen Standardwechselrichter benötigt, jedoch eine deutliche Verkopplung der Lagerachsen besitzt. Da damit die auf einer Lagerachse wirkende Magnetkraft nicht nur von der Rotorverschiebung auf dieser Achse, sondern auch von der dazu orthogonalen abhängig wird, ergibt sich eine schlechtere Regelbarkeit.

Für die Regelung magnetischer Lagerungen findet sich eine Reihe von Ansätzen, über die (Knospe; Markert, 1999) einen Überblick unter Berücksichtigung von Implementationsaspekten gibt. Voraussetzung für die Reglersynthese ist ein geeignetes Modell, das aus einer Finite-Element- Diskretisierung gewonnen werden kann, wie (Schönhoff; Eisenträger, 2000) zeigt und auch in dieser Arbeit gebildet wird. Für den eigentlichen Reglerentwurf finden sich von kognitiven Ansätzen bis zu neuartigen Frequenzbereichsverfahren mehrere Beispiele in der Literatur. Während kognitive Regler keine Verbreitung fanden, wird z.B. bereits in (Herzog; Bleuler, 1992) die H^∞ -Theorie verwendet und von einer praktischen Anwendung der μ -Theorie in (Lösch; Gähler; Herzog, 1998) berichtet. Einen adaptiven Ansatz bei der Durchfahrt von biegekritischen Rotordrehzahlen verwendet (Abraham, 1992), bei dem bei Annäherung an eine Resonanzstelle die Regleranpassung eine Resonanzfrequenzverschiebung bewirkt und so eine gefahrlose Weiterfahrt ermöglicht.

1.2. Zielsetzung

Im Rahmen dieser Arbeit soll ein aktives Magnetlagersystem mit dem Ziel entwickelt werden, ein mechatronisches Gesamtkonzept für die Lagerung elastischer Rotoren zu erstellen. Weiterhin soll eine ökonomische Bewertung der Magnetlagertechnologie vorgenommen werden.

Das hier zum Einsatz kommende Magnetlagersystem besteht aus einer Reihe von elektrischen, elektronischen und mechanischen Komponenten, die in einem Simulationsmodell erfasst werden, so dass ein neuer ganzheitlicher Ansatz für die Auslegung des Magnetlagersystems entsteht. Eine besondere Bedeutung kommt dabei der Reglersynthese zu, die die Eigenschaften der einzelnen Systemkomponenten berücksichtigt und eine berührungsfreie Rotorlagerung auch bei auftretenden Störeinflüssen gewährleistet. Um rotordynamischen Effekten durch Unwuchten (Schaufelverlust) und Gyrosko-

pie zu begegnen, wird in dieser Arbeit ein neues nichtlineares Scheduling von Reglerparametern eingeführt, mit dem der experimentelle Nachweis eines störungsfreien Rotorbetriebes gelingt. Ein wesentlicher Fortschritt des realisierten Magnetlagersystem ist es kritische Rotordrehzahlen durch drehzahlabhängiges Anpassen von Reglerparametern in Verbindung mit einer Drehzahlregelung zu eliminieren.

Mit dem funktionsfähigen Magnetlagerversuchssystem sollen alle Betriebszustände, auch der des Schaufelverlustes, verifiziert werden, die zuvor durch eine Simulation getestet wurden.

1.3. Arbeitsumfang

Im Rahmen des experimentellen Teiles dieser Arbeit wird ein rotordynamischer Magnetlagerversuchsstand gebaut; für die Reglersynthese wird das mechatronische Gesamtsystem modelliert. Hierzu gehört zunächst ein Rotormodell, das die gyroskopischen Effekte mit erfasst und durch eine Finite-Element-Diskretisierung mit gyroskopischen Wellenelementen gewonnen wird. Die Modelle der elektromagnetischen Komponenten werden ausgehend von der elektromagnetischen Feldtheorie auf der Basis der Maxwell'schen Gleichungen entwickelt und haben die Herleitung eines Kraftgesetzes zum Ziel. Neben diesen strukturdynamischen und elektromagnetischen Eigenschaften des Magnetlagersystems werden auch die elektrischen Komponenten wie Leistungsverstärker und Sensorik modelliert.

Anhand des so entstandenen Gesamtmodells wird ein dynamischer Zustandsraumregler in diskreter Form entworfen, der nach dem Erreichen eines stabilen Schwebzustandes des Rotors drehfrequente Unwuchtstörungen einschließlich Schaufelverluste und gyroskopische Effekte möglichst weitgehend ausregeln soll. Der entstandene Entwurf wird nach der Simulation in zeitparallelen Prozessen auf dem Prozessrechner des Magnetlagerversuchsstandes implementiert, wodurch eine ausreichend hohe Berechnungsgeschwindigkeit zur Verfügung gestellt wird, um einen vollautomatischen Rotorbetrieb zu ermöglichen.

2. Magnetlagertechnik für Rotoren

Mit dem Begriff der Magnetlagertechnik kann leicht die Maglev¹-Technologie assoziiert werden, die spurgebundene, elektromagnetisch gelagerte und angetriebene Fahrzeuge charakterisiert. Neben der Maglev-Anwendung wird die Magnetlagertechnik aber auch zunehmend für andere Zwecke eingesetzt. Hierzu zählt insbesondere die Lagerung von Rotoren. Im Folgenden werden mögliche magnetische Lagerungen vorgestellt und die Funktionsweise der hier eingesetzten elektromagnetischen Lagerungen erläutert. Abschließend werden ökonomisch motivierte Aspekte elektromagnetischer Lagerungen betrachtet.

2.1. Technologie der magnetischen Lagerung

Eine ganz andere Möglichkeit des Aufbringens der Lagerreaktion im Vergleich zu den in Kapitel 1 genannten konventionellen maschinenbaulichen Lagerungen ergibt sich durch den Einsatz magnetischer Felder. Hier übernimmt ein vorhandenes Trennmedium zwischen Rotor und Lager keine unmittelbare Funktion; vielmehr ist überhaupt kein Trennmedium zur Erzeugung der Lagerreaktion erforderlich. Die Lagerreaktion entsteht durch die Kraftwirkung magnetischer Felder, die auch im Vakuum wirkt.

Der Magnetismus bietet eine Reihe von Effekten, die zur Lagerung im Maschinenbau eingesetzt werden können. Abgesehen von erst in (näher) Zukunft industriell einsetzbaren magnetischen Effekten durch supraleitende Eigenschaften, die noch nicht in Gänze erfaßt sind, liegt eine Reihe weiterer magnetischer Lagerprinzipien vor, deren Einsatz als lohnenswert erscheint.

Lagerloser Elektromotor

Ist, wie bei Wechselstrommaschinen, der Läufer ohnehin stromführend, kann in Erweiterung des die Drehbewegung verursachenden elektrodyna-

¹Magnetically levitated vehicle

mischen Prinzips auch gleich eine magnetische Lagerung des Läufers realisiert werden. Hierzu wird von (Schoeb; Bichsel, 1994) eine Steuerwindung im Stator vorgeschlagen, wodurch ein zusätzlicher Fluss entsteht, der dem Motorfluss superponiert wird. Durch eine von der Polpaarzahl des Motors abweichende Polzahl für den Steuerfluss gelingt die Generierung einer resultierenden Reluktanzkraft auf den Rotor bei dann unsymmetrischem Gesamtfluss im Motor. Mit einer geeigneten Stromsteuerung können Betrag und Richtung der resultierenden Reluktanzkraft bestimmt werden. Ausgeführte Systeme zeigen jedoch einen gewissen Aufwand für die Stromsteuerung, denn hierzu sind komplizierte Regelalgorithmen erforderlich. Eine verbreitete Anwendung wird dadurch zunächst behindert. Bei weiterer Entwicklung der Leistungselektronik und Prozessrechner-technik kann jedoch die Schwelle zur Wirtschaftlichkeit erreicht werden.

Magnetlager für den Maschinenbau

Für rein maschinenbauliche Lagerungen bieten sich einfachere Lösungen an, und zwar hauptsächlich Elektromagnete evt. in Verbindung mit Permanentmagneten.

LC-Resonanzlager

Beim sogenannten LC-Resonanzlager wird der Elektromagnet an einer Wechselspannungsquelle betrieben und bildet mit einem Kondensator einen LC-Schwingkreis. Spaltänderungen im Magneten führen zur Induktivitätsänderung und damit zur Verstimmung des Schwingkreises. Der damit verbundene Strom führt zu einer der Spaltänderung entgegenwirkenden Magnetkraft. Das Prinzip des Resonanzlager wurde früher bereits bei Kreislergeräten verwendet. Für weitergehende Anwendungen im Maschinenbau ist es jedoch wegen geringer Lagerkraft und mangelhafter Dämpfungseigenschaften nur begrenzt geeignet.

Permanentmagnete

Permanentmagnete benötigen keine Fremdenergie und werden deshalb schon seit längerem in hochwertigen Kleingeräten für Lagerzwecke eingesetzt. Das Entfallen der Fremdenergie muss durch hohe Materialkosten wie bei

Samarium-Kobalt-Bor Legierungen oder geringe Feldstärken und damit erforderlicher großer Bauvolumina wie bei Aluminium-Nickel-Kobalt erkauf werden. Physikalische Eigenschaften von Permanentmagneten, insbesondere die häufig geringe Temperaturbeständigkeit und Festigkeitseigenschaften, sind beim Einsatz zu beachten.

Eine stabile Rotorlagerung, sowohl in axialer wie in radialer Richtung, nur mit Permanentmagneten kann nicht gelingen, wie bereits Earnshaw gemäß (Backers, 1960/61) nachgewiesen hat, so dass zur vollständigen Lagerung für mindestens eine Raumrichtung eine andere Lagerart erforderlich ist. Bei dieser kann es sich um die nachfolgend behandelten Elektromagnete handeln.

Hybridlager

Eine Kombination aus aktiven Elektro- und passiven Permanentmagneten führt zu sogenannten Hybridlagern. Während die Permanentlager stationäre Lagerlasten aufnehmen, stabilisieren Elektromagnete die Lagerung und können weitere Störkräfte ausregeln. Der Entwicklung von Hybridlagern sollte besondere Aufmerksamkeit geschenkt werden. Die ökonomischen Vorteile von Hybridlagern sind eng mit den Permanentmagnetmaterialien verbunden, die unter Ausnutzung neuerer physikalischer Effekte (Supraleitung) noch deutlich verbessert werden können.

Unipolarlager

Ein dreipoliges Unipolarlager wird im Bild 2.1 im Querschnitt und mit seinem magnetischem Schaltkreis gezeigt, woraus erkennbar ist, dass die Summe aller magnetischen Flüsse Φ_i , $i = 1 \dots 3$, bei diesem Lagertyp null werden muss, die durch die magnetischen Durchflutungen Θ_i über die magnetischen Widerstände R_{mi} erzeugt werden. Ihr Vorteil liegt im geringeren Bauaufwand an Eisen und Kupfer gegenüber den nachstehend betrachteten und vor allem in der Verwendung eines kostengünstigen 3-Wechselrichters als Leistungsverstärker. Durch das 3-phasige-Wicklungssystem entsteht ein magnetisches Kraftfeld in radialer Richtung, das durch den steuerbaren Wechselrichter veränderbar ist. Der damit auf den Rotor wirkende resultierende Kraftvektor muss vom Regler durch die gemessene Rotorposition direkt bestimmt werden, während bei den in dieser Arbeit verwendeten

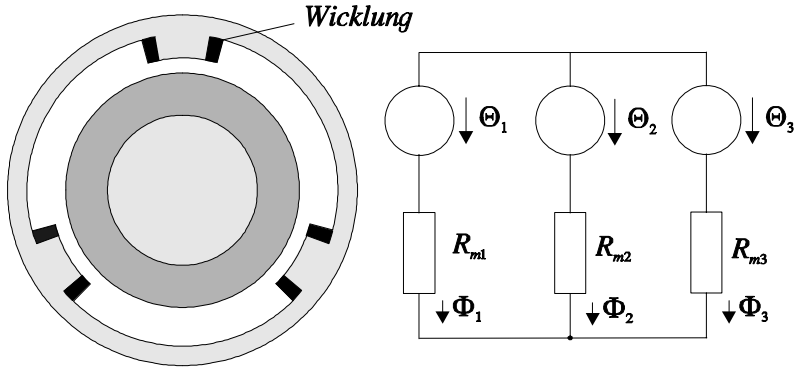


Bild 2.1: Dreipoliges Unipolarlager

Lagern zwei unabhängig voneinander bestimmbare, orthogonale Kraftkomponenten erzeugt werden können.

2.2. Elektromagnete und Systemkomponenten

Die am häufigsten eingesetzten Magnetlagertypen sind nur aus heteropolaren Elektromagneten aufgebaut. Im Folgenden sollen die für diese Magnetlager charakteristischen technischen Eigenschaften beschrieben werden. Eine Zusammenfassung verschiedener magnetischer Effekte, die zur Lagerung genutzt werden können, findet sich in (Schweitzer, 1995).

Magnetlagerspulen in Differenzanordnung

In Magnetlagern eingesetzte Elektromagnete erzeugen Reluktanzkräfte, die in den zu lagernden Komponenten (Rotoren) stets nur als Zugkräfte in Richtung der Polflächen des Magneten auftreten. Für eindimensionale Lagerungen (Axiallager) sind somit zwingend zwei Magnete erforderlich, wenn in beiden Richtungen Lagerreaktionen aufgebracht werden müssen.

Für zweidimensionale Lagerungen (Radiallager) sind mindestens drei Elektromagnete erforderlich, um Lagerreaktionen in jeder Richtung aufbringen

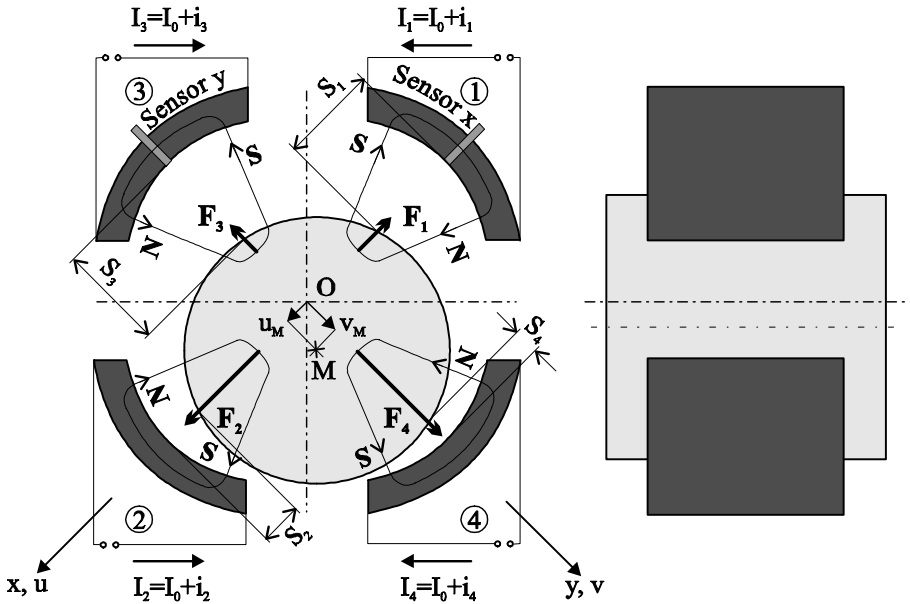


Bild 2.2: Magnete in radialer Anordnung

zu können. Technisch realisiert werden Radiallager zumeist jedoch mit wenigstens vier Elektromagneten, d.h. jeweils zwei gegenüberliegende für eine Ebenenrichtung, wie Bild 2.2 mit dem angedeuteten Feldlinienverlauf (N für Nordpol, S für Südpol) zeigt. Diese paarweise Anordnung der Magnete (Differenzanordnung) wird insbesondere zur Linearisierung der Abhängigkeit der resultierenden Reluktanzkraft beider Elektromagnete vom Strom und von der Verschiebung (u_M bzw. v_M) des Schwabkörpers aus der mittleren Lage benötigt.

Die Reluktanzkraft eines jeden der vier Elektromagnete lässt sich durch die Beziehung

$$F_j = k_j \left(\frac{I_j}{S_j} \right)^2, \quad j = 1 \dots 4, \quad (2.1)$$

mit I_j als Spulenstrom und S_j als Luftspalt sowie der durch Bauparameter bestimmten Konstanten $k_j = k$ der jeweiligen Spule, die jedoch als gleich

für alle Spulen angenommen wird, ausreichend genau bis auf Sättigungseffekte bestimmen. Eine Diskussion elektromagnetischer Kraftwirkungen in Verbindung mit weiteren beschränkenden Effekten findet sich in Kapitel 3.1.

Die Linearisierung der Reluktanzkraft des einzelnen Elektromagneten (2.1) um einen Entwicklungspunkt, bestehend aus dem Luftspalt S_0 und dem Grundstrom I_0 , führt mit

$$\begin{aligned} S_j &= S_0 + s_j \text{ und} \\ I_j &= I_0 + i_j \end{aligned}$$

zu

$$F_j = F_0 + \frac{k_i}{2} i_j - \frac{k_s}{2} s_j + R.$$

F_0 , k_i und k_s stellen positive, von I_0 und S_0 abhängige Konstanten und R das quadratische Restglied der Reihenentwicklung dar. Beachtet man die Geometrie des Bildes 2.2, so ist S_0 der sich bei konzentrischer Rotorlage ($M=O$) einstellende Luftspalt, und für das Spulenpaar 1 und 2 gilt mit der Verschiebungskoordinate u_M des Flächenschwerpunktes M

$$s_1 = -s_2 = u_M$$

sowie bei geeigneter Wahl der Ströme

$$i_2 = -i_1 = i_x.$$

Somit bestimmt sich im Inertialsystem (x, y) die auf den Rotor wirkende resultierende Kraft in x-Richtung zu

$$\begin{aligned} F_x &= F_2 - F_1 = k_i i_x + k_s u_M \quad (2.2) \\ \text{mit } |u_M| < S_0, |i_x| &\leq I_0, \end{aligned}$$

wenn negative Ströme I_1 und I_2 vermieden werden. Analog gilt für die y-Richtung

$$\begin{aligned} F_y &= F_4 - F_3 = k_i i_y + k_s v_M \quad (2.3) \\ \text{mit } |v_M| < S_0, |i_y| &\leq I_0. \end{aligned}$$

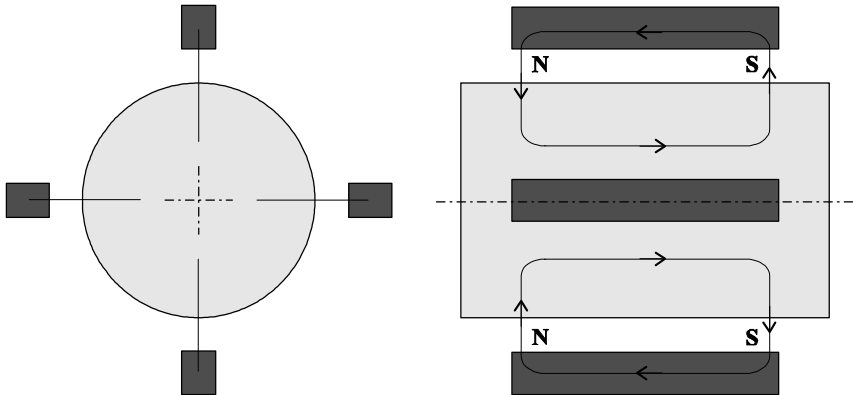


Bild 2.3: Magnete in axialer Anordnung

Andere Bauformen als die gezeigte sind möglich. So kann für den Strom I_0 eine eigene Spule vorgesehen werden. Aufgrund des geringeren Bauaufwandes hat sich jedoch die dargestellte Bauweise durchgesetzt. Auch die räumliche Anordnung der Spulen zur Erzeugung von Feldlinienkreisen in der radialen Ebene nach Bild 2.2 ist nicht zwingend. Alternativ können die Spulen auch so angeordnet werden, dass die Feldlinien in axialen Ebenen liegen, wie dies in Bild 2.3 angedeutet wird. Allerdings lassen sich dann nur schwer Wirbelstromverluste vermeiden, zu deren Verringerung prinzipiell Stator wie auch Rotor geblecht werden. Während bei radialen Feldlinien eine dann erforderliche radiale Blechung (Kreisringe) des Rotors unproblematisch ist, müsste für die axialen Feldkreise ebenso eine Blechung des Rotors in axialer Richtung erfolgen, eine bautechnisch kaum realisierbare Forderung. Hinsichtlich der Ummagnetisierungsverluste stellt die axiale Anordnung jedoch einen Vorteil dar, denn der Rotor durchläuft stets gleichnamige Pole. Bei der gezeigten radialen Anordnung können nur jeweils zwei aufeinanderfolgende Pole gleichnamig gemacht werden.

Systemkomponenten

Neben der physikalischen Eigenschaft eines Elektromagneten, nur unidirektionale Kräfte aufbringen zu können, ist für den Einsatz der Magnetlagertechnik die grundsätzliche Instabilität elektromagnetischer Lagerungen von Bedeutung. Ein durch die Magnetfelder zweier Elektromagnete in einer

Gleichgewichtslage gehaltener ferromagnetischer Körper ist instabil gelagert, so dass kleine Störungen zum Ausweichen aus der Gleichgewichtslage führen. Dies läßt sich bereits aus (2.2), (2.3) erkennen, denn eine positive Verschiebung führt im Gegensatz zur mechanischen Lagerung zu einer Kraftzunahme in Richtung der Verschiebung. Insofern wird im Vergleich zu Materialgesetzen elastischer Lagerungen auch von einer negativen Federsteifigkeit bei elektromagnetischer Lagerung gesprochen.

Damit wäre eine stabile Lagerung unmöglich, wenn nicht durch geeignete Änderung der elektromagnetischen Felder ein solches Verhalten verhindert werden könnte. Durch Stromänderung in den Spulen der Elektromagnete kann diese Feldänderung und damit ständige Anpassung der Reluktanzkraft zur Erreichung eines stabilen Lagerzustandes realisiert werden. Hierzu sind jedoch Einrichtungen für die Lagebestimmung des Rotors (Sensorik) und der StromEinstellung (Leistungsverstärker) sowie ein Entscheider (Prozessrechner) erforderlich. Bild 2.4 zeigt die funktionalen Zusammenhänge der einzelnen Komponenten.

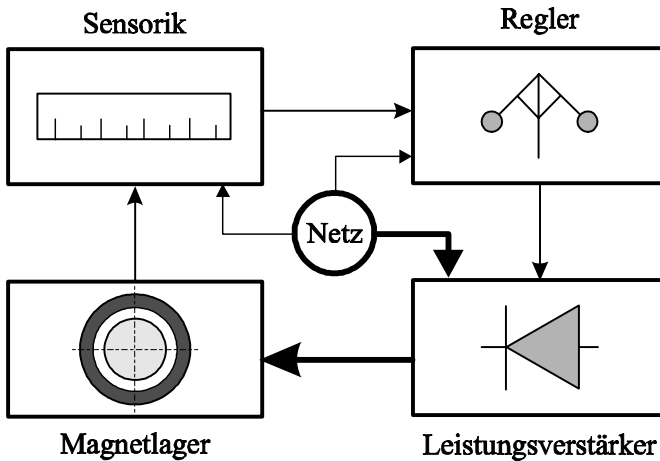


Bild 2.4: Magnetlagersubsysteme

Sensorik

Für die wichtige Information der Rotorlage müssen Wegaufnehmer eingesetzt werden, die fähig sind Lageänderungen schnell genug und mit ausreichender Genauigkeit zu erkennen. Systemparameter wie Rotordrehzahl und einzuhaltender Orbit bestimmen die Anforderungen. Bei üblichen Luftspalten im Bereich von zehntel Millimetern (typisch 0,2 bis 0,7 mm) sind Orbitradien von hundertstel Millimetern und deutlich darunter einzuhalten, was eine Auflösung des Meßwertes von einigen Mikrometern erfordert. Soweit rein analoge Messungen erfolgen, stellt die Erfassungsgeschwindigkeit keine Grenze dar, wenn elektrisch bedingte Resonanzfrequenzen nicht erreicht werden. Als berührungslose Verfahren stehen insbesondere kapazitive, induktive und auch optische Verfahren zur Verfügung.

Bei *kapazitiven Wegaufnehmern* dient der Rotor als Kondensatorplatte, der Luftspalt als Dielektrikum. Bewegungen des Rotors verändern die Kapazität. Wird der Rotor und seine Gegenplatte im Stator in eine Meßschaltung eingebunden, kann durch die Veränderung der Kapazität die Größe des Luftspaltes bestimmt werden. Für die radialen Verschiebungen in x - und y -Richtung sind zwei kapazitive Aufnehmer erforderlich. Als Meßschaltungen kommen Trägerfrequenzverfahren oder heute eher Meßoszillatoren zur Anwendung. Bei letzteren wird die Meßgröße als Frequenz eines Wechselspannungssignals abgebildet. Durch eine Zählhaltung kann eine Digitalisierung des Meßwertes erfolgen.

Kapazitive Wegaufnehmer zeichnen sich durch hohe Meßsensitivität aus, sind aber leider auch wegen der großen Geberresistenz anfällig gegen Einstrahlungen von Fremdfeldern, die gerade bei Magnetlagersystemen ausreichend vorhanden sind. Feuchtigkeit und Temperatur beeinflussen die Kapazität zudem. Auch muss der Rotor eine galvanische Verbindung zur Meßschaltung besitzen. Die Verwendung kapazitiver Wegmessungen bei Magnetlagersystemen wird deshalb vermieden.

Wegmessungen mit *induktiven Gebern* beruhen analog zu kapazitiven auf Änderungen der Impedanz, d.h. sie nutzen die Abhängigkeit der Induktivität vom Luftspalt. Dies geschieht, indem ein magnetischer Kreis mit dem Rotor als spulenlosem Anker aufgebaut wird. Die Feldlinien werden durch eine kleine Spule auf einem Ferritkern erzeugt, wenn diese von einem hochfrequenten (kHz) Wechselstrom durchflossen wird. Der Aufbau ähnelt somit dem einer Magnetlagerspule. Luftspaltabhängige Induktivitätsänderungen lassen sich dann wieder mit vorstehend genannten Meßschaltungen

auswerten.

Induktive Geber sind robust, unempfindlich gegen Streufelder und lassen sich leicht abschirmen. Ihre Meßsensitivität ist ebenfalls groß. Induktive Sensoren üben jedoch magnetische Kräfte aus, die für übliche Magnetlagerabmessungen allerdings ohne Wirkung bleiben. Sie werden deshalb bevorzugt eingesetzt.

Das Meßprinzip der *Wirbelstromaufnehmer*, die eine Sonderbauform induktiver Geber darstellen, beruht ebenfalls auf einer Induktivitätsänderung. Dazu erzeugt das hochfrequente Wechselfeld der kleinen Sensorspule Wirbelströme im Rotor, die wiederum eine Spannung in der Sensorspule induzieren. Bei abnehmendem Luftspalt kann dies als eine Zunahme der Spuleninduktivität interpretiert werden (Mitinduktivität). Mitinduktivität tritt nur bei ferromagnetischem Rotormaterial auf. Paramagnetische Materialien führen zur Gegeninduktivität. Wirbelströme der Magnetlagerspulen beeinflussen die Messung nicht, wenn Ihr Frequenzspektrum deutlich unter dem des für die Messungen verwendeten liegt, was in der Regel gewährleistet ist.

Optische Verfahren beziehen sich praktisch nur auf den Einsatz von Lasermeßtechniken, von denen hier das Laser-Doppler-Verfahren und die Laser-Triangulation zur Anwendung kommen können.

Beim *Laser-Doppler-Verfahren* ist der vom Rotor reflektierte Laserstrahl dopplerverschoben. Durch Überlagerung des reflektierten Strahls mit einem direkt vom ursprünglichen Laserstrahl abgeleiteten Referenzstrahl entsteht ein Strahl mit periodisch wechselnder Intensität². Eine meßtechnische Auswertung dieser Periodizität bildet die Geschwindigkeit des Meßobjektes Rotor in Richtung des reflektierten Laserstrahls ab. Für die gewünschte Lagebestimmung ist dieses Verfahren eher ungünstig, denn aus der gemessenen Geschwindigkeit müsste die Lage rekonstruiert werden. Die Qualität der Messung ist jedoch hoch.

Die *Laser-Triangulation* beruht auf der Streuung des Laserstrahls am Meßobjekt. Der entstehende Leuchtfleck am Objekt wird über ein Objektiv auf einen Detektor (z.B. CCD-Zeilen) abgebildet. Die Lage des abgebildeten Leuchtfleckes ist vom Abstand des Objektleuchtfleckes von einer Bezugsebene am Sensor abhängig. Laser-Triangulation ist insbesondere bei Einsatz eines Halbleiterlasers ein kostengünstiges Verfahren. Allerdings unterliegt

²Transportierte Leistung pro Flächeneinheit

es gewissen Beschränkungen, die sich aus den Eigenschaften der Objekt-oberfläche und Abbildungsfehlern ergeben. Spiegelfnde Oberflächen reflektieren das Licht und streuen es nicht. Im allgemeinen fällt der reflektierte Strahl nicht auf das Objektiv, so dass dann keine Messung mehr möglich ist. Wie in (Donges; Noll, 1993) gezeigt wird, sollte der Strahl senkrecht auf die Meßoberfläche auftreffen, da sich sonst eine breitere Intensitätsverteilung des Leuchtfleckes am Detektor ergibt, die eine größere Meßungenauigkeit zur Folge hat. Demnach müsste der Laserstrahl bei einem Magnetlager stets radial auf den Rotor auftreffen, was jedoch aufgrund der Rotorbewegung nicht zu gewährleisten ist.

Im Gegensatz zu induktiven und kapazitiven Aufnehmern vermessen die geschilderten Laserverfahren einen sehr viel kleineren Bereich am Meßobjekt, sie sind also punktorientiert.

Abschließend sei noch auf die Entwicklung sogenannter sensorloser Lager hingewiesen. Diese verzichten auf explizite Sensoren, wie sie vorstehend geschildert werden. Stattdessen wird die ohnehin vorhandene Magnetlagerspule herangezogen. Das Grundprinzip der Messung entspricht dann dem eines induktiven Sensors. In Abhängigkeit des Luftspaltes ändern sich die Parameter des magnetischen Kreises, die es zu erfassen gilt. Dies geschieht z.B. durch Auswertung des zeitlichen Stromverlaufes bei bekannter Steuerspannung. (Vischer, 1988) zeigt hier mehrere Verfahren auf. Klar wird dadurch jedoch, dass dies immer in engem Zusammenhang mit einem geeigneten Leistungsverstärker und entsprechender Auswertungs elektronik geschehen muss. Ersparnisse durch den Wegfall der Sensorik müssen gegen diesen höheren Aufwand abgewogen werden. Insofern könnte die Entwicklung spezifischer Sensoren für Magnetlager auf der Basis vorstehender Meßprinzipien (ökonomisch) vorteilhafter sein.

Leistungsverstärker

Während die prinzipielle Anwendung der Kraftwirkung magnetischer Felder schon lange in der Technik verbreitet ist, scheiterte eine Steuerung der Magnetkraft vielfach an geeigneten Einrichtungen der Stromverstellung. Durch die Entwicklung der Leistungselektronik wurde jedoch die Voraussetzung für die Magnetlagertechnik und ganz allgemein für die moderne elektrische Antriebstechnik geschaffen. Unter Verwendung von Halbleiterbauelementen stehen Umrichterschaltungen zur Verfügung, mit denen sich Ströme schalten lassen, ohne erhebliche Verlustleistungen zu verursachen,

	U_{SS}/V	I_{Ven}/A	$t_{off}/\mu sec$
MOS-Fet ³	1000	28	0,3-0,5
IGBT ⁴	1200	400	1-4
Bipolarer Transistor	1200/550	300/480	15-25/5-10
GTO-Thyristor ⁵	4500	3000	10-25

Tabelle 2.1: Abschaltbare Ventile

wie sie noch bei den Operationsverstärkern auftraten. Als Bauelemente stehen mittlerweile eine Reihe von elektronischen Ventilen zur Verfügung. Die Tabelle 2.1 zeigt den Leistungsbereich der wichtigsten abschaltbaren Ventile auf, indem die zulässige periodische Spitzen-Sperrspannung U_{SS} , der abschaltbare Strom I_{Ven} und die Ausschaltzeit t_{off} genannt werden.

Einschaltbare Ventile, wie der einfache Thyristor, eignen sich für Magnetlager nicht, da diese durch eine geeignete Ansteuerung nur leitend werden und nicht auch gesperrt werden können. Für den Leistungsbedarf von Magnetlagern für Rotoren sind MOS-Fet und insbesondere IGBT günstig, denn sie besitzen kurze Abschaltzeiten bei in der Regel ausreichender Stromgröße. IGBT sind zudem in der Lage, Kurzschlußströme zu führen und auch abzuschalten.

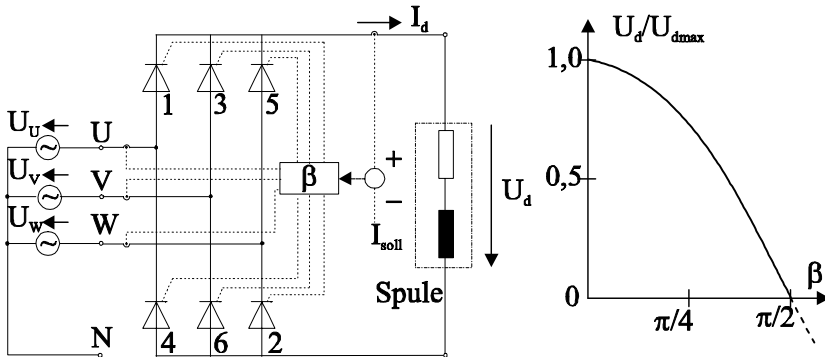


Bild 2.5: Sechspuls-Brückenschaltung

³Metallische Steuerelektrode-isolierende Oxidschicht-Silizium-Feldeffekttransistor

⁴Insulated Gate Bipolar Transistor

⁵Gate Turn-Off

Aus dem Repertoire der Umrichterschaltungen bietet sich zunächst der Gleichstrom-Umrichter mit eingepägtem Gleichstrom an. Doppelstromrichter, die auch eine Stromrichtungskehr erlauben, sind für Magnetlagerspulen nicht erforderlich. Bild 2.5 zeigt als Beispiel die Prinzipschaltung einer aus dem dreiphasigen Wechselspannungsnetz gespeisten Brückenschaltung mit einschaltbaren Ventilen und der Darstellung einer Magnetlagerspule durch Resistanz und Induktivität. Sie ist netzgeführt, denn die Stromkommutierungen in den Ventilen 1 bis 6 werden durch die Netzspannung bestimmt. Durch Anschnittsteuerung ($\beta > 0$) verringert sich die (arithmetische) Gleichspannung U_d , wie das Diagramm zeigt. Der gewählte Zündwinkel β entspricht der zeitlichen Verzögerung der Ventilöffnung gegenüber dem frühestmöglichen Zündzeitpunkt, der durch die Netzspannung vorgegeben ist. Die maximal erreichbare Gleichspannung bei $\beta = 0$ wird als $U_{d\max}$ bezeichnet. Größere Werte als $\pi/2$ für β bedeuten eine Energierückspeisung in das Netz, die jedoch für Magnetlagerspulen aufgrund fehlender Energiequellen praktisch nicht möglich ist.

Der Nachteil dieses Umrichters liegt auf der Hand. Für vier Magnetlagerspulen wären $4 \cdot 6 = 24$ Ventile erforderlich. Eine Reduzierung der Ventilzahl ist denkbar, führt jedoch zu einer größeren Stromwelligkeit, die mit einer zusätzlichen, vorstehend nicht gezeigten Induktivität auf der Gleichstromseite reduziert werden kann. Zudem muss beachtet werden, dass nur U_d und nicht etwa der für den Kraftaufbau erforderliche Strom direkt durch β beeinflussbar ist. Dies würde eine Spannungsregelung mit der direkten Stellgröße β für das Magnetlagersystem erforderlich machen, die im Gegensatz zu einer Stromregelung höhere regelungstechnische Anforderungen stellt. Eine Stromregelung könnte allerdings auch mit einem Gleichstrom-Umrichter realisiert werden, wie dies im vorstehenden Bild bereits angedeutet wird. In diesem Fall wird die Stellgröße Stromsollwert (I_{soll}) von einem übergeordneten Regler einem untergeordneten Stromregler übergeben, der dann den Zündwinkel bestimmt. Es entsteht ein Kaskadenregler.

Eine Stromregelung kann aber auch direkt mit Gleichstromstellern erreicht werden. Das prinzipielle Schaltbild 2.6 zeigt neben dem eigentlichen Gleichstromsteller, für den ein IGBT-Schaltzeichen verwendet wurde, auch die nunmehr erforderliche Gleichstromversorgung aus dem einphasigen Netz. Als Gleichrichter kann eine Brückenschaltung mit Leistungsdioden als Ventile verwendet werden. Das vorstehende Bild entspricht dem für diese Arbeit aufgebauten Stromsteller. Im Diagramm wird der stationäre Strom-

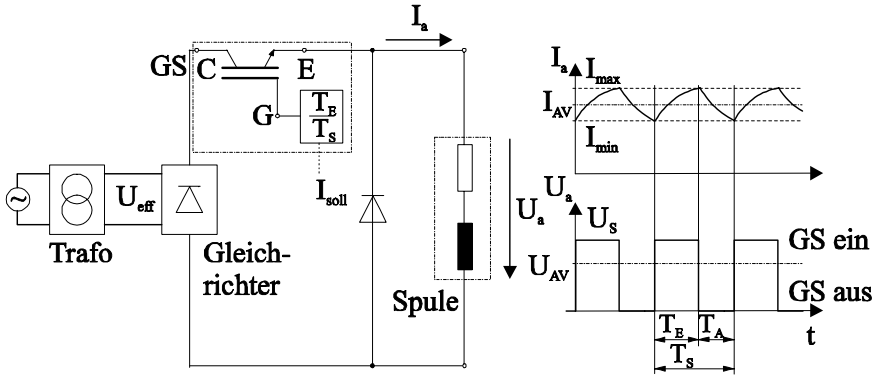


Bild 2.6: GS-Umrichter mit Gleichstromversorgung

verlauf gezeigt. Für die als ohmsch-induktive Last dargestellte Magnetlagerspule muss dann der Strom zwischen den Schaltzeitpunkten exponentiell mit der Zeitkonstante

$$\tau = L/R$$

verlaufen. Die arithmetischen Mittelwerte für Spannung U_{AV} und Strom I_{AV} bestimmen sich zu

$$U_{AV} = \frac{1}{T_S} \int_t^{t+T_S} U_a(t) dt = \frac{T_E}{T_S} U_0$$

$$I_{AV} = \frac{1}{T_S} \int_t^{t+T_S} I_a(t) dt = \frac{T_E}{T_S} \frac{U_0}{R}$$

Für die Änderung des Verhältnisses von Einschaltzeit T_E zu Periodendauer T_S und damit I_{AV} und U_{AV} bieten sich drei Möglichkeiten an:

- Pulsbreitensteuerung (PWM): T_S konstant, T_E variabel
- Pulsfrequenzsteuerung: T_S variabel, T_E konstant
- Deadbeat-Regelung: T_S und T_E variabel

Bei der Deadbeat-Regelung muss eine Strommessung erfolgen, so dass mit dem Erreichen eines oberen Grenzwertes ausgeschaltet und bei unterem Grenzwert eingeschaltet wird.

Die Pulsbreitensteuerung wird vielfach eingesetzt, so auch in dieser Arbeit. Für eine kleine Schwankungsbreite $I_{\max} - I_{\min}$ ist das Verhältnis von T_S/τ , also T_S , klein zu wählen. Schaltfrequenzen im Bereich von 20 bis 50 kHz sind für die auftretenden Zeitkonstanten im allgemeinen ausreichend. Der hier eingesetzte Gleichstromsteller arbeitet mit $T_S = 45 \mu\text{sec}$.

Prozessor

Die technische Realisierung des erforderlichen Reglers erfolgt durch einen digitalen Prozessor, der auch weitere Überwachungs- und Steuerungsfunktionen übernimmt.

Das Grundprinzip eines Prozessors besteht in einer digitalen Abbildung analoger Signale, die dann zur Erzeugung von Stellsignalen in einem Algorithmus verarbeitet und als quasi-analoges Signal zur Verfügung gestellt werden. Üblicherweise werden diese drei Arbeitsschritte in separaten Bauteilen, dem Analog-Digital-Wandler (ADC), einem Prozessor und dem Digital-Analog-Wandler (DAC) ausgeführt. Verschiedene Prozessortypen wurden für Magnetlagersysteme eingesetzt. Während bisher vorwiegend Signalprozessoren, mit eigenem Rechenwerk ausgestattet, verwendet wurden, kommen auch zunehmend im Preis fallende Risc⁶-Prozessoren zum Einsatz.

Die Auswahl eines Prozessorsystems richtet sich primär nach der erforderlichen Rechenleistung und Signalaufösung. Bei den Wandlern sind Quantifizierungsbreiten von 8 bis 16 bit üblich. Für die häufig verwendete Breite von 12 bit ergibt sich dann bei Signalen von 0...10 Volt eine Wertediskretisierung von 2,44 Millivolt. Die internen Wortlängen der Prozessoren betragen wegen des Roundoff-Effektes 16, 32 oder im Akkumulator auch 64 bit. Roundoff und Wandlerquantifizierung stellen nichtlineare Effekte dar, die zu Instabilitäten (Limit Cycles) führen können.

Aufschluß über die notwendige Rechenleistung erhält man aus der Zykluszeit, die im wesentlichen aus den beiden Wandlungszeiten des DAC und ADC sowie der Abarbeitungszeit der Regelalgorithmen im Prozessor besteht. Eine effiziente Realisierung der Regelalgorithmen führt zur Reduzierung der Zykluszeit. Für Versuchszwecke ist der Algorithmus im allgemeinen nicht a priori bekannt, was ausreichende Reserven der Prozessorleistung erfordert.

⁶Reduced Instruction Set

Die als Abtastzeit bezeichnete Zeitdifferenz zwischen zwei aufeinander folgenden Signalwandlungen muss größer, bestenfalls gleich der Zykluszeit sein. Durch die Wahl der Abtastzeit wird die Regelgüte wesentlich beeinflusst, denn kleine Abtastzeiten, z.B. im Vergleich zur Periodendauer eines harmonischen Signales, reduzieren den Rekonstruktionsfehler des digitalisierten Signals. Andererseits nimmt mit abnehmender Abtastzeit die Rechenleistung zu. Ausgehend von der gewünschten Dynamik des geschlossenen Regelkreises, definiert durch seine Frequenzbandbreite, finden sich in der Literatur Angaben der für erforderlich gehaltenen Abtastfrequenzen. Nach (Aström; Wittenmark, 1990) sollen diese etwa das zehn- bis dreißigfache der Frequenzbandbreite betragen, wobei zu geringe Abtastfrequenzen den Regelkreis destabilisieren können.

Genau wie bei reinen Signalanalyse-Systemen wird auch bei digitaler Regelung gefordert, das Aliasingphänomen durch geeignete analoge Filterung (z.B. Butterworth-Filter) vor der Abtastung zu vermeiden. Aus regelungstechnischer Sicht ist der Filtereinsatz zur Vermeidung eines abgetasteten niederfrequenten Alias eines höherfrequenten analogen Signals nachteilig, denn dies führt zu einer zusätzlichen Zeitverzögerung. Bei Magnetlagersystemen ist die auftretende Signalbandbreite im voraus bekannt. Liegt dann die Nyquistfrequenz, also die halbe Abtastfrequenz, über der höchstens erwarteten Systemfrequenz, wird häufig auf Aliasingfilter verzichtet.

2.3. Bewertungsmöglichkeiten der Magnetlagertechnik

Im vorangegangenen Abschnitt wurde die Technologie elektromagnetischer Rotorlagerungen erläutert. Deren Verbreitung im Maschinenbau wird nur dann gelingen, wenn mit ihr ein Fortschritt verbunden ist, den es zu quantifizieren gilt. Zumindest im industriellen Kontext ist Fortschritt letztendlich immer im Sinne eines monetären Vorteiles zu interpretieren, den hier magnetische gegenüber konventioneller Lagerung haben muss. Die Bestimmung dieses Vorteiles ist jedoch keineswegs trivial, denn dazu müssen alle Wirkungszusammenhänge und technologiespezifischen Gestaltungsmöglichkeiten berücksichtigt werden.

Die folgenden Ausführungen sollen die erzielbaren Fortschritte beim Einsatz von elektromagnetischen Lagern charakterisieren. Ein Vergleich zu konventionellen Lagern, wie sie bereits in Kapitel 1 genannt wurden, wird

favorisiert. Nach den ökonomisch motivierten, aber technisch spezifizierten Fortschrittskennziffern wird auf eine monetäre Betrachtung eingegangen.

2.3.1. Fortschrittskennziffern

Fortschrittskennziffern können einen technischen Fortschritt nur vordergründig abbilden, denn sie stellen lediglich eine technische Quantifizierung dar. Dennoch bestimmen sie die Möglichkeiten einer neuen Technologie wie im Fall der Magnetlagertechnik. Wichtige Kennziffern sind hier die erreichbare Umfangsgeschwindigkeit (Drehzahl), die Tragfähigkeit, Laufeigenschaften wie Wellenzentrierung und Laufstabilität, Dissipation und damit verbundene Erwärmungen, der Energieverbrauch, das Bauvolumen und Gewicht, die Zuverlässigkeit und Funktionalität. Die nachstehenden Symbole charakterisieren den Vorteil (\oplus) oder Nachteil (\ominus) elektromagnetischer Lager gegenüber Gleitlagern bzw. Wälzlagern.

Umfangsgeschwindigkeit (\oplus). Bei Wälzlagern gelten Umfangsgeschwindigkeiten bis 300 m/sec und Drehzahlen bis ca. 100.000 1/min als erreichbar. Gleitlager können höhere Werte erreichen. Die maximalen Drehzahlen der Magnetlager werden durch die Wahl der elektronischen Komponenten bestimmt. Bei Verwendung digitaler Regeleinrichtungen ist zunächst die Abtastfrequenz ausschlaggebend für die erreichbare Drehzahl, dann die Stellgeschwindigkeit der Leistungsverstärker. Die sich hierdurch ergebenden Drehzahlgrenzen liegen oberhalb der durch die Festigkeitsgrenzen üblicher Rotormaterialien bestimmten zulässigen Umfangsgeschwindigkeiten. Drehzahlen über 180.000 1/min sind bereits erreicht worden.

Tragfähigkeit (\ominus). Die spezifische Tragfähigkeit⁷ von Magnetlagern wird durch die Sättigungseigenschaften (Magnetisierungskurve) des verwendeten Eisenmaterials der Elektromagnete bestimmt. Erreicht werden können Werte von 45 bis zu 85 N/cm² bei besonders hochwertig legierten Magnetblechen in einer Anordnung entsprechend Bild 2.2. Im Vergleich zu Hydrolagern (Gleitlagern) nehmen sich diese Werte bescheiden aus, deren Tragfähigkeiten durch die zulässige Flächenpressung der Lagerschalen bestimmt werden. Nach DIN 31 652 liegen die zulässigen spezifischen Lagerbelastungen je nach verwendetem Material der Lagerschalen zwischen 500 und 700 N/cm². (Traupel, 1982) nennt Werte bis 400 N/cm² bei größeren Turbomaschinen. Bei gleicher Traglast muss somit im Vergleich zu Gleitlagern eine deutlich größere Lagerfläche zur Verfügung stehen.

⁷Bezogen auf die projizierte Lagerfläche von Lagerdurchmesser×Lagerbreite

Laufruhe (\oplus). Mit Störungen der Laufruhe sind hier Abweichungen des Rotors im Lager von einer Sollage sowie mögliche Laufinstabilitäten gemeint. Während bei Wälzlager die erreichbare Lagegenauigkeit durch die Ausrichtungsqualität beim Einbau bestimmt wird, kommt bei Gleitlagern zusätzlich noch die Auslenkung der Welle aufgrund der hydrodynamischen Effekte hinzu. Als Maß hierfür kann das Lagerspiel herangezogen werden, das in Abhängigkeit der Umfangsgeschwindigkeit und dem Wellendurchmesser von einigen hundertstel bis mehreren zehntel Millimetern reicht. Magnetlager bieten hier Genauigkeiten bis zu einigen Mikrometern bei gleichzeitig geringer Anforderung an die Montagegenauigkeit. Bei kleiner Lagerbelastung und hoher Drehzahl neigen Gleitlager zudem zur hydrodynamischen Instabilität, dem sogenannten oil-whip. Instabilitäten bei Magnetlagern infolge Parameteränderungen der Regelstrecke können durch eine ausreichend robuste Regelauslegung vermieden werden.

Hilfsenergie (\ominus). Elektromagnetische Lager benötigen elektrische Hilfsenergie für die Felderzeugung im Magnetlager und den Betrieb der weiteren Einrichtungen. Im Magnetlager selber entsteht Verlustwärme durch den ohmschen Wicklungswiderstand, die sogenannten Kupferverluste. Die Größe der Kupferverluste ist von der Bauart und Größe des Lagers abhängig. Bei den gezeigten Magnetlagerspulen in Differenzanordnung können die Verluste durch einen geringen Grundstrom I_0 nach (2.2, 2.3) reduziert werden. Allerdings müssen noch ausreichende dynamische Eigenschaften des Magnetlagers erhalten bleiben. Weitere Verluste treten in den Leistungsverstärkern, beim Betrieb der Sensorik und des Rechners auf.

Dissipation (\oplus). Dissipative Effekte am Magnetlagerrotor treten durch Hysterese, Wirbelströme und aerodynamische Effekte (Ventilationsverluste) auf und machen sich durch ein Bremsmoment bemerkbar. Hysterese tritt im Rotor beim Polwechsel im Lauf auf. Ebenfalls werden im Rotor verlustbehaftete Wirbelströme induziert, die durch Blechung (Laminierung) des Eisenmaterials verringert werden können. Die Verluste durch Hysterese und Wirbelströme, häufig als Eisenverluste bezeichnet, sind auch von der Traglast des Magnetlagers abhängig, denn mit zunehmender Last ist eine größere magnetische Induktion erforderlich. Wirbelstrom- und Ventilationsverluste sind drehzahlabhängig, wobei letztere bei hohen Drehzahlen überwiegen.

Die Verluste in Gleitlagern entstehen durch Reibung im Gleitmittel. Deren Größe ist im sogenannten Schnellaufbereich, also bei im Verhältnis zur Drehzahl kleinen Lagerlast, von der Last unabhängig. (Vogelpohl, 1967)

gibt für diesen durch eine Sommerfeldzahl So kleiner als eins charakterisierten Bereich die Verluste mit

$$P_V = 6\eta B \frac{(D_W \omega)^2}{\psi^2}, \quad So = \frac{\bar{p}\psi^2}{\eta\omega} < 1$$

an. η ist die Viskosität des Öles, B die Lagerbreite, D_W der Wellendurchmesser und ψ das (relative) Lagerspiel, also das Verhältnis von Lagerspalt zu Wellendurchmesser. \bar{p} ist die auf die Lagerfläche bezogene Lagerlast und ω die Winkelgeschwindigkeit der Welle.

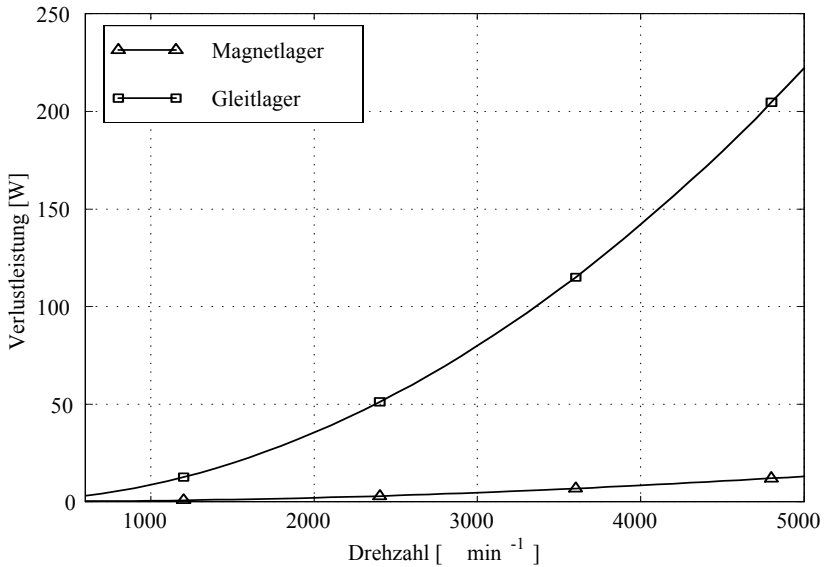


Bild 2.7: Vergleich der Lagerverluste (Antrieb)

Ein Vergleich der durch einen Antrieb aufzubringenden Verluste bei elektromagnetischen Lagern und Gleitlagern zeigt Bild 2.7. Bei den gezeigten Verlusten für die Magnetlager handelt es sich um gemessene Werte die (Traxler, 1985) entnommen sind. Diese sind an einem Magnetlagerversuchsstand mit zwei elektromagnetischen Lagern ermittelt worden, deren

Breite jeweils 50 Millimeter bei einem Rotordurchmesser von 80 mm trägt.

Für die Verlustkurve der Gleitlager wurden hypothetische Lager mit einer Lagerfläche von circa 22% derjenigen der Magnetlager eingesetzt, um der unterschiedlichen Tragfähigkeit Rechnung zu tragen. Durchmesser und Breite wurden demnach zu 30 mm angenommen. Unter der Annahme geeigneter Werte für $\eta = 16\text{mPas}$ und $\psi = 0.005$ kann dann mit der vorstehenden Näherungsformel der Verlust für die beiden Gleitlager ermittelt werden.

Der Vorteil der Magnetlager wird besonders bei hohen Drehzahlen überdeutlich. Allerdings ist für den Betrieb der Magnetlager noch Hilfsenergie aufzubringen (siehe vorstehend), deren Größe weitgehend von der Drehzahl unabhängig ist. Bei Einsatz moderner Leistungselektronik (IGBT) ist diese Hilfsenergie vergleichsweise gering, so dass Magnetlager bei höheren Drehzahlen vorteilhafter sind.

Bauvolumen (\ominus): Bedingt durch die geringere Tragfähigkeit bei Magnetlagern gegenüber konventionellen Lagern muss eine größere Lagerfläche zur Verfügung gestellt werden. Zur Aufnahme der Magnetlagerwicklungen sind entsprechende Gehäuse vorzusehen. Zudem müssen separat Volumina für die weiteren Subkomponenten eingeplant werden. Im Vergleich zu Hydrolagern entfällt der Platzbedarf für Ölkreislaufkomponenten, wie sie bei hochwertigen Gleitlagern erforderlich sind.

Gewicht (\oplus, \ominus). Das für manche Anwendungen wie bei Luftfahrttriebwerken bedeutsame Systemgewicht kann trotz eines eventuell größeren Bauvolumens sogar niedriger als bei konkurrierenden Hydrolagern sein, wenn wieder Ölkreislaufkomponenten entfallen.

Zuverlässigkeit (\ominus, \oplus). Magnetlager besitzen eine höhere Anzahl von Systemkomponenten, wodurch prinzipiell eine größere Ausfallwahrscheinlichkeit zu erwarten ist. Dem kann aber bei den elektronischen Komponenten durch Redundanz entgegengewirkt werden. Ein Ausfall der Magnetlager-spulen ist praktisch auszuschließen. Ausfälle bei Wälz- oder Hydrolagern können leicht zu weitergehenden Schäden am Rotorsystem führen. Ein maximal anzunehmender Systemausfall bei einem Magnetlagersystem hingegen, führt zu einem Absturz des Rotors aus dem Schwebzustand, der durch Fanglager gemildert wird. Ein solcher Absturz kann bei geeigneter konstruktiver Auslegung ohne Folgeschaden für den Rotor bleiben.

Funktionalität (\oplus). Unter diesem Begriff ist die Übernahme weiterer Aufgaben als nur der reinen Aufnahme von Lagerkräften zu verstehen. Mag-

netlager bieten als aktive Lagerungen eine Reihe von Möglichkeiten, die im Bereich der Anpassung der Lagereigenschaften (Dämpfung und Steifigkeiten) bis zur Identifikation von Rotorzuständen und dem Verzicht auf eine genaue Wuchtung des Rotors führen. Ob diese Möglichkeiten einen Fortschritt im ökonomischen Sinne darstellen, muss im Einzelfall geprüft werden. Für das Anwendungsbeispiel einer elektromagnetisch gelagerten Frässpindel führen eben diese Möglichkeiten jedoch zu einer verbesserten Fertigungsqualität. Ein von anderen Lagerarten nur schwer zu erreichender weiterer Funktionsvorteil der Magnetlager ist in dem nicht erforderlichen Trennmedium zu sehen. Anwendungen im Vakuum sind damit unproblematisch und Kontaminationen durch Schmiermittel können nicht mehr auftreten.

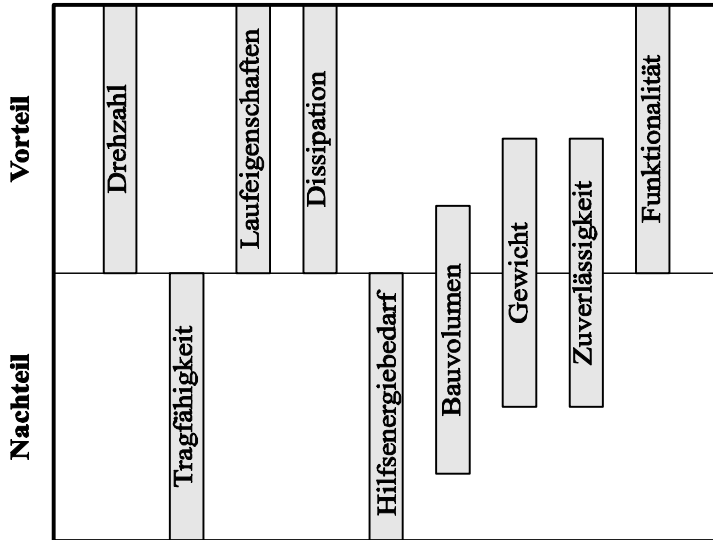


Bild 2.8: Fortschrittskennziffern im Vergleich

2.3.2. Monetäre Betrachtungen

Bereits zu Beginn des Abschnittes 2.3 wurde auf die Verknüpfung von Fortschritt und monetärem Vorteil hingewiesen. Liegen vorteilhafte Funktio-

nalitäten gegenüber konkurrierenden Systemen vor, wie sie vorstehend beschrieben wurden, ist auch ein monetärer Vorteil leicht zu erkennen. Die genannten Funktionalitäten führen jedoch nicht zwangsläufig zu einer verbreiteten Verwendung von Magnetlagern, wenn diese nicht primär benötigt werden. Im klassischen Anwendungsfall des Strömungsmaschinenbaues (Turbinen, Verdichter, Pumpen) wird als wichtigstes Argument die verringerte Dissipation gelten. Eine grob geschätzte Kostenaufteilung für ein in größeren Stückzahlen industriell gefertigtes Magnetlagersystem zeigt Bild 2.9.

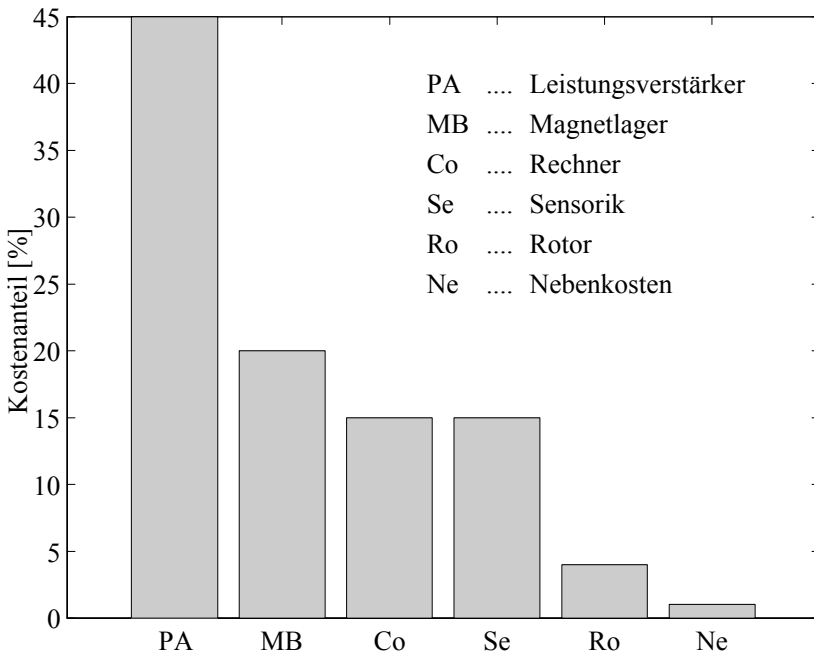


Bild 2.9: Kostenanteile am Magnetlagersystem

Ein guter Vergleichsmaßstab für die Kosten der einzelnen Komponenten findet sich in der elektrischen Antriebstechnik. Auch dort werden stromsteuernde Einrichtungen zur Regelung mechanischer Größen wie Drehmoment

n [min^{-1}]	3000	5000
Q [Euro]	30.00	190.80
$K_0^{(5)}$ [Euro]	119.78	761.81
$K_0^{(10)}$ [Euro]	201.30	1280.30

Tabelle 2.2: Kapitalwertvorteil des Magnetlagersystems

und Winkelgeschwindigkeit über magnetische Kräfte benutzt. Bei gleichen Stromgrößen müssten dann die Kosten etwa in gleicher Höhe liegen. Aufgrund des geringeren Wicklungsaufwandes wird das Magnetlager (MB) selber kostengünstiger als der Ständer einer entsprechenden Asynchronmaschine sein. An Leistungsverstärker (PA), Rechner (Co) und Sensorik (Se) werden beim Magnetlagersystem eher höhere Anforderungen gestellt. Der Rotor (Ro) muss zur Aufnahme des Blechpaketes modifiziert werden, was zur Kostenzunahme gegenüber konventioneller Lagerung führt. Nebenkosten (Ne) für Montage etc. sind gering. Mit zunehmender Tragfähigkeit steigen die Kosten für das Magnetlager und mehr für den Leistungsverstärker, nicht jedoch für Rechner und Sensorik. Repetierkosten für den Ersatzteilbedarf sind bei Magnetlagern wegen der Verschleißfreiheit noch niedriger als bei Gleitlagern mit Druckölkreislauf.

Ein einfacher monetärer Vergleich soll abschließend zwischen einem Magnet- und Gleitlagersystem gezogen werden. Als quantifizierbarer Vorteil wird nur die geringere Dissipation abzüglich des Energieverbrauches des Magnetlagersystems angesehen. Für die in Bild 2.7 verglichenen Lager ergibt sich bei Drehzahlen von 3000 und 5000 min^{-1} ein Dissipationsvorteil von 75 bzw. 209 W, was bei einem elektrischen Energiebedarf von 50 W einen Leistungsgewinn von 25 bzw. 159 W bedeutet. Mit 8000 Betriebsstunden pro Jahr und einem Energiepreis von 0,15 Euro/kWh bestimmt sich ein Zahlungsvorteil Q des Magnetlagers. Bei einer fünf- und zehnjährigen Nutzungsdauer sowie einer achtprozentigen Verzinsung z ergeben sich die Kapitalwertvorteile $K_0^{(5)}$ und $K_0^{(10)}$ zum Investitionszeitpunkt nach Tabelle 2.2 aus der Beziehung

$$K_0^{(J)} = Q \sum_{j=1}^J (1+z)^{-j}.$$

Der Mehrpreis des Magnetlagersystems dürfte nach dieser Rechnung $K_0^{(J)}$ nicht überschreiten, wenn noch ein monetärer Vorteil verbleiben soll. Grö-

ßere Magnetlager als die hier beispielhaft verwendeten würden das Ergebnis noch verbessern, nicht jedoch so stark wie eine Betrachtung bei größeren Drehzahlen.

3. Grundlagen und Anwendung

Für das Verständnis magnetischer Rotorlagerungen sind Kenntnisse aus unterschiedlichen technischen Wissensbereichen erforderlich; jedenfalls dann, wenn ein umfassendes Bild aktiver Lagerungen entstehen soll. Die Notwendigkeit dieses fachübergreifenden Wissens ist ein Spezifikum mechatronischer Produkte. In diesem Kapitel sollen deshalb die benötigten Wissensgrundlagen dargestellt werden.

3.1. Elektromagnetismus

Basis des Funktionsprinzips elektromagnetischer Lagerungen sind die im magnetischen Feld auftretenden Kräfte. Da diese sich letztendlich immer auf die Bewegung elektrischer Ladungen zurückführen lassen, sei hier zunächst eine auf die benötigten Belange beschränkte Einführung in den Elektromagnetismus gegeben. Auch wenn im Rahmen dieser Arbeit keine Auslegung von Magnetlagern erfolgt, läßt sich somit die Beeinflussung des Magnetlagerverhaltens durch Bauteilparameter zeigen.

Als Ausgangspunkt für die Betrachtungen bieten sich die Maxwell'schen Gleichungen an, die jedoch in Ihrer Gesamtheit, wie Sie im Anhang unter A.1 aus Gründen der Vollständigkeit genannt sind, nicht benötigt werden. Für die hier betrachteten technischen Anwendungen ist eine Beschreibung elektromagnetischer Wellen nicht erforderlich, so dass die erste Maxwell'sche Gleichung, also das Gesetz der Ladungserhaltung (3.1a), vereinfacht in der quasistationären Form sowie das Induktionsgesetz (3.1b) unverändert formuliert werden. Mit der magnetischen Feldstärke \mathbf{H} , der Leitungsstromdichte \mathbf{g} , dem elektrischen Feld \mathbf{E} , der magnetischen Induktion \mathbf{B} sowie der Wegkoordinate \mathbf{s} und der durch sie umrandeten Fläche \mathbf{A} folgen

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = \int_A \mathbf{g} \cdot d\mathbf{A} \text{ und} \quad (3.1a)$$

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_A \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}. \quad (3.1b)$$

Zusätzlich werden für die Beschreibung noch die beiden "Materialbeziehungen"

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{M}(\mathbf{H}) \quad (3.2)$$

für das magnetische Feld außerhalb des Vakuums sowie das "Ohmsche Gesetz" in der Form

$$\mathbf{g} = \kappa \mathbf{E} \quad (3.3)$$

benötigt. μ_0 ist die Permeabilität im Vakuum, die Magnetisierung \mathbf{M} bildet einen materialspezifischen Anteil ab und κ stellt die spezifische Leitfähigkeit dar.

3.1.1. Grundbegriffe des Magnetischen Kreises

Geht man von einem in Bild 3.1 angedeuteten magnetischen Feldlinienverlauf aus, der sich aus potentialtheoretischen Ansätzen ergibt, wie z.B. (Lehner, 1990) zeigt, und vernachlässigt man Streuflüsse, lässt sich (3.1a) auf einen dargestellten Magneten in Magnetlageranordnung anwenden. Entlang des Weges \mathbf{s} evaluiert sich die rechte Seite zum n -fachen des Stromes durch die Spulen (nI), wenn die Spulen auf beiden Schenkeln insgesamt n Windungen besitzen und vereinfacht von einer konstanten Leitungsstromdichte \mathbf{g} ausgegangen wird, was bei dünnem Drahtquerschnitt unterstellt wird. Betrachtet man den Weg aller Feldlinien als näherungsweise gleich und die Feldstärken im Magneten und in der Luft bei kleinem Luftspalt als homogen, folgt aus (3.1a) die Beziehung nach (3.4), wobei die drei l_k nacheinander den Weg im Eisen des Magneten, den beiden als gleich angenommenen Luftwegen und den Weg im Eisen des Rotors darstellen.

$$\sum_{k=1}^3 H_k l_k = nI \quad (3.4)$$

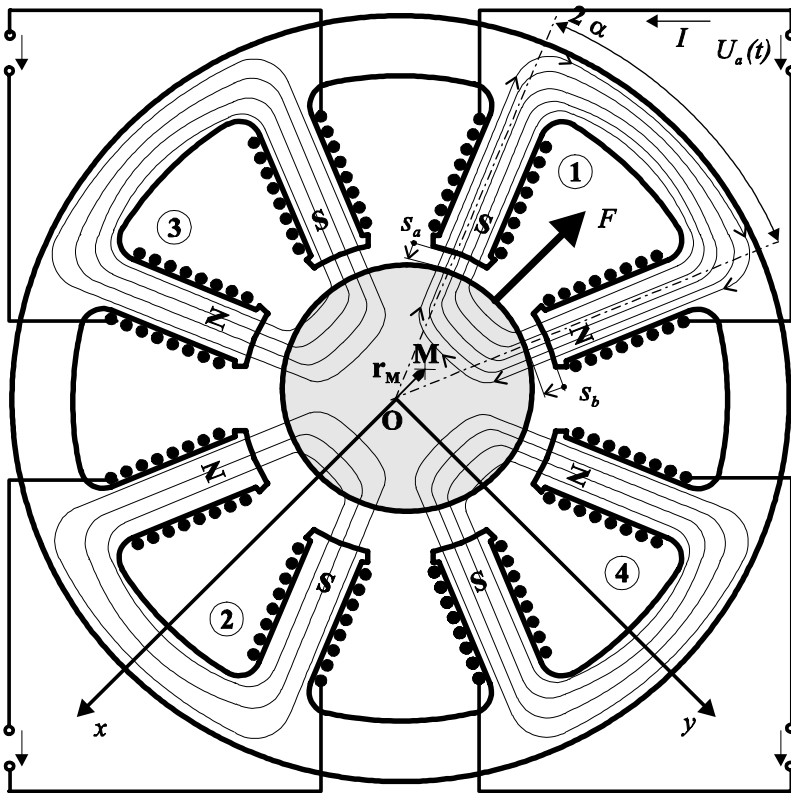


Bild 3.1: Rotor im Magnetfeld

Die Induktion \mathbf{B} bestimmt sich bei Kenntnis der Magnetisierung \mathbf{M} mit bekannter Feldstärke \mathbf{H} aus (3.2), wenn sich das Magnetfeld in einem Medium und nicht im Vakuum (μ_0) ausbreitet. Für Permanentmagneten kann die Magnetisierung als konstant angesehen werden. Zur Erzielung hoher Induktionen werden wenigstens paramagnetische oder üblicherweise ferromagnetische Medien eingesetzt. Im Gegensatz zu paramagnetischen Stoffen besteht für ferromagnetische kein proportionaler Zusammenhang zwischen Feldstärke und Magnetisierung. Somit führen ferromagnetische Hysterese, charakterisiert durch remanente Induktion und Koerzitivfeldstärke sowie Sättigung zu einem weitgehend nichtlinearen Zusammenhang zwischen \mathbf{B}

und \mathbf{H} . Die allgemeine Formulierung nach (3.2) wird dann in die Form $\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H} = \mu \mathbf{H}$ überführt, worin nun die von \mathbf{H} abhängige Permeabilität μ_r den nichtlinearen Einfluss abbildet¹.

Im Bild 3.1 sind die Feldlinien aller vier Magnetspulen angedeutet, während F nur die Kraftwirkung der mit dem Strom I durchflossenen einen Spule repräsentiert. Die Eindringtiefe der Feldlinien im grau gefüllten Rotor wird im allgemeinen geringer ausfallen als dargestellt.

Weil, wie sich zeigen läßt, die zu Grenzflächen normale Komponente B_n von \mathbf{B} stetig ist, ist der magnetische Fluss

$$\Phi = B_n A$$

unter Vernachlässigung von Streuflüssen in jedem der drei Abschnitte des magnetischen Kreises (3.4) gleich und bestimmt sich zu

$$\Phi = \frac{nI}{\sum_{k=1}^3 \frac{l_k}{A_k \mu_k}}. \quad (3.5)$$

Zur Verdeutlichung der letzten Beziehungen zeigt Bild 3.2 einen berechneten Flussverlauf für einen magnetischen Kreis, der in den im Anhang spezifizierten Magnetlager (Typ A) verwendet wird. Neben den rein geometrischen Abmessungen in (3.5) wird dabei noch ein Stapelfaktor von 0.95 für die Verringerung des Eisenquerschnittes aufgrund der Isolationsschichten berücksichtigt. Zudem wird ein Streuverlust von 5% angenommen. Um das eingesetzte Eisenmaterial zu charakterisieren, wurde die ebenfalls gezeigte Eisenkurve für V270-35 A nach DIN 46 400 Teil 1 durch einen Feldversuch bestimmt. Der auch als gescherte Magnetisierungskurve bezeichnete Flussverlauf für den magnetischen Kreis zeigt den Einfluss der Sättigung, der zu einer nicht mehr konstanten Permeabilität führt. Nur bei kleineren Luftspalten ist dieser Einfluss jedoch relevant.

Magnetische Energie und Induktivitätskoeffizienten

Für die Beurteilung der elektromechanischen Dynamik des Lagers bietet sich eine Betrachtung über die Energie im magnetischen Feld an, die sich

¹Bei magnetisch anisotropen Ferromagnetismus wird μ zum symmetrischen Tensor.

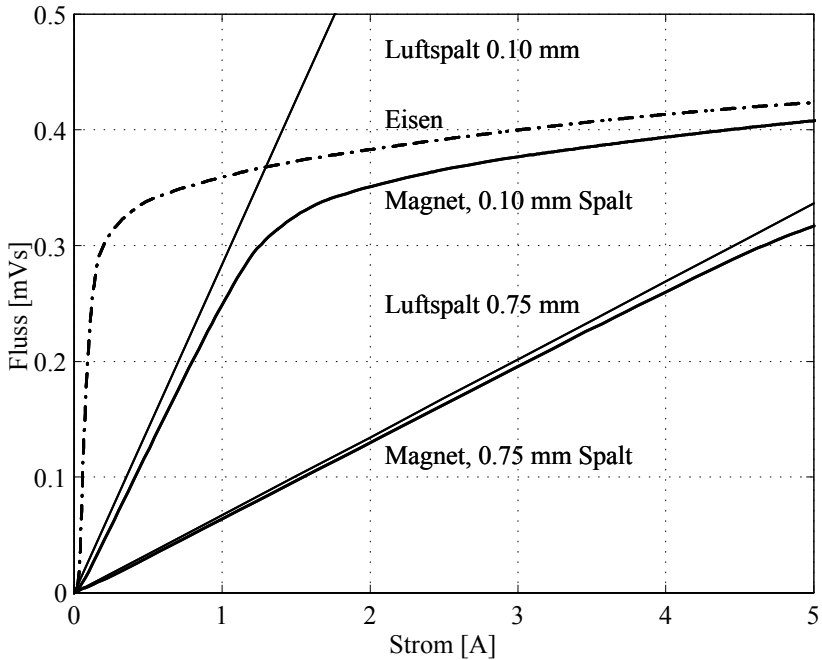


Bild 3.2: Kennlinien für Luft, Eisen und magnetischen Kreis

nach (3.6) aus dem Integral über das Volumen, in dem sich das Magnetfeld ausbreitet, bestimmt und im Anhang A.2 kurz hergeleitet wird.

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_V \mathbf{H} \cdot \mathbf{B} \, dV = \frac{1}{2} \int_V \mu H^2 \, dV \quad (3.6)$$

Die in dem vorstehend betrachteten einfachen Magnetkreis gespeicherte Energie liegt demnach fast ausschließlich im Luftkreis vor, denn die Feldstärke H in der Luft muss bei gleichem Fluss wegen² $\mu_{Fe} \gg \mu_0$ groß gegenüber der Eisenfeldstärke sein, wobei die Permeabilität des Vakuums gleich der in Luft gesetzt werden kann. Dies gilt selbstverständlich nur bei noch ausreichend großem Luftvolumina gegenüber dem Eisenvolumen, was bei den hier betrachteten magnetischen Kreisen gegeben sei.

² $\mu_{Fe}/\mu_0 \approx 500 \dots 7000$ für übliche Dynamobleche

Aus Praktikabilitätsgründen führt man den Begriff der Induktivität ein, die sich aus (3.6) herleiten läßt, wie (Lehner, 1990) mit dem Ergebnis (3.7) zeigt.

$$\Pi = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^N L_{ij} I_i I_j \quad (3.7)$$

(3.7) drückt die elektromagnetische Energie bei Vorhandensein von N Strömen im gesamten System unter Verwendung des Induktivitätskoeffizienten L_{ij} aus. Für $i = j$ spricht man von Selbstinduktivitätskoeffizienten. Mit vier Strömen gibt es bei der Anordnung nach 3.1 somit zunächst zehn unterschiedliche Koeffizientenwerte, denn es gilt die Reziprozität $L_{ij} = L_{ji}$. Sind alle Spulen gleich, sind auch alle Selbstinduktivitätswerte gleich. Bei symmetrischer Anordnung wie in Bild 3.1 kann dann weiterhin nur noch zwischen zwei Induktivitätswerten unterschieden werden, nämlich einerseits für direkt benachbarte und andererseits diagonal gegenüberliegende Spulen. Damit liegen nur noch drei unterschiedliche Induktivitätswerte vor. Die Bestimmung der Mitinduktivitäten für die Magnetlagerspulen kann durch einen einfachen Versuch erfolgen, für den der Rotor in der Mittenposition fixiert wurde. Fließt ein Wechselstrom in Spule 1, wird nach (3.1b) eine Spannung in den anderen Spulen induziert, wie die in Bild 3.3 gemessenen Ströme und Spannungen zeigen, deren Frequenz 350 Hz beträgt. Mit diesen lassen sich dann aus dem Induktionsgesetz die Induktivitäten $L_{12} = 0.069$ mH und $L_{13} = L_{14} = 0.214$ mH bestimmen. Erwartungsgemäß sind diese Werte klein gegenüber der nachfolgend bestimmten Selbstinduktivität der Spulen. Aufgrund der direkten Nachbarlage der Spulen 3 und 4 ist deren Mitinduktivität größer als die der Spule 2.

Zur Bestimmung von Induktivitätswerten kann nach Auswertung von (3.6) der Ausdruck (3.7) verwendet werden. Allerdings setzt dies eine Beschreibung des Magnetfeldes in Abhängigkeit der räumlichen Verteilung von Strömen und die Kenntnis der material- und feldabhängigen Permeabilitäten voraus. Die magnetische Feldtheorie bietet hier Berechnungsverfahren an, die praktisch nur noch numerisch durchzuführen sind und hier nicht weiter verfolgt werden, sich aber dennoch für eine Entwurfsoptimierung anbieten. Für den vorstehenden einfachen magnetischen Kreis kann nun aber dennoch auf diese Weise wenigstens die für alle Spulen gleiche Selbstinduktion bei Vernachlässigung anderer Induktivitäten bestimmt werden.

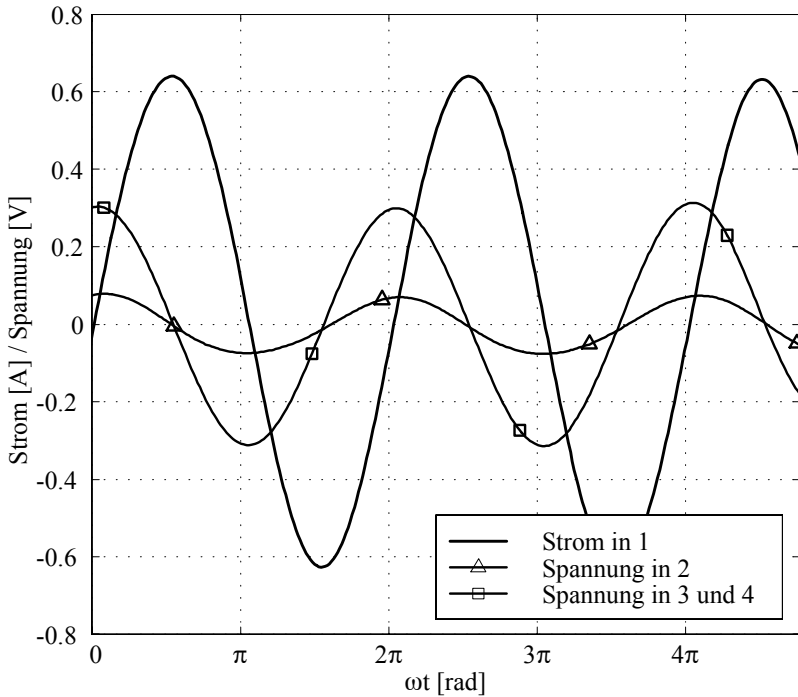


Bild 3.3: Induzierte Spannung in Spule 2 bzw. Spule 3 und 4

Für die drei Abschnitte Eisenmagnetvolumen, zwei Luftspaltvolumina und einem angenommenen partiellen Rotoreisenvolumen eines magnetischen Kreises, in dem ein konstanter Fluss Φ fließt, läßt sich (3.6) gemäß (3.8) auswerten.

$$\frac{1}{2} \int_V \mathbf{H} \cdot \mathbf{B} \, dV \approx \frac{1}{2} \Phi \sum_{k=1}^3 H_k l_k = \frac{1}{2} \Phi n I \quad (3.8)$$

Wenn nun nur die Selbstinduktivität L des einzelnen Magnetkreises berücksichtigt wird, vereinfacht sich (3.7) zu $W = \frac{1}{2} LI^2$, und durch Gleichsetzen mit der Näherung in (3.8) folgt

$$n \Phi = LI. \quad (3.9)$$

Im Gesamtsystem gilt für die Verkettung von magnetischem Fluss und Strom die Beziehung (3.10). Der die Leiterschleife i durchsetzende Fluss Φ_i ist mit allen Strömen verkettet.

$$n\Phi_i = \sum_{j=1}^N L_{ij}I_j \quad (3.10)$$

Die für alle Spulen gleiche Selbstinduktivität $L = L_{ii}$ mit $i = 1 \dots 4$ für das Magnetlager, kann nun einfach mit (3.5) und (3.9) bestimmt werden. Bei Beachtung der Abmessungen der zu betrachtenden magnetischen Kreise und der Größenverhältnisse zwischen den Permeabilitäten gilt die Näherung

$$L = \frac{n \Phi}{I} = \frac{n^2}{\sum_{k=1}^3 \frac{l_k}{A_k \mu_k}} \approx \frac{\mu_0 A_L}{2l_L} n^2, \quad (3.11)$$

bei der A_L und $l_2 = 2l_L$ in Bild 3.1 ein Luftspaltvolumen definieren.

Den Einfluss der Sättigung auf die Selbstinduktivität zeigt das Bild 3.4. Wie zu erwarten, ist dieser nur bei kleineren Luftspalten von Bedeutung, so dass die Näherung (3.11) über einen weiten Bereich gültig ist.

Eine Berücksichtigung der Eisenteile führt stets zu einer Minderung der Selbstinduktivität, und zwar umso mehr, je länger der Weg im Eisen und je kleiner der Eisenquerschnitt ist. Sollen schnelle Flussänderungen gleichbedeutend mit schnellem Kraftanstieg erzielt werden, ist eine große Selbstinduktivität vorteilhaft, wie nachfolgend noch gezeigt wird. Somit wird man kurze Eisenwege bei eher größerem Querschnitt wählen.

Im Gegensatz zu Selbstinduktivitäten sind andere Induktivitäten möglichst klein zu halten, um eine Beeinflussung der einzelnen Spulen untereinander auszuschließen. Aus diesem Grund wird z.B. von (Budig, 1994) vorgeschlagen, kein durchgehendes Eisenblech zu verwenden, wodurch zumindest der Eisenweg für die Feldlinien versperrt ist.

3.1.2. Magnetkraftaufbau

Reluktanzkraft

Die von den vorstehend beschriebenen Elektromagneten ausgeübten Kräfte treten an Grenzflächen mit unterschiedlichen Permeabilitäten auf und

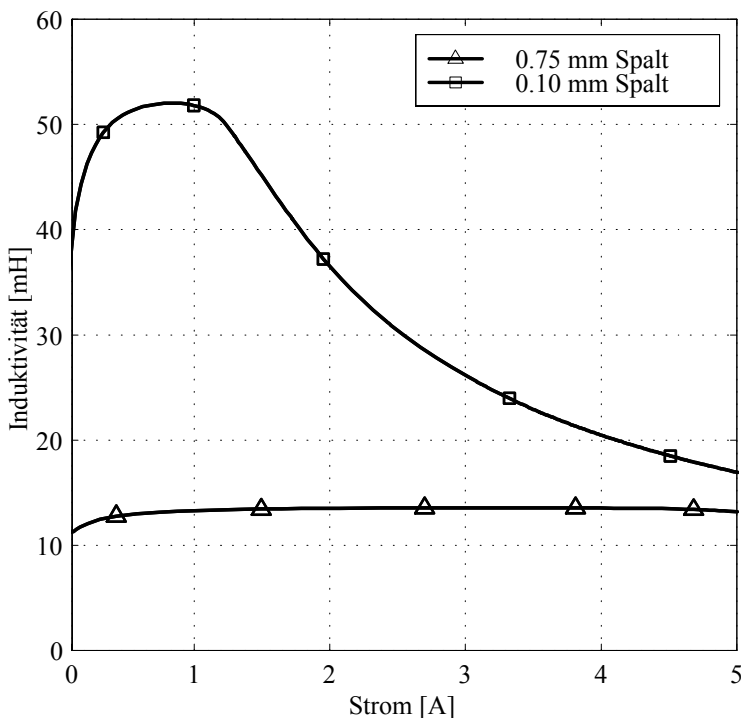


Bild 3.4: Selbstinduktivität einer Magnetlagerspule

werden als Reluktanzkräfte bezeichnet, die stets auf eine Verkürzung der Feldlinien abzielen. Deren Bestimmung gelingt am einfachsten mit dem Prinzip der virtuellen Verrückung.

Ersetzt man den Strom nI in der in (3.8) gewonnenen Beziehung nach (3.5), so kann man die Feldenergie auch mit

$$\Pi = \frac{1}{2} \Phi n I = \frac{1}{2} \Phi^2 \left(\frac{l_2}{A_2 \mu_0} + \sum_{k \in \{1,3\}} \frac{l_k}{A_k \mu_k} \right) \quad (3.12)$$

ausdrücken, wenn l_2 der gesamte Weg der Feldlinien in Luft ist.

Die beiden magnetischen Felder unter den Polschuhen des Elektromagneten in Bild 3.1 besitzen, wenn der magnetische Fluss konstant bleibt, das

Potential

$$V_M = \frac{1}{2} \Phi^2 \frac{1}{A_2 \mu_0} (s_a + s_b).$$

Mithin lassen sich die beiden unterhalb der Polschuhe am Rotor auftretenden Reluktanzkräfte als Potentialkräfte zu

$$\begin{aligned} F_a &= -\frac{\partial V_M}{\partial s_a} \text{ und} \\ F_b &= -\frac{\partial V_M}{\partial s_b} \end{aligned}$$

bestimmen, deren stets radial nach außen gerichtete Resultierende in Bild 3.1 vorzeichenrichtig eingezeichnet ist und den Betrag

$$F_M = \frac{\cos \alpha}{A_2 \mu_0} \Phi^2 \quad (3.13)$$

besitzt.

Die vorstehende Herleitung der Magnetkraft ging stillschweigend von einem zur Eisenfläche normal gerichteten Fluss aus. Dies kann bei einer Verschiebung des Rotors aus der Mittenposition nicht garantiert werden. Deshalb soll hier auf die allgemeine Beziehung für Magnetkräfte an Grenzflächen zurückgegriffen werden. Die an Grenzflächen zwischen zwei Medien unterschiedlicher Permeabilität auftretenden Flächenkräfte σ_r mit positiver Richtung vom Medium mit μ_2 zum Medium mit μ_1 sind betragsmäßig durch (3.14) beschrieben. Sie wirken stets senkrecht zur Grenzfläche. Für die Stoffpaarung Eisen ($\mu_2 = \mu_r \mu_0$) mit Luft ($\mu_1 = \mu_0$) ergibt sich der zweite Ausdruck bei Verwendung der normalen und tangentialen Komponenten der Induktion an der Grenzfläche.

$$\sigma_r = \frac{1}{2} (\mu_2 - \mu_1) \left(H_{t1}^2 + \frac{\mu_1}{\mu_2} H_{n1}^2 \right) = \frac{\mu_r - 1}{2\mu_r \mu_0} (B_n^2 + \mu_r B_t^2) \approx \frac{B_n^2}{2\mu_0} \quad (3.14)$$

Mit der Näherung $B_t = 0$ und $\mu_r \gg 1$ kann wieder die Kraftbeziehung nach (3.13) hergeleitet werden. Mit Hilfe der Näherung in (3.14) läßt sich leicht die maximal erreichbare Flächenkraft in Abhängigkeit des Eisenmaterials abschätzen. Geht man nämlich von einer durch die Sättigung auf ca. 1.6

Tesla begrenzten Induktion aus, kann σ_r den Wert von 102 N/cm² nicht überschreiten.

Ist aus einer numerischen Feldberechnung das Induktionsfeld im Luftspalt in Abhängigkeit der Rotorposition bekannt, folgt die resultierende Magnetkraft aus der Integration über die Oberfläche A des Rotors nach (3.15).

$$\mathbf{F} = \int_A \sigma_r(\mathbf{B}, \mu_1, \mu_2) d\mathbf{A} \quad (3.15)$$

In axialer Richtung des Rotors wird dabei eine unveränderliche Induktion angenommen, wodurch eine reine Betrachtung in der radialen Ebene wie dargestellt ermöglicht wird. Eine Berücksichtigung der axialen Richtung ist der numerischen Feldtheorie vorbehalten und wird in Anbetracht des verfolgten systemtechnischen Ansatzes nicht weiter betrachtet.

Magnetischer Fluss und Kraft

Der vorangegangene Abschnitt zeigte die direkte Abhängigkeit der auf den Rotor wirkenden Kraft vom Feld der magnetischen Induktion und bei ausreichend genauer Näherung vom normal gerichteten magnetischen Fluss. Zur Bestimmung des Flusses, der mit elektrischen Größen verknüpft ist, muss das Induktionsgesetz (3.1b) in Verbindung mit (3.3) verwendet werden.

Das Umlaufintegral in (3.1b) evaluiert sich mit Einführung der Spannung $U_a(t)$ in Bild 3.1 zu

$$\begin{aligned} \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} &\equiv \int_1^2 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} - U_a(t) \\ \int_1^2 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} &= \int_1^2 \varrho \mathbf{g} \cdot d\mathbf{s} = \varrho \frac{s}{A_{Cu}} I = R I \end{aligned} \quad (3.16)$$

Dabei ist die Stromdichte \mathbf{g} über den Leiterquerschnitt A_{Cu} konstant, der elektrische Materialwiderstand ϱ gleich dem reziproken Wert der spezifischen κ Leitfähigkeit in (3.3) und R der ohmsche Leiterwiderstand. Weiterhin folgt mit den n Wicklungen und einer angenommenen homogenen Induktion im Spulenquerschnitt

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_A \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = n \frac{\partial \Phi}{\partial t}.$$

Mit den vorstehenden Ausdrücken ergeben sich bei Verwendung eines Verbraucherpeilsystems die Ausdrücke nach (3.17), wenn (3.9) beachtet wird. Diese repräsentieren nunmehr summarisch und auf die feldtheoretischen Einzelheiten verzichtend, die Diffusionsgleichungen des Elektromagnetismus, die der Vollständigkeit halber im Anhang A.1 aufgeführt sind.

$$n \frac{\partial \Phi}{\partial t} + R I = U_a(t) \quad (3.17a)$$

$$\dot{\Phi} + \frac{R}{L} \Phi = \frac{U_a(t)}{n} \quad (3.17b)$$

Die Lösung der insbesondere bei konstanter Selbstinduktivität gewöhnlichen Differentialgleichung erster Ordnung in Φ gelingt für eine konstante Spannung $U_a(t) = U_S$ sowie mit der Zeitkonstanten $\tau = L/R$ sofort zu

$$\Phi(t) = \frac{U_S L}{n R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) + \Phi(0) e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Für ein gegebenes U_S wird der Flussverlauf demnach durch τ bestimmt, so dass zum Zeitpunkt $t = \tau$ bereits 63,3% des stationären Wertes erreicht sind. Für ein gutes Regelverhalten sind möglichst kleine Zeitkonstanten zu wählen. Für die in dieser Arbeit eingesetzten Magnetlager liegt die Zeitkonstante für den Betriebsbereich bei ca. 20 Millisekunden. Drehfrequenzen von 200 Hz, wie sie mit dem ausgeführten Magnetlagersystem erreicht werden können, sind damit noch regelbar, wenn U_S ausreichend groß ist.

Der Gradient des Flusses zum Anfangszeitpunkt folgt direkt aus (3.17) mit

$$\dot{\Phi}(0) = \frac{U_S}{n} - \frac{1}{\tau} \Phi(0) \approx \frac{U_S}{n},$$

wobei die Näherung für die verwendeten Elektromagnete wegen $\Phi(0)/\tau \ll U_S/n$ gerechtfertigt ist.

Der Gradient der Kraft folgt dann aus (3.13) ebenfalls für den Anfangszeitpunkt zu

$$\dot{F}(0) = 2 \frac{\cos \alpha}{\mu_0 A_2} \Phi(0) \dot{\Phi}(0) \approx 2 \frac{\cos \alpha}{n \mu_0 A_2} U_S \Phi(0)$$

Ein schneller Anstieg von Kraft und Fluss ist demnach primär mit einem großen und schnellen Spannungssprung zu erreichen, so dass man bemüht sein wird, Leistungsverstärker einzusetzen, die einen solchen liefern können. Berücksichtigt man die hier auftretenden Zahlenwerte, sei die angegebene Näherung gerechtfertigt. Demnach ist mit einem größeren anfänglichen Fluss auch ein steilerer Kraftanstieg erreichbar. Während Eisenquerschnitte und Wege nur geringen Einfluss haben, sollte die Querschnittsfläche in Luft A_2 eher kleiner sein. Allerdings wird dadurch die stationäre Magnetkraft geringer, auch wenn sich dies nicht gleich aus (3.13) ersehen lässt.

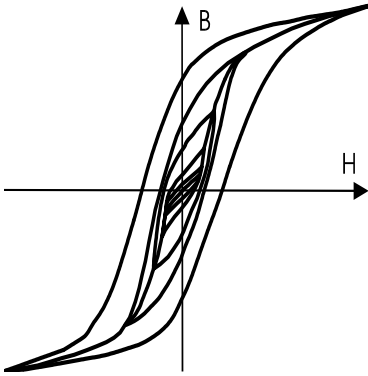
Eine allgemeine analytische Lösung von (3.17) ist nicht mehr möglich, wenn L durch (3.11) ersetzt wird und die bisherige Annahme eines konstanten Luftspaltes fallen gelassen wird, somit auch prinzipiell die Permeabilität einer Änderung unterliegt.

$$\dot{\Phi} + \frac{R}{n^2} \sum_{k=1}^3 \frac{l_k}{A_k \mu_k} \Phi = \frac{U_a(t)}{n}$$

Bei Magnetlagern wird der Luftspalt durch die Dynamik des Rotors bestimmt. Für dann auftretende kleine Luftspalte muss zudem die dann einsetzende magnetische Sättigung des Eisens berücksichtigt werden. Magnetisierungskurven lassen sich zwar durch approximierende Funktionen abbilden, führen dann aber auch nur zu numerischen Lösungen der Differentialgleichungen des Flusses. In (Springer, 1993) findet sich ein Beispiel für eine solche Simulation. Während die Eisensättigung den Entwurf des Magnetlagers, wie bei allen elektrischen Maschinen, beeinflusst, sollte sich diese im normalen Betriebsverhalten nicht mehr auswirken. Treten nämlich nennenswerte Sättigungseinflüsse auf, ist der Rotor bereits aus seiner Sollage soweit abgewichen, dass eine Regelung ohnehin nicht mehr in der Lage ist, eine Berührung mit Statorteilen zu vermeiden.

3.1.3. Elektromagnetische Verluste

Verluste elektromagnetischer Art treten bei Magnetlagern grundsätzlich in gleicher Form auf wie bei anderen elektrotechnischen Einrichtungen. Diese werden üblicherweise in Kupferverluste, also rein ohmsche Verluste in den Wicklungen, und Eisenverluste, das sind Hystereseverluste und Wirbelströme, eingeteilt. Zusätzlich sind Streuungen des magnetischen Feldes zu berücksichtigen.



Hystereseverluste sind, wie der Name bereits andeutet, eine Folge der Hystereseigenschaften ferromagnetischer Werkstoffe. Durch einen zyklischen Wechsel der Feldstärke kommt es zu einer Ausrichtungsänderung, die mit Energieverlusten verbunden ist und durch die Fläche der Hystereseschleife repräsentiert wird. Das nebenstehende Bild zeigt deren qualitativen Verlauf für das eingesetzte Eisenmaterial.

Wie angedeutet, ändert sich deren Form auch in Abhängigkeit der bei einem Durchlaufzyklus erreichten maximalen Induktionswerte. Andere Materialien weisen z.T. deutlich andere Formen der Hystereseschleife auf. Für elektromagnetische Anwendungen werden deshalb magnetisch weiche Materialien, die sich durch eine schmale Hystereseffläche und dementsprechend geringere Verluste auszeichnen, verwendet. Häufig werden aus Kostengründen Eisenlegierungen mit hohen Siliziumanteilen eingesetzt. In der Regel weisen die verwendeten Materialien eine magnetische Anisotropie auf; es gibt also eine magnetische Vorzugsrichtung.

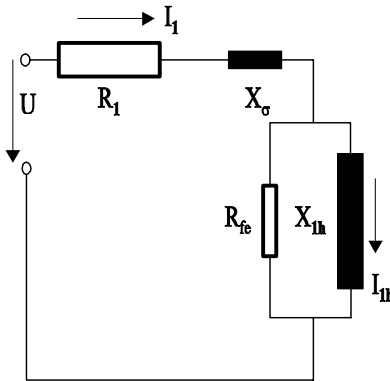
Auch bei elektromagnetischen Lagern werden die den Fluss führenden Teile nicht massiv, sondern als Bleckpaket ausgeführt. Für das Eisen gelten natürlich auch die Maxwellschen Gleichungen, so dass bei zeitlichen Induktionsänderungen im Eisen ein elektrisches Feld und in dessen Folge elektrische Ströme, sogenannte Wirbelströme, entstehen. Diese führen zur Feldverdrängung und im besonderen zu Energieverlusten, die, wie der zweite Hauptsatz der Thermodynamik aussagt, stets eine Wärmeentwicklung nach sich ziehen.

Berechnungen der Hystereseverluste und der Wirbelstromverluste in Bleckpaketen finden sich in Lehrbüchern der Elektrotechnik und werden hier nicht ausführlich dargestellt. Bekannt ist nach (Küpfmüller, 1973) der näherungsweise proportionale Zusammenhang zwischen dem Quadrat von Bleckdicke und Verlustleistung des Wirbelstromes. Die Verlustleistung wächst mit dem Quadrat der Frequenz der Induktion. Verluste treten dabei natürlich pro Eisenmengen auf. Um Wirbelströme in elektrischen Netzwerken abbilden zu können, definiert man eine Wirbelstromresistanz, die mit der Frequenz zunimmt. Mit steigender Frequenz verringern Wirbel-

stromeffekte auch die Gleichstrominduktivität der Spule. Hystereseverluste werden in Netzwerken nur einer entsprechenden Resistanz zugeschlagen, die allerdings neben der Frequenz auch dem Spulenstrom direkt proportional ist.

Letztendlich kann nicht davon ausgegangen werden, dass der magnetische Fluss ausschließlich im Eisen verläuft. Vielmehr wird ein (geringer) Anteil von Feldlinien auch in Luft verlaufen und sich im gesamten Eisenpaket verteilen, wodurch die vorstehend bereits genannten Mitinduktivitäten entstehen. In Ersatzschaltbildern werden Streuungen einfach durch zusätzliche Reaktanzen berücksichtigt.

Statorverluste



Das nebenstehende Ersatzschaltbild einer Magnetlagerspule bildet die genannten Einflüsse mit ab. Die Resistanz R_{fe} berücksichtigt die vorwiegend frequenzabhängigen Eisenverluste. X_σ ist die Streureaktanz. Die Hauptreaktanz X_{1h} beinhaltet die wegen der Wirbelströme ebenfalls frequenzabhängige Spuleninduktivität. R_1 ist der ohmsche Spulenwiderstand und repräsentiert damit die Kupferverluste.

Das vorliegende einfache Netzwerk entspricht nur der Primärseite eines Transformators, denn der Rotor im Magnetlager trägt keine Wicklungen. Bei Verwendung der komplexen Notation für die Wechselstromgrößen ist der Strom \underline{I}_1 durch

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{R_1 + \frac{R_{fe} X_{1h}^2}{X_{1h}^2 + R_{fe}^2} + j(X_\sigma + \frac{R_{fe}^2 X_{1h}}{X_{1h}^2 + R_{fe}^2})}$$

bestimmt. Für eine eisenverlustfreie Spule, was $R_{fe} \rightarrow \infty$ entspricht, ist \underline{I}_1 mit dem Strom durch die Hauptinduktivität \underline{I}_{1h} identisch. Treten Eisenverluste auf und ist R_{fe} somit endlich, verringert sich insbesondere \underline{I}_{1h} gegenüber dem verlustfreien Fall. Infolge der damit geringeren Durchflutung nimmt der Fluss ab. Mithin reduziert sich die magnetische Kraft.

Auch die Streuung führt zur Schwächung der Magnetkraft, allerdings ist die Streureaktanz gering. Zudem werden keine Energieverluste durch die Streuung verursacht, denn Reaktanzen erfordern nur Blindleistung. Wie vorstehend bereits erklärt, steigt R_{fe} zwar mit zunehmender Wechselstromfrequenz, gleichzeitig verringert sich aber auch die Spuleninduktivität, so dass insgesamt eine Flussschwächung auftritt.

Wie schon (Traxler, 1985) zeigt, führen Eisenverluste und Streuung nur zu geringen Einbußen der Magnetkraft. Auch die elektromagnetischen Verluste sind eher als gering einzustufen. Allenfalls für hohe Rotordrehzahlen und dann auch hohen auftretenden Frequenzen der elektromagnetischen Werte mag eine Verlustoptimierung insbesondere durch Wahl höherwertiger Werkstoffe sinnvoll sein.

Rotorverluste

Selbstverständlich treten auch im Rotor elektromagnetische Verluste wie im Stator auf. Für die gewählte Polanordnung von jeweils zwei aufeinander folgenden gleichnamigen Polen ist die Induktionsfrequenz f_{Φ} doppelt so groß wie die Drehfrequenz n . Für diese Polanordnung gilt mit der Polpaarzahl p dann im allgemeinen

$$f_{\Phi} = \frac{p}{2}n.$$

(Traxler, 1985) zeigt darüberhinaus, dass in den radialen und tangentialen Komponenten der Induktion Frequenzanteile bis zum achtfachen der Drehfrequenz zu finden sind. Die damit auftretenden Eisenverluste im Rotor bewirken ein axiales Moment, das sich letztendlich mit der Wirkung bewegter Ladungen im Rotor (Lorentz Kräfte) begründen läßt. Dieses Verlustmoment wird vom Antrieb gedeckt oder bewirkt eine Verzögerung.

Bei geringen Drehzahlen überwiegen die Hystereseverluste, während bei höheren Drehzahlen dann aufgrund der quadratischen Frequenzabhängigkeit Wirbelströme Hauptverursacher des Verzögerungsmomentes sind.

Kapitel 2.2.1 zeigte bereits die bei Magnetlagern auftretenden Verluste in Abhängigkeit der Drehzahl. Dort wurden die insgesamt geringeren Verluste bei Magnetlagern gegenüber konventionellen Lagern deutlich. Elektromagnetische Verluste bilden hiervon nur einen Teil, denn zusätzlich treten auch noch Ventilationsverluste am schnell drehenden Rotor auf. Weitergehende

Untersuchungen, die eine genauere Unterteilung der Verlustarten definieren und daraus Optimierungen der Bauform und der Polanordnung zulassen, finden sich an verschiedenen Stellen der Literatur, so zum Beispiel in (Kasarda, 1994).

3.2. Rotordynamik

Magnetische Lager dienen der Lagerung von Rotoren, die in ihrer Dynamik durch das Magnetlagersystem beeinflusst werden. Dies impliziert das Verständnis des rotordynamischen Verhaltens in Magnetlagern, das in diesem Kapitel beschrieben werden soll. Dazu wird zunächst ein nichtelastischer, also in sich starrer Rotor betrachtet, was für viele praktische Anwendungen ausreichend ist. Zweifelsohne von größerer Herausforderung ist jedoch die Berücksichtigung des elastischen Verhaltens des Rotors, das insbesondere bei technisch höherwertigen Anwendungen bedeutsam ist und dann beachtet werden muss, wenn die Drehzahl in die Nähe der ersten biegekritischen Drehzahl gerät. Bleibt sie jedoch unterhalb der halben ersten biegekritischen Drehzahl, reicht das Starrkörpermodell aus.

3.2.1. Starrer Rotor in Magnetlagern

Das die Bewegung eines starren Rotors in Magnetlagern beschreibende Modell lässt sich durch analytische Methoden, die von einem geschlossenen Gesamtausdruck ausgehen, wie z.B. dem Hamiltonschen Prinzip oder der Lagrangeschen Gleichung, herleiten. (Bremer; Pfeiffer, 1992) gibt hierzu einen vergleichenden Überblick und weist insbesondere auf die Schwierigkeiten bei der Anwendung auf Mehrkörpersysteme hin. Auch wenn es sich beim starren Rotor nicht um ein Mehrkörpersystem handelt und somit beispielsweise die Lagrangesche Gleichung Anwendung finden könnte, soll hier auf synthetischem Wege die Bewegungsmodellierung erfolgen, bei der aus einzelnen generalisierten Kräften der Gesamtausdruck synthetisiert wird.

Das Prinzip der virtuellen Verrückung (Prinzip von d' Alembert in der Fassung von Lagrange) lässt sich situationsgerecht durch

$$\delta V_{MB} = \delta W_a + \delta W_m \quad \text{und} \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned}\delta V_{MB} &= \delta \mathbf{v}_{MB} \cdot \mathbf{f}_{MB} \text{ sowie} \\ \delta W_a &= \sum_l \delta \mathbf{u}_l \cdot \mathbf{p}_l\end{aligned}$$

formulieren, mit δV_{MB} als virtueller Potentialänderung am Magnetfeld, δW_a als virtueller Arbeit der äußeren Kräfte und δW_m als virtueller Arbeit der d' Alembertschen Trägheitskräfte am Rotor. Mithin handelt es sich bei \mathbf{f}_{MB} um die aus dem Magnetfeldpotential hergeleiteten magnetischen Kräfte nach (3.13), bei \mathbf{p}_l um belastende Kräfte, die kein Potential besitzen, zu der auch trotz ihres Potentialcharakters die Gewichtskraft zählen soll, und bei $\delta \mathbf{v}_{MB}$ sowie $\delta \mathbf{u}_l$ um deren virtuelle Verschiebungen.

Für die Beschreibung des Bewegungsverhaltens des starren Rotors in Magnetlagern wird ein Inertialsystem, gekennzeichnet durch den hochgestellten Index (0), und ein rotorfestes Koordinatensystem mit Ursprung im Massenschwerpunkt C des Rotors, durch (1) gekennzeichnet, verwendet, das im Ruhezustand parallel zum Inertialsystem ist.

Der Flächenschwerpunkt M der Rotorquerschnittsfläche bei C besitzt die von null verschiedenen Koordinaten $x_M^{(1)} = -\varepsilon_x$ und $y_M^{(1)} = -\varepsilon_y$ sowie $z_M^{(1)} = 0$, so dass der Rotor statisch unwuchtig ist. Auch eine kinetische Unwucht liegt vor, da das in Bild 3.5 nicht gezeigte Hauptträgheitssystem (H) des Rotors gegenüber dem (1)-System mit den kleinen Winkel $\Phi_x^{(1)}$ und $\Phi_y^{(1)}$ um die x- und y-Achse verdreht sein soll. Insgesamt liegt also ein dynamisch unwuchtiger Rotor vor.

Der Rotor besitzt zwei translatorische Freiheitsgrade, die durch die radialen Verschiebungen $u_M^{(0)}$ und $v_M^{(0)}$ des Punktes M beschrieben werden. Eine axiale Verschiebung sei verhindert. Die axiale Rotation $\varphi_z^{(0)}$ ist durch den Antrieb gebunden und führt zu einer stationären Winkelgeschwindigkeit

$$\dot{\varphi}_z^{(0)} = \Omega,$$

während die verbleibenden rotatorischen Freiheitsgrade $\varphi_x^{(0)}$ und $\varphi_y^{(0)}$ des Rotors in Magnetlagern nur kleine Winkel annehmen können. Das Bewegungsverhalten des starren Rotors wird hier also durch insgesamt vier

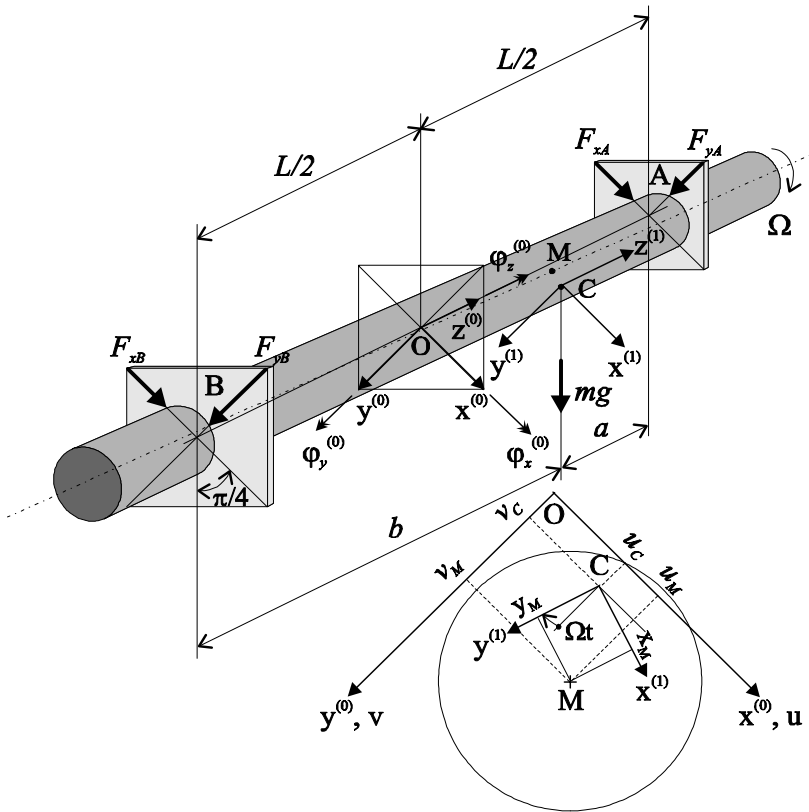


Bild 3.5: Starrer Rotor in Magnetlagern

Freiheitsgrade beschrieben, die in

$$\mathbf{u}^{(0)} = \begin{bmatrix} u_M \\ v_M \\ \varphi_x \\ \varphi_y \end{bmatrix}^{(0)}$$

zusammengefasst werden.

Die virtuelle Arbeit der d' Alembertschen Trägheitskräfte am Rotor wird

in zwei Anteile aufgrund translatorischer und rotatorischer Bewegung unterteilt,

$$\delta W_m = \delta W_{trans} + \delta W_{rot}.$$

Der rotatorische Anteil von δW_m wird mit

$$\delta W_{rot} = -\delta\boldsymbol{\varphi}^{(1)} \cdot \left(\dot{\mathbf{D}}_c^{(1)} + \boldsymbol{\omega}^{(1)} \times \mathbf{D}_c^{(1)} \right) \quad (3.19)$$

in symbolischer Schreibweise beschrieben, mit der die Momentengleichungen bestimmt werden, in denen die Massenträgheitsmomente J_1 , J_2 und J_3 bezüglich der zentralen Hauptträgheitsachsen des Rotors auftreten. Das Hauptträgheitssystem ist um die kleinen Winkel $\Phi_x^{(1)}$ und $\Phi_y^{(1)}$ gegenüber dem (1)-System gedreht.

Eine später günstige Darstellung für bis auf Imperfektionen rotationssymmetrische Rotoren ergibt sich insbesondere, wenn für die sich auf die radialen Rotorachsen beziehenden Massenträgheitsmomente

$$J_1 = J_m + \Delta J, \quad (3.20a)$$

$$J_2 = J_m - \Delta J \quad (3.20b)$$

gesetzt wird, mit

$$\begin{aligned} J_m &= \frac{1}{2}(J_1 + J_2), \\ \Delta J &= \frac{1}{2}(J_1 - J_2). \end{aligned}$$

Der translatorische Anteil von δW_m ist im Inertialsystem durch

$$\delta W_{trans} = - \left(\delta \mathbf{r}_C^{(0)} \right)^{\mathbf{T}} m \ddot{\mathbf{r}}_C^{(0)} \quad (3.21)$$

mit der Rotormasse m und dem Ortsvektor des Massenschwerpunktes $\mathbf{r}_C^{(0)}$ bestimmt, dessen axiale Verschiebung verhindert ist.

Die virtuelle Arbeit der äußeren Kräfte beschränkt sich auf die Wirkung der Gewichtskraft zu

$$\delta W_a = [\delta u_C \quad \delta v_C]^{(0)} \frac{mg}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}^{(0)} = [\delta u_M \quad \delta v_M]^{(0)} \frac{mg}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}^{(0)}. \quad (3.22)$$

Die vier auf den Rotor wirkenden radialen magnetischen Potentialkräfte,

$$\mathbf{f}_{MB}^{(0)} = \begin{bmatrix} F_{xA} \\ F_{yA} \\ F_{xB} \\ F_{yB} \end{bmatrix}^{(0)},$$

besitzen jeweils nur eine von null verschiedene Komponente in einer der Achsrichtungen des Inertialsystems (0), so dass sich mit den Verschiebungen in den Magnetlagern $\mathbf{v}_{MB}^{(0)}$ die virtuelle Potentialänderung des Magnetfeldes zu

$$\delta V_{MB} = - \left(\delta \mathbf{v}_{MB}^{(0)} \right)^T \mathbf{f}_{MB}^{(0)} \quad (3.23)$$

ergibt.

Nunmehr lassen sich (3.23), (3.22), (3.21) und (3.19) in (3.18) einsetzen, woraus sich nach geeigneter Zusammenfassung und Koordinatentransformation

$$\delta \mathbf{u}^T \left(\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{G} \dot{\mathbf{u}} - \mathbf{K}_{MB} \mathbf{f}_{MB} - \mathbf{d} \right) = 0$$

unter Fortlassung des Indexes (0) für das Inertialsystem und weiter die Bewegungsgleichung

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{G} \dot{\mathbf{u}} - \mathbf{K}_{MB} \mathbf{f}_{MB} = \mathbf{d}_m + \mathbf{d}_\varepsilon \quad (3.24)$$

ergibt. Hierin bedeutet

$$\mathbf{u} = [u_M \quad v_M \quad \varphi_x \quad \varphi_y]^T$$

der Vektor der Freiheitsgrade,

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_0 + \Delta \mathbf{M}$$

mit

$$\mathbf{M}_0 = \text{diag} [m \quad m \quad J_m \quad J_m]$$

und

$$\Delta \mathbf{M} = \Delta J \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos 2\Omega t & \sin 2\Omega t \\ 0 & 0 & \sin 2\Omega t & -\cos 2\Omega t \end{bmatrix}$$

die Massenmatrix.

$$\mathbf{G} = \mathbf{G}_0 + \Delta \mathbf{G}$$

mit

$$\mathbf{G}_0 = \Omega J_3 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

und

$$\Delta \mathbf{G} = 2 \Delta J \Omega \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\sin 2\Omega t & \cos 2\Omega t \\ 0 & 0 & \cos 2\Omega t & \sin 2\Omega t \end{bmatrix}$$

ist die gyroskopische Matrix.

$$\mathbf{K}_{MB} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -a & 0 & b \\ a & 0 & -b & 0 \end{bmatrix}$$

stellt eine Transformationsmatrix für die in anderen Ebenen wirkenden Magnetkräfte dar.

$$\mathbf{d} = \mathbf{d}_m + \mathbf{d}_\varepsilon$$

kann als Störterm mit dem Gewichtseinfluss

$$\mathbf{d}_m = \frac{mg}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

und dem Unwuchteinfluss

$$\mathbf{d}_\varepsilon = \Omega^2 \begin{bmatrix} m \varepsilon_x \cos \Omega t - m \varepsilon_y \sin \Omega t \\ m \varepsilon_y \cos \Omega t + m \varepsilon_x \sin \Omega t \\ (J_m - \Delta J - J_3) \Phi_x^{(1)} \cos \Omega t - (J_m + \Delta J - J_3) \Phi_y^{(1)} \sin \Omega t \\ (J_m + \Delta J - J_3) \Phi_y^{(1)} \cos \Omega t + (J_m - \Delta J - J_3) \Phi_x^{(1)} \sin \Omega t \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

aufgefasst werden.

Aufgrund des mit ΔJ unsymmetrischen Rotors wird die lineare Bewegungsgleichung (3.24) zeitvariant, d.h. ihre Parameter sind nicht mehr konstant, sondern zum Teil harmonisch mit der doppelten Drehfrequenz. Im Sinne der Schwingungslehre beschreibt (3.24) dann ein parametererregtes System. Ist die Unsymmetrie ausreichend klein, so dass $\Delta \mathbf{M}$ und $\Delta \mathbf{G}$ vernachlässigt werden können, ergibt sich eine zeitinvariante Bewegungsdifferentialgleichung mit der durch den Störterm \mathbf{d}_ε beschriebenen dynamischen Unwuchterregung $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \Phi_x^{(1)}, \Phi_y^{(1)}$.

Eigenverhalten Starrer Rotor

Unter dem Begriff Eigenverhalten soll die Bewegung des Rotors bei einer quasi mechanischen Rotorlagerung, d.h. Ersatz des Magnetfeldes durch lage- und geschwindigkeitsproportionale Kräfte betrachtet werden. Durch

die elastische Lagerung wird der starre Rotor überhaupt erst schwingungsfähig, während beim ohnehin elastischen Rotor weitere Eigenfrequenzen und mithin Eigenformen hinzutreten.

Ausgangspunkt ist die Bewegungsgleichung (3.24) für den symmetrischen Rotor mit $\Delta \mathbf{M} = \Delta \mathbf{G} = \mathbf{0}$. Die vier Magnetkräfte werden durch ein einfaches lineares Federgesetz abgebildet, so dass

$$\mathbf{f}_{MB} = -c \mathbf{K}_{MB}^T \mathbf{u} \quad (3.27)$$

wird.

Der Rotor sei isotrop gelagert, so dass alle Federn gleiche Steifigkeit besitzen. Einsetzen von (3.27) in (3.24) führt zur Bewegungsgleichung

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} + (\mathbf{G} + \mathbf{D}) \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{C} \mathbf{u} = \mathbf{d}_\epsilon \quad (3.28)$$

mit

$$\mathbf{C} = \mathbf{C}^T = c \mathbf{K}_{MB} \mathbf{K}_{MB}^T = c \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & a-b \\ 0 & 2 & b-a & 0 \\ 0 & b-a & a^2+b^2 & 0 \\ a-b & 0 & 0 & a^2+b^2 \end{bmatrix}$$

und einer noch hinzugefügten geschwindigkeitsproportionalen Dämpfung

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}^T = d \mathbf{K}_{MB} \mathbf{K}_{MB}^T,$$

mit dem positiven Dämpfungskoeffizienten d . Die Gewichtskraft \mathbf{d}_m ist dabei durch statische Magnetkräfte

$$\mathbf{f}_{MBstat} = -\mathbf{K}_{MB}^{-1} \mathbf{d}_m$$

kompensiert worden.

Für die weiteren Betrachtungen sei ein mit den Komponenten nach Anhang B.3 aufgebauter Rotor verwendet, der, wie Bild 3.6 zeigt, eine außermittige Scheibe trägt, bei dem der Rotorschwerpunkt C und der Flächenschwerpunkt M außerhalb der Scheibe liegen. Die Magnetlagerrotoren befinden sich in den Lagern B und A (vergleiche Bild 3.5).

ξ/L	a/L	r_1/L	r_3/L	L [mm]	m [kg]
0.8441	0.5708	0.4217	0.0284	920	5.64

Tabelle 3.1: Massegeometrie Rotor

Für ein beispielhaft angenommenes ξ/L zeigt Tabelle 3.1 dessen Massen-
geometrie in normierten Größen, mit $r_1 = r_2$ und r_3 als Trägheitsradien
für die indizierten Hauptträgheitsrichtungen.

Für den nichtgyroskopischen und dämpfungsfreien Fall, $\mathbf{G}(\Omega = 0) = \mathbf{D} = \mathbf{0}$,
ergeben sich für die homogene Form von (3.28) mit dem Lösungsansatz
 $\mathbf{u} = \mathbf{u}_k e^{\lambda_k t}$ acht Eigenwerte λ_k , $k = 1 \dots 8$, und zwar vier doppelte, die
zudem konjugiert imaginär sind. Wegen der Symmetrie des Schwingungs-
systems liegen also nur zwei unterschiedliche Eigenfrequenzen ω_1 und ω_2
vor, jedoch sind vier der reellen Eigenvektoren \mathbf{u}_k , $k = 1 \dots 4$, linear unab-
hängig, so dass

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \lambda_3 = j\omega_1, & \lambda_5 &= \lambda_7 = \lambda_1^* = -j\omega_1, \\ \lambda_2 &= \lambda_4 = j\omega_2, & \lambda_6 &= \lambda_8 = \lambda_2^* = -j\omega_2, \\ \mathbf{u}_1 &= \mathbf{u}_5, \quad \mathbf{u}_3 = \mathbf{u}_7, & \mathbf{u}_2 &= \mathbf{u}_6, \quad \mathbf{u}_4 = \mathbf{u}_8 \end{aligned}$$

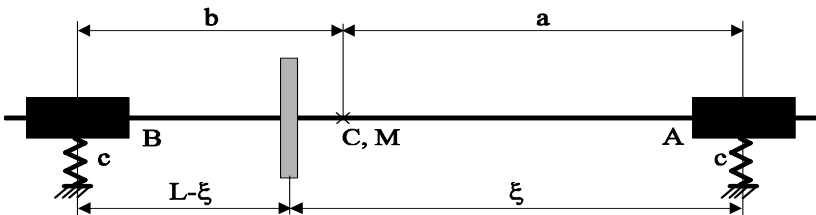


Bild 3.6: Magnetlagerrotor mit außermittiger Scheibe

wird und das Eigenschwingungsverhalten durch

$$\mathbf{u}(t) = \sum_{k=1}^8 C_k \mathbf{u}_k e^{\lambda_k t}, \quad C_k = C_k^{\text{Re}} + jC_k^{\text{Im}},$$

bzw.

$$\mathbf{u}(t) = 2 \left(\sum_{k=1,3} |C_k| \mathbf{u}_k \cos(\omega_1 t + \varphi_k) + \sum_{k=2,4} |C_k| \mathbf{u}_k \cos(\omega_2 t + \varphi_k) \right)$$

mit

$$\begin{aligned} \varphi_k &= \arctan \frac{C_k^{\text{Im}}}{C_k^{\text{Re}}} \\ C_5 &= C_1^*, \quad C_7 = C_3^*, \quad C_6 = C_2^*, \quad C_8 = C_4^* \end{aligned}$$

beschrieben wird.

Ein gyroskopischer Einfluss, $\mathbf{G} \neq \mathbf{0}$, zerstört die Symmetrie und es ergeben sich prinzipiell vier verschiedene Eigenfrequenzen in Abhängigkeit der Winkelgeschwindigkeit $\Omega = 2\pi n$ des Rotors. Zu deren besserer Interpretation überführt man das Differentialgleichungssystem (3.28) nach (Witfeld, 1995) durch die Zusammenfassungen

$$\begin{aligned} s_M &= u_M + jv_M, \quad \Psi = \varphi_x + j\varphi_y, \\ \varepsilon &= \varepsilon_x + j\varepsilon_y \quad \text{und} \quad \phi = \Phi_x^{(1)} + j\Phi_y^{(1)} \end{aligned}$$

in die komplexe Schreibweise

$$\begin{aligned} &\left[\begin{array}{cc} m & 0 \\ 0 & J_1 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \ddot{s}_M \\ \ddot{\Psi} \end{array} \right] + \\ &+ \left(d \left[\begin{array}{cc} 2 & -j(a-b) \\ j(a-b) & a^2 + b^2 \end{array} \right] + \left[\begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & -jJ_3\Omega \end{array} \right] \right) \left[\begin{array}{c} \dot{s}_M \\ \dot{\Psi} \end{array} \right] + \\ &+ c \left[\begin{array}{cc} 2 & -j(a-b) \\ j(a-b) & a^2 + b^2 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} s_M \\ \Psi \end{array} \right] = \Omega^2 \left[\begin{array}{c} m\varepsilon \\ (J_1 - J_3)\phi \end{array} \right] e^{j\Omega t}. \end{aligned}$$

Durch die gewählten komplexen Zusammenfassungen wird die Steifigkeitsmatrix im letzten Summanden hermitisch und die gyroskopische Matrix im Klammerausdruck des mittleren Summanden schiefhermitisch.

Durch Einsetzen von

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} s_M \\ \Psi \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_M/L \\ \Psi \end{bmatrix}, \\ \mathbf{T}_L &= \begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

in die vorstehende Beziehung sowie linksseitiges Multiplizieren mit $\mathbf{T}_L = \mathbf{T}_L^T$ ergibt sich eine Differentialgleichung mit dimensionslosen Koordinaten zu

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} mL^2 & 0 \\ 0 & J_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{s}_M/L \\ \ddot{\Psi} \end{bmatrix} + \\ &+ \left(d \begin{bmatrix} 2L^2 & -jL(a-b) \\ jL(a-b) & a^2 + b^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -jJ_3\Omega \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \dot{s}_M/L \\ \dot{\Psi} \end{bmatrix} + \\ &+ c \begin{bmatrix} 2L^2 & -jL(a-b) \\ jL(a-b) & a^2 + b^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_M/L \\ \Psi \end{bmatrix} = \Omega^2 \begin{bmatrix} m\varepsilon L \\ (J_1 - J_3)\phi \end{bmatrix} e^{j\Omega t}. \end{aligned} \quad (3.29)$$

Mit einem Ansatz für die dämpfungsfreie, $d = 0$, und homogene Form von (3.29), der die Orthogonalität von Verschiebungen θ und Verdrehungen $j\vartheta$ im Eigenvektoransatz berücksichtigt,

$$\begin{bmatrix} s_M/L \\ \Psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta \\ j\vartheta \end{bmatrix} e^{\lambda t}, \quad \lambda = j\omega, \quad \theta, \vartheta \in \mathbb{R},$$

ergibt sich das lineare Gleichungssystem

$$\mathbf{A}(\omega, \Omega) \begin{bmatrix} \theta \\ j\vartheta \end{bmatrix} = \mathbf{0},$$

mit der charakteristischen Gleichung $\det \mathbf{A} = 0$, aus der sich die Eigenfrequenzen ω bestimmen lassen. Sie lautet in normierter Schreibweise

$$a_4\nu^4 - a_3\eta\nu^3 - a_2\nu^2 + a_1\eta\nu + 1 = 0$$

$$\begin{aligned} \text{mit } \nu &= \frac{\omega}{\omega_0}, \eta = \frac{\Omega}{\omega_0}, \omega_0 = \sqrt{\frac{2c}{m}}, \\ a_4 &= 4 \left(\frac{r_1}{L} \right)^2, a_3 = a_1 = 4 \left(\frac{r_3}{L} \right)^2, a_2 = 2 \frac{a^2 + b^2}{L^2} + a_4 \\ \text{sowie } r_1^2 &= \frac{J_1}{m}, r_3^2 = \frac{J_3}{m}. \end{aligned}$$

Die mit der Starrkörpereigenfrequenz ω_0 des elastisch gelagerten Rotors normierten Eigenfrequenzen $\nu_k(\eta)$, $k = 1 \dots 4$, sind außer von der normierten Drehzahl η somit nur von den normierten Trägheitsradien r_3/L und r_1/L sowie von a/L abhängig. Die normierte Scheibenposition ξ/L beeinflusst r_1/L und a/L , nicht jedoch r_3/L .

Im Sonderfall $a = b = L/2$ sind die Eigenfrequenzen noch mit

$$\begin{aligned} \nu_{1,2} &= \mp 1 \\ \nu_{3,4} &= \frac{\eta}{2} \left(\frac{r_3}{r_1} \right)^2 \mp \sqrt{\left(\frac{\eta}{2} \left(\frac{r_3}{r_1} \right)^2 \right)^2 + \left(\frac{L}{2r_1} \right)^2} \end{aligned}$$

überschaubar angebar, deren Verlauf in Bild 3.7 gezeigt wird, für beliebiges a jedoch nicht, so dass an dieser Stelle darauf verzichtet wird.

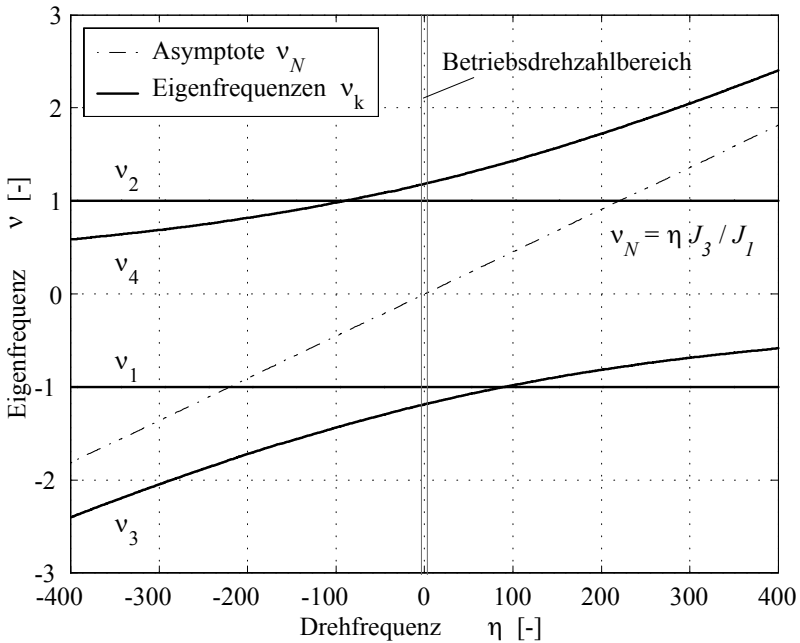
Für den vorstehenden Sonderfall $a = b = L/2$ sind die beiden eben beschriebenen Translations- und Rotationsbewegungen entkoppelt, d. h. die Translationsbewegung hat die von der Drehzahl unabhängigen Eigenfrequenzen ν_1 bzw. ν_2 und es gilt $\vartheta_1 = \vartheta_2 = 0$. Die Rotationsbewegung besitzt die Eigenfrequenzen ν_3 und ν_4 mit $\theta_3 = \theta_4 = 0$.

Als homogene Lösung für (3.29) mit $d = 0$ und beliebigem a ergibt sich dann

$$\begin{bmatrix} s_M/L \\ \Psi \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^4 C_k \begin{bmatrix} \theta \\ j\vartheta \end{bmatrix}_k e^{j\omega_k t}, C_k \in \mathbb{C},$$

wobei sich zeigen lässt, dass zwei der Eigenfrequenzen stets negativ sind, was für deren Erregungsart von Bedeutung ist (backward whirl).

Die Bewegung des k -ten Eigenmodes wird beschrieben durch eine kreisförmige Bewegung des Punktes M mit der Winkelgeschwindigkeit ω_k auf dem

Bild 3.7: Eigenfrequenzen für $a = b$

Radius $L |C_k| \theta$ und einer mit der gleichen Winkelgeschwindigkeit umlaufenden Schrägstellung des Rotors mit dem Winkel $|C_k| \vartheta$. Die i.a. komplexen Konstanten C_k ergeben sich aus den Anfangsbedingungen und der Orbit von M wird durch eine Überlagerung von Ellipsen der Eigenmoden gebildet.

Wie auch bereits (Traxler, 1985) angibt, sollte die bei einem Magnetlager-system realisierte Steifigkeit c im Bereich des Wegkoeffizienten der Magnetlager liegen, wie sie in Kapitel 4.2.1 angegeben sind. Der hier verwendete Rotor hat mit $c = c_{nom} = 445.5 \text{ N/mm}$ die Bezugsfrequenz $\omega_0 = 397.53 \text{ rad/sec}$.

Der gyroskopische Einfluss muss bei dem hier vorliegenden walzenförmigen Rotor, $r_3 \ll r_1$, gering sein, denn für $a_1 \eta / a_4 \ll 1$ reduziert sich die

k	$\mathbf{n=0 \text{ min}^{-1}}$		$\mathbf{n=2000 \text{ min}^{-1}}$	
	ν	ϑ/θ	ν	ϑ/θ
1	-0.9709	0.8105	-0.9708	0.8140
2	0.9709	0.8105	0.9710	0.8071
3	-1.2212	-6.9371	-1.2201	-6.9003
4	1.2212	-6.9371	1.2222	-6.9741

Tabelle 3.2: Eigenfreq. für $c = 445.5 \text{ N/mm}$, $d = 0$ und Tabelle 3.1

charakteristische Gleichung zu

$$\nu^4 - \frac{a_2}{a_4}\nu^2 + \frac{1}{a_4} = 0$$

und die Abhängigkeit von η verschwindet. Tabelle 3.2 zeigt dann auch die nur geringfügigen Unterschiede der Eigenfrequenzen bei den Drehzahlen 0 und 2000 min^{-1} und in Bild 3.7 tritt die Abhängigkeit der Eigenfrequenzen ν_3 und ν_4 erst bei sehr hohen Drehzahlen auf, die als Asymptote für große positive bzw. negative η die im Bild angegebene Nutationsfrequenz ν_N haben. Innerhalb des eingezeichneten Betriebsdrehzahlbereiches sind die Eigenfrequenzen daher als konstant anzusehen.

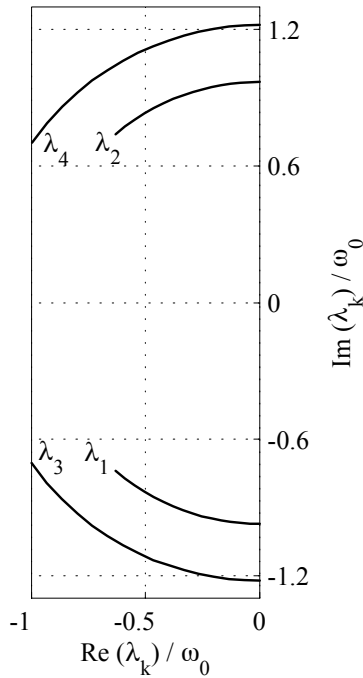
Wird neben dem gyroskopischen Einfluss zusätzlich Dämpfung berücksichtigt, $d > 0$, so werden die Eigenwerte λ_k , $k = 1 \dots 4$, von (3.29) konjugiert komplex. Sie sind für den vorstehend spezifizierten Rotor bei verschiedenen Dämpfungswerten $D = d/2m\omega_0$ in Bild 3.8 dargestellt.

Die dargestellte Ortskurve eines Eigenwertes muss einem Kreis mit Mittelpunkt im Ursprung folgen. Der Radius ist der Betrag des Eigenwertes, der stets gleich der zugehörigen Eigenkreisfrequenz im ungedämpften Fall ist.

Das Eigenverhalten verläuft nunmehr gedämpft. Sehr hohe Dämpfungswerte, wie zur Darstellung verwendet, sind in Magnetlagersystemen jedoch aus regelungstechnischen Gründen, wie auch (Liegner, 1998) zeigt, kaum zu realisieren.

Erregungsmechanismen

Die Erregung von (3.29) ergibt sich durch das Zusammenwirken von statischer Unwucherregung nur durch ε sowie kinetischer Unwucherregung oder Momentenunwucht nur durch ϕ .

Bild 3.8: Eigenwerte bei 2000 min^{-1} , $D = 0 \dots 0.473$

Bei statischer Unwucherregung bewegt sich der Punkt M im stationären Zustand auf einem kreisförmigen Orbit. Dessen Radius $r_{M\varepsilon}$, in Abhängigkeit der normierten Drehwinkelgeschwindigkeit $\eta = \Omega / \omega_0$, zeigt Bild 3.9. Es sei an dieser Stelle nochmals darauf hingewiesen, dass hier nur ein starrer Rotor betrachtet wird, mithin die auftretenden kritischen Drehzahlen nur aus den Lagersteifigkeiten resultieren.

Ebenso folgt aus der statischen Unwucherregung eine Taumelbewegung des Rotors mit dem Winkel ϑ_ε , der z.B. im Abstand a in einer Magnetlagerebene eine stationäre Kreisbewegung mit dem kleinen Radius $r_{a\varepsilon} = a\vartheta_\varepsilon$ zur Folge hat. Mit einem partikulären Ansatz für (3.29) der Form

$$\begin{bmatrix} s_M \\ \Psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{M\varepsilon} e^{j\varphi_{M\varepsilon}} \\ \vartheta_\varepsilon e^{j\varphi_{\vartheta\varepsilon}} \end{bmatrix} e^{j\Omega t}$$

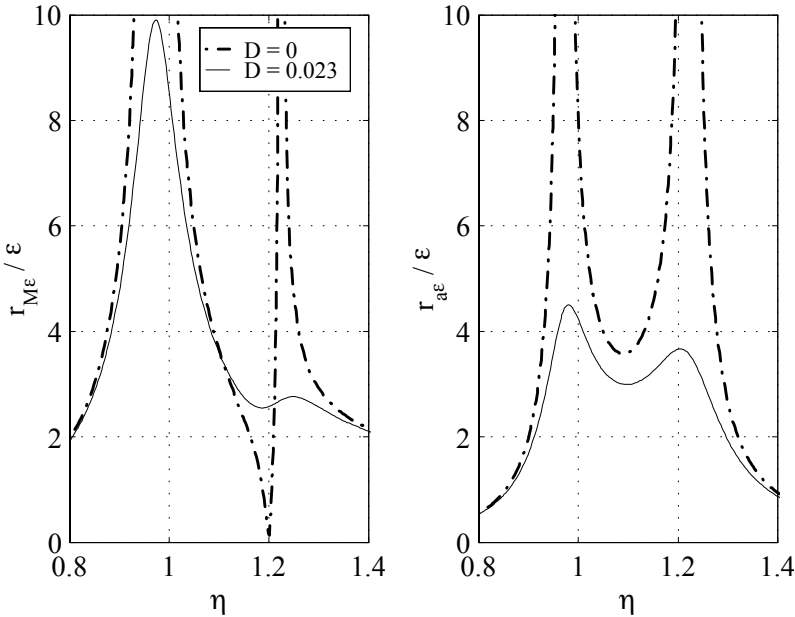


Bild 3.9: Frequenzgang bei Unwuchterregung

lassen sich die entsprechenden Radien für ein jeweils konstantes Ω bestimmen.

Die Diagramme in Bild 3.9 zeigen die beiden Resonanzstellen bei $\eta_{krit} = 0.9721$ und $\eta_{krit} = 1.2249$ für den ungedämpften (vergleiche hierzu Tabelle 3.2) und einen leicht gedämpften Fall, die wegen des Anwachsens der Auslenkung kritische Drehzahlen sind. Wegen der hier gezeigten positiven Drehzahl $\eta > 0$ treten nur zwei Eigenfrequenzen als kritische Drehzahlen auf, während die negativen Eigenfrequenzen bei geänderter Drehrichtung an gleicher Stelle auftreten. Zudem liegt eine Antiresonanzstelle für $r_{M\varepsilon}$ bei $\eta = 1.2012$ vor. Unter dem Einfluss der Lagerdämpfung ($D \neq 0$) ist diese jedoch nicht mehr ausgeprägt. Die Bewegung in den Lagerebenen (Abstand a und b in Bild 3.5) ergibt sich aus der phasenrichtigen Überlagerung der kreisförmigen Bewegungen mit $r_{M\varepsilon}$ und $r_{a\varepsilon}$, denn es gilt i.a. $\varphi_{M\varepsilon} \neq \varphi_{a\varepsilon}$. In den Lagern bleibt die Bewegung jedoch kreisförmig.

Für eine Momentenunwucht mit $\phi \neq 0$ und $\varepsilon = 0$ erhält man ebenfalls wieder die zwei bereits bekannten kritischen Drehzahlen und eine Antiresonanzstelle, da diese von der Erregung unabhängig sind, jedoch ergeben sich andere Resonanzüberhöhungen.

Anisotrope Lagerung

In den bisherigen Betrachtungen war die Rotorlagerung isotrop. Da dies in Gänze auch bei magnetischen Lagerungen nicht erreicht werden kann, soll im Folgenden eine anisotrope Lagerung untersucht werden, bei der für die Magnetkräfte (3.27)

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_{MB} &= -\mathbf{k} \mathbf{K}_{MB}^T \mathbf{u} \text{ mit} \\ \mathbf{k} &= \text{diag}[c_1 \quad c_2 \quad c_1 \quad c_2] \end{aligned}$$

gesetzt wird. Die Steifigkeitsmatrix

$$\mathbf{C} = \mathbf{K}_{MB} \mathbf{k} \mathbf{K}_{MB}^T = \mathbf{C}^T$$

in (3.28) bleibt dennoch symmetrisch.

Für den nichtgyroskopischen und dämpfungsfreien Fall treten im Gegensatz zur isotropen Lagerung keine doppelten Eigenwerte mehr auf, jedoch vier konjugiert imaginäre Eigenwertpaare wie Tabelle 3.3 zeigt.

λ_1/ω_0	λ_3/ω_0	λ_5/ω_0	λ_7/ω_0
$j0.6965$	$j0.8208$	$j1.0214$	$j1.2036$
$\lambda_2/\omega_0 = \lambda_1^*/\omega_0$	$\lambda_4/\omega_0 = \lambda_3^*/\omega_0$	$\lambda_6/\omega_0 = \lambda_5^*/\omega_0$	$\lambda_8/\omega_0 = \lambda_7^*/\omega_0$
$-j0.6965$	$-j0.8208$	$-j1.0214$	$-j1.2036$

Tabelle 3.3: Normierte Eigenwerte für $c_1 = 445.5N/m$ und $c_2 = c_1/2$

Obwohl alle Eigenwerte von der Drehfrequenz des Rotors abhängig sind, tritt diese Abhängigkeit wegen des walzenförmigen Rotors erst bei Drehzahlen auf, die weit über der ersten biegekritischen Drehzahl liegen, so dass ein gyroskopischer Effekt hier nicht beachtet werden muss.

Im Gegensatz zur isotropen Lagerung liegen nun jedoch acht kritische Drehzahlen vor, die durch dynamische Unwuchten angeregt werden können. Die auftretenden Orbits sind dann im allgemeinen Ellipsen.

3.2.2. Elastischer Rotor in Magnetlagern

Die Bewegungsgleichung des elastischen Rotors lässt sich ebenfalls wie beim starren Rotor durch eine Energieformulierung gewinnen, die dann jedoch als Grundlage für eine Näherungslösung im Sinne der Finite-Element-Formulierung dient. Hierzu wird der Rotor in zylindrische Elemente unterteilt, denen elastische Eigenschaften und Trägheit (Wellenelement) oder nur Starrkörpereigenschaften mit Unwucht zugebilligt werden. Bild 3.10 zeigt jeweils eines dieser Elemente. Auf den so elementierten Rotor lässt sich dann das Prinzip der virtuellen Verrückung nach (3.18) anwenden.

Wellenelemente

Wellenelemente werden üblicherweise als elastischer Balken mit Biegung um beide Achsen (x und y) und bei nicht mehr schlanken Balken auch noch Querkraft-Schubverzerrung sowie Drehträchtigkeit (Timoshenko) modelliert. Materialdämpfungen seien hingegen vernachlässigt. Die elastische Formänderungsarbeit eines zylindrischen Wellenelementes mit konstantem Querschnitt, konstanter Massenbelegung und Werkstoffeigenschaften ist dann

$$\delta V_e^{(W)} = \int_0^l [\delta\gamma_{zy} Q_y + \delta\gamma_{zx} Q_x + \delta\kappa_x M_x + \delta\kappa_y M_y] dz. \quad (3.30)$$

Die Schnittkräfte (Q_x, Q_y) und Schnittmomente (M_x, M_y) sowie die lokalen Verschiebungsgrößen (u, v, β_x, β_y) sind in Bild 3.10 definiert. Unter Anwendung der Balkentheorie nach (Timoshenko; Gere, 1972), ergeben sich die Schnittkraftgrößen und virtuellen Verzerrungsgrößen zu

$$\begin{aligned} Q_y &= G A_S \gamma_{zy}, & \gamma_{zy} &= (v' + \beta_x), & \delta\gamma_{zy} &= \delta v' + \delta\beta_x; \\ Q_x &= G A_S \gamma_{zx}, & \gamma_{zx} &= (u' - \beta_y), & \delta\gamma_{zx} &= \delta u' - \delta\beta_y; \\ M_x &= E I_K \kappa_x, & \kappa_x &= \beta'_x, & \delta\kappa_x &= \delta\beta'_x; \\ M_y &= E I_K \kappa_y, & \kappa_y &= \beta'_y, & \delta\kappa_y &= \delta\beta'_y. \end{aligned}$$

Dabei stellt γ den Scherwinkel, β die Querschnittsneigung gegenüber dem unverzerrten Zustand, u' bzw. v' die Neigung der neutralen Faser und κ die Krümmung mit der jeweils indizierten Koordinatenrichtung dar, wie Bild 3.11 für die z-y-Ebene zeigt.

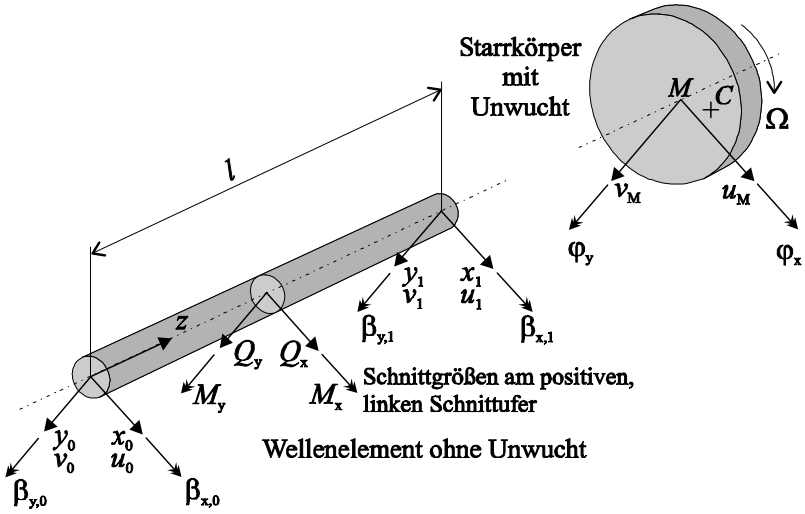


Bild 3.10: Rotorelemente

$A_S = 0.89 A_K$ ist die Schubfläche der Kreisfläche A_K des Wellenquerschnittes und I_K das äquatoriale Flächenträgheitsmoment des Kreisquerschnittes.

Die virtuelle Arbeit der äußeren Kräfte an den Wellenelementen resultiert aus den Gewichtskräften zu

$$\delta W_a^{(W)} = \frac{\mu g}{\sqrt{2}} \int_0^l [\delta v + \delta u] dz \quad (3.31)$$

mit der Massenbelegung pro Längeneinheit $\mu = \rho A_K$.

Die virtuelle Arbeit der Massenkräfte ist

$$\begin{aligned} \delta W_m^{(W)} = - \int_0^l \left[\mu (\delta v \ddot{v} + \delta u \ddot{u}) + \mu_m (\delta \beta_y \ddot{\beta}_y + \delta \beta_x \ddot{\beta}_x) + \right. \\ \left. + 2 \mu_m \Omega (\delta \beta_x \dot{\beta}_y - \delta \beta_y \dot{\beta}_x) \right] dz, \quad (3.32) \end{aligned}$$

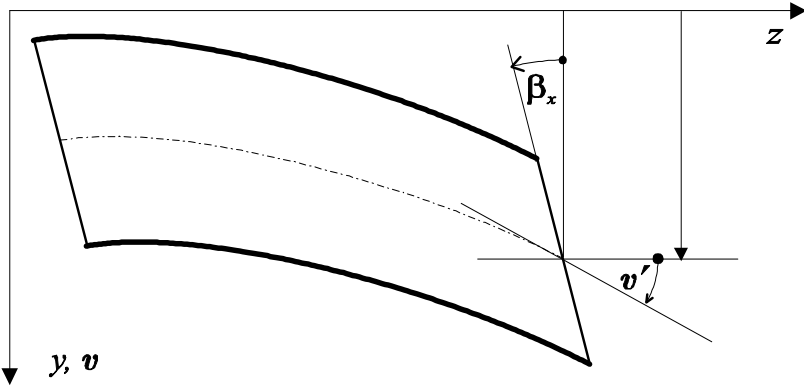


Bild 3.11: Neigungen am Timoshenko-Balken

wobei $\mu_m = \rho I_K$ die äquatoriale Drehmassenbelegung darstellt. Die polare Drehmassenbelegung beträgt dann $2 \mu_m$ und der dazugehörige Summand repräsentiert die gyroskopischen Anteile, in dem die konstante Drehwinkelgeschwindigkeit Ω des Rotors auftritt.

Mit geeigneten Ansatzfunktionen $f_1(z)$, $f_2(z)$, $f_3(z)$, $f_4(z)$ und $g_1(z)$, $g_2(z)$, $g_3(z)$, $g_4(z)$ nach Anhang B.2 lassen sich die in (3.30), (3.31) und (3.32) auftretenden Verschiebungsgrößen durch die Verschiebungen an den Enden des Wellenelementes

$$\mathbf{u}^{(W)} = [u_1 \ v_1 \ \beta_{x,1} \ \beta_{y,1} \mid u_0 \ v_0 \ \beta_{x,0} \ \beta_{y,0}]^T$$

wie folgt approximieren

$$\begin{bmatrix} v \\ u \\ \beta_x \\ \beta_y \end{bmatrix} (z, t) = \begin{bmatrix} 0 & f_3 & f_4 & 0 & 0 & f_1 & f_2 & 0 \\ f_3 & 0 & 0 & -f_4 & f_1 & 0 & 0 & -f_2 \\ 0 & g_3 & g_4 & 0 & 0 & g_1 & g_2 & 0 \\ g_3 & 0 & 0 & -g_4 & g_1 & 0 & 0 & -g_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \beta_{x,1} \\ \beta_{y,1} \\ u_0 \\ v_0 \\ \beta_{x,0} \\ \beta_{y,0} \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} \delta v \\ \delta u \\ \delta \beta_x \\ \delta \beta_y \end{bmatrix} (z) = \begin{bmatrix} 0 & f_3 & f_4 & 0 & 0 & f_1 & f_2 & 0 \\ f_3 & 0 & 0 & -f_4 & f_1 & 0 & 0 & -f_2 \\ 0 & g_3 & g_4 & 0 & 0 & g_1 & g_2 & 0 \\ g_3 & 0 & 0 & -g_4 & g_1 & 0 & 0 & -g_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta u_1 \\ \delta v_1 \\ \delta \beta_{x,1} \\ \delta \beta_{y,1} \\ \delta u_0 \\ \delta v_0 \\ \delta \beta_{x,0} \\ \delta \beta_{y,0} \end{bmatrix}.$$

Ersetzen der so bestimmten Verschiebungen und variierten Verschiebungen in den vorstehenden virtuellen Arbeitsausdrücken führt nach Integralauswertung mit dem Vektor der Verschiebungen $\mathbf{u}^{(W)}$ an den Balkenenden zu

$$\begin{aligned} \delta V_e^{(W)} &= \left(\delta \mathbf{u}^{(W)} \right)^{\mathbf{T}} \mathbf{K}^{(W)} \mathbf{u}^{(W)}, \\ \delta W_a^{(W)} &= \left(\delta \mathbf{u}^{(W)} \right)^{\mathbf{T}} \mathbf{d}_m^{(W)}, \\ \delta W_m^{(W)} &= - \left(\delta \mathbf{u}^{(W)} \right)^{\mathbf{T}} \mathbf{M}^{(W)} \ddot{\mathbf{u}}^{(W)} - \left(\delta \mathbf{u}^{(W)} \right)^{\mathbf{T}} \mathbf{G}^{(W)} \dot{\mathbf{u}}^{(W)}. \end{aligned}$$

Symmetrische Steifigkeitsmatrix $\mathbf{K}^{(W)}$ und Massenmatrix $\mathbf{M}^{(W)}$ sowie schiefsymmetrische gyroskopische Matrix $\mathbf{G}^{(W)}$ und Elementbelastungsvektor

$\mathbf{d}_m^{(W)}$ ergeben sich dann nach (Nordmann, 1976) und (Krämer, 1993) zu

$$\mathbf{K}^{(W)} = \begin{bmatrix} a_1 & 0 & 0 & -a_2 & -a_1 & 0 & 0 & -a_2 \\ & a_1 & a_2 & 0 & 0 & -a_1 & a_2 & 0 \\ & & a_3 & 0 & 0 & -a_2 & a_4 & 0 \\ & & & a_3 & a_2 & 0 & 0 & a_4 \\ & & & & a_1 & 0 & 0 & a_2 \\ & & \text{symmetrisch} & & & a_1 & -a_2 & 0 \\ & & & & & & a_3 & 0 \\ & & & & & & & a_3 \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

$$\mathbf{M}^{(W)} = \begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 & -b_3 & b_2 & 0 & 0 & b_4 \\ & b_1 & b_3 & 0 & 0 & b_2 & -b_4 & 0 \\ & & b_5 & 0 & 0 & b_4 & -b_6 & 0 \\ & & & b_5 & -b_4 & 0 & 0 & -b_6 \\ & & & & b_1 & 0 & 0 & b_3 \\ & & \text{symmetrisch} & & & b_1 & -b_3 & 0 \\ & & & & & & b_5 & 0 \\ & & & & & & & b_5 \end{bmatrix}, \quad (3.34)$$

$$\mathbf{G}^{(W)} = \begin{bmatrix} 0 & g_1 & g_2 & 0 & 0 & -g_1 & g_2 & 0 \\ & 0 & 0 & g_2 & g_1 & 0 & 0 & g_2 \\ & & 0 & g_4 & g_2 & 0 & 0 & -g_3 \\ & & & 0 & 0 & g_2 & g_3 & 0 \\ & & \text{schief-} & & 0 & g_1 & -g_2 & 0 \\ & & \text{symmetrisch} & & & 0 & 0 & -g_2 \\ & & & & & & 0 & g_4 \\ & & & & & & & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.35)$$

$$\mathbf{d}_m^{(W)} = \frac{\mu g l}{2 \sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{l}{6} & -\frac{l}{6} & 1 & 1 & -\frac{l}{6} & \frac{l}{6} \end{bmatrix}^{\mathbf{T}} \quad (3.36)$$

mit den im Anhang B.2 angegebenen Koeffizienten.

Starrkörper

Für einen Starrkörper ergeben sich die äquivalenten virtuellen Ausdrücke zu

$$\begin{aligned}\delta W_a^{(S)} &= \left(\delta \mathbf{u}^{(S)} \right)^T \mathbf{d}^{(S)}, \\ \delta W_m^{(S)} &= - \left(\delta \mathbf{u}^{(S)} \right)^T \left(\mathbf{M}^{(S)} \ddot{\mathbf{u}}^{(S)} + \mathbf{G}^{(S)} \dot{\mathbf{u}}^{(S)} \right).\end{aligned}$$

mit dem Starrkörperverschiebungsvektor

$$\mathbf{u}^{(S)} = \left[u_M \quad v_M \quad \varphi_x \quad \varphi_y \right]^T.$$

Massenmatrix $\mathbf{M}^{(S)}$, gyroskopische Matrix $\mathbf{G}^{(S)}$ und Elementbelastungsvektor $\mathbf{d}^{(S)}$ des unwichtigen Starrkörperelementes in Bild 3.10 lassen sich aus dem Kapitel 3.2.1 entnehmen. Für einen symmetrischen Starrkörper mit $\Delta J = 0$ ergibt sich dann nach den Beschreibungen zu (3.24) und (3.25) sowie (3.26)

$$\begin{aligned}\mathbf{M}^{(S)} &= \mathbf{M}_0^{(S)}, \\ \mathbf{G}^{(S)} &= \mathbf{G}_0^{(S)} \text{ und} \\ \mathbf{d}^{(S)} &= \mathbf{d}_m^{(S)} + \mathbf{d}_\varepsilon^{(S)}.\end{aligned}$$

Bewegungsgleichungen

Besteht der elastische Rotor aus W Wellenelementen und S Starrkörpern und ist er in Magnetfeldern gelagert, so lässt sich das Prinzip der virtuellen Verrückungen

$$\delta V_{MB} + \delta V_e = \delta W_a + \delta W_m \quad (3.37)$$

mit

$$\begin{aligned}\delta W_m &= - \sum_{i=1}^{W+S} \delta \mathbf{u}_i^T \mathbf{M}_i \ddot{\mathbf{u}}_i - \sum_{i=1}^{W+S} \delta \mathbf{u}_i^T \mathbf{G}_i \dot{\mathbf{u}}_i \\ \delta W_a &= \sum_{i=1}^{W+S} \delta \mathbf{u}_i^T \mathbf{d}_{m,i} + \sum_{i=1}^S \delta \mathbf{u}_i^T \mathbf{d}_{\varepsilon,i}\end{aligned}$$

und

$$\delta V_e = \sum_{i=1}^W \delta \mathbf{u}_i^T \mathbf{K}_i \mathbf{u}_i,$$

formulieren, wobei die hochgestellten Indizes (W) und (S) fortgelassen wurden. Die virtuelle Potenzialänderung am Magnetfeld,

$$\delta V_{MB} = -\delta \mathbf{v}_{MB}^T \mathbf{f}_{MB},$$

ergibt sich aus den im Vektor \mathbf{f}_{MB} zusammengefassten radialen Magnetkräften, die jeweils in geometrischen Flächenmittelpunkten M von Starrkörpern angreifen, und den in \mathbf{v}_{MB} zusammengefassten Verschiebungen der Punkte M . Einsetzen der vorstehenden Beziehungen in 3.37 ergibt

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{W+S} \delta \mathbf{u}_i^T \mathbf{M}_i \ddot{\mathbf{u}}_i + \sum_{i=1}^{W+S} \delta \mathbf{u}_i^T \mathbf{G}_i \dot{\mathbf{u}}_i + \sum_{i=1}^W \delta \mathbf{u}_i^T \mathbf{K}_i \mathbf{u}_i - \delta \mathbf{v}_{MB}^T \mathbf{f}_{MB} = \\ = \sum_{i=1}^{W+S} \delta \mathbf{u}_i^T \mathbf{d}_{m,i} + \sum_{i=1}^S \delta \mathbf{u}_i^T \mathbf{d}_{\varepsilon,i}. \end{aligned}$$

Da jedes der Wellenelemente $i = 2, 4$ an einen der Starrkörper $i = 1, 3, 5$ grenzt (siehe Bild 3.12), gilt

$$\mathbf{u}_w = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{w+1} \\ \mathbf{u}_{w-1} \end{bmatrix}, \quad w = 2, 4 (2W)$$

und die Bewegungsgleichung des elastischen Rotors lässt sich durch die $N = 4S$ Freiheitsgrade der Starrkörper mit dem Systemverschiebungsvektor

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{2S-1} \\ \vdots \\ \mathbf{u}_s \\ \vdots \\ \mathbf{u}_1 \end{bmatrix}, \quad s = 1, 3, \dots, 2S-1$$

zu

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{G} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K} \mathbf{u} - \mathbf{f}_{MB} = \mathbf{d}_m + \mathbf{d}_\varepsilon \quad (3.38)$$

mit

$$\mathbf{M}, \mathbf{G}, \mathbf{K} \in \mathbb{R}^{N \times N}; \mathbf{f}_{MB}, \mathbf{d}_m, \mathbf{d}_\varepsilon \in \mathbb{R}^{N \times 1}$$

angeben, wobei die absteigende Anordnung der lokalen Verschiebungsvektoren zu beachten ist.

Die symmetrischen Systemmatrizen \mathbf{M} und \mathbf{K} sowie die schiefsymmetrische gyroskopische Matrix \mathbf{G} in (3.38) können u.a. durch eine Zuordnung der Komponenten der Elementverschiebungsvektoren zu denen des Systemverschiebungsvektor über eine Indextabelle bestimmt werden. Treten bei einem Eintrag der Systemmatrizen mehrere Einträge aus den zugehörigen Elementmatrizen auf, werden diese summiert.

Für den Unwuchtstörterm \mathbf{d}_ε wird nur von einer unwuchtigen Scheibe ausgegangen, so dass

$$\mathbf{d}_\varepsilon = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_{\varepsilon,5} \\ \mathbf{d}_{\varepsilon,3} \\ \mathbf{d}_{\varepsilon,1} \end{bmatrix}, \mathbf{d}_{\varepsilon,1} = \mathbf{d}_{\varepsilon,5} = \mathbf{0}^{4 \times 1}$$

mit $\mathbf{d}_{\varepsilon,3}$ nach (3.26) bestimmt ist.

Der Massenstörterm

$$\mathbf{d}_m = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_{m,5} \\ \mathbf{d}_{m,3} \\ \mathbf{d}_{m,1} \end{bmatrix}$$

wird durch $\mathbf{d}_{m,5}$, $\mathbf{d}_{m,3}$, $\mathbf{d}_{m,1}$ nach Gleichung (3.25) definiert, wenn dort die jeweiligen Massen der Starrkörper eingesetzt werden.

Eigenverhalten Elastischer Rotor

Für den nach Bild 3.12 aus drei Starrkörpern ($i = 1, 3, 5$) und zwei Wellenelementen ($i = 2, 4$) bestehenden Rotor mit $N = 12$ Starrkörperfreiheitsgraden soll nun das Eigenverhalten bestimmt werden, wenn der Vektor der Magnetlagerkräfte

$$\mathbf{f}_{MB} = \begin{bmatrix} F_{xA} & F_{yA} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_{xB} & F_{yB} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

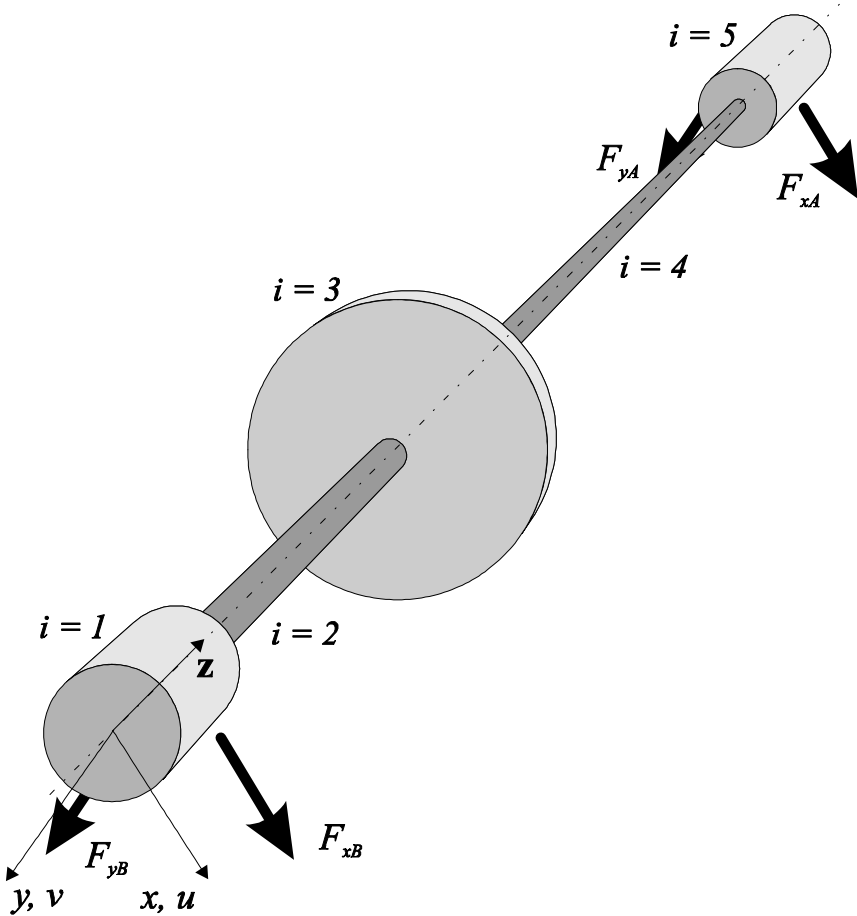


Bild 3.12: Rotor mit 3 Starrkörper und 2 Wellenelementen

durch

$$\mathbf{f}_{MB} = -\mathbf{C} \mathbf{u} - \mathbf{D} \dot{\mathbf{u}} \quad (3.39)$$

mit

$$\mathbf{C} = c \cdot \text{diag}[1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0]$$

und

$$\mathbf{D} = d \cdot \text{diag}[1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0]$$

gesetzt wird, mithin die vier an den Starrkörpern 1 und 5 angreifenden Magnetkräfte, wie beim Eigenverhalten des starren Rotors, durch ein lineares Federgesetz mit geschwindigkeitsproportionaler Dämpfung ersetzt werden.

Es gilt dann

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} + (\mathbf{G} + \mathbf{D}) \dot{\mathbf{u}} + (\mathbf{K} + \mathbf{C}) \mathbf{u} = \mathbf{d}_\varepsilon, \quad (3.40)$$

mit

$$\mathbf{u} = [\mathbf{u}_5^T \ \mathbf{u}_3^T \ \mathbf{u}_1^T]^T,$$

$$\mathbf{u} = [u_5 \ v_5 \ \varphi_{x5} \ \varphi_{y5} \ u_3 \ v_3 \ \varphi_{x3} \ \varphi_{y3} \ u_1 \ v_1 \ \varphi_{x1} \ \varphi_{y1}]^T,$$

wobei \mathbf{d}_m wieder durch statische Magnetkräfte kompensiert wurde.

Die Bestimmung der Eigenwerte und Eigenvektoren des vorstehend mittels FEM diskretisierten Rotors erfolgt numerisch, indem das Differentialgleichungssystem 2. Ordnung (3.40) in ein solches 1. Ordnung (3.41) überführt wird, auf das dann geeignete Algorithmen zur Eigenwertlösung angesetzt werden.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{G} + \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{u}} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -(\mathbf{K} + \mathbf{C}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{u}} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{d}_\varepsilon \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

$$\mathbf{A}_1 \dot{\mathbf{x}} - \mathbf{A}_0 \mathbf{x} = \mathbf{d}$$

Im Zustandsvektor

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{u}} & \mathbf{u} \end{bmatrix}^T$$

treten die Starrkörperverschiebungen mit deren Geschwindigkeiten auf und \mathbf{A}_1 sowie \mathbf{A}_0 sind dann die abgekürzt geschriebenen Systemmatrizen.

In (3.41) wird die Matrix \mathbf{A}_1 selbst bei symmetrischer Dämpfungsmatrix $\mathbf{D} = \mathbf{D}^T$ aufgrund der schiefsymmetrischen gyrokopischen Matrix $\mathbf{G} = -\mathbf{G}^T$ unsymmetrisch, während \mathbf{A}_0 mit $(\mathbf{K} + \mathbf{C}) = (\mathbf{K} + \mathbf{C})^T$ und $\mathbf{M} = \mathbf{M}^T$ symmetrisch bleibt, aber indefinit wird.

Ausgehend von der homogenen Form von (3.41) ergibt sich mit dem Ansatz für

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \lambda_k \mathbf{u}_k \\ \mathbf{u}_k \end{bmatrix} e^{\lambda_k t} = \mathbf{x}_k e^{\lambda_k t}$$

das generalisierte Eigenwertproblem

$$(\lambda_k \mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_0) \mathbf{x}_k = \mathbf{0}. \quad (3.42)$$

Mit Kenntnis der Eigenvektoren \mathbf{x}_k des Systems 1. Ordnung sind auch die Eigenvektoren \mathbf{u}_k für das System 2. Ordnung bekannt. Für beide Systeme unterscheiden sich die Eigenwerte λ_k nicht.

Eigenwerte

Den gyrokopischen Einfluss auf die Eigenwerte zeigt Bild 3.13, in dem die für den dämpfungsfreien Fall, $d = 0$, konjugiert imaginär auftretenden 12 Paare von Eigenwerte

$$\lambda_k = i\omega_k, \quad \lambda_k^* = -i\omega_k \quad k = 1 \dots 12(N)$$

mit ihren 12 Eigenkreisfrequenzen ω_k in normierter Form

$$\nu_k = \frac{\omega_k}{\omega_0}$$

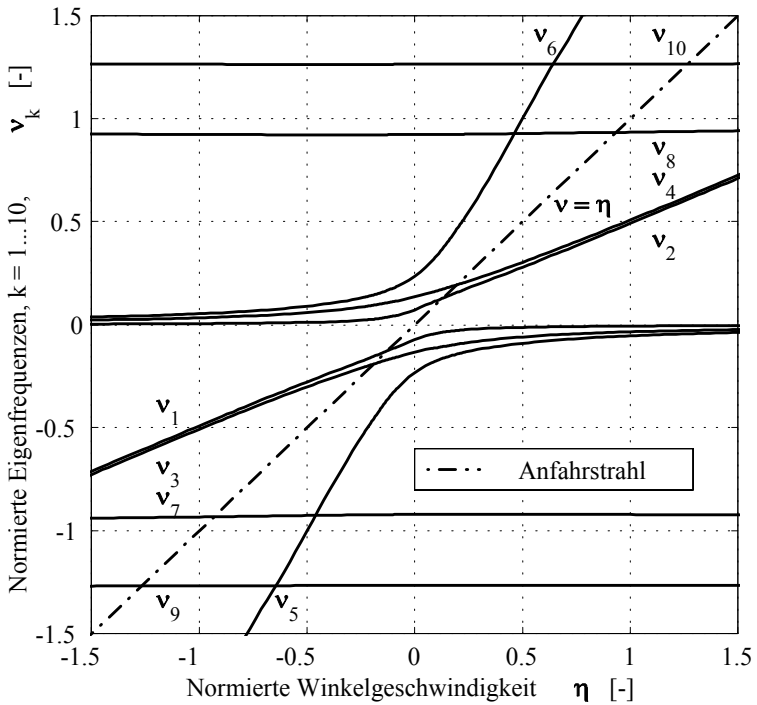


Bild 3.13: Gyroskopischer Einfluss auf die Eigenfrequenzen

über der normierten Winkelgeschwindigkeit

$$\eta = \frac{\Omega}{\omega_0}$$

des Rotors aufgetragen sind. Wie für den starren Rotor wird $\omega_0 = 397.53$ rad/sec gewählt. Die auftretenden Eigenkreisfrequenzen nehmen auch hier wieder positive und negative Werte an.

Nur für die Eigenfrequenzen ν_1 bis ν_6 ergibt sich eine erkennbare Abhängigkeit von η im hier relevanten Wertebereich, während ν_7 bis ν_{10} von der gewählten Lagersteifigkeit c beeinflusst werden, wie Tabelle 3.4 zeigt. Die im Bild 3.13 nicht darstellbaren Eigenwerte ν_{11} und ν_{12} sind weder von η noch von c nennenswert abhängig.

k	$\eta = 0$		$\eta = 3.16$	
	$c = c_{nom}$	$c = c_{nom}/2$	$c = c_{nom}$	$c = c_{nom}/2$
1	-0.0717	-0.0717	-0.0019	-0.0019
2	0.0717	0.0717	1.4819	1.4806
3	-0.1355	-0.1321	-0.0113	-0.0106
4	0.1355	0.1321	1.4895	1.4874
5	-0.2335	-0.2315	-0.0181	-0.0181
6	0.2335	0.2315	6.0396	6.0384
7	-0.9226	-0.6668	-0.9146	-0.6626
8	0.9226	0.6668	0.9196	0.6648
9	-1.2649	-0.9166	-1.2638	-0.9153
10	1.2649	0.9166	1.2643	0.9155
11	-4.7505	-4.6938	-4.6977	-4.6416
12	4.7505	4.6938	4.7412	4.6842

Tabelle 3.4: Normierte Eigenfrequenzen ν_k , $c_{nom} = 445.5N/mm$

ν_5 und ν_6 haben als Asymptote die Nutationsfrequenz

$$\nu_{N,3} = \frac{J_{p,3}}{J_{d,3}}\eta = 2.2\eta,$$

mit den polaren und äquatorialen Massenträgheitsmomenten $J_{p,3}$ und $J_{d,3}$ des Starrkörpers 3, der Scheibe, nach Bild 3.12.

Ebenso ist die Asymptote für die normierten Eigenwerte ν_4 , ν_2 bzw. ν_1 , ν_3 durch die Nutationsfrequenz

$$\nu_{N,1} = \nu_{N,5} = \frac{J_{p,1}}{J_{d,1}}\eta = 0.46\eta$$

mit den polaren und äquatorialen Massenträgheitsmomenten $J_{p,1} = J_{p,5}$ und $J_{d,1} = J_{d,5}$ der Starrkörper 1 und 5 (Magnetlagerrotoren) bestimmt.

i	1	2	3	4
$\eta_{krit,i}$	0.1317	0.1976	0.9273	1.2665

Tabelle 3.5: Kritische Drehzahlen für $0 < |\eta| < 3.16$

Im möglichen Rotordrehzahlbereich $-3.16 \leq \eta \leq 3.16$ treten 8 kritische Drehzahlen des Gleichlaufes auf, 4 für jede Drehrichtung, die jedoch alle innerhalb des Intervalls $|\eta| \leq 1.5$ liegen und sich aus den Schnittpunkten mit den Eigenkreisfrequenzen ν_k , $k = 1 \dots 10$, des Anfahrstrahles ergeben und in Tabelle 3.5 zusammengefasst sind. Die kritischen Drehzahlen zu ν_{11} und ν_{12} liegen außerhalb des Rotordrehzahlbereiches. Bei einer Drehrichtungsumkehr und damit negativem η , ergeben sich die gleichen kritischen Drehzahlen wie bei positivem η .

Die bei aktiven magnetischen Lagerungen leicht mögliche Änderung der Lagersteifigkeit führt bei gleichbleibender Rotordrehrichtung also nur zur Änderung von zwei Eigenfrequenzen, z.B. ν_8 und ν_{10} , und damit zwei kritischen Drehzahlen.

Auch für die Lagerdämpfung d gilt entsprechendes, wie Bild 3.14 zeigt, in dem die nunmehr konjugiert komplexen Eigenwerte λ_k, λ_k^* des Systems 1. Ordnung nach (3.41) für einen Wertebereich $0 \dots 0.46$ der normierten Dämpfung $D = d/2m\omega_0$ mit m als der Gesamtmasse des Rotors aufgetragen sind.

Ein zunehmendes D verringert den Real- und Imaginärteil der Eigenwerte λ_7 bis λ_{10} deutlich. Bei λ_1 bis λ_5 bleibt der Imaginärteil konstant und auch der Realteil verändert sich kaum, wobei auf die unterschiedliche Skalierungen der Realteilachsen in den Diagrammen geachtet werden muss. Allenfalls die wegen des begrenzten Rotordrehzahlbereiches zunächst nicht bedeutsamen Eigenwerte λ_{11} und λ_{12} lassen sich noch bedämpfen, wie die Verringerung des Realteiles zeigt. Real- und Imaginärteil von λ_6 ändern sich infolge der Dämpfung kaum, allerdings nimmt der Realteil nach Erreichen eines Maximalwertes bei weiter steigendem D wieder ab, so dass dieser Eigenmode dann geringfügig schwächer gedämpft ist.

Eigenvektoren

Wie bei den Eigenwerten, ergeben sich aus dem Eigenwertproblem (3.42) bei nicht zu starker Dämpfung nur konjugiert komplexe Eigenvektoren $\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_k^*$, $k = 1 \dots N$, für das durch $N = 12$ Starrkörperfreiheitsgrade beschriebene Bewegungsverhalten des Rotors, denn die Matrizen \mathbf{A}_1 und \mathbf{A}_0 sind reell.

Das sich aus der homogenen Form von (3.41) ergebende Eigenschwingungs-

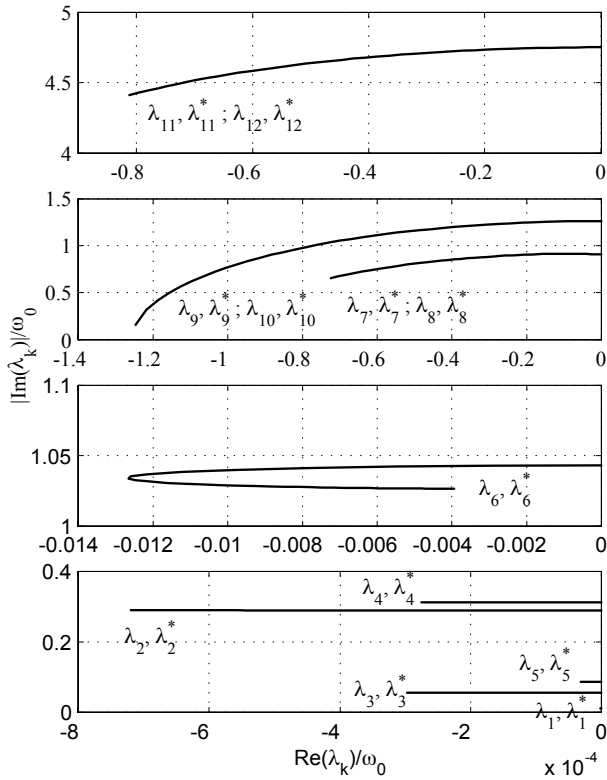


Bild 3.14: Eigenwerte für $\eta = 0.5269$ und $D = 0 \dots 0.46$

verhalten wird dann durch

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{k=1}^N \left(C_k \mathbf{x}_k e^{\lambda_k t} + C_k^* \mathbf{x}_k^* e^{\lambda_k^* t} \right)$$

mit

$$\begin{aligned} C_k &= C_k^{\text{Re}} + i C_k^{\text{Im}} & C_k^* &= C_k^{\text{Re}} - i C_k^{\text{Im}} \\ \mathbf{x}_k &= \mathbf{x}_k^{\text{Re}} + i \mathbf{x}_k^{\text{Im}} & \mathbf{x}_k^* &= \mathbf{x}_k^{\text{Re}} - i \mathbf{x}_k^{\text{Im}} \\ \lambda_k &= \alpha_k + i \omega_k & \lambda_k^* &= \alpha_k - i \omega_k \end{aligned}$$

beschrieben, woraus sich eine Darstellung mit reellen Elementen gewinnen lässt,

$$\mathbf{x}(t) = 2 \sum_{k=1}^N |C_k| e^{\alpha_k t} \{ \mathbf{x}_k^{\text{Re}} \cos(\omega_k t + \varphi_k) - \mathbf{x}_k^{\text{Im}} \sin(\omega_k t + \varphi_k) \}, \quad (3.43)$$

mit

$$\varphi_k = \arctan \frac{C_k^{\text{Im}}}{C_k^{\text{Re}}}.$$

$|C_k|$ und φ_k sind aus Anfangsbedingungen bestimmbar.

Da \mathbf{x} alle Verschiebungen \mathbf{u} enthält, lassen sich diese auch explizit durch

$$\mathbf{u}(t) = \sum_{k=1}^N B_k e^{\alpha_k t} \{ \mathbf{u}_k^{\text{Re}} \cos(\omega_k t + \varphi_k) - \mathbf{u}_k^{\text{Im}} \sin(\omega_k t + \varphi_k) \}$$

mit

$$B_k = 2 |C_k|$$

beschreiben.

Im allgemeinen ist der Imaginäranteil \mathbf{u}_k^{Im} eines Eigenvektors nicht proportional zum Realteil \mathbf{u}_k^{Re} , so dass sich für jede Komponente eines Eigenvektors ein anderer Phasenwinkel ergibt. Zwar schwingen dann die durch \mathbf{u}_k^{Re} und \mathbf{u}_k^{Im} beschriebenen Anteile einer Eigenform für sich noch in Phase, für die gesamte Eigenform herrscht aber keine Phasengleichheit mehr, d.h. die Starrkörper 1, 3 und 5 bewegen sich synchron, aber phasenverschoben. Dies hat für die elastischen Wellenelemente 2 und 4 eine räumliche Biegelinie zur Folge. Hervorgerufen wird dieses Verhalten durch die Dämpfung \mathbf{D} in (3.41).

Für den dämpfungsfreien Fall, $D = 0$, und damit $\alpha_k = 0$, $k = 1 \dots N$, liegt keine Phasenverschiebung vor, so dass die Flächenschwerpunkte der drei Starrkörper M_1 , M_2 und M_3 , die auch Punkte der Biegelinien sind, stets in einer axialen Ebene entlang des Rotors liegen. Damit lässt sich die

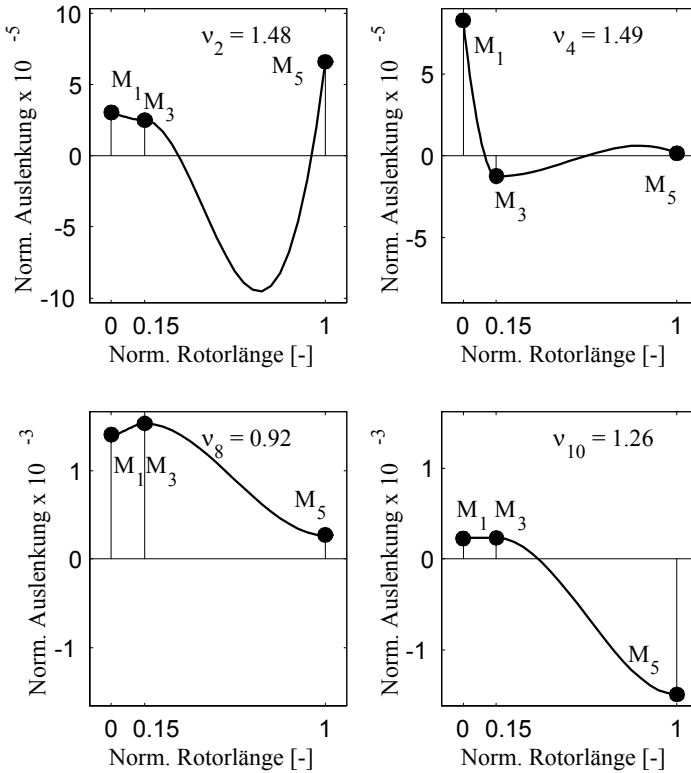


Bild 3.15: Ungedämpfte Eigenformen $k = 2, 4, 8, 10$ bei $\eta = 3.16$

k -te Eigenform entweder aus \mathbf{u}_k^{Re} oder \mathbf{u}_k^{Im} gewinnen und in einer ebenen Darstellung charakterisieren.

Die in den Bildern 3.15 und 3.16 dargestellten Biegelinien für die Wellenelemente $i = 2$ und $i = 4$ wurden durch hermitesche Interpolationspolynome $h_l(z)$, $l = 1 \dots 4$, nach Anhang B.2.2 berechnet, indem die Verschiebungen in x - und y -Richtung $u_{k,i}(z)$ und $v_{k,i}(z)$ für die k -te Eigenform durch

$$u_{k,i}(z) = \mathbf{h}^T \mathbf{m}_{k,i}^{(u)}, \quad i = 2, 4$$

$$v_{k,i}(z) = \mathbf{h}^T \mathbf{m}_{k,i}^{(v)}, \quad i = 2, 4$$

mit

$$\mathbf{m}_{k,2}^{(u)} = \begin{bmatrix} u_{M,1} & -\varphi_{y,1} & u_{M,3} & -\varphi_{y,3} \end{bmatrix}_k^T,$$

$$\mathbf{m}_{k,4}^{(u)} = \begin{bmatrix} u_{M,3} & -\varphi_{y,3} & u_{M,5} & -\varphi_{y,5} \end{bmatrix}_k^T,$$

$$\mathbf{m}_{k,2}^{(v)} = \begin{bmatrix} v_{M,1} & \varphi_{x,1} & v_{M,3} & \varphi_{x,3} \end{bmatrix}_k^T,$$

$$\mathbf{m}_{k,4}^{(v)} = \begin{bmatrix} v_{M,3} & \varphi_{x,3} & v_{M,5} & \varphi_{x,5} \end{bmatrix}_k^T$$

und

$$\mathbf{h}^T = \begin{bmatrix} h_1(z) & h_2(z) & h_3(z) & h_4(z) \end{bmatrix}$$

approximiert wurden. In den Bildern konnten die geringen Auslenkungen jedoch nicht maßstabsgerecht abgebildet werden, so dass keine winkeltreue Steigung der Biegelinie gewährleistet ist.

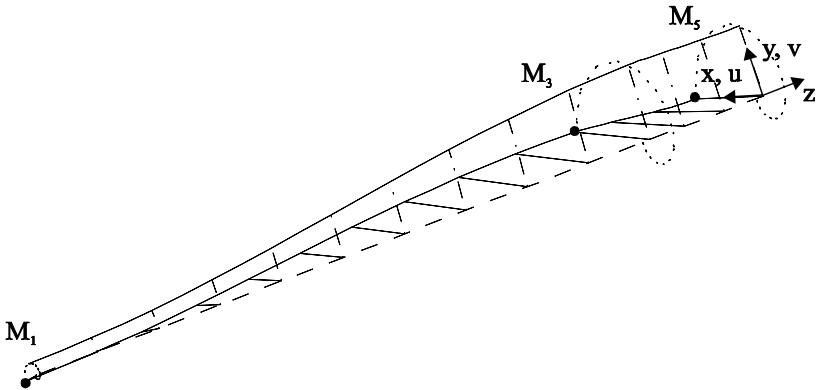


Bild 3.16: Gedämpfte Eigenform $k = 8$ bei $\eta = 0.5269$ und $D = 0.2$

Die Bilder 3.15 zeigen die dämpfungsfreien Eigenformen $k = 2, 4, 8$ und 10 für die Drehzahl $\eta = 3.16$, wobei über der normierten Rotorlänge $0 \dots 1$ die mit $L = 920\text{mm}$ normierten Auslenkungen

$$\frac{u_{k,i}(z)}{L} = \frac{v_{k,i}(z)}{L}$$

aufgetragen sind.

Im Bild 3.16 hingegen ist eine dreidimensionale Eigenform mit Dämpfung dargestellt. Die punktierten Verläufe zeigen den durch die Dämpfung kleiner werdenden Orbit von M_1 , M_3 und M_5 für eine Umdrehung bei beispielhaft gewählten Anfangsbedingungen. Die Darstellung zeigt die Biegelinien zum Anfangszeitpunkt, mit ihrem sichtbar räumlichen Verlauf, und nach einer Viertelumdrehung.

3.3. Kybernetik aktiver Rotorlagerungen

Die Regelung der Rotorlage bezieht sich auf die

- Stabilisierung der magnetischen Lagerung (Kapitel 2.2),
- Störgrößenkompensation, insbesondere der harmonischen Unwuchterregung (Kapitel 3.2),
- Kompensation von Parameteränderungen wie Gyroskopie und antisymmetrische Steifigkeitsanteile, sowie
- Berücksichtigung des Verhaltens der Stelleinrichtungen (Kapitel 2.2).

Zur *Stabilisierung* muss die Regeleinrichtung die Eigenwerte des Rotormodells nach Kapitel 3.2 so verschieben, dass diese ausnahmslos negative Realteile besitzen, wobei deren Lage das Bewegungsverhalten des Rotors bestimmt. Dies bezieht sich sowohl auf Anfangsstörungen wie auch auf *harmonische* Erregung, deren Wirkung auf die Rotorbewegung gemindert werden soll.

Wie Kapitel 3.2.2 zeigt, bewirkt die Drehzahl eine deutliche Eigenwertverschiebung, der durch Änderung der Reglerkennwerte während des Betriebes (Scheduling) entgegenwirkt werden kann.

3.3.1. Modellierung und Analyse

Ersetzt man in der Gleichung (3.38)

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{G} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K} \mathbf{u} - \mathbf{f}_{MB} = \mathbf{d}_m + \mathbf{d}_\varepsilon$$

mit

$$\mathbf{u} = \left[u_5 \quad v_5 \quad \varphi_{x5} \quad \varphi_{y5} \quad u_3 \quad v_3 \quad \varphi_{x3} \quad \varphi_{y3} \quad u_1 \quad v_1 \quad \varphi_{x1} \quad \varphi_{y1} \right]^T$$

die Magnetlagerkräfte \mathbf{f}_{MB} gemäß (2.2) bzw. (2.3) unter Berücksichtigung der Bezeichnungen in Bild 3.12, so dass sich die Magnetlagerrotoren $i = 1$ und $i = 5$ in den Magnetlagern B und A befinden, gilt unter Fortlassung des Index M für die Verschiebungen

$$\mathbf{f}_{MB} = \begin{bmatrix} F_{xA} \\ F_{yA} \\ 0 \\ 0 \\ F_{xB} \\ F_{yB} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = k_i \begin{bmatrix} i_{xA} \\ i_{yA} \\ 0 \\ 0 \\ i_{xB} \\ i_{yB} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + k_s \begin{bmatrix} u_5 \\ v_5 \\ 0 \\ 0 \\ u_1 \\ v_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{K}_i \mathbf{i} + \mathbf{K}_s \mathbf{u} \quad (3.44)$$

mit

$$\mathbf{K}_i = k_i \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{0}^{4 \times 4} & & & \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{K}_s = k_s \text{diag} [1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0],$$

$$\mathbf{i} = \left[i_{xA} \quad i_{yA} \quad i_{xB} \quad i_{yB} \right]^T,$$

wobei \mathbf{K}_s den gleichen Aufbau wie \mathbf{C} in (3.39) besitzt, woraus sich

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{G}(\Omega) \dot{\mathbf{u}} + (\mathbf{K} - \mathbf{K}_s) \mathbf{u} = \mathbf{K}_i \mathbf{i} + \mathbf{d}_m + \mathbf{d}_\varepsilon \quad (3.45)$$

ergibt.

Instabilität

Folge der vorstehenden Ersetzungen ist die sichere Instabilität des Rotormodells, wie bereits am Rotor mit $\mathbf{G}(\Omega) = 0$ gezeigt werden kann. Wird in der homogenen Form von (3.45)

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_k e^{\lambda t}$$

mit beliebigem \mathbf{u}_k gesetzt und zusätzlich mit \mathbf{u}_k^T vormultipliziert, ergibt sich

$$\lambda^2 \mathbf{u}_k^T \mathbf{M} \mathbf{u}_k + \mathbf{u}_k^T \mathbf{K} \mathbf{u}_k - \mathbf{u}_k^T \mathbf{K}_s \mathbf{u}_k = 0.$$

Für die symmetrischen Matrizen \mathbf{M} , \mathbf{K} und \mathbf{K}_s folgen die positiv definite quadratische Form $\mathbf{u}_k^T \mathbf{M} \mathbf{u}_k > 0$ und die positiv semidefiniten quadratischen Formen $\mathbf{u}_k^T \mathbf{K} \mathbf{u}_k \geq 0$ sowie $\mathbf{u}_k^T \mathbf{K}_s \mathbf{u}_k \geq 0$, so dass

$$\lambda^2 = \frac{\mathbf{u}_k^T (\mathbf{K}_s - \mathbf{K}) \mathbf{u}_k}{\mathbf{u}_k^T \mathbf{M} \mathbf{u}_k} \leq 0$$

wird. Somit können die Eigenwerte λ des Rotormodells positiv reell, also instabil, werden.

Steuer- und Beobachtbarkeit

Wesentlich für die Reglersynthese ist die Steuerbarkeit der Regelstrecke, ein Maß für die Möglichkeit der Beeinflussung der Verschiebungen \mathbf{u} durch

den Stellvektor \mathbf{i} . Dem steht die Beobachtbarkeit aller Verschiebungen durch die vorhandenen Sensoren gegenüber, deren Zahl kleiner ist als die der Verschiebungen. Beide Begriffe sind in der Systemtheorie wohl definiert und lassen sich im Fall des hier vorliegenden linearen, zeitinvarianten Systems mit verschiedenen Kriterien überprüfen (Chen, 1984). Dazu lässt sich (3.45), ähnlich wie (3.40), nach Vormultiplikation von \mathbf{M}^{-1} in die Zustandsraumbeschreibung

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{u}} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{M}^{-1}\mathbf{G} & \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{K} - \mathbf{K}_s) \\ -\mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{u}} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}_i \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{i} + \\ &+ \begin{bmatrix} \mathbf{M}^{-1}\mathbf{d}_m \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} \mathbf{M}^{-1}\mathbf{d}_\varepsilon \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

überführen, die auch in der Form

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{i} + \mathbf{w}_m + \mathbf{w}_\varepsilon \quad (3.46)$$

mit

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{G} & \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{K}_s - \mathbf{K}) \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}_i \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (3.47) \\ \mathbf{x} &= \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{u}} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{w}_m = \begin{bmatrix} \mathbf{M}^{-1}\mathbf{d}_m \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{w}_\varepsilon = \begin{bmatrix} \mathbf{M}^{-1}\mathbf{d}_\varepsilon \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{A} &\in \mathbb{R}^{n \times n}, \quad \mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times p}, \quad \mathbf{x}, \mathbf{w}_m, \mathbf{w}_\varepsilon \in \mathbb{R}^{n \times 1}, \quad n = 24, \quad p = 4 \end{aligned}$$

geschrieben werden kann.

Aus dem Zustandsvektor \mathbf{x} lässt sich der Vektor der Meßgrößen \mathbf{y} , der die Verschiebungen der Magnetlagerrotoren enthält, bestimmen:

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \begin{bmatrix} u_5 & v_5 & u_1 & v_1 \end{bmatrix}^T = \mathbf{L} \mathbf{x}, \quad (3.48) \\ \mathbf{L} &= \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{0}^{2 \times 12} & \mathbf{I}^{2 \times 2} & \mathbf{0}^{2 \times 6} & \mathbf{0}^{2 \times 2} & \mathbf{0}^{2 \times 2} \\ \mathbf{0}^{2 \times 12} & \mathbf{0}^{2 \times 2} & \mathbf{0}^{2 \times 6} & \mathbf{I}^{2 \times 2} & \mathbf{0}^{2 \times 2} \end{bmatrix}}_{\substack{\text{Geschwindigkeiten} & \text{Verschiebungen}}} \end{aligned}$$

Die Steuerbarkeit soll mit Hilfe der Steuerbarkeitsmatrix (siehe Anhang C.2)

$$\mathbf{Q}_C = \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{AB} & \dots & \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times 4 \cdot n}$$

untersucht werden, die hierzu einer Singulärwertzerlegung unterzogen wird (siehe Anhang C.1),

$$\mathbf{Q}_C = \mathbf{U}\Sigma^{(C)}\mathbf{V}^T.$$

Das Ergebnis der numerischen Analyse zeigt, dass \mathbf{Q}_C zwar den Rang n besitzt und damit vollständig steuerbar ist, jedoch unterscheiden sich deren Singulärwerte deutlich. So wird bei der Rotorwinkelgeschwindigkeit $\Omega = 0$

$$\frac{\sigma_i^{(C)}}{\sigma_1^{(C)}} = \begin{cases} 1, & i = 1 \dots 4 \\ \ll 1, & i = 5 \dots n \end{cases}$$

und \mathbf{Q}_C hat nur vier deutlich voneinander linear unabhängige Spaltenvektoren, so dass mit dem Stromvektor \mathbf{i} nur ein Unterraum der Dimension vier des Zustandsraumes von \mathbf{x} in (3.46) praktisch erreichbar ist. Ein Vergleich mit Tabelle 3.4 ergibt hierzu, dass sich auch nur vier Eigenfrequenzen durch die Lagersteifigkeit und mithin durch einen Regler verändern.

Im linken Diagramm von Bild 3.17 sind die mit Ω ansteigenden, in Paaren identischen ersten vier Singulärwerte aufgetragen, normiert auf den beim nichtdrehenden Rotor auftretenden ersten Singulärwert, $\sigma_1^{(C)}$ ($\Omega = 0$). Erkennbar ist eine zum Teil deutliche Verbesserung der Steuerbarkeit bei höheren Rotordrehzahlen. Alle anderen Singulärwerte zeigen qualitativ den gleichen Verlauf, bleiben jedoch vernachlässigbar klein. Das paarweise Auftreten der Singulärwerte entspricht den jeweils positiven wie negativen Eigenfrequenzen im Kapitel 3.2.2.

In Dualität zur Steuerbarkeit kann die Beobachtbarkeit mit der Beobachtbarkeitsmatrix

$$\mathbf{Q}_O = \begin{bmatrix} \mathbf{L} \\ \mathbf{LA} \\ \dots \\ \mathbf{LA}^{n-1} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \cdot n \times n}$$

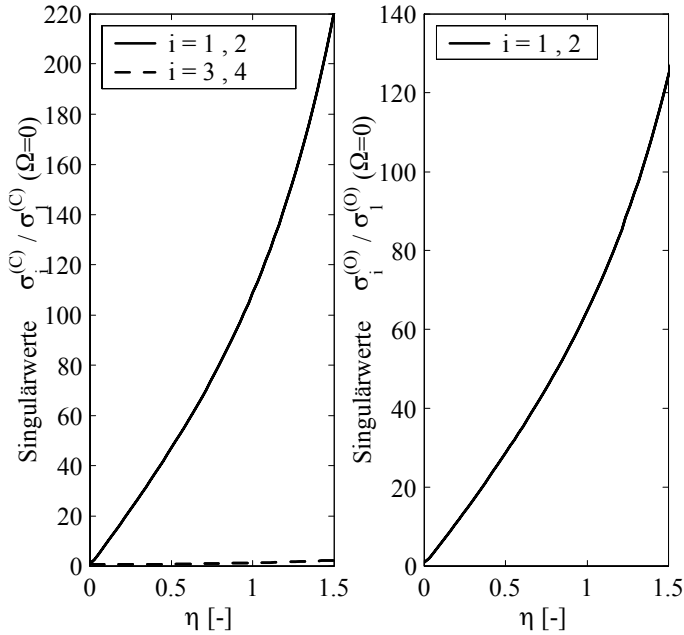


Bild 3.17: Singulärwerte, Steuerbarkeit links, Beobachtbarkeit rechts

überprüft werden. Auch hier hat \mathbf{Q}_O zwar den Rang n , d.h. es ist vollständige Beobachtbarkeit gewährleistet, aber die Singulärwerte in

$$\mathbf{Q}_O = \mathbf{U}\Sigma^{(O)}\mathbf{V}^T$$

unterscheiden sich bei $\Omega = 0$ ebenfalls deutlich,

$$\frac{\sigma_i^{(O)}}{\sigma_1^{(O)}} = \begin{cases} 1, & i = 1 \dots 4 \\ \ll 1, & i = 5 \dots n \end{cases}.$$

Ähnlich wie bei der Steuerbarkeit ist die Beobachtbarkeit deshalb deutlich eingeschränkt, wie die normierten Singulärwerte klein gegen eins zeigen.

Den Einfluss der Rotordrehzahl auf die ersten beiden Singulärwerte der Beobachtbarkeitsmatrix zeigt ebenfalls Bild 3.17 im rechten Diagramm.

Während für diese Singulärwerte eine deutliche Zunahme mit steigender Drehzahl feststellbar ist, gilt dies für $\sigma_3^{(O)}$ und $\sigma_4^{(O)}$ nicht, die schnell gegen null streben und nicht dargestellt sind. Eine Drehzahlzunahme führt somit zu einer weiteren Beschränkung des Beobachtbarkeitsraumes.

4. Das Magnetlagerversuchssystem

Im Rahmen dieser Arbeit ist ein Versuchssystem für magnetisch gelagerte Rotoren entstanden. Das System wird nachfolgend aus prozesstechnischer Sicht und weiter hinsichtlich des Leistungsverstärker-Magnetlagerverhaltens (Einrichtungen zur Kraftsteuerung) genauer beschrieben. Weitere technische Spezifikationen können dem Anhang E entnommen werden.

4.1. Prozesstechnik

4.1.1. Systemstruktur

Ein Magnetlagerversuchssystem kann, wie in Bild 2.4 dargestellt, in die Subsysteme Lagerkraftherzeugung, Rotor und Antrieb, Sensorik und Prozessdatenverarbeitung untergliedert werden, deren Konfiguration im Bild 4.1 dargestellt ist.

Bei Verwendung von aktiven Magnetlagern (MB) ist neben den Spulen des Magnetlagers zur Generierung der Lagerkraft auch eine den Spulenstrom erzeugende Komponente, der sogenannte Leistungsverstärker (PA) erforderlich. Die hier eingesetzten, nach dem pulsweitenmodulierenden Verfahren getakteten Verstärker regeln den Strom zusätzlich in Abhängigkeit des gewünschten Referenzwertes aus, der durch den Prozessrechner bestimmt wird.

Die mit unterschiedlichen Rotoraufbauten versehene Welle¹ wird über eine drehstarre, radialen Versatz ausgleichende Kupplung durch einen drehzahl-geregelten Asynchronmotor² angetrieben.

Jedes Magnetlager ist mit vier induktiven Wegsensoren zur Bestimmung der radialen Rotorposition ausgestattet, so dass durch Datenauswertung eine Kollokation von Magnetkraft- und Meßebeane erreicht werden kann. Der

¹Durchmesser von 8 und 16 mm stehen zur Verfügung

²Drehfrequenz -12000 ... 12000 min⁻¹

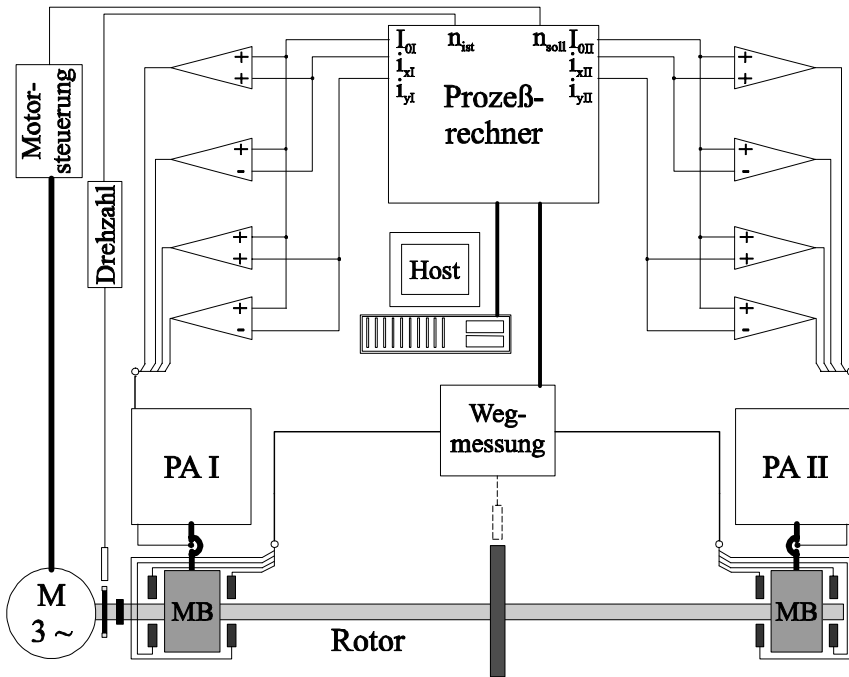


Bild 4.1: Struktur des Magnetlagersystems

Einsatz weiterer Sensoren ist möglich und nur durch die maximale Anzahl von 16 Meßkanälen der Prozessdatenverarbeitung begrenzt. Ebenfalls vorhanden ist ein Drehzahlsensor mit analogem Ausgang.

Von entscheidender Bedeutung für die Funktion eines aktiven Systems ist die Verarbeitung der durch die Sensorik zur Verfügung gestellten Meßdaten zur Generierung von Stellsignalen. Hierzu wird ein nachfolgend weiter beschriebener Prozessrechner eingesetzt, der ausschließlich zu Zwecken der Bedienerkommunikation und des Datenaustausches in Echtzeit mit einem Host-Rechner verbunden ist.

Neben der Drehzahlregelung des Rotors steht die Berechnung der Referenzwerte für die unterlagerte Stromregelung durch die Leistungsverstärker im Vordergrund. Wie im Bild 4.1 angedeutet, stellt der Rechner nur drei Stellsignale (I_0 , i_x , i_y) pro Magnetlager zur Verfügung und nicht ent-

sprechend der Zahl der Leistungsverstärker und Magnetlagerspulen vier, die nun durch eine zusätzliche in Hardware ausgeführte Summationsschaltung gewonnen werden. Mit den Signalen $I_0 + i_x$ und $I_0 - i_x$ einerseits sowie $I_0 + i_y$ und $I_0 - i_y$ andererseits werden dann jeweils zwei diagonal gegenüberliegende Spulen respektive deren speisende Leistungsverstärker beaufschlagt. Dadurch wird die schon in Kapitel 2.1.2 erläuterte Differenzanordnung ermöglicht. Dem Mehraufwand der Summationsschaltung steht die Ersparnis eines DAC³ des Prozessrechners pro Magnetlager und eine Reduzierung der Rechenleistung gegenüber. Drei DAC werden gespart, wenn für beide Magnetlager nur ein Stromsignal I_0 verwendet wird.

4.1.2. Prozessrechner

Bei dem hier eingesetzten Prozessrechner handelt es sich um ein Multiprozessorsystem mit Parallelrechnerarchitektur, auf dessen spezifische Eigenschaften nach einer kurzen generellen Erläuterung paralleler Datenverarbeitung eingegangen werden soll.

Wesentliches Unterscheidungsmerkmal eines Parallelrechners zu sequentiell arbeitenden Rechnern ist deren Fähigkeit zur zeitparallelen Datenverarbeitung. Unter paralleler Datenverarbeitung ist hier die gleichzeitige Ausführung von unterschiedlichen Operationen auf verschiedene Datenströme (Meßdaten) zu verstehen. Prinzipiell ist damit der üblicherweise als Neumannscher⁴ Flaschenhals bezeichnete Datenstau, wie bei sequentiellen Rechnern, bei denen alle Daten zeitlich nacheinander über den nur einmal vorhandenen Prozessor geleitet werden müssen, gelöst. Im Gegensatz dazu erfolgt die Datenbearbeitung bei Parallelrechnern auf mehreren Prozessoren gleichzeitig, die zudem untereinander kommunizieren können. Die damit ermöglichte Interprozesskommunikation wird dann von Bedeutung, wenn mehrere Einzelprozesse auf verschiedenen Prozessoren Teilbereiche einer Aufgabe bearbeiten und hierzu im Laufe der Abarbeitung Informationen austauschen müssen. Folge dieses Informationsaustausches ist ein zusätzlicher Zeitbedarf für die Kommunikation bei der Abarbeitung, so dass Parallelität nicht zwingend einen Zeitvorteil bedeuten muss. Die Größe des Kommunikationsanteiles wird durch die vorgenommene Aufteilung der Aufgabe in Teilprozesse und deren Zuordnung zu einzelnen Prozessoren bestimmt. Ein weiterer wichtiger Aspekt für die Effizienz paralleler

³Digital-Analog-Wandler

⁴John von Neumann formulierte die heute vorherrschende Rechnerstruktur

Datenverarbeitung ist die Synchronisation der einzelnen Prozesse. Müssen einzelne Prozesse auf die Ergebnisse anderer warten, ist die Rechenlast auf die Prozessoren ungleich verteilt. Ganz lassen sich Synchronisationspausen jedoch kaum vermeiden.

Prozesstechnische Anwendungen stellen als Aufgabe vorwiegend die Ausführung numerischer Steuerungs- und Regelalgorithmen, die sich grundsätzlich in parallel zu verarbeitende Partitionen unterteilen lassen müssen, anderenfalls kein sinnvoller paralleler Ansatz gegeben ist.

Bei der Algorithmenimplementierung auf Parallelrechnern sind in Zusammenfassung des Vorstehenden folgende Arbeitsschritte zu beachten:

- Bestimmung parallel zu bearbeitender Algorithmenpartitionen,
- Definition einzelner Prozesse aus den Partionen mit möglichst geringem interprozessualen Kommunikationsbedarf,
- Allokierung der Prozesse auf dem Multiprozessorsystem mit der Prämisse geringer Synchronisationspausen.

Bisher noch nicht erwähnt wurde die Prozessorkonfiguration, für die sich in (Fabian, 1992) mehrere Beispiele aus verschiedenen Anwendungsbereichen finden. Bei dem verwendeten Multiprozessorsystem lassen sich die einzelnen Prozessoren in verschiedenen Anordnungen miteinander verbinden, um dem gestellten Problem besser gerecht zu werden. Durch eine günstige Konfiguration der Prozessoren läßt sich eine effektivere Prozessallokierung erreichen, die sich insbesondere auf den Kommunikationsaufwand auswirkt. Müssen nämlich miteinander kommunizierende Prozesse auf nicht in unmittelbarer Nachbarschaft befindlichen Prozessoren allokiert werden, ist ein Routing erforderlich. Für den Datenaustausch zwischen den entfernten Prozessen sind dann spezielle Prozesse für das Datenhandling (Routingprozesse) auf den zwischenliegenden Prozessoren erforderlich, die zur Leistungsminderung führen.

Ermöglicht wird die Konfigurierbarkeit durch die Verwendung von Transputern, bei denen es sich um einen speziellen single-chip Computer mit VLSI⁵ Architektur handelt. Charakteristisches Merkmal der Transputer sind die direkt auf den internen Prozessorbus zugreifenden vier Links, über die der

⁵Very Large Scale Integration

schnelle Datenaustausch ermöglicht wird. Für größere numerische Anforderungen sind zusätzlich Risc-Prozessoren⁶ ansprechbar. Da diese keine Links besitzen, erfolgt der Datenaustausch durch einen schnellen Datenspeicher. Weitere technische Spezifikationen des eingesetzten Parallelrechners finden sich im Anhang E.3.

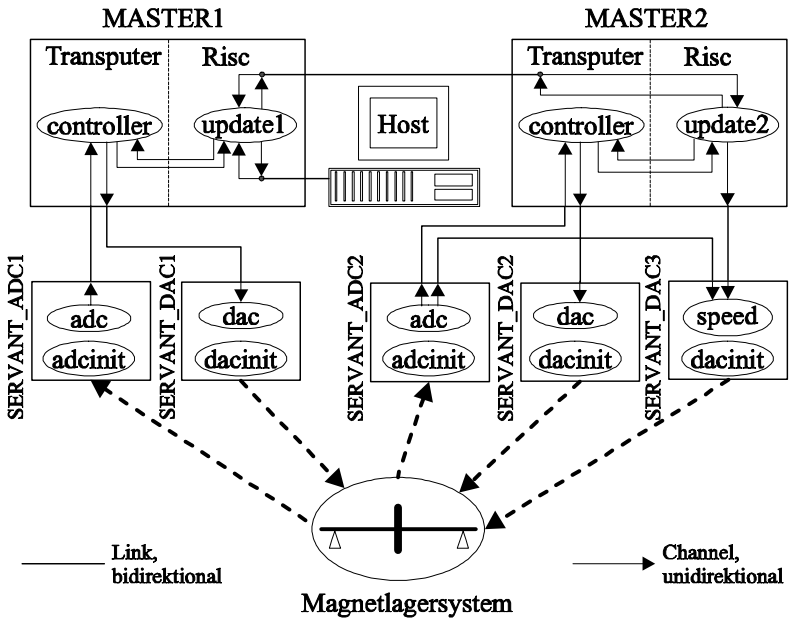


Bild 4.2: Anwenderprozesse auf dem Parallelrechner

Bild 4.2 zeigt die auf dem Parallelrechner plazierten Prozesse, wie sie zur Regelung des Magnetlagersystems benötigt werden. Die als SERVANT bezeichneten Prozessoren steuern AD⁷- oder DA-Wandler. Auf ihnen werden zunächst die Initialisierungsprozesse *adcinit* und *dacinit* ausgeführt, die verschiedene Wandlerparameter setzen und sich danach terminieren. Die Prozesse *adc* und *dac* steuern die Wandlung vom analogen Meßsignal zum digitalen Rechnerwert beziehungsweise umgekehrt und kön-

⁶Motorala Power Chip

⁷Analog-Digital

nen vorbereitende Operation für die Regelalgorithmen ausführen. Im Prozess speed auf dem Prozessor SERVANT_DAC3 ist bereits ein kompletter Regelalgorithmus für die Drehzahlregelung implementiert. Die Istwerte werden dabei direkt vom auf SERVANT_ADC2 implementierten Prozess *adc* an speed übertragen und belasten den MASTER2 nicht. Letzteres zeigt die Möglichkeiten paralleler Rechentechnik für prozesstechnische Anwendungen auf.

Die von den beiden *adc*-Prozessen gewandelten analogen Meßwerte werden an die controller-Prozesse auf dem aus zwei Prozessoren bestehenden MASTER übertragen, wo sie die Berechnung neuer Stellwerte anstoßen, die dann zu den *dac*-Prozessen auf dem jeweiligen SERVANT übertragen werden. Zusätzlich befindet sich auf jedem MASTER ein update-Prozess, der die controller-Prozesse steuert und in Echtzeit Anpassungen der im controller implementierten Regelalgorithmen vornimmt, so dass adaptive Algorithmenkomponenten in update realisiert werden. Prozess update1 unterhält weiterhin die bidirektionale Kommunikation mit dem Host und damit dem Bediener, der somit die Möglichkeit des manuellen Eingriffs erhält, aber auch Daten empfangen kann. Prozess update2 besitzt keine direkte Schnittstelle zum Host, kann dafür aber vom Host oder in update1 generierte Kommandos empfangen wie auch Daten zu selbigen übertragen. Innerhalb von MASTER1 und MASTER2 sind die umfangreicheren update-Prozesse auf den leistungsfähigeren Risc-Prozessoren implementiert, während die demgegenüber kleineren controller-Prozesse direkt auf dem Transputer zu finden sind.

Zur Synchronisation der einzelnen Prozesse dienen Channels. Channels sind Softwarekonstrukte, die die einzelnen Prozesse miteinander, unabhängig von der Art der Hardware, auf der die Prozesse laufen, verbinden. Will ein Prozess Daten zu einem anderen Prozess übertragen, spricht er den die Verbindung herstellenden Channel an und deaktiviert sich. Erst wenn der empfangende Prozess die Daten entgegen genommen hat, wird der sendende Prozess wieder aktiv und setzt seine Abarbeitung fort. Dem vorstehend kurz beschriebenen Funktionsschema liegt das Prinzip der kommunizierenden sequentiellen Prozesse⁸ zu Grunde, denn die interne Prozessabarbeitung ist nach wie vor sequentiell.

⁸Communicating sequential processes nach C.A.R. Hoare

4.2. Einrichtungen zur Kraftsteuerung

4.2.1. Statische Eigenschaften

Zur Bestimmung der statischen Eigenschaften wurden die zur Verfügung stehenden Magnetlagertypen A und B, die sich nur hinsichtlich der Lagerbreite von 26 und 50 mm unterscheiden (siehe E.1), mit der in Bild 4.3 dargestellten und im Anhang E.5 weiter beschriebenen Einrichtung vermessen. Im Rotorversuchsstand wurde jedoch für beide Lager nur der Typ B benutzt.

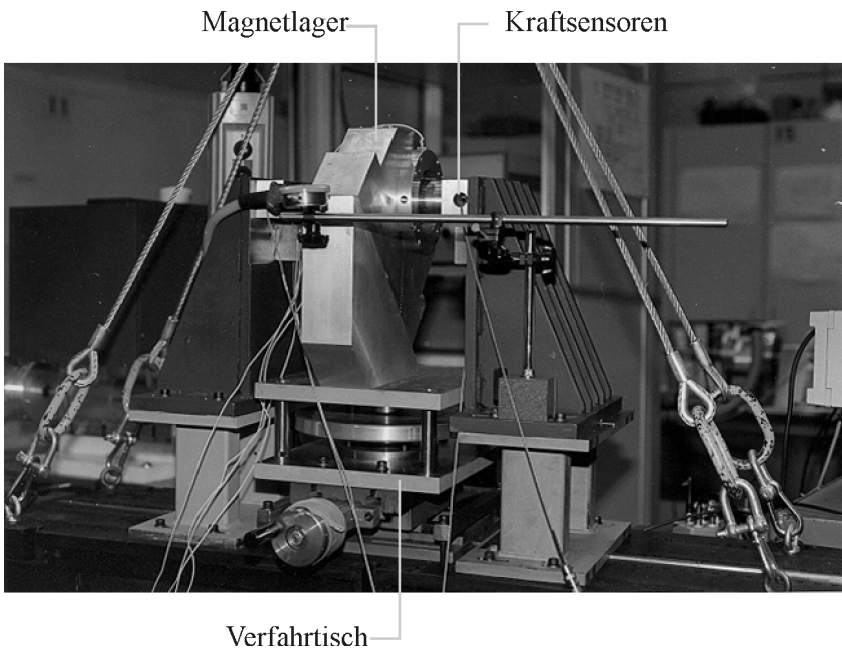


Bild 4.3: Magnetlagervermessung

Bild 4.4 stellt die auf den fixierten Rotor wirkende Kraftkomponente F_x (siehe Gleichung (2.2)) zweier Spulen in Differenzanordnung entsprechend Bild 2.2 dar, bei der in den beiden gegenüberliegenden Spulen die Ströme $I_0 + i_x$ und $I_0 - i_x$ fließen. Da die Spulen gleich sind, gilt Bild 4.4 auch für

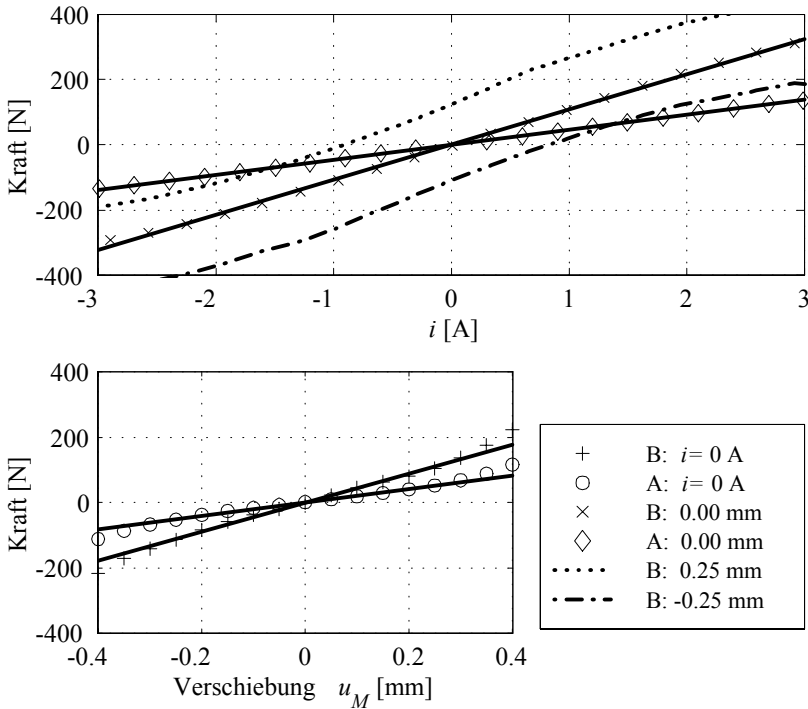
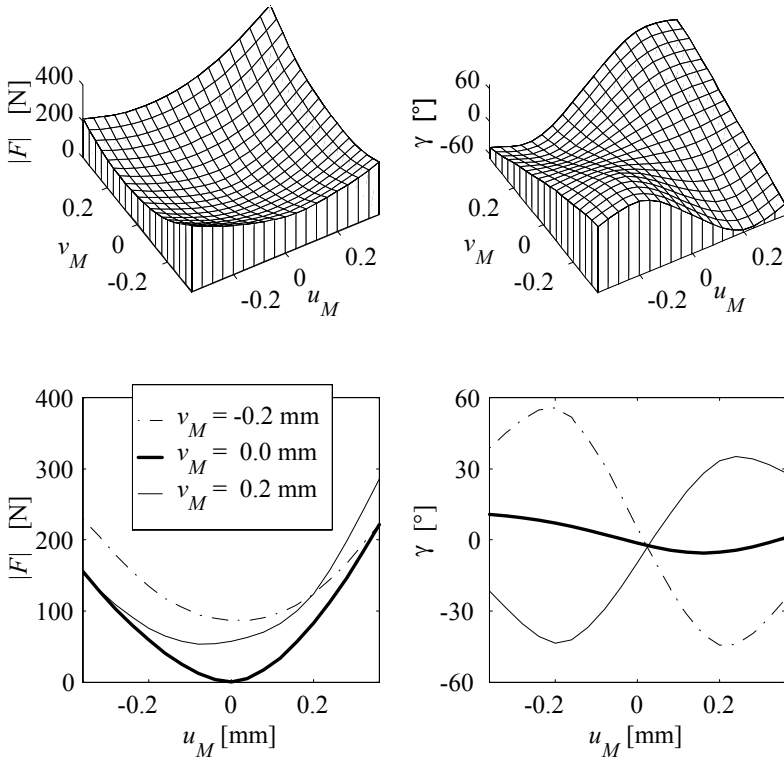


Bild 4.4: Kennlinien für Magnetlager A und B mit $I_0 = 3$ A

F_y nach (2.3). Das obere Diagramm zeigt die Kraft in Abhängigkeit des Stromanteiles i für das Magnetlager A und B bei konzentrischer Rotorposition sowie zusätzlich für B bei zwei radialen Verschiebungen u_M . Für die konzentrische Rotorlage wurden Regressionsgeraden für die Meßdaten zwischen ± 3 A ermittelt, die jedoch nur an den Darstellungsgrenzen merklich vom gemessenen Verlauf abweichen, was die Qualität der Linearisierung durch die Differenzanordnung zeigt. Das untere Diagramm charakterisiert die Kraft in Abhängigkeit der Verschiebung u_M bei stets gleichem Strom ($i = 0$). Auch hier wurden wieder für die Magnetlager A und B Regressionsgeraden im Meßdatenbereich ± 0.3 mm ermittelt, so dass aus den Regressionen die Koeffizienten (Steigungen) k_i und k_s , wie in (2.2) beziehungsweise (2.3) verwendet, bestimmt sind:

Bild 4.5: Kraftfeld für Magnetlager B mit $I_0 = 3 \text{ A}$

	k_i [N/A]	k_s [N/mm]
A	45.8	207.9
B	107.8	445.4

Durch die Diagramme in Bild 4.5 wird das durch alle vier Magnetlager­spulen erzeugte Kraftfeld beschrieben, wenn durch sie der gleiche Strom I_0 fließt. Wünschenswert ist ein bezüglich der Achsen (x und y) symmetrisches Kraftfeld, da Unsymmetrien durch die Regelung ausgeglichen werden müssen.

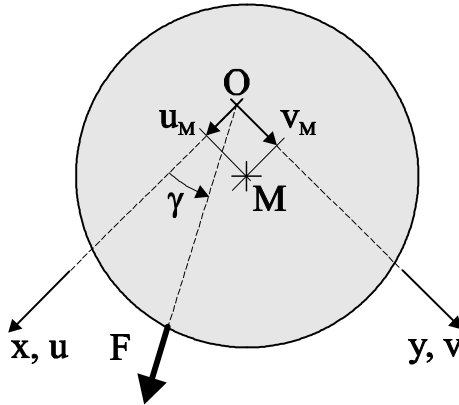


Bild 4.6: Magnetlagerkraft am Rotor

Die beiden oberen Graphen zeigen die in Abhängigkeit der Rotorposition r_M gemessene Kraft

$$\mathbf{F} = F_x \mathbf{e}_x + F_y \mathbf{e}_y$$

des Magnetlagers auf den Rotor mit Bezug auf Bild 4.6, getrennt dargestellt nach Betrag $|\mathbf{F}|$ und Richtungswinkel γ . In den darunterliegenden Diagrammen sind beispielhafte Schnitte bei drei verschiedenen v_M -Werten geführt.

Im Vergleich zum idealen, zu beiden Achsen symmetrischen Kraftfeld ist die Abweichung der Vermessung erheblich, jedoch nicht so groß, als dass ein Regler diese nicht ausgleichen könnte.

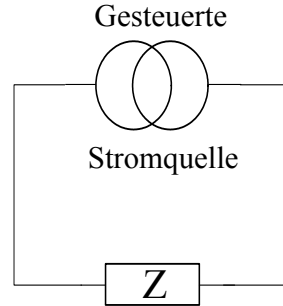
4.2.2. Dynamische Eigenschaften

Grenzen des Leistungsverstärkers

Die Größe der höchstens erreichbaren Kraft einer Magnetlagerspule wird durch den maximalen Strom des an sie angeschlossenen Leistungsverstärkers bestimmt, zumindest solange keine thermische Überlastung der Spule

auftritt. Auch die für das Systemverhalten wichtige erreichbare Änderungsgeschwindigkeit der Magnetkraft wird durch die Grenzen des Leistungsverstärkers bestimmt, wobei zur näheren Erläuterung auf das Kapitel 3.1.2 verwiesen sei.

Durch die eingesetzten elektronischen Leistungsverstärkerbauteile sind Gleich- und Wechselanteil des Stromes limitiert, letzterer in Abhängigkeit der Wechselfrequenz. Zur Erläuterung der Zusammenhänge sei das nebenstehende einfache Ersatzschaltbild mit nur aus Resistanz R und Reaktanz $X_L = \omega L$ gebildeter Impedanz $\underline{Z} = R + jX_L$ für die Magnetlagerspule betrachtet.



Die den Leistungsverstärker abbildende spannungsgesteuerte Stromquelle soll den Grundstrom (Gleichstrom) I_0 und einen harmonischen Wechselstrom mit dem Effektivwert I_{eff} liefern. Die Leistungen des Gleichstromes P_{gl} und des Wechselstromes \underline{S} bestimmen sich dann zu

$$P_{gl} = I_0^2 R \quad (4.1a)$$

$$\underline{S} = I_{eff}^2 \underline{Z} \quad (4.1b)$$

Das Bild 4.7 zeigt experimentell ermittelte Grenzwerte für I_{eff} bei $I_0 = 3$ A in Abhängigkeit der Wechselstromfrequenz für den verwendeten Leistungsverstärker am Magnetlager A (Daten siehe Anhang E.2 und E.1). Bis zu einer vom Luftspalt abhängigen Grenzfrequenz bleibt der erreichbare Strom konstant, um danach abzunehmen. Die Grenzfrequenz verschiebt sich bei kleineren Luftspalten aufgrund der größeren Induktivität L zu kleineren Werten (80, 90, 105 Hz bei 0.33, 0.56, 0.85 mm). Zusätzlich wurde die Leistung $P = P_{gl} + |\underline{S}|$ für die bei 0.56 mm ermittelten Stromgrenzwerte mit (4.1) bestimmt, die genau bei der Grenzfrequenz ihr Maximum erreicht und danach nicht, wie vielleicht zu erwarten, konstant bleibt, sondern wegen der quadratischen Abhängigkeit vom Strom rasch abfällt.

Welche Wirkung die Überschreitung des Stromgrenzwertes durch einen zu großen Referenzwert am Leistungsverstärkereingang hat, zeigt Bild 4.8. Ein solcher Stromverlauf muss zum Absturz des Rotors führen.

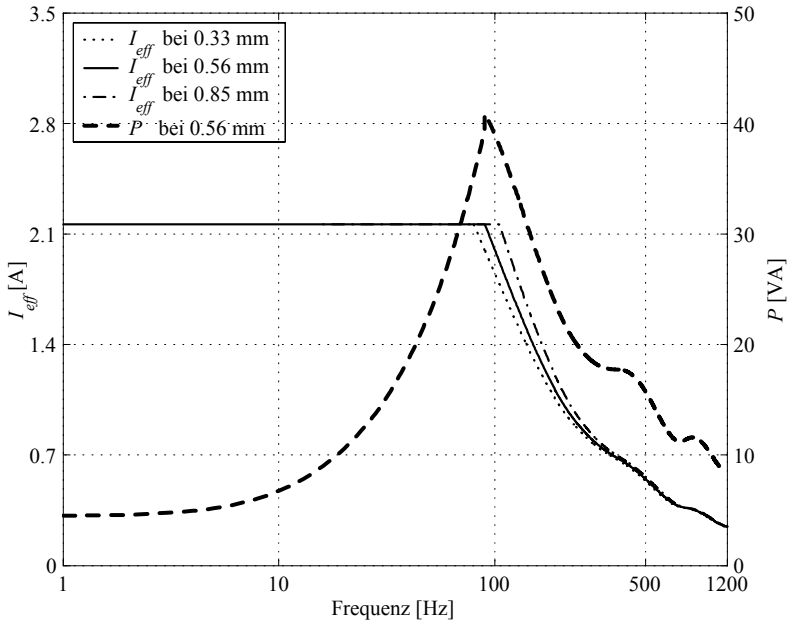


Bild 4.7: Leistungsgrenzen für Magnetlager A

Lineares Verhalten der Kraftsteuerung

Unterhalb der vorstehend aufgezeigten Grenzen wird das dynamische Verhalten von Leistungsverstärker und Spule linear interpretierbar, so dass die Aufnahme von Frequenzgängen möglich wird, wenn einem konstanten Grundstrom I_0 ein zeitlich veränderlicher Strom überlagert wird und dieser ausreichend klein gegenüber I_0 bleibt. Der bereits in Bild 4.3 gezeigte Versuchsaufbau wurde, wie bei der Ermittlung der statischen Kräfte, auch hier für die Aufnahme der Frequenzgänge Strom i respektive Kraft f zu Referenzspannung u nach (4.2a) beziehungsweise (4.2b) verwendet.

$$H_i(\omega) = \frac{\mathcal{F}\{i\}}{\mathcal{F}\{u\}} \quad (4.2a)$$

$$H_f(\omega) = \frac{\mathcal{F}\{f\}}{\mathcal{F}\{u\}} \quad (4.2b)$$

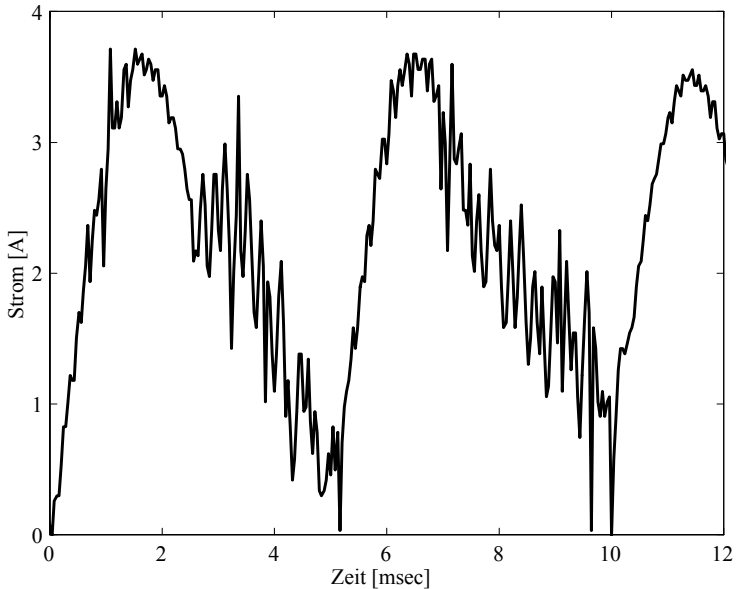


Bild 4.8: Leistungsgrenzen überschritten

Die Messung erfolgte, indem ein Leistungsverstärker mit einem Referenzsignal $U_{\text{ref}}(t) = U_0 + u_{\text{ref}}(t)$ angesteuert wurde. Dabei ist U_0 eine konstante Spannung und $u_{\text{ref}}(t)$ ein harmonisches Signal, dessen Frequenz proportional mit der Zeit steigt. Dementsprechend wird die an den Leistungsverstärker angeschlossene Magnetlagerspule j vom Spulenstrom $I_j(t) = I_0 + i_j(t)$ durchflossen, der über einen Meßwiderstand bestimmbar ist. Mit Hilfe der eingesetzten piezoresistiven⁹ Kraftsensoren lässt sich dann die der j -ten Spule zugeordnete Magnetkraft $F_j(t) = F_0 + f_j(t)$ messen. Die Zeitreihen für U_{ref} , I_j und F_j wurden mit der im Anhang E.5 beschriebenen rechnergestützten Meßtechnik aufgenommen und durch entsprechende Programme im Sinne von (4.2) analysiert. Das Ergebnis in Form von Betrag und Phase des Frequenzganges zeigt das Bild 4.9.

Die Amplitude des Frequenzganges für den Strom bleibt zwischen 0 und 100 Hz konstant bei -4.8 dB für alle Luftspalte. Dies entspricht dem justierten

⁹Frequenzanteile ab einschließlich 0 Hz meßbar

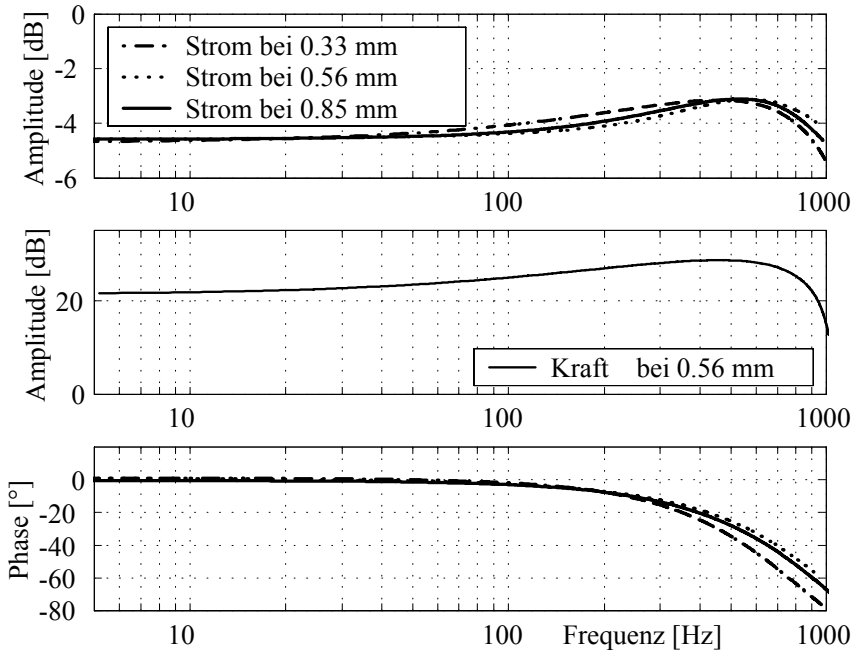


Bild 4.9: Frequenzgänge Leistungsverstärker mit Spule für drei Luftspalte

Gain am Leistungsverstärker von 0.57 A/V. Mit zunehmender Frequenz erhöht sich der Wert der Amplitude geringfügig auf 0.7 A/V (-3.2 dB), der bei größeren Induktivitäten (kleinerem Luftspalt) früher erreicht wird. Zu größeren Frequenzen nimmt die Amplitude schnell ab. Die gemessene Amplitudenüberhöhung (1.6 dB) zeigt den Einfluss des Stromreglers im Leistungsverstärker (siehe Abschnitt 2.1.2) genauso wie die Phase, die ohne Regler größere negative Werte annehmen würde. Die drei Phasenfrequenzgänge spiegeln auch den Induktivitätseinfluss wieder, denn mit zunehmender Induktivität vergrößert sich die Phasenverschiebung, so dass bei 1000 Hz -62° , -67° und -80° für 0.85 mm, 0.56 mm und 0.33 mm Luftspalt gemessen wurden. Bild 4.9 zeigt weiterhin einen Frequenzgang für die Kraft, der mit einer Amplitude von 12 N/V (21.5 dB) beginnt und genau wie der zugehörige Amplitudenverlauf für den Strom eine Amplitudenüberhöhung besitzt, die auf den Wert 27.5 N/V (28.8 dB) führt. Die

Kurven für Strom und Kraft sind qualitativ gleichwertig; so beträgt die Amplitudenüberhöhung in dB für beide 33%.

Approximation des Frequenzganges

Im vorangegangenen Abschnitt sind die Frequenzgänge in Form komplexwertiger Datenreihen durch Messung ermittelt worden. Eine analytische Beschreibung läßt sich hieraus durch Anwendung einer komplexen Kurvenapproximation gemäß Anhang D.3 nach dem in (Levi, 1959) genannten Fehlerminimierungsverfahren erhalten. Dieses und ähnliche Verfahren liefern eine rationale Übertragungsfunktion bei Vorgabe des Grades von Zähler- und Nennerpolynom. Beide lassen sich wie folgt annehmen.

Durch das Verhältnis Spulenstrom zu Referenzspannung sind Spulen- und Leistungsverstärkerverhalten charakterisiert. Die Spulenimpedanz wird durch das übliche Verzögerungsglied 1. Ordnung (T_1 -Glied) beschrieben. Auch ohne genaue Kenntnis der Schaltung des Leistungsverstärkers kann bei diesem von einem weiteren Verzögerungsverhalten 1. Ordnung ausgegangen werden. Sicher ist auch aufgrund des Schaltverhaltens Totzeit (T_t) vorhanden. Weiterhin zeigte eine kurze heuristische Untersuchung die Notwendigkeit eines differenzierenden Anteils. Eine approximierende Übertragungsfunktion, aus der durch Grenzübergang der Frequenzgang $H_i(\omega)$ nach (4.2) gewonnen werden kann, sei somit durch

$$G_i(s) = G_{i0}(s)e^{-T_t s} \quad (4.3a)$$

$$G_{i0}(s) = \frac{b_1 s + b_0}{s^2 + 2D\omega_0 s + \omega_0^2} \quad (4.3b)$$

mit Dämpfungsgrad D und Kennkreisfrequenz ω_0 angenommen.

Aus der in Bild ?? dargestellten gemessenen Sprungantwort des Stromes auf einen Referenzspannungssprung von 1 V läßt sich eine Totzeit von $T_t = 80 \mu\text{sec}$ ablesen, bei deren Berücksichtigung $G_{i0}(s)$ wie vorstehend beschrieben bestimmbar wird:

b_1 [A/Vsec]	b_0 [A/Vsec ²]	D [-]	ω_0 [rad/sec]
$5.4 \cdot 10^3$	$13.19 \cdot 10^6$	0.9437	$4.79 \cdot 10^3$

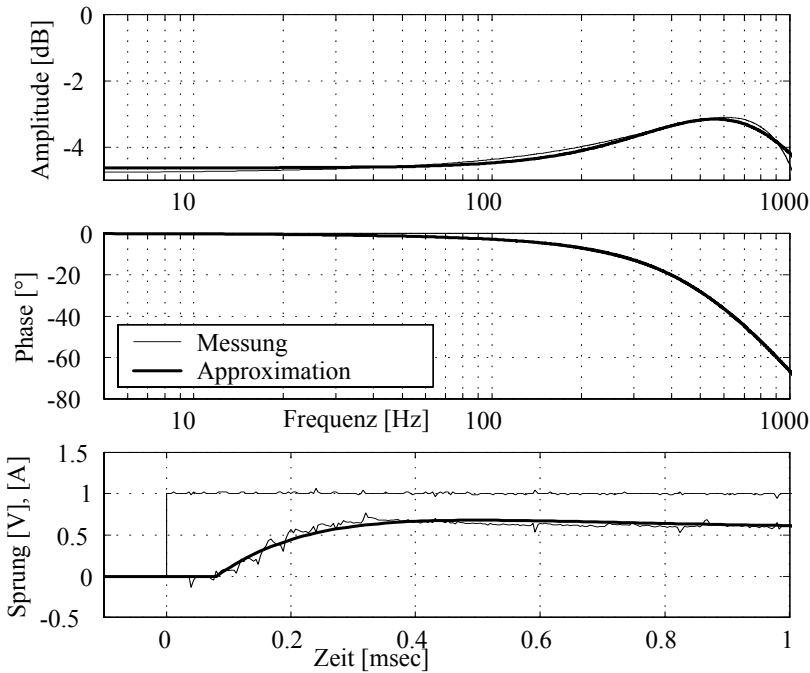


Bild 4.10: Messung und Approximation für 0.56 mm Luftspalt

Bild ?? zeigt einen gemessenen Frequenzgang aus Bild 4.9 und den zugehörigen approximierten, gewonnen aus $G_i(s)$ durch den Grenzübergang $s \rightarrow j\omega$. Der mittlere Fehler an den gemessenen, diskreten Frequenzwerten zwischen beiden Frequenzgängen beträgt 0.09 dB bzw. 0.45° . Der zeitlich stationäre Strom i_∞ ergibt sich aus dem Endwertsatz der Laplace-Transformation¹⁰ zu $i_\infty = G(0)u_\infty$ mit $G(0) = \frac{b_0}{\omega_0} = 0.57$, also dem eingestellten Gain am Leistungsverstärker.

Die vorstehende Betrachtung mit dem Ergebnis einer approximierenden Frequenzgangfunktion ist nur zulässig, wenn das betrachtete System linear und zeitinvariant ist. Zeitinvarianz ist, wie beispielsweise (Föllinger, 1994) ausführt, streng genommen bei jedem Abtastglied nicht gewährleistet, kann aber bei ausreichend kleinen zeitdiskreten Schritten gegenüber dem zeit-

¹⁰Siehe Anhang D.1.1

lichen Verhalten des kontinuierlichen Systems (Magnetlagerspulen) quasi angenommen werden.

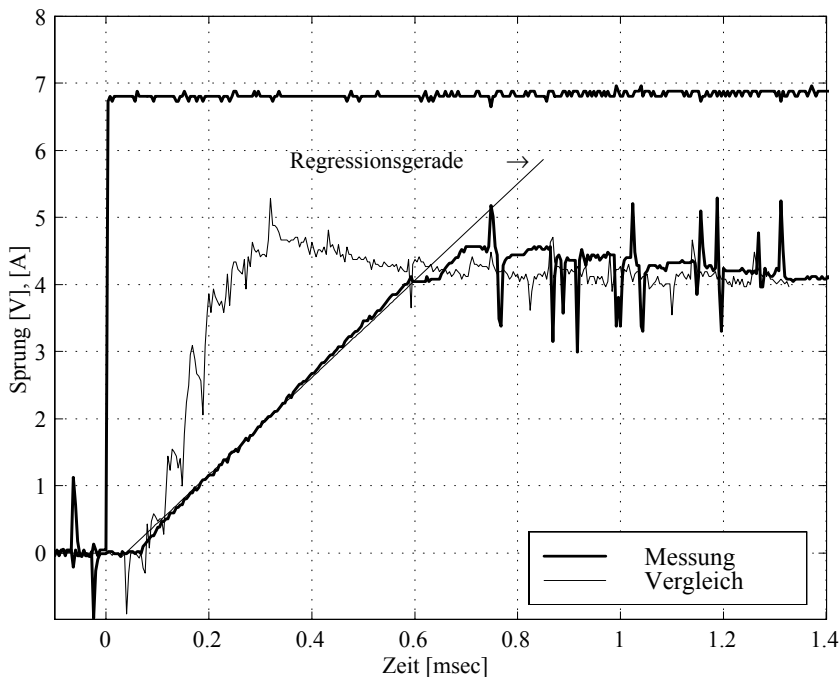


Bild 4.11: Sprungantwort für 6.8 V

Hinsichtlich der Linearität sei auf das Bild 4.11 verwiesen. Die gemessene Stromantwort ist für einen Referenzspannungssprung von 6.8 V aufgenommen worden. Nach der bereits vorstehend genannten Totzeit von $80 \mu\text{sec}$ steigt der Strom linear mit 7.23 A/msec an, wie die Regressionsgerade für diesen Bereich verdeutlicht. Die gemessene Anstiegsrate des Stromes ist proportional der Schaltspannung U_S des Leistungsverstärkers und umgekehrt proportional der Spuleninduktivität L , so dass für $i(t) = \frac{U_S}{L}t$ innerhalb des Anstiegsbereiches gilt¹¹. Im anschließenden stationären Strom

¹¹Sprungantwort einer R-L-Schaltung: $i(t) = \frac{U_S}{R}(1 - e^{-\frac{R}{L}t})$

treten deutliche Störimpulse an den Schaltzeitpunkten auf. Bei einem linearen System wäre ein Stromverlauf etwa wie die Vergleichsantwort zu erwarten gewesen, die durch lineare Verstärkung aus der gemessenen Antwort des Stromes aus Bild ?? berechnet wurde.

Interpretation und Verbesserung

Ein Aktuator zur Erzeugung von Stellkräften, wie ihn die Magnetlager-
spulen mit Leistungsverstärker darstellen, sollte im Idealfall Stellsignale verzögerungsfrei über einen möglichst großen Frequenzbereich übertragen. Diese Forderung wird bei Betrachtung der gemessenen Phasengänge des Bildes 4.9, selbst unter Vernachlässigung der Leistungsgrenzen des Bildes 4.7, als nur begrenzt erfüllt angesehen werden können und wird deshalb bei der Reglersynthese berücksichtigt werden müssen.

Bei dem hier untersuchten Leistungsverstärker handelt es sich um einen pulswidenmodulierenden Schaltverstärker (PWM), der sich durch geringe Energieverluste gegenüber den als Alternative einsetzbaren analogen Verstärkern¹² auszeichnet. Diesem Vorteil steht jedoch die durch die Phasenverschiebung charakterisierte Signalverzögerung gegenüber, während die Amplitude bis fast 1000 Hz näherungsweise konstant bleibt. Nicht unerwähnt bleiben sollen auch die durch die Schaltvorgänge verursachten höherharmonischen Anteile im Strom, die durchaus störend wirken können, wie sich bereits in den aufgenommenen Sprungantworten zeigt.

Um sowohl geringe Verluste als auch minimale Phasenverschiebungen zu erhalten, schlägt (Wassermann; Springer, 1994) einen hybriden Verstärker vor, der bei vorwiegend statischem Referenzsignal nur einen analogen Teil aktiviert. Mit zunehmenden höheren dynamischen Anteilen wird ein zusätzlicher Strom durch eine Schaltverstärkerkomponente erzeugt. Messungen an entsprechend ausgeführten Schaltungen bestätigen die Vorteilhaftigkeit dieses hybriden Konzeptes.

¹²Üblicherweise aus elektronischen Operationsverstärkern hoher Leistung aufgebaut

5. Magnetische Lageregelung

Für die Reglerauslegung wird ein Simulationsmodell des Magnetlagerversuchssystems nach Kapitel 4 erstellt, an dem dann diskrete Reglerentwürfe verifiziert werden können.

5.1. Simulationsmodell

Im Simulationsmodell werden die Systemkomponenten Rotor, Prozessrechner und Leistungsverstärker analytisch beschrieben, deren beschreibende Größen dann durch eine Zeitschrittintegration berechnet werden, so dass eine Simulation des Modellverhaltens entsteht. Für die Integration wird auf die kommerzielle Software Matlab/Simulink (MathWorks, 1996) zurückgegriffen und ein numerisches Integrationsverfahren nach Runge-Kutta verwendet. Das verwendete Verfahren verändert seine Zeitschrittweite selber, wobei diese jedoch auf den größten Wert t_{\max} begrenzt wurde.

Die Genauigkeit der Simulation wird durch eine für alle zeitabhängigen Systemgrößen gleiche absolute und relative Fehlertoleranz Δ_{abs} sowie Δ_{rel} bestimmt, wobei die relative Toleranz auf den jeweiligen Wert der Systemgröße im Zeitschritt bezogen ist.

Die Simulation erfolgt mit

$$t_{\max} = 0.02 \text{ sec} , \Delta_{abs} = 10^{-6} , \Delta_{rel} = 0.01\%.$$

Die Beschreibung einzelner Systemkomponenten erfolgt durch Funktionsblöcke, die durch beschreibende Systemgrößen untereinander verbunden sind, wie Bild 5.1 zeigt.

Der *Block Rotor* beinhaltet das Modell des Rotors (3.46) ohne konstanten Gewichtsterm \mathbf{w}_m ,

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{i} + \mathbf{w}_\varepsilon,$$

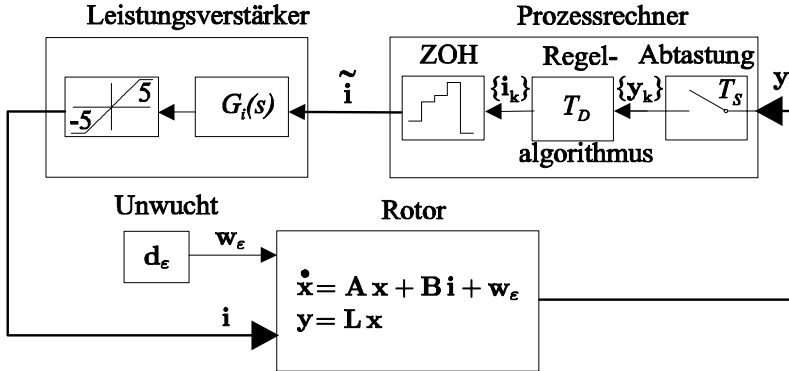


Bild 5.1: Simulationsmodell des Magnetlagerversuchssystems

mit dem Zustandsvektor

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{u}}^T & \mathbf{u}^T \end{bmatrix}^T,$$

der die Verschiebungen \mathbf{u} und Geschwindigkeiten $\dot{\mathbf{u}}$ der drei Starrkörper enthält.

Mit der Annahme idealer Sensoren sind die gemessenen Größen die Verschiebungen der Magnetlagerrotoren, $i = 1, 5$ in Bild 3.12, entsprechend (3.48),

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} u_5 & v_5 & u_1 & v_1 \end{bmatrix}^T = \mathbf{L} \mathbf{x}.$$

Als Stellgröße tritt der in Kapitel 3.3 bereits definierte Stromvektor

$$\mathbf{i} = \begin{bmatrix} i_{xA} & i_{yA} & i_{xB} & i_{yB} \end{bmatrix}^T$$

und als Störung die Unwucht \mathbf{w}_ϵ auf.

Während \mathbf{w}_m als kompensiert gilt und in der Simulation nicht weiter berücksichtigt wird, ist die Unwucht der Scheibe, $i = 3$ im Bild 3.12, im *Block Unwucht* durch \mathbf{w}_ϵ nach (3.47) modelliert.

Die Magnetlagerrotoren werden also als ausgewuchtet angenommen und die Unwuchtbeschreibung der Scheibe $\mathbf{d}_{\epsilon,3}$ entspricht dem Term \mathbf{d}_{ϵ} in (3.24), Kapitel 3.2.1. Durch die Darstellung der Scheibenunwucht als separater Block lassen sich auch während der Simulation Unwuchtparameter ändern.

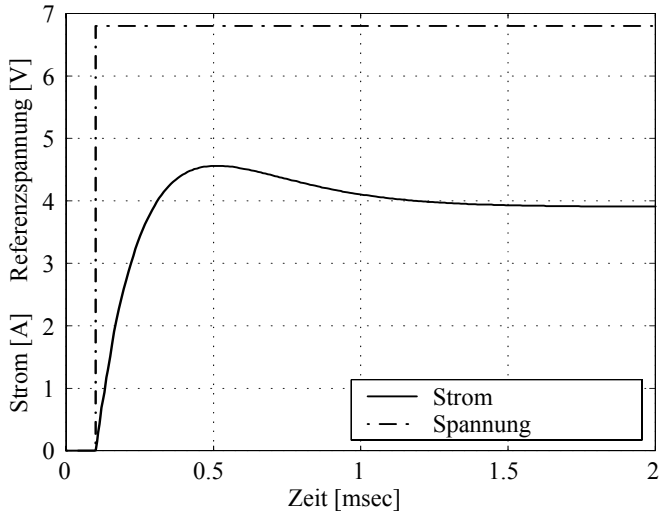


Bild 5.2: Simulierte Sprungantwort für 6.8 V

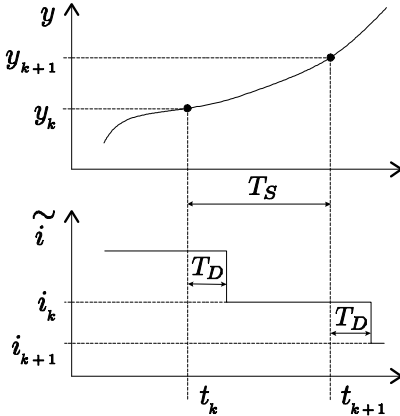
Das Verhalten der Magnetlagerspulen mit Leistungsverstärker wird im *Funktionsblock Leistungsverstärker* nach Bild 5.1 durch die kontinuierliche Übertragungsfunktionen (4.3)

$$G_i(s) = \frac{b_1 s + b_0}{s^2 + 2D\omega_0 s + \omega_0^2} e^{-T_t s}$$

für jeden der vier Ströme in \mathbf{i} beschrieben. Bild 5.2 zeigt die simulierte Sprungantwort im Vergleich zur gemessenen in Bild 4.11. Die direkte Verwendung einer Übertragungsfunktion in einem Funktionsblock ist möglich, da Simulink diese intern in eine Zeitbereichsbeschreibung umwandelt. Die simulierten Ströme werden zudem am Ausgang des Blockes im Hinblick auf die Leistungsgrenzen der Leistungsverstärker auf $\pm 5A$ begrenzt.

Die bisher beschriebenen Funktionsblöcke liefern ausnahmslos kontinuierliche Systemgrößen und beschreiben die Regelstrecke, während der im Ka-

pitel 4.1 beschriebene Regelungsprozess digital arbeitet und deshalb als diskreter Block abgebildet wird. Im *Block Prozessrechner* erfolgt eine periodische Abtastung von \mathbf{y} mit der Abtastperiodendauer T_S und die Berechnung der Stellwerte (Regelalgorithmus) mit einem Zeitverzug



von $T_D < T_S$, die die vom Prozessrechner benötigte Rechenzeit charakterisiert. D.h. nach einem Abtastvorgang wird mit dem abgetasteten Wert \mathbf{y}_k ein neuer Stellwert \mathbf{i}_k nach der Zeit T_D zur Verfügung gestellt, der bis zum Eintreffen des nächsten Stellwertes, \mathbf{i}_{k+1} , am Ausgang konstant gehalten wird (Zero-Order-Hold, ZOH). Das nebenstehende Bild zeigt die zeitliche Konstellation für einen allgemeinen Meßwert y und Stellwert \tilde{i} .

5.2. Reglersynthese

Ausgangspunkt für die Reglersynthese ist das Modell des elastischen Rotors in Magnetlagern (3.45) von Seite 84,

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{G}(\Omega) \dot{\mathbf{u}} + (\mathbf{K} - \mathbf{K}_s) \mathbf{u} = \mathbf{K}_i \mathbf{i} + \mathbf{d}_m + \mathbf{d}_\varepsilon,$$

in dem

$$\mathbf{i} = \mathbf{i}_S + \mathbf{i}_R$$

gesetzt werden kann. Während der Stromanteil \mathbf{i}_R durch den zu entwerfenden Regler bestimmt wird, dient \mathbf{i}_S zur Lagestabilisierung des Rotors und wird durch

$$\mathbf{K}_i \mathbf{i}_S = -(\kappa_S + 1) \mathbf{K}_s \mathbf{u} \quad (5.1)$$

definiert, wodurch eine rein elastische Lagerung entsteht. Durch Einsetzen der letzten beiden Ausdrücke in (3.45) folgt nach Zusammenfassung

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{G}(\Omega) \dot{\mathbf{u}} + (\mathbf{K} + \kappa_S \mathbf{K}_s) \mathbf{u} = \mathbf{K}_i \mathbf{i}_R + \mathbf{d}_m + \mathbf{d}_\varepsilon.$$

Nach Überführung in den Zustandsraum in Analogie zu (3.46) von Seite 85 ergibt sich

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_S \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{i}_R \quad (5.2)$$

mit

$$\mathbf{A}_S = \begin{bmatrix} -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{G} & -\mathbf{M}^{-1}(\kappa_S \mathbf{K}_s + \mathbf{K}) \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

ohne Berücksichtigung von \mathbf{w}_ε und \mathbf{w}_m . Für $\kappa_S > 0$ ist das System stabil und mit $\kappa_S = c/k_s$ folgt die Magnetlagerkraft aus \mathbf{i}_S nach Gleichung (3.44) bzw. (3.39) auf Seite 73 zu

$$\mathbf{f}_{MB} = -\kappa_S \mathbf{K}_s \mathbf{u} = -\mathbf{C} \mathbf{u},$$

wobei k_s und k_i die Weg- und Stromkoeffizienten des Magnetlagers sind.

Dies entspricht dem in Kapitel 3.2.2 beschriebenen Eigenverhalten des elastischen Rotors mit den Eigenfrequenzen nach Bild 3.13 und Tabelle 3.4 auf Seite 76. Für die weitere Reglerauslegung wird eine für das Entwurfsverfahren günstigere weichere Lagerung mit $\kappa_S = 0.1$ verwendet.

5.2.1. Modale Ordnungsreduktion

Als Alternative zum nachfolgend hergeleiteten reduzierten Modell könnte ein (reduzierter) Beobachter zur Rekonstruktion der nicht gemessenen Zustände im Vektor \mathbf{x} verwendet werden, der dann ein Modell des zu regelnden Systems beinhaltet, wodurch ein erheblicher Realisierungsaufwand des Reglers entsteht. Obwohl die Stabilität des geschlossenen Regelkreises bei Verwendung der rekonstruierten Zustände gewährleistet ist, beeinflusst der Beobachter dennoch die Dynamik ungünstig und kann letztendlich auch Instabilität bei ungenauer Systemmodellierung verursachen. Deshalb wird für den nachfolgenden Zustandsraumwurf des Reglers ein reduziertes Modell von (5.2) verwendet, das die dominanten Eigenwerte abbildet und durch einen reduzierten Zustandsvektor \mathbf{x}_r beschrieben wird, der die Meßgrößen \mathbf{y} nach (3.48) und deren zeitliche Ableitungen $\dot{\mathbf{y}}$ beinhaltet, deren

Bestimmung weiter unten erfolgt.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_r &= \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{y}} \\ \mathbf{y} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{1 \times m}, \\ \mathbf{y} &= [u_5 \quad v_5 \quad u_1 \quad v_1]^T. \end{aligned} \quad (5.3)$$

Hierzu wird in (5.2) der Zustandsvektor \mathbf{x} durch die Transformation

$$\mathbf{x}_T = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_r \\ \mathbf{x}_u \end{bmatrix} = \mathbf{T} \mathbf{x}, \quad \mathbf{T} \in \mathbb{R}^{n \times n}, \quad n = 24, \quad (5.4)$$

mit den nicht gemessenen Zustandsgrößen \mathbf{x}_u umsortiert, so dass

$$\dot{\mathbf{x}}_T = \mathbf{A}_T \mathbf{x}_T + \mathbf{B}_T \mathbf{i}_R \quad (5.5)$$

mit

$$\mathbf{A}_T = \mathbf{T} \mathbf{A}_S \mathbf{T}^{-1}, \quad \mathbf{B}_T = \mathbf{T} \mathbf{B}$$

entsteht. Das vorstehende System wird nun einer Modaltransformation

$$\mathbf{x}_T = \mathbf{X} \mathbf{z} \quad (5.6)$$

mit der Modalmatrix

$$\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1 \quad \mathbf{x}_2 \quad \dots \quad \mathbf{x}_n] \in \mathbb{R}^{n \times n}$$

unterzogen, deren Spalten die Eigenvektoren $\mathbf{x}_k, k = 1 \dots n$, der Matrix \mathbf{A}_T sind. Somit entsteht das entkoppelte Differentialgleichungssystem

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}} &= \hat{\mathbf{A}} \mathbf{z} + \hat{\mathbf{B}} \mathbf{i}_R, \\ \hat{\mathbf{A}} &= \mathbf{X}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{X}, \quad \hat{\mathbf{B}} = \mathbf{X}^{-1} \mathbf{B}, \end{aligned}$$

das durch einfaches Umsortieren die dominanten Eigenwerte in den ersten m Zeilen enthält.

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{z}}_1 \\ \dot{\mathbf{z}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{A}}_1 & \mathbf{0}^{m \times (n-m)} \\ \mathbf{0}^{(n-m) \times m} & \hat{\mathbf{A}}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z}_1 \\ \mathbf{z}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{B}}_1 \\ \hat{\mathbf{B}}_2 \end{bmatrix} \mathbf{i}_R \quad (5.7)$$

mit

$$\hat{\mathbf{A}}_1 = \text{diag}(\lambda_1 \dots \lambda_m), \quad \hat{\mathbf{A}}_2 = \text{diag}(\lambda_{m+1} \dots \lambda_n).$$

Als dominant werden die durch die Singulärwertanalysen in Kapitel 3.3 nachgewiesenen steuerbaren $m = 8$ Eigenwerte angesehen, die den in Tabelle 3.4 hervorgehobenen vier Eigenfrequenzen entsprechen, bei denen kaum ein gyrokopischer Einfluss erkennbar ist. \mathbf{z}_1 ist dann von gleicher Dimension wie \mathbf{x}_r .

Ein ordnungsreduziertes Modell ergibt sich dann in Modalkoordinaten zu

$$\dot{\mathbf{z}}_1 = \hat{\mathbf{A}}_1 \mathbf{z}_1 + \hat{\mathbf{B}}_1 \mathbf{i}_R. \quad (5.8)$$

Zur Rekonstruktion des reduzierten Zustandsvektors \mathbf{x}_r wird \mathbf{z}_2 durch die Näherung $\tilde{\mathbf{z}}_2$ mit einer noch zu definierenden Matrix \mathbf{N} ersetzt.

$$\tilde{\mathbf{z}}_2 = \mathbf{N} \mathbf{z}_1, \quad \mathbf{N} \in \mathbb{R}^{(n-m) \times m}. \quad (5.9)$$

Aus (5.6) in der Form

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_r \\ \mathbf{x}_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{11} & \mathbf{X}_{12} \\ \mathbf{X}_{21} & \mathbf{X}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z}_1 \\ \mathbf{z}_2 \end{bmatrix}$$

folgt dann die Beziehung

$$\mathbf{x}_r = \mathbf{X}_{11} \mathbf{z}_1 + \mathbf{X}_{12} \mathbf{z}_2$$

und nach Ersetzen von \mathbf{z}_2 durch $\tilde{\mathbf{z}}_2$ gemäß (5.9) wird \mathbf{x}_r angenähert durch $\tilde{\mathbf{x}}_r$,

$$\tilde{\mathbf{x}}_r = (\mathbf{X}_{11} + \mathbf{X}_{12} \mathbf{N}) \mathbf{z}_1 = \mathbf{F} \mathbf{z}_1, \quad \mathbf{F} \in \mathbb{R}^{m \times m}.$$

Die Rücktransformation von (5.8) mit

$$\mathbf{z}_1 = \mathbf{F}^{-1} \tilde{\mathbf{x}}_r$$

ergibt die reduzierte Zustandsraumdarstellung

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}_r = \mathbf{A}_r \tilde{\mathbf{x}}_r + \mathbf{B}_r \mathbf{i}_R, \quad (5.10)$$

mit dem angenäherten Zustandsraumvektor $\tilde{\mathbf{x}}_r$,

$$\tilde{\mathbf{x}}_r = \begin{bmatrix} \dot{\tilde{\mathbf{y}}} \\ \tilde{\mathbf{y}} \end{bmatrix}, \mathbf{A}_r = \mathbf{F} \hat{\mathbf{A}}_1 \mathbf{F}^{-1}, \mathbf{B}_r = \mathbf{F} \hat{\mathbf{B}}_1.$$

Bestimmung von \mathbf{N}

Zur Rekonstruktion der nichtdominanten Modalkoordinaten \mathbf{z}_2 wird die Matrix \mathbf{N} benötigt, die so gewählt wird, dass der Fehler

$$\Delta \mathbf{z}_2 = \mathbf{z}_2 - \tilde{\mathbf{z}}_2 = \mathbf{z}_2 - \mathbf{N} \mathbf{z}_1$$

stationär verschwindet und im dynamischen Bereich möglichst gering ist.

Für homogene Anfangsbedingungen und einem Sprung der Stellgröße auf ein konstantes \mathbf{i}_{R0} zum Zeitpunkt $t = 0$ lautet die Lösung von (5.7)

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_1 &= \hat{\mathbf{A}}_1^{-1} \left(e^{\hat{\mathbf{A}}_1 t} - \mathbf{I}^{m \times m} \right) \hat{\mathbf{B}}_1 \mathbf{i}_{R0}, \\ \mathbf{z}_2 &= \hat{\mathbf{A}}_2^{-1} \left(e^{\hat{\mathbf{A}}_2 t} - \mathbf{I}^{(n-m) \times (n-m)} \right) \hat{\mathbf{B}}_2 \mathbf{i}_{R0}. \end{aligned}$$

Somit setzt sich der Fehler

$$\Delta \mathbf{z}_2 = \left[\hat{\mathbf{A}}_2^{-1} e^{\hat{\mathbf{A}}_2 t} \hat{\mathbf{B}}_2 - \mathbf{N} \hat{\mathbf{A}}_1^{-1} e^{\hat{\mathbf{A}}_1 t} \hat{\mathbf{B}}_1 \right] \mathbf{i}_{R0} + \left[\mathbf{N} \hat{\mathbf{A}}_1^{-1} \hat{\mathbf{B}}_1 - \hat{\mathbf{A}}_2^{-1} \hat{\mathbf{B}}_2 \right] \mathbf{i}_{R0} \quad (5.11)$$

aus einem dynamischen und einem statischen Anteil, entsprechend dem ersten und zweiten Klammerausdruck, zusammen.

Aufgrund der vorab erfolgten Stabilisierung des Systems haben alle Eigenwerte in $\hat{\mathbf{A}}_1$ und $\hat{\mathbf{A}}_2$ einen negativen Realteil, so dass der erste Klammerausdruck stationär, also für $t \rightarrow \infty$ verschwindet und $\Delta \mathbf{z}_2$ zu null wird, wenn für den zweiten Klammerausdruck

$$\mathbf{N} \hat{\mathbf{A}}_1^{-1} \hat{\mathbf{B}}_1 - \hat{\mathbf{A}}_2^{-1} \hat{\mathbf{B}}_2 = \mathbf{0} \quad (5.12)$$

gilt.

Die vorstehende Matrixgleichung führt zu einem unterbestimmten Gleichungssystem für die Elemente von \mathbf{N} , wodurch die Möglichkeit besteht, weitere Forderungen an den dynamischen Fehler zu stellen, der durch den ersten Klammerausdruck in (5.11) bestimmt wird.

Deshalb wird das Fehlerfunktional

$$J = \int_0^{\infty} \sum_{j=1}^p |\Delta \mathbf{z}_2|_j^2 dt$$

durch Wahl von \mathbf{N} unter der Nebenbedingung (5.12) minimiert, wobei $|\Delta \mathbf{z}_2|_j$ den Fehler infolge des Sprunges der j -ten von $p = 4$ Stellgrößen in \mathbf{i}_{R0} darstellt. Hierfür gibt (Litz, 1979) die analytische Lösung

$$\mathbf{N} = \hat{\mathbf{A}}_2^{-1} \left[\mathbf{B}_{21} + \left(\hat{\mathbf{B}}_2 - \mathbf{B}_{21} \mathbf{B}_{11}^{-1} \hat{\mathbf{B}}_1 \right) \left(\hat{\mathbf{B}}_1^* \mathbf{B}_{11}^{-1} \hat{\mathbf{B}}_1 \right)^{-1} \hat{\mathbf{B}}_1^* \right] \mathbf{B}_{11}^{-1} \hat{\mathbf{A}}_1$$

an. Das auf der i -ten Zeile und j -ten Spalte befindliche Element der Matrizen \mathbf{B}_{11} und \mathbf{B}_{21} berechnet sich zu

$$\begin{aligned} (\mathbf{B}_{11})_{i,j} &= -\frac{\left(\hat{\mathbf{B}}_1 \hat{\mathbf{B}}_1^* \right)_{i,j}}{\lambda_i + \bar{\lambda}_j}, \quad i = 1 \dots m, \quad j = 1 \dots m, \\ (\mathbf{B}_{21})_{i,j} &= -\frac{\left(\hat{\mathbf{B}}_2 \hat{\mathbf{B}}_1^* \right)_{i,j}}{\lambda_{m+i} + \bar{\lambda}_j}, \quad i = 1 \dots n - m, \quad j = 1 \dots m. \end{aligned}$$

Vergleich des stabilisierten mit dem reduzierten System

Das reduzierte System (5.10) wurde aus dem mit $\kappa_s = 0.1$ stabilisierten System (5.5) bei einer Rotorwinkelgeschwindigkeit von $\Omega = 314.16$ 1/sec bzw. normiert $\eta = 0.79$ gewonnen.

Nr.	Stabiles System $\eta = 0.79, \kappa_s = 0.1$	Reduziertes System η beliebig
1,2	$\pm j0.0070$	
3,4	$\pm j0.0284$	
5,6	$\pm j0.0641$	
7,8	$\pm j0.3050$	$\pm j0.3050$
9,10	$\pm j0.3119$	$\pm j0.3119$
11,12	$\pm j0.4908$	$\pm j0.4908$
13,14	$\pm j0.4996$	$\pm j0.4996$
15,16	$\pm j0.3876$	
17,18	$\pm j0.4179$	
19,20	$\pm j1.5141$	
21,22	$\pm j4.6458$	
23,24	$\pm j4.6566$	

Tabelle 5.1: Mit $\omega_0 = 397.53$ 1/sec normierte Eigenwerte

Tabelle 5.1 zeigt die Eigenwerte beider Systeme, wobei die des reduzierten Systems invariant gegenüber dem gyroskopischen Einfluss sind, mithin η innerhalb des Betriebsdrehzahlbereiches als beliebig gelten kann.

5.2.2. Reglerentwurf

Anhand des reduzierten Systems wird ein diskreter Zustandsraumregler entworfen, mit dem ein besseres Regelergebnis erzielbar ist als nur durch die Stabilisierung mit \mathbf{i}_s .

Um die Vorteile eines integrierenden Regleranteiles wie

- Beseitigung von stationären Störungen und
- Robustheit gegen Parameterschwankungen

auszunutzen, wird das reduzierte Modell (5.10) mit der Näherung von \mathbf{x}_r um den integrierenden Anteil

$$\dot{\mathbf{e}} = \tilde{\mathbf{y}}$$

erweitert, worin \mathbf{e} das Zeitintegral der genäherten Meßgrößen $\tilde{\mathbf{y}}$ ist,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\tilde{\mathbf{x}}}_r \\ \dot{\mathbf{e}} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_r & \mathbf{0}^{4 \times 4} \\ \mathbf{0}^{4 \times 4} & \mathbf{I}^{4 \times 4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\tilde{\mathbf{y}}} \\ \tilde{\mathbf{y}} \\ \mathbf{e} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_r \\ \mathbf{0}^{4 \times 4} \end{bmatrix} \mathbf{i}_R, \\ \dot{\mathbf{x}}_e &= \mathbf{A}_e \mathbf{x}_e + \mathbf{B}_e \mathbf{i}_R. \end{aligned} \quad (5.13)$$

An dieser Stelle soll angemerkt werden, dass auch das Übertragungsverhalten der Leistungsverstärker, beschrieben durch $G_{i0}(s)$ in (4.3), durch Hinzufügen von weiteren Zustandsvariablen im erweiterten Modell mit aufgenommen werden könnte, jedoch wird darauf wegen des schnellen Übertragungsverhaltens, Bild 5.2, verzichtet. Die vorhandene Totzeit T_t kann jedoch wie nachfolgend gezeigt mit berücksichtigt werden.

Das so entstandene Modell muss auf Steuerbarkeit überprüft werden, wie nachfolgend mit dem Kriterium nach Hautus (Hautus, 1969) gezeigt wird. Hiernach ist (5.13) dann steuerbar, wenn für jeden Eigenwert λ_i , $i = 1, \dots, 12$ von \mathbf{A}_e der Rang der Matrix $\begin{bmatrix} \lambda_i \mathbf{I} - \mathbf{A}_e & \mathbf{B}_e \end{bmatrix}$ gleich der Systemordnung von 12 ist, d. h.

$$rg \begin{bmatrix} \lambda_i \mathbf{I}^{8 \times 8} - \mathbf{A}_r & \mathbf{0}^{4 \times 4} & \mathbf{B}_r \\ \mathbf{0}^{4 \times 4} & \mathbf{I}^{4 \times 4} & \lambda_i \mathbf{I}^{4 \times 4} & \mathbf{0}^{4 \times 4} \end{bmatrix} = 12$$

bzw.

$$rg \begin{bmatrix} \lambda_i \mathbf{I}^{8 \times 8} - \mathbf{A}_r & \mathbf{B}_r & \mathbf{0}^{4 \times 4} \\ \mathbf{0}^{4 \times 4} & \mathbf{I}^{4 \times 4} & \lambda_i \mathbf{I}^{4 \times 4} \end{bmatrix} = 12.$$

Für die vier Eigenwerte bei null infolge der integrierenden Erweiterung ergibt sich nach Umformungen dann die Forderung

$$rg \begin{bmatrix} \lambda_i \mathbf{I}^{8 \times 8} - \mathbf{A}_r & \mathbf{B}_r \\ \mathbf{0}^{4 \times 4} & \mathbf{I}^{4 \times 4} & \mathbf{0}^{4 \times 4} \end{bmatrix} = 12$$

für Steuerbarkeit, die nur erfüllbar ist, wenn die Spaltenzahl der Matrix mindestens gleich der der Zeilenzahl ist. Da sich die Anzahl der Zeilen aus den acht Zeilen von \mathbf{A}_r und weiteren vier für $\dot{\mathbf{e}}$ zu 12 ergibt, muss \mathbf{B}_r

mindestens vier Spalten besitzen. Damit muss \mathbf{i}_R vier Stellgrößen enthalten, was der Fall ist. Für alle anderen Eigenwerte $\lambda_i \neq 0$ muss nur die Forderung

$$\left[\lambda_i \mathbf{I}^{8 \times 8} - \mathbf{A}_r \quad \mathbf{B}_r \right] = 8$$

erfüllt werden, denn in $\left[\lambda_i \mathbf{I} - \mathbf{A}_e \quad \mathbf{B}_e \right]$ sind die letzten vier Zeilen linear unabhängig von den ersten acht und auch untereinander. Die vorstehende Rangforderung ist gleichbedeutend mit der Forderung nach Steuerbarkeit des ursprünglichen Systems die erfüllt ist, so dass (5.13) steuerbar ist.

Für den Entwurf des Reglers im Prozeßrechner des Bildes (5.1) soll (5.13) im Sinne einer Abtastung diskretisiert werden, bei der nur stückweise konstante Werte für \mathbf{i}_R auftreten, d.h. ein sogenanntes Zero-Order-Hold (ZOH). Nach einer Abtastung durch den Prozeßrechner wird ein neuer Stellwert \mathbf{i}_R erst nach der Verzugszeit T_D des Rechners und der Totzeit T_t des Leistungsverstärkers wirksam, deren Summe kleiner als die Abtastperiodendauer T_S sein soll. Der Stellwert ist also um $T_D + T_t < T_S$ gegenüber dem Abtastzeitpunkt t_k verzögert, $\mathbf{i}_R(t_k - T_D - T_t)$, was bei der Modelldiskretisierung berücksichtigt wird. Wie z.B. (Franklin; Powell; Workman, 1990) zeigt, kann die Beschreibung des Zusammenhanges zwischen dem stückweise konstanten Stellwert und dem Wert des Zustandsvektors \mathbf{x}_e zum Abtastzeitpunkt t_k aus der allgemeinen Lösung für (5.13) hergeleitet werden, die bei Berücksichtigung der Stellwertverzögerungen

$$\mathbf{x}_e(t) = e^{\mathbf{A}_e(t-t_0)} \mathbf{x}_e(t_0) + \int_{t_0}^t e^{\mathbf{A}_e(t-\tau')} \mathbf{B}_e \mathbf{i}_R(\tau' - T_D - T_t) d\tau'$$

lautet. Betrachtet man zwei aufeinander folgende Abtastzeitpunkte t_k und t_{k+1} und setzt

$$t_0 = t_k, t = t_{k+1}, T_S = t_{k+1} - t_k,$$

ergibt sich

$$\mathbf{x}_e(t_{k+1}) = e^{\mathbf{A}_e T_S} \mathbf{x}_e(t_k) + \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{\mathbf{A}_e(t_{k+1}-\tau')} \mathbf{B}_e \mathbf{i}_R(\tau' - T_D - T_t) d\tau',$$

was wegen des stückweise konstanten \mathbf{i}_R auch in der Form

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_e(t_{k+1}) &= e^{\mathbf{A}_e T_S} \mathbf{x}_e(t_k) + \int_{t_k}^{t_k + T_D + T_t} e^{\mathbf{A}_e(t_{k+1} - \tau')} \mathbf{B}_e d\tau' \mathbf{i}_R(t_{k-1}) + \\ &+ \int_{t_k + T_D + T_t}^{t_{k+1}} e^{\mathbf{A}_e(t_{k+1} - \tau')} \mathbf{B}_e d\tau' \mathbf{i}_R(t_k) \end{aligned}$$

geschrieben werden kann.

Nach der Substitution im ersten Integral

$$\tau = t_{k+1} - T_S + T_D + T_t - \tau'$$

und im zweiten

$$\tau = t_{k+1} - \tau'$$

folgt

$$\mathbf{x}_{e,k+1} = \mathbf{A}_d \mathbf{x}_{e,k} + \mathbf{B}_d \mathbf{i}_{R,k} + \mathbf{B}_{d1} \mathbf{i}_{R,k-1} \quad (5.14)$$

mit

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{e,k} &= \mathbf{x}(t_k), \quad \mathbf{i}_{R,k} = \mathbf{i}_R(t_k), \quad \mathbf{A}_d = e^{\mathbf{A}_e T_S}, \\ \mathbf{B}_d &= \int_0^{T_S - T_D - T_t} e^{\mathbf{A}_e \tau} d\tau \mathbf{B}_e, \quad \mathbf{B}_{d1} = e^{\mathbf{A}_e(T_S - T_D - T_t)} \int_0^{T_D + T_t} e^{\mathbf{A}_e \tau} d\tau \mathbf{B}_e. \end{aligned}$$

Für geringe Verzögerungen $T_D + T_t$ wird \mathbf{B}_{d1} näherungsweise null und $\mathbf{i}_{R,k-1}$ hat keinen Einfluss mehr.

Bei Vernachlässigung von \mathbf{B}_{d1} kann (5.14) in die Zustandsnormalform

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{e,k+1} \\ \mathbf{i}_{R,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_d & \mathbf{0}^{12 \times 4} \\ \mathbf{0}^{4 \times 12} & \mathbf{0}^{4 \times 4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{e,k} \\ \mathbf{i}_{R,k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_d \\ \mathbf{I}^{4 \times 4} \end{bmatrix} \mathbf{i}_{R,k}$$

gebracht werden, für das synonym

$$\mathbf{x}_{e,k+1} = \mathbf{A}_d \mathbf{x}_{e,k} + \mathbf{B}_d \mathbf{i}_{R,k} \quad (5.15)$$

geschrieben wird, um keine weitere Notation einführen zu müssen.

Mit der Zustandsrückführung

$$\mathbf{i}_{R,k} = -\mathbf{R}_R \mathbf{x}_{e,k}$$

folgt nach deren Einsetzung in (5.15)

$$\mathbf{x}_{e,k+1} = (\mathbf{A}_d - \mathbf{B}_d \mathbf{R}_R) \mathbf{x}_{e,k} \quad (5.16)$$

und damit die Möglichkeit, durch Wahl von \mathbf{R}_R das dynamische Verhalten des geschlossenen Regelkreises durch Lageänderung der Pole zu bestimmen. In Analogie zur Laplace-Transformation im Kontinuierlichen wird unter Verwendung der z -Transformation gemäß Anhang D.2 aus (5.16)

$$\begin{aligned} (z\mathbf{I} - \mathbf{A}_d + \mathbf{B}_d \mathbf{R}_R) \hat{\mathbf{x}}_e &= \mathbf{0}, \\ \hat{\mathbf{x}}_e &= \mathcal{Z}\{\mathbf{x}_{e,k}\}, \end{aligned}$$

woraus die charakteristische Gleichung

$$\det(z\mathbf{I} - \mathbf{A}_d + \mathbf{B}_d \mathbf{R}_R) = 0$$

folgt, deren Nullstellen die Pollokationen sind. Aufgrund der Steuerbarkeit von (5.13) könnte bei Vorgabe geeigneter Pollokationen durch bekannte numerische Algorithmen, siehe (Aström and Wittenmark, 1990), ein passendes \mathbf{R}_R bestimmt werden, jedoch bleibt die Frage nach geeigneten Polstellen damit unbeantwortet. Deshalb wird ein Riccati-Entwurf entsprechend Anhang C.3 favorisiert, bei dem nicht direkt Polstellen, sondern Gewichtungsfaktoren vorgegeben werden müssen. Bei dem hier vorliegenden diskreten System minimiert das Entwurfsverfahren das Gütekriterium

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^N (\mathbf{x}_{e,k}^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{x}_{e,k} + \mathbf{i}_{R,k}^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{i}_{R,k})$$

und findet so einen optimalen Regler \mathbf{R}_R aus allen zulässigen, (Föllinger, 1994), wofür numerische Verfahren in (MathWorks, 1996) zur Verfügung stehen. Die positiv semidefiniten Matrizen \mathbf{Q}_1 und \mathbf{Q}_2 werden dazu nur auf Ihrer Diagonalen mit während des Entwurfsprozesses zu variierenden Gewichtungsfaktoren besetzt.

Das über den Riccati-Entwurf gefundene \mathbf{R}_R kann in die Form

$$\mathbf{R}_R = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_D & \mathbf{R}_P & \mathbf{R}_I & \mathbf{R}_{d1} \end{bmatrix}, \mathbf{R}_D, \mathbf{R}_P, \mathbf{R}_I, \mathbf{R}_{d1} \in \mathbb{R}^{4 \times 4} \quad (5.17)$$

partitioniert werden, woraus die PID-Struktur des Reglers mit den differenzierenden, proportionalen und integrierenden Anteilen \mathbf{R}_D , \mathbf{R}_P , \mathbf{R}_I sowie \mathbf{R}_{d1} als dem wegen der Zeitverzögerungen erforderlichen Anteil ersichtlich wird. Mithin ist

$$\mathbf{i}_{R,k} = -\mathbf{R}_R \mathbf{x}_{e,k} = - \begin{bmatrix} \mathbf{R}_D & \mathbf{R}_P & \mathbf{R}_I & \mathbf{R}_{d1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\tilde{\mathbf{y}}}_k \\ \tilde{\mathbf{y}}_k \\ \mathbf{e}_k \\ \mathbf{i}_{R,k-1} \end{bmatrix},$$

wobei $\dot{\tilde{\mathbf{y}}}_k$ und \mathbf{e}_k noch wie im nachfolgenden Abschnitt gezeigt bestimmt werden.

Für den Gesamtregler muss noch der stabilisierende Anteil hinzugefügt werden, der sich aus (5.1) mit dem Ersatz von \mathbf{K}_i und \mathbf{K}_s entsprechend (3.44) zu

$$\mathbf{i}_{S,k} = -(\kappa_S + 1) \frac{k_s}{k_i} \tilde{\mathbf{y}}_k,$$

ergibt, wenn die Verschiebungskordinaten u_5, v_5, u_1, v_1 in $\tilde{\mathbf{y}}_k$ zusammengefasst werden. Der Stellwert ergibt sich dann zu

$$\mathbf{i}_k = \mathbf{i}_{S,k} + \mathbf{i}_{R,k}.$$

Die direkte Hinzufügung des stabilisierenden Anteiles zum diskreten Regler ist möglich, da dieser nur einen proportionalen Anteil enthält. Der so entstandene Regler kann nun im Block Regelalgorithmus des Simulationsmodelles nach Bild 5.1 realisiert werden, allerdings sind aus den Meßgrößen $\mathbf{y} = \tilde{\mathbf{y}}$ noch die Geschwindigkeiten $\dot{\tilde{\mathbf{y}}}$ und die integrierten Größen \mathbf{e} zu bilden.

Bildung der differenzierenden und integrierenden Anteile

Der differenzierende Anteil $\dot{\tilde{\mathbf{y}}}$ wird, einem Vorschlag von (Aström and Wittenmark, 1990) folgend, durch die Lösung der Differentialgleichung 1. Ordnung

$$\frac{d\tilde{\mathbf{y}}}{dt} + \frac{N}{T_g} \dot{\tilde{\mathbf{y}}} = \frac{N}{T_S} \frac{d\mathbf{y}}{dt}$$

bestimmt, deren Diskretisierung mit der Zeitschrittweite bzw. Abtastzeit T_S zu

$$\frac{\dot{\tilde{\mathbf{y}}}_k - \dot{\tilde{\mathbf{y}}}_{k-1}}{T_S} + \frac{N}{T_g} \dot{\tilde{\mathbf{y}}}_k = \frac{N}{T_S} \frac{\mathbf{y}_k - \mathbf{y}_{k-1}}{T_S}$$

führt und aus der sich nach Umstellung

$$\dot{\tilde{\mathbf{y}}}_k = \frac{T_g}{T_g + NT_S} \left(\dot{\tilde{\mathbf{y}}}_{k-1} + \frac{N}{T_S} (\mathbf{y}_k - \mathbf{y}_{k-1}) \right) \quad (5.18)$$

ergibt.

Durch diesen Ansatz wirkt sich der differenzierende Anteil zwar verzögert aus, jedoch entsteht durch den vorstehenden diskreten Tiefpaß-Filter 1. Ordnung eine einfache Möglichkeit der Rauschunterdrückung, die mit der Wahl der Zeitkonstanten T_g und dem dimensionslosen Parameter N angepasst werden kann.

In diskreter Übertragungsmatrizendarstellung lautet (5.18)

$$\begin{aligned} \hat{\dot{\tilde{\mathbf{y}}}} &= \mathbf{H}_D \hat{\mathbf{y}}, \\ \hat{\mathbf{y}} &= \mathcal{Z} \{ \mathbf{y}_k \}, \quad \hat{\dot{\tilde{\mathbf{y}}}} = \mathcal{Z} \left\{ \dot{\tilde{\mathbf{y}}}_k \right\}, \\ \mathbf{H}_D &= k_D \frac{N}{T_S} \text{diag} \left(\frac{z-1}{z-k_D}, \frac{z-1}{z-k_D}, \frac{z-1}{z-k_D}, \frac{z-1}{z-k_D} \right) \text{ mit} \\ k_D &= \frac{T_g}{T_g + NT_S}. \end{aligned} \quad (5.19)$$

(MathWorks, 1996) die Teilmatrizen der Reglermatrix \mathbf{R}_R nach (5.17) ergeben, die in der gleichen Tabelle normiert wiedergegeben sind. Durch die höhere Bewertung des integrierenden Anteils mit $\mathbf{Q}_{1,I}$ wird dieser Anteil am Stellsignal kleiner, da das Gütekriterium insbesondere die zugehörige Reglermatrix \mathbf{R}_I klein wählt um das Funktional zu minimieren.

Jede der Teilmatrizen von \mathbf{R}_R wird auf Ihren betragsmäßig größten Elementwert $\max(\cdot)$ bezogen, um die Gewichtung des Beitrages der Zustandsgrößen zu den Stellwerten zu erkennen, wobei Matrizenelemente kleiner als 3 % zu null angenommen wurden. Die Ergebnisse des Riccati-Entwurfes zeigen eine Diagonalstruktur für \mathbf{R}_I und \mathbf{R}_{d1} sowie Matrizen \mathbf{R}_D und \mathbf{R}_P mit deutlich geringeren Elementen außerhalb ihrer Diagonalen. Damit tendiert der Riccati-Entwurf zu einem dezentralen Regler, bei dem die jeweilige Stellgröße bzw. Magnetkraft nur aus der an ihrer Wirkungsstelle auftretenden Verschiebung bestimmt wird, nämlich durch das betreffende Diagonalelement. Lediglich die von null verschiedenen Elemente außerhalb der Diagonalen in \mathbf{R}_D und \mathbf{R}_P bewirken eine schwache Abhängigkeit von anderen Verschiebungen.

Für die nachfolgenden Berechnungen und Simulationen wurden die Zahlenwerte nach Tabelle 5.3 verwendet.

Um den Einfluss des Reglers auf das mit \mathbf{R}_S stabilisierte Rotor-Magnetlager-System (5.2) zu zeigen, muss dieses zunächst diskretisiert werden (vergleiche (5.14)), mit dem Ergebnis

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{A}_{Sd} \mathbf{x}_k + \mathbf{B}_{Sd} \dot{\mathbf{i}}_{R,k}, \\ \mathbf{A}_{Sd} &= e^{\mathbf{A}_S T_s}, \quad \mathbf{B}_{Sd} = \int_0^{T_s} e^{\mathbf{A}_S \tau} d\tau \mathbf{B}. \end{aligned}$$

Die Eigenwerte von \mathbf{A}_{Sd} bzw. diskreten Pole des stabilisierten Systems ergeben sich aus der charakteristischen Gleichung

$$\det(z\mathbf{I} - \mathbf{A}_{Sd}) = 0$$

und sind in der Tabelle 5.4 auf Seite 130 aufgeführt. Sie liegen alle innerhalb des Einheitskreises der z -Ebene und sind deshalb stabil.

Setzt man in der vorstehenden Beziehung

$$\dot{\mathbf{i}}_{R,k} = - \begin{bmatrix} \mathbf{R}_D & \mathbf{R}_P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\tilde{\mathbf{y}}}_k \\ \tilde{\mathbf{y}}_k \end{bmatrix},$$

ändern sich in erster Linie die Pole 7 bis 14, wie aufgrund der Steuerbarkeitsanalyse erwartet und in Tabelle 5.4 gezeigt. Während lediglich bei den Polen 21 bis 24 und weniger bei 15 bis 18 noch ein Reglereinfluss erkennbar ist, bedeutet = keine Änderung der Pollokation.

Zur besseren Beurteilung werden die diskreten Pole durch

$$p_s = \frac{1}{T_S} \ln p_z$$

in äquivalente kontinuierliche umgerechnet und diese durch ihren Dämpfungswert ζ und ihre natürliche Frequenz ω_n charakterisiert,

$$p_s = -\zeta\omega_n \pm i\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}.$$

Entsprechend Tabelle 5.5 von Seite 131 ist die starke Dämpfung der Pole 7 bis 14 mit $\zeta \approx 1$ ersichtlich, während alle anderen kaum gedämpft werden können.

Eigenwerte und Drehzahleinfluss

Den Einfluss der Drehzahl auf das geregelte System zeigt Bild 5.4, in dem nur die diskreten Pole mit positivem Imaginärteil aus Tabelle 5.4 auf Seite 130, entsprechend Nr. 1, 3, 5, ..., 23, dargestellt sind, da die anderen symmetrisch zur reellen Achse liegen. Im Drehzahlbereich $\eta = 0 \dots 3.16$ ist die Lageänderung der Pole 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 21 und 23 zu gering, als das dies aus Bild 5.4 erkennbar wäre. Pole 15, 17 und insbesondere 19 verändern ihre Lage deutlich entlang der Stabilitätsgrenze, die im diskreten durch den Einheitskreis gebildet wird. Von den 24 Polen sind dann insgesamt 6 drehzahlabhängig, was dem gyroskopischen Einfluss in Bild 3.13 von Seite 75 entspricht.

Simulationen

Um die Möglichkeit der Simulation mit dem entworfenen Simulationsmodell aufzuzeigen, wird eine plötzliche Unwucht, beispielsweise verursacht durch einen Schaufelverlust bei einer Turbomaschine, simuliert.

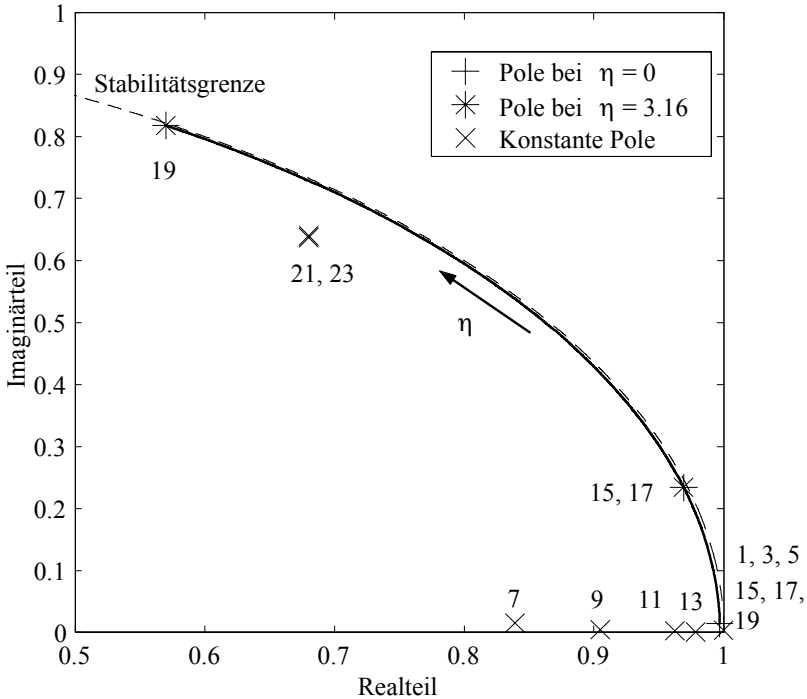


Bild 5.4: Diskrete Pole und Drehzahl

Hierzu wurde bei einer Rotorwinkelgeschwindigkeit von $\Omega = 1256.6 \text{ rad/sec}$ oder normiert $\eta = 3.16$ das Auftreten einer Unwucht von $m \varepsilon_x = 396.9 \text{ g mm}$ mit $\varepsilon_x = .07 \text{ mm}$ am Starrkörper $i = 3$, der Scheibe, angenommen, was einer mit der Drehfrequenz umlaufenden Unwuchtkraft von 627 N entspricht. Die Auswirkungen zeigt Bild 5.5 auf Seite 132.

Die Scheibenbewegung, beschrieben durch die Koordinaten u_3, v_3 , zeigt eine maximale Auslenkung von 0.65 mm und erreicht nach 0.2 sec einen stationären Orbit von 0.1 mm . Im zeitlichen Verlauf bildet sich schnell ein außermittiger, kreisförmiger Orbit aus, der sich dann zentriert. Bei ausgeschaltetem I-Anteil ist der Zentrierungseffekt nicht feststellbar und es verbleibt ein größerer, weniger kreisförmiger stationärer Orbit.

Bei den Strömen über der Zeit muss zunächst auf die unterschiedliche Skalierung der Zeitachse hingewiesen. i_{xB} und i_{yB} nehmen den maximal zulässigen Stromwert von 5 A kurz nach dem Einsetzen der Unwucht an, während i_{xA} und i_{yA} unterhalb 1 A bleiben. Im Diagramm folgt dann eine größere Zeitauflösung in der das Übertragungsverhalten des Leistungsverstärkers und die Verzugszeit T_D des Prozessrechners deutlich werden, indem bei jedem neuen Stellwert ein Absatz im Stromverlauf entsteht. Nach 0.2 sec ist ein stationärer Zustand erreicht, der zu einem quasi-harmonischen Stromverlauf mit einer Frequenz von 200 Hz entsprechend $\eta = 3.16$ und Maximalwerten von $\pm 3\text{ A}$ für i_{xB} und i_{yB} sowie $\pm 0.3\text{ A}$ für i_{xA} sowie i_{yA} führt.

Aus den Verschiebungen in den Magnetlagern über der Zeit zeigen sich die deutlich größeren Verschiebungen u_1 und v_1 im Magnetlager B gegenüber u_5 , v_5 in A, denn letzteres ist weiter von der Unwuchtstelle entfernt.

Stationär tritt in B ein Orbit von 0.3 mm und in A von unter 0.05 mm auf.

Im letzten Teilbild von 5.5 wird der durch die integrierende Reglerkomponente (I-Anteil) bestimmte Stellstrom gezeigt.

Erwartungsgemäß sind die I-Anteile bei i_{xB} und i_{yB} am größten und es verbleiben nach 0.2 sec von null verschiedene stationäre Anteile aufgrund der stationären Orbits in den Magnetlagern. Ohne I-Anteil wären diese jedoch größer.

Frequenzanalysen und kritische Drehzahlen

Zwei beispielhaft gewählte Frequenzgänge des geregelten Systems zeigt Bild 5.6 auf Seite 133. Im oberen Teilbild ist die Amplitude zwischen der Auslenkung der Scheibe u_3 und dem Strom i_{xA} bei den normierten Drehkreisfrequenzen $\eta = 0.79$ und $\eta = 1.58$ ersichtlich. Bei $\eta = 0.79$ treten die natürlichen Frequenzen nach Tabelle 5.5 von Seite 131 auf, wobei die Nr. 7 bis 14 aufgrund der hohen Dämpfung nicht erkennbar sind. Bei Verdoppelung der Drehzahl nehmen die Eigenfrequenzen 15 sowie 17 auf ca. 300 rad/sec und 19 auf 1184 rad/sec zu, während sich 5 auf 11.5 , 3 auf 5.7 und 1 auf 1.35 rad/sec verringern.

Im unteren Teilbild ist die Amplitude des Frequenzganges zwischen der Magnetlagerrotorverschiebung u_1 und einer an der Scheibe in x-Richtung

angreifenden Erregungskraft F_{x3} abgebildet. Es müssen die gleichen Eigenfrequenzen wie im vorstehenden Teilbild auftreten und es liegt eine deutliche Antiresonanz bei ca. 4 rad/sec für $\eta = 0.79$ vor, die sich auf 2 rad/sec für $\eta = 1.58$ vermindert.

Die vorstehenden Eigenfrequenzen stellen noch keine kritischen Drehzahlen dar. Berechnet man jedoch die Eigenfrequenzen zu jeder Drehzahl, so folgen aus einem Abgleich die kritischen Drehzahlen nach Tabelle 5.6 in normierter Form, die einen Vergleich mit Tabelle 3.5 auf Seite 76 zulassen. Erkennbar ist die starke Verschiebung der kritischen Drehzahlen $i = 3, 4$ infolge des Reglereinflusses, während sich die ersten beiden geringer verschieben.

Bewertungsmatrizen		
\mathbf{Q}_1	$diag(\mathbf{Q}_{1,D} \quad \mathbf{Q}_{1,P} \quad \mathbf{Q}_{1,I} \quad \mathbf{Q}_{1,d1})$	Zustandsgrößen
$\mathbf{Q}_{1,D}$	$100 \mathbf{I}^{4 \times 4}$	Bewertet $\dot{\tilde{\mathbf{y}}}$
$\mathbf{Q}_{1,P}$	$100 \mathbf{I}^{4 \times 4}$	Bewertet $\tilde{\mathbf{y}}$
$\mathbf{Q}_{1,I}$	$1000 \mathbf{I}^{4 \times 4}$	Bewertet \mathbf{e}
$\mathbf{Q}_{1,d1}$	$\mathbf{0}^{4 \times 4}$	Bewertet
\mathbf{Q}_2	$\mathbf{I}^{4 \times 4}$	$\mathbf{i}_{R,k-1}$ Stellgrößen
Reglermatrizen		
$\frac{1}{ \max(\mathbf{R}_D) } \mathbf{R}_D$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -0.13 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -0.13 \\ 0.13 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0.13 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\dot{\tilde{\mathbf{y}}}$
$\frac{1}{ \max(\mathbf{R}_P) } \mathbf{R}_P$	$\begin{bmatrix} -1 & 0 & -0.17 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -0.17 \\ 0.21 & 0 & -0.85 & 0 \\ 0 & 0.21 & 0 & -0.85 \end{bmatrix}$	$\tilde{\mathbf{y}}$
$\frac{1}{ \max(\mathbf{R}_I) } \mathbf{R}_I$	$diag(1 \quad 1 \quad 1 \quad 1)$	\mathbf{e}
$\frac{1}{ \max(\mathbf{R}_{d1}) } \mathbf{R}_{d1}$	$diag(1 \quad 1 \quad 0.86 \quad 0.86)$	$\mathbf{i}_{R,k-1}$

Tabelle 5.2: Bewertungs- und Reglermatrizen des Riccati-Entwurfes

Stabilisierungsfaktor κ_S	0.1
Abtastzeit T_S	$0.4 \cdot 10^{-3}$ sec
Differenzierender Anteil	
N	20000
T_g	0.889 sec
k_D	0.1
Verzugszeit im Rechner	
T_D	$100 \cdot 10^{-3}$ sec
Magnetlager-Leistungsverstärker-Modell	
T_t	$80 \cdot 10^{-3}$ sec
b_1	$5.4 \cdot 10^3$ A/V sec
b_0	$13.19 \cdot 10^6$ A/V sec ²
D	0.9437
ω_0	$4.79 \cdot 10^3$ rad/sec
k_i	107.8 N/A
k_s	$445.4 \cdot 10^3$ N/m
Rotordaten nach Anhang B.2. und B.3.	

Tabelle 5.3: Simulationsparameter

Nr.	Diskrete Pole des mit \mathbf{R}_S stabilisierten Systems	Diskrete Pole p_z des mit $\mathbf{R}_D, \mathbf{R}_P$ geregelten Systems
1,2	$0.9999 \pm j0.0011$	=
3,4	$0.9999 \pm j0.0045$	=
5,6	$0.9999 \pm j0.0102$	=
7,8	$0.9988 \pm j0.0486$	$0.8390 \pm j0.0156$
9,10	$0.9988 \pm j0.0494$	$0.9048 \pm j0.0043$
11,12	$0.9981 \pm j0.0622$	$0.9623 \pm j0.0030$
13,14	$0.9979 \pm j0.0664$	$0.9798 \pm j0.0012$
15,16	$0.9970 \pm j0.0783$	$0.9972 \pm j0.0639$
17,18	$0.9968 \pm j0.0777$	$0.9976 \pm j0.0666$
19,20	$0.9713 \pm j0.2384$	=
21,22	$0.7455 \pm j0.6765$	$0.6804 \pm j0.6370$
23,24	$0.7443 \pm j0.6778$	$0.6798 \pm j0.6384$

Tabelle 5.4: Stabiles System nach Tab. 5.1 und geregeltes System, $\eta = 0.79$

Nr.	Pole p_s des geregelten Systems	Natürliche Frequenz ω_n [rad/sec]	Dämpfungsfaktor ζ [-]
1,2	$-0.0006 \pm i0.0070$	2.8	0.0041
3,4	$-0.0006 \pm i0.0284$	11.3	0.0802
5,6	$-0.0003 \pm i0.0641$	25.5	0.0015
7,8	$-1.1029 \pm i0.1169$	440.9	0.9944
9,10	$-0.6291 \pm i0.0299$	250.4	0.9989
11,12	$-0.2416 \pm i0.0196$	96.4	0.9967
13,14	$-0.1283 \pm i0.0077$	51.1	0.9983
15,16	$-0.0047 \pm i0.4024$	160	0.0125
17,18	$-0.0011 \pm i0.4192$	166.7	0.0022
19,20	$-0.0008 \pm i1.5136$	601.7	0.0034
21,22	$-0.4426 \pm i4.7321$	1889.4	0.0931
23,24	$-0.4390 \pm i4.7418$	1893.1	0.0922

Tabelle 5.5: Kontinuierliche Pole, normiert mit $\omega_0 = 397.53$ 1/sec, $\eta = 0.79$

i	1	2	3	4
$\eta_{krit,i}$	0.1285	0.1901	0.6299	1.1091

Tabelle 5.6: Kritische Drehzahlen für $0 < \eta < 3.16$

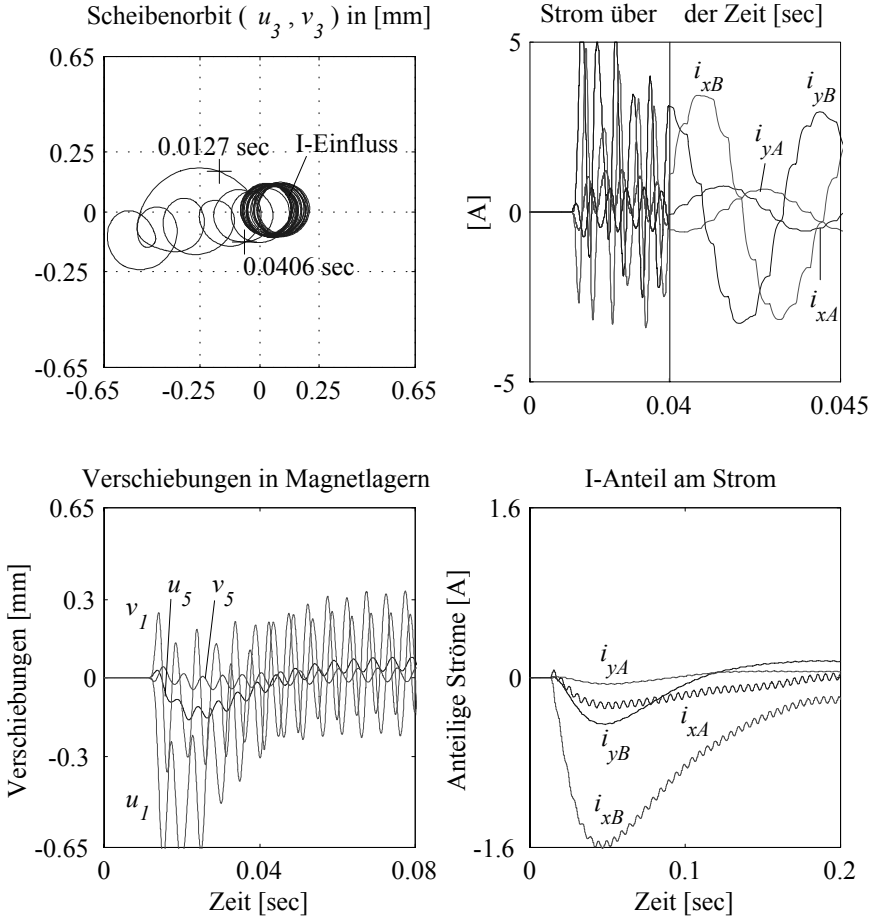


Bild 5.5: Unwuchtsimulation, $\eta = 3.16$, $\varepsilon_x = 0.07$ mm

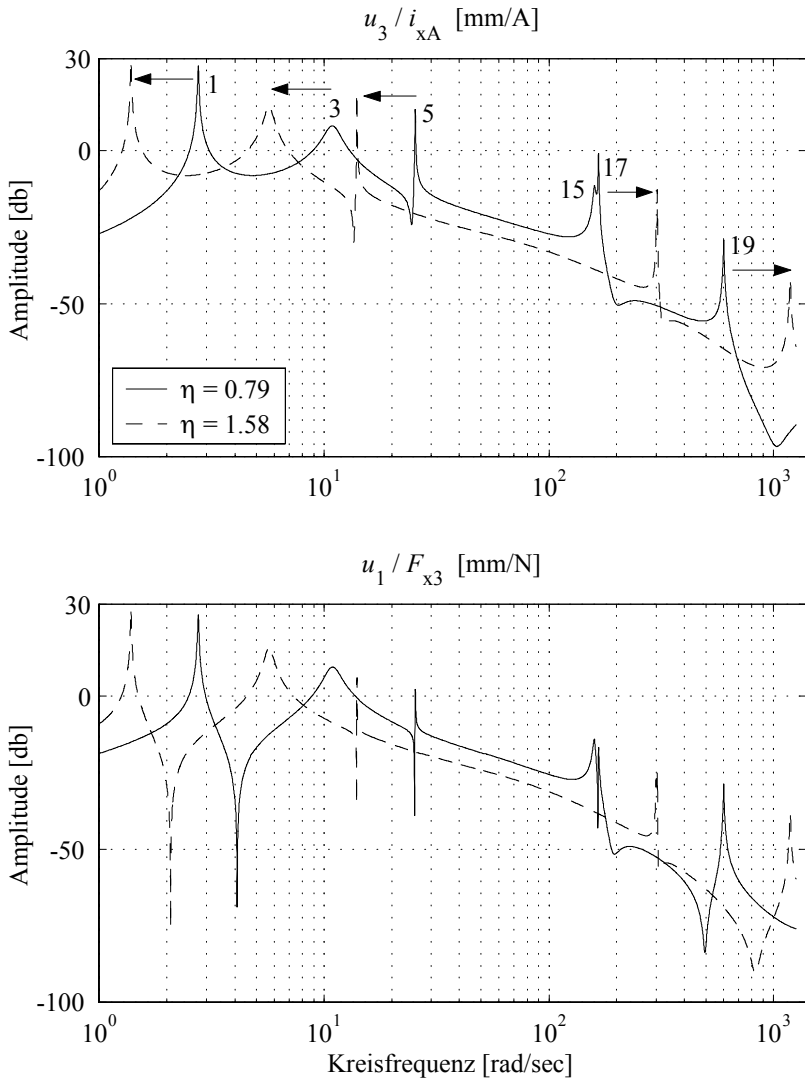


Bild 5.6: Frequenzgänge des geregelten Systems

6. Experimentelle Untersuchungen

Nachfolgend finden sich die Beschreibungen der implementierten Regelalgorithmen und deren Regelergebnisse sowie einige Betriebserfahrungen mit dem entwickelten Magnetlagersystem.

6.1. Drehzahlregelung

Die gewonnenen Betriebserfahrungen zeigten die Notwendigkeit der Verwendung einer Drehzahlregelung, um eine hohe Drehzahlgenauigkeit einhalten zu können sowie ein gewünschtes Führungsverhalten zu erhalten.

Wie bereits in Bild 4.1 angedeutet, beinhaltet das Magnetlagersystem einen Drehzahlregelkreis bestehend aus Motorsteuerung, Elektromotor, Versuchsrotor, selbstentwickelter Drehzahlmessung sowie diskretem Regler, der nochmals in Bild 6.1 gezeigt wird.

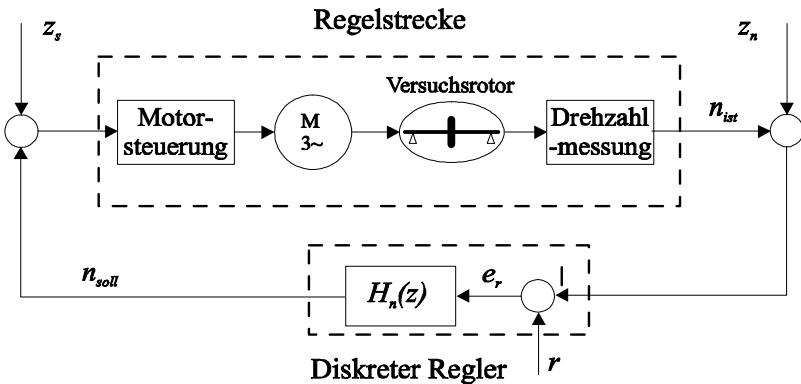


Bild 6.1: Drehzahlregelkreis

In ihm treten die Soll- und Ist Drehzahlen n_{soll} und n_{ist} , die Störgrößen z_s und z_n sowie der Referenzwert r auf. z_s bildet Störungen der Drehzahl

nach wie sie durch Momentenänderungen hervorgerufen werden und z_n sind Signalverfälschungen.

Als Regler wird eine Proportionalstruktur mit zwei Verzögerungsgliedern 1. Ordnung und einem Integralanteil nach der Trapezregel verwendet, dessen Stellwertanteil durch einen Programmalgorithmus begrenzt wird, so dass ein Hochlaufen verhindert wird. Der diskrete Regler kann somit durch

$$H_n(z) = \frac{\mathcal{Z}\{n_{soll}\}}{\mathcal{Z}\{e_r\}}, \quad e_r = r - n_{ist},$$

$$H_n(z) = K_p \left(\frac{z}{z - \exp(-a_1 T)} \frac{z}{z - \exp(-a_2 T)} + K_I \frac{T}{2} \frac{z+1}{z-1} \right)$$

mit

$$K_P = 0.0025, \quad K_I = 106 \text{ sec}^{-1}, \quad T = 0.38 \text{ sec},$$

$$a_1 = 0.136 \text{ sec}^{-1} \quad \text{und} \quad a_2 = 0.279 \text{ sec}^{-1}$$

beschrieben werden.

Der erste Summand im vorstehenden Klammerausdruck repräsentiert den verzögerten Proportionalanteil, der aufgrund des geringen Wertes für K_P nur bei sehr großen e_r wirksam wird. Der Integralanteil im zweiten Summanden überwiegt deutlich und erzielt die nachfolgenden vorteilhaften Regelergebnisse.

Bild 6.2 zeigt die gemessenen Sprungantworten der unregelmäßig und geregelten Strecke bei einem Referenzsprung. Durch den Regler wird die stationäre Drehzahl erst nach 4 sec gegenüber 1 sec im unregelmäßigten Fall erreicht, um die Winkelbeschleunigung des Rotors zu begrenzen, da sonst eine Gefährdung der elastischen Kupplung zwischen Motor und Rotor besteht.

Bild 6.3 zeigt, wie der Regler einen Störsprung z_n wegen des I-Anteils ohne bleibende Regelabweichung ausregelt.

Aus dem Störfrequenzgang $G_z = n_{ist} / z_n$ in Bild 6.4 ist die starke Dämpfung durch den Regler ersichtlich, für den nur bis 1.0 Hz ein Frequenzgang gemessen werden konnte, der dort bereits einen Abfall von -30 db im Amplitudengang zeigt.

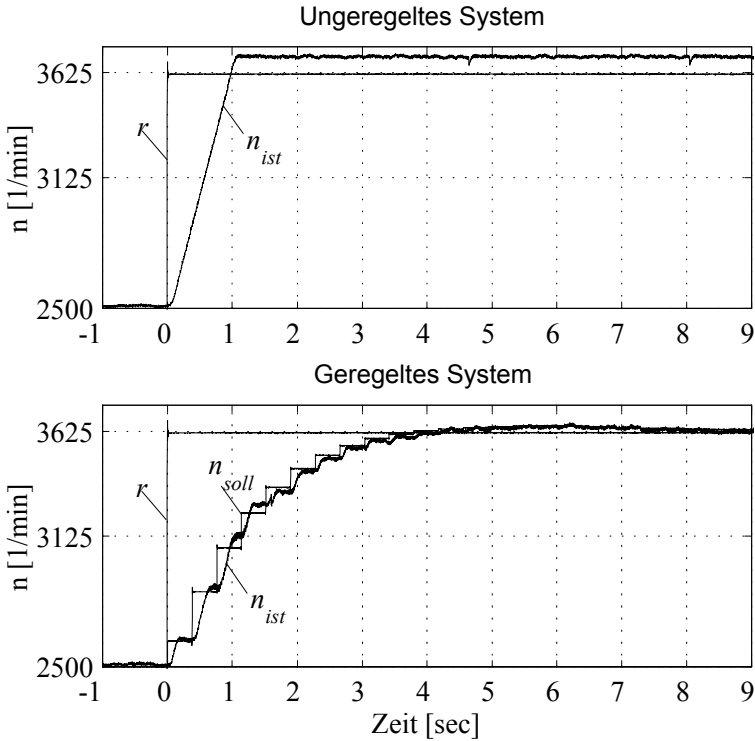


Bild 6.2: Sprungantworten

Bild 6.5 zeigt den Frequenzgang $G_s = n_{ist} / z_s$ des unregulierten Systems bei zwei Drehzahlen sowie den des geregelten Systems bei einer dieser Drehzahlen. Die Regelstrecke wurde hierzu durch $z_s = \hat{z}_s e^{j\omega t}$ einer harmonischen Drehmomenterregung ausgesetzt, die zu einem harmonischen Anteil $\hat{n}_{ist} e^{j\omega t + \varphi}$ in der Istdrehzahl mit der Phase φ führt. Der grundsätzliche Abfall der Amplitude Mag beim unregulierten System mit zunehmender Frequenz f in $\omega = 2\pi f$ folgt mit $J_{p,ges}$ als Gesamtträgheitsmoment aller rotierenden Komponenten aus dem Momentsatz zu

$$\left| \frac{\hat{n}_{ist}}{\hat{M}} \right| = \frac{1}{(2\pi)^2 J_{p,ges} f}$$

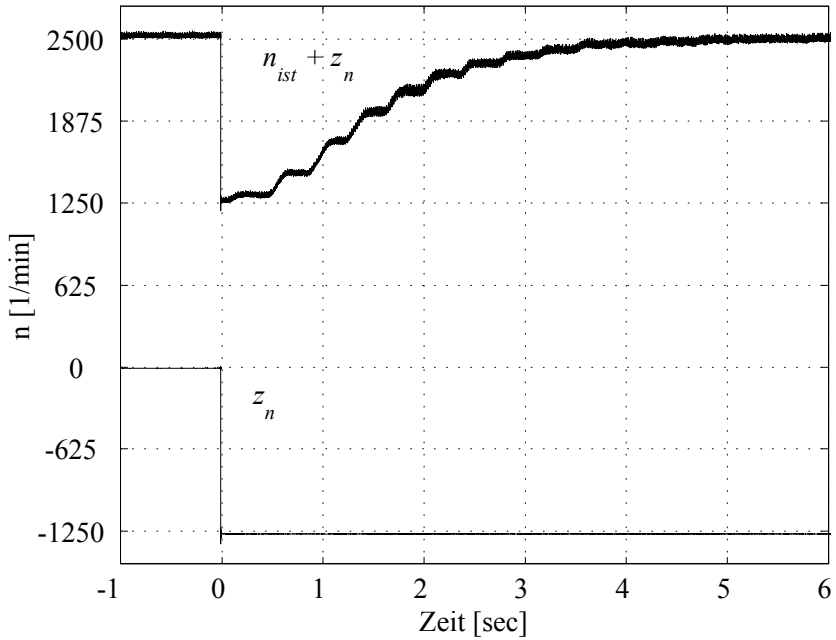


Bild 6.3: Ausgeregelter Störsprung

Normiert man f auf 1 Hz und $J_{p,ges}$ auf 1 kgm^2 folgt daraus die im Bild gewählte Skalierung in Dezibel

$$\text{Mag} = \left| \frac{\hat{n}_{ist}}{\hat{M}} \right|_{db} = -20 \left(\lg \left((2\pi)^2 \frac{J_{p,ges}}{1 \text{ kgm}^2} \right) + \lg \frac{f}{1 \text{ Hz}} \right).$$

Bei der höheren Drehzahl von 4837 min^{-1} wirkt die Eigenschaft der Motorsteuerung dem Amplitudenabfall entgegen, während der Regler den Abfall erwartungsgemäß verstärkt. Wie der Phasenverlauf zeigt, bewirkt der Regler nur bei Frequenzen unterhalb von 3 Hz eine zusätzliche Verzögerung.

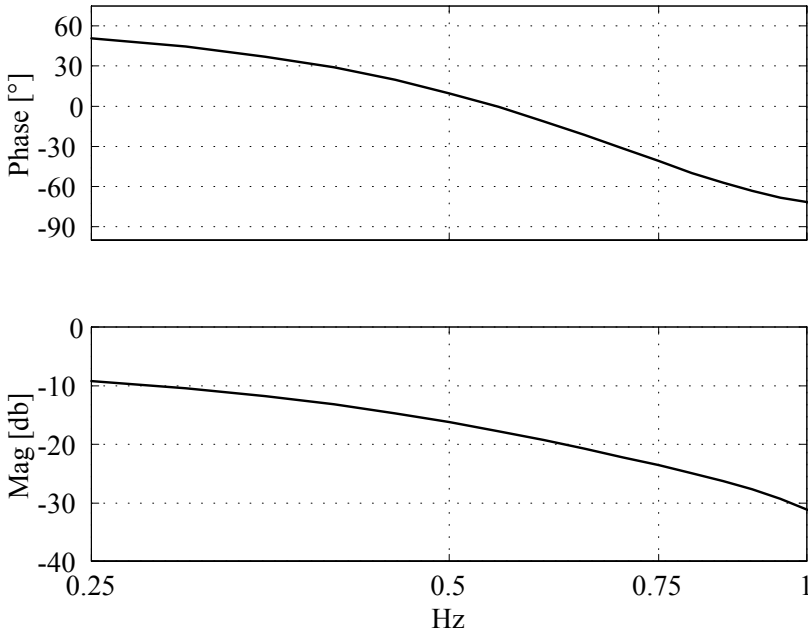


Bild 6.4: Störfrequenzgang $G_z = n_{ist}/z_n$

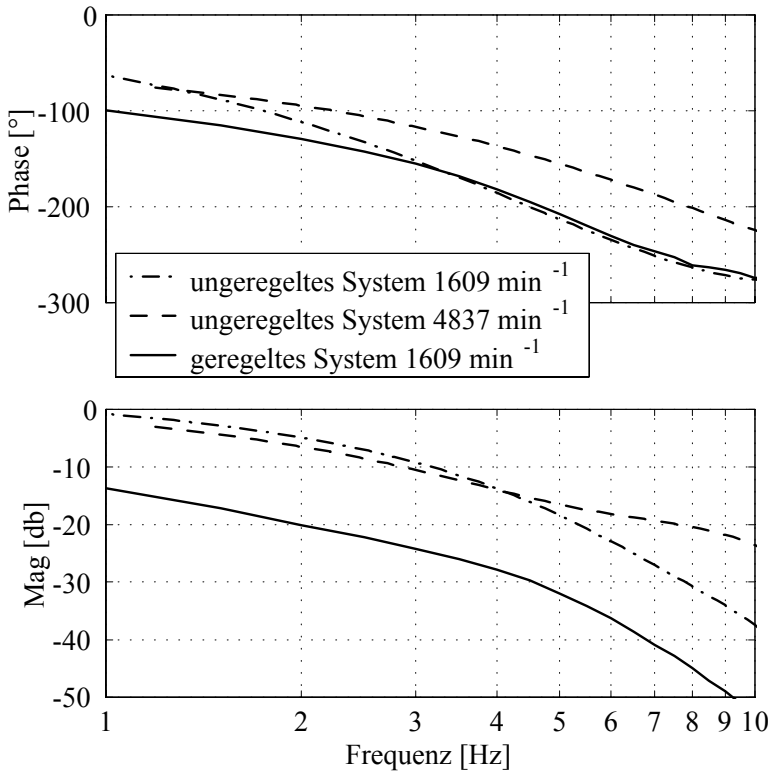
6.2. Drehzahlabhängiger Lageregler

Für die magnetische Lageregelung wird die aus Abschnitt 5.2.2 stammende und um den Faktor k_P erweiterte diskrete matrizielle Übertragungsfunktion

$$\hat{\mathbf{i}}_R = -(\mathbf{R}_D \mathbf{H}_D + k_P \mathbf{R}_P + \mathbf{R}_I \mathbf{H}_I + \mathbf{R}_{d1}) \hat{\mathbf{y}} \quad (6.1)$$

verwendet.

Die konstanten Matrizen \mathbf{R}_D , \mathbf{R}_P , \mathbf{R}_I , \mathbf{R}_{d1} sind in Tabelle 5.2 auf Seite 129 definiert und die differenzierenden und integrierenden Anteile \mathbf{H}_D sowie \mathbf{H}_I folgen aus den Gleichungen (5.19) und (5.21) von Seite 123. In letzteren treten neben der konstanten Abtastperiode T_S die Parameter N und T_g auf.

Bild 6.5: Stellfrequenzgang $G_s = n_{ist}/z_s$

Die Übertragungsfunktion (6.1) wird auf dem in Abschnitt 4.1.2 beschriebenen Prozessrechner in den beiden Prozessen *controller*, vergleiche Bild 4.2, implementiert, so dass durch die Prozesse *update1* und *update2* die Parameter k_P , N und T_g in Echtzeit verändert wurden. Dabei reagierte der Regelkreis auf Veränderungen von N wesentlich unempfindlicher im Vergleich zu T_g , so dass mit T_g eine genauere Beeinflussung des Regelverhaltens möglich ist und N deshalb als konstant angenommen wurde. Durch zeiteffiziente Programmierung konnte eine Abtastzeit von $T_S = 100\mu\text{sec}$ erreicht werden, während die Simulationen nach Kapitel 5.2.2 mit $400\mu\text{sec}$ durchgeführt wurden, wodurch eine Instabilität durch zu große Abtastzeit

ten sicher vermieden werden kann.

In Kapitel 5.2.3 wurden vier kritische Drehzahlen nach Tabelle 5.6 bestimmt, mit der Feststellung geringfügig veränderter 1. und 2. sowie geänderter 3. und 4. kritischer Drehzahl durch den Regler gegenüber der einfachen, den Verschiebungen proportionaler Federlagerung nach Abschnitt 3.2, Tabelle 3.5. Durch die Adaption der Reglerparameter in Echtzeit können demnach die 3. und 4. kritische Drehzahl in Abhängigkeit der Istdrehzahl verschoben werden, während dies für die 1. und 2. kritische Drehzahl nicht möglich ist. Da die beiden ersten kritischen Drehzahlen jedoch bereits bei geringen Drehzahlen auftreten, ist die sie verursachende Unwucherregung klein, so dass eine Bedämpfung durch den Regler besonders erfolgreich ist ohne die Leistungsgrenzen der Stelleinrichtungen zu überschreiten. Aufgrund dieser Überlegungen werden nachfolgend Regeln unter Berücksichtigung der Leistungsfähigkeit des Magnetlagersystems aufgestellt, mit denen sich erfolgreiche Regelergebnisse einstellen.

Mit zunehmender Drehzahl soll eine

- hohe Steifigkeit und ausreichend hohe Dämpfung bis zur Annäherung an den dritten kritischen Drehzahlbereich,
- möglichst geringe Steifigkeit verbunden mit einer Dämpfungsabsenkung innerhalb dieses 3. kritischen Bereiches,
- mittlere Steifigkeit und Dämpfung zwischen den verschiebbaren kritischen Drehzahlbereichen,
- wiederum möglichst geringe Steifigkeit und Dämpfungsabsenkung innerhalb des vierten kritischen Drehzahlbereiches und
- steigende Steifigkeit bei mittlerer Dämpfung bis zur maximalen Drehzahl

gewählt werden.

Die vorstehenden Regeln sind aus experimentellen Erfahrungen mit dem Versuchssystem entstanden, die zu der in Bild 6.6 gezeigten Parameteranpassung (Scheduling) von k_P und T_g in Abhängigkeit der Istdrehzahl des Versuchsrotors führen, wobei N aus vorstehend genannten Gründen konstant gewählt wurde. Der gezeigte Kurvenverlauf ergibt sich aus einer Anpassung an experimentell ermittelte Daten. Die Variation von T_g bedeutet

nach (5.19) insbesondere eine direkte Polverschiebung innerhalb von \mathbf{H}_D . Dadurch lassen sich die dynamischen Eigenschaften des hier vorliegenden nichtlinearen Systems besser beeinflussen als ein reines Gain Scheduling, was durch die Variation von \mathbf{R}_D entstehen würde. 100 % der Ordinate wird durch die Leistungsgrenze der Verstärker bestimmt und die wieder mit $\omega_0 = 397.53 \text{ rad/sec}$ normierte Drehkreisfrequenz $\eta = 3.16$ entspricht 12000 min^{-1} . Die Graphen sind wie nachfolgend aufgeführt analytisch beschreibbar und lassen deshalb eine günstige programmtechnische Implementierung zu.

$$k_P = \sum_{i=0}^5 p_i \eta^i - a_1 \exp\left(-b_1 (\eta - \eta_3)^2\right) - a_2 \exp\left(-b_2 (\eta - \eta_4)^2\right)$$

p_0	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5
1.00	-1.01	1.30	-0.78	0.21	-0.02

η_3	η_4	a_1	b_1	a_2	b_2
0.44	1.98	0.39	65	0.34	65

$$T_g = a_3 - a_4 \exp\left(-b_4 (\eta - \eta_3)^2\right) - a_5 \exp\left(-b_5 (\eta - \eta_4)^2\right)$$

a_3	a_4	b_4	a_5	b_5
0.80	0.25	150	0.25	150

Algorithmenimplementierung

Die Implementierung der beschriebenen Algorithmen erfolgt auf dem in Kapitel 4.1.2 beschriebenen Prozeßrechner mit den in Bild 4.2 abgebildeten Anwenderprozessen. Hierzu wird der Regler nach (6.1) in den beiden Prozessen controller (Prozessoren master1 und master2) abgebildet, während die Anpassung von k_P und T_g in den Prozessen update1 und update2 erfolgt. In jedem der beiden controller Prozesse erfolgt die Berechnung von zwei Stellstromsignalen für jeweils ein Magnetlager entsprechend dem Regelgesetz, wozu ein Datenaustausch von Wegsignalen erforderlich ist, der über die vorhandenen Links und Channels erfolgt. Die Prozesse update1 und update2 erhalten beide die gemessene Drehzahl und berechnen unabhängig voneinander die Parameter k_P und T_g , die dann den jeweiligen controller Prozessen übergeben werden. Durch die Verwendung der zwei Prozessoren master1 und master2 ist eine um etwa 20 % schnellere Regelung gegenüber der Verwendung nur eines der Prozessoren möglich, wie

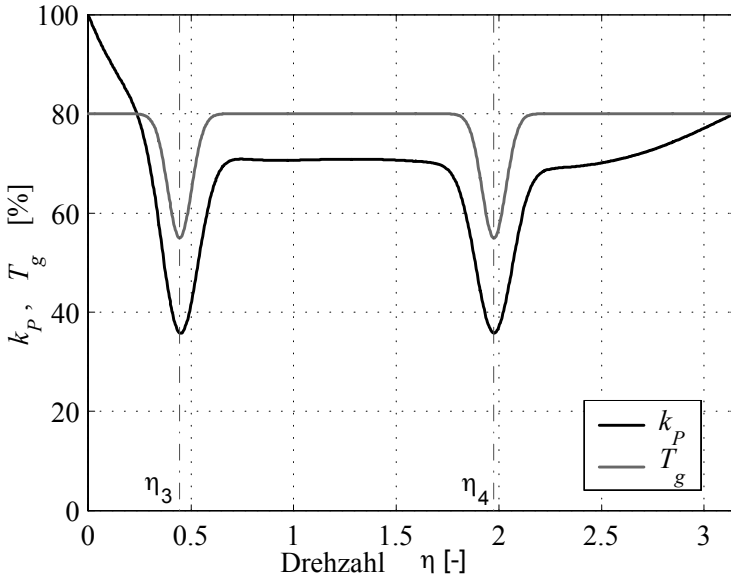
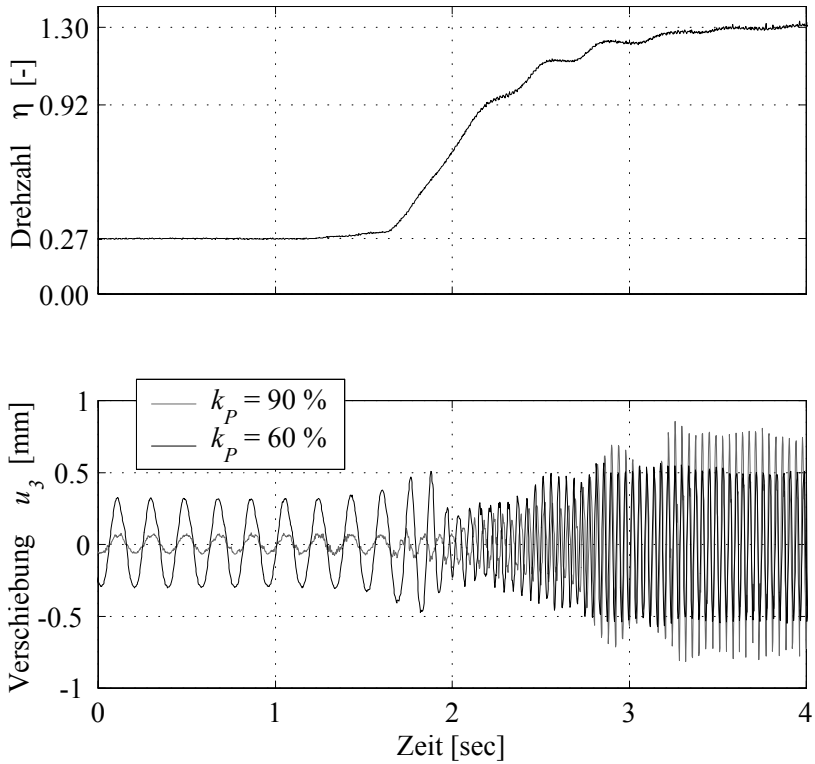


Bild 6.6: Adaptive Parameteränderung

sich aus einem Vergleich ergab. Eine theoretisch zu erwartende Halbierung der Zykluszeit des Rechners wird durch die notwendige Kommunikation zwischen den Prozessen zur Parallelisierung praktisch nicht erreicht.

Beschreibung des Rotorverhaltens unterhalb η_3

Durch die bei geringen Drehzahlen hoch gewählte Steifigkeit k_P wird die dritte kritische Drehzahl $\eta_{krit,3}$ zunächst angehoben, wodurch ein größerer unkritischer Drehzahlbereich entsteht, denn durch die hohe Dämpfung wird die erste und zweite kritische Drehzahl eliminiert. Zur Verdeutlichung zeigt Bild 6.7 die Verschiebungen der Scheibe u_3 beim Hochlauf des Rotors mit zwei unterschiedlichen Steifigkeiten. Während bei geringer Drehzahl die höhere Steifigkeit deutlich geringere Verschiebungen bewirkt, insbesondere bei Beginn der Beschleunigungsphase, ist bei Annäherung an η_3 ein kleineres k_P vorteilhafter.

Bild 6.7: Rotorhochlauf mit $T_g = 70\%$

Beschreibung des Rotorverhaltens im Bereich η_3

Bei weiter steigenden Drehzahlen wird die dritte kritische Drehzahl $\eta_{krit,3}$ infolge Steifigkeitsreduzierung abgesenkt, so dass diese unterhalb der Ist-drehzahl zu liegen kommt. Gleichzeitig wird die Dämpfung durch ein geringeres T_g kleiner, was im überkritischen Bereich eine zusätzliche Beruhigung des Rotors bewirkt. Der hiermit erreichte Effekt wird am Orbit der Scheibe, die eine Unwucht von $m \varepsilon_x = 464 \text{ gmm}$ trägt, in Bild 6.8 gezeigt, wobei bei η_3 eine manuelle Umschaltung von 90 % auf 37 % für k_P und gleichzeitig für T_g von 80 % auf 58 % erfolgte. Innerhalb von 2 sec verringert sich dann

der Orbit entgegen der Unwuchtkraft von 14.5 N von ca. 0.7 mm auf 0.03 mm mit unregelmäßigem Bahnverlauf wegen der sprunghaften Parameterumschaltung. Die nicht exakt kreisförmigen stationären Orbits weisen auf Unsymmetrien der Magnetlager und Kalibrierungen der Leistungsverstärker hin. Im Bild 6.8 ist auch die durch die Steifigkeitsabsenkung erreichte Richtungsumkehr der Orbitbewegung gut zu erkennen, die ein Zeichen für die Überschreitung der kritischen Drehzahl ist.

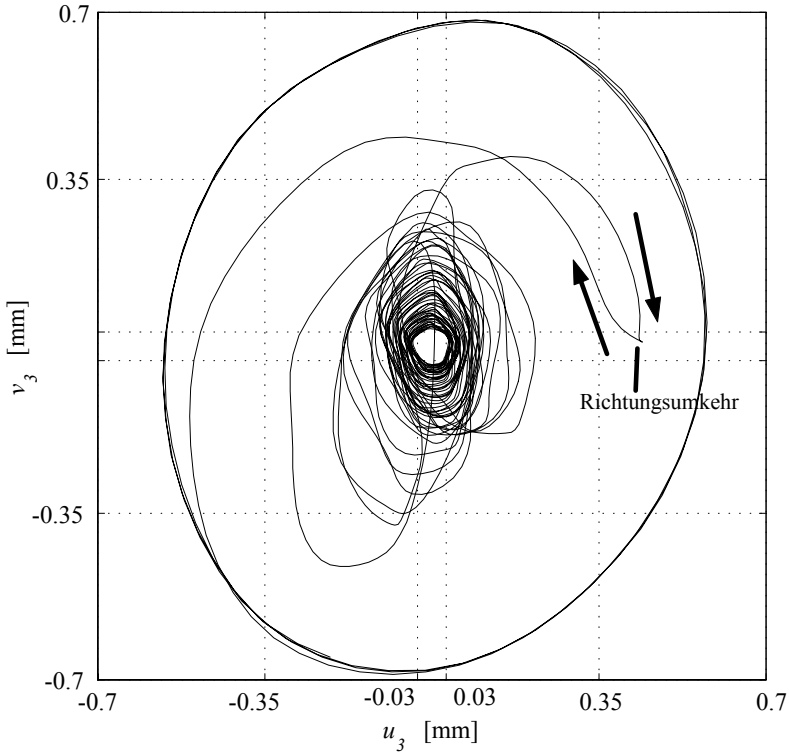


Bild 6.8: Scheibenorbit bei Parametersprung

Die erzielbaren Steifigkeits- und Dämpfungswerte sind durch die Fähigkeit der Leistungsverstärker begrenzt, die Stellsignale in Stellströme zu wandeln. So tritt bei Absenkung von k_P unterhalb von 35 % eine Starrkörper-

	u_1	u_3	u_5
$\eta_3 = \mathbf{0.44}$	90 %	99.9 %	96 %
$\eta_4 = \mathbf{1.98}$	-	67.0 %	49 %

Tabelle 6.1: Reduzierung der Autospektren durch Adaption

schwingung des Rotors auf, die eine Folge der Sensitivität der Leistungsverstärker ist. Bei kleinen Rotorauslenkungen liegt das Stellsignal des Reglers unterhalb der Ansprechschwelle der Leistungsverstärker, wodurch der Rotor kurzzeitig unregelt bleibt um dann wieder vom ansteigenden Reglersignal aufgefangen zu werden, bis die Ansprechschwelle wieder unterschritten wird. Dieses Schwingungsphänomen ist drehzahlunabhängig und kann deshalb auch im Stillstand provoziert werden.

Beschreibung des Rotorverhaltens von η_3 bis einschließlich η_4

Die Wirkung der Adaption bei den Drehzahlen $\eta_3 = 0.44$ und $\eta_4 = 1.98$ auf den gesamten Rotor zeigt Bild 6.9 durch Vergleich der Autospektren der Verschiebungen der Magnetlagerrotoren u_1 , u_5 und der Scheibe u_3 bei zwei verschiedenen Reglereinstellungen. Für η_3 wurde eine logarithmische Ordinatenskala gewählt, da sonst die besonders erfolgreiche Adaption von der nominellen Einstellung $k_P = 90\%$, $T_g = 80\%$ auf $k_P = 37\%$, $T_g = 58\%$ nicht zu verdeutlichen wäre. Wie aus Tabelle 6.1 ersichtlich, wird das Ziel der Beruhigung der Scheibe mit der Absenkung des Spektrumsmaximum um 99.9 % besonders gut erreicht. Die Spektren lassen auch einen Vergleich mit den berechneten Eigenformen nach Bild 3.15 zu, so dass sich mit der nominellen Einstellung die 8. Eigenform, charakterisiert durch die deutlich geringere Verschiebung von M_5 , erkennen lässt. Durch die Adaption tritt die 4. Eigenform mit der größeren Verschiebung M_1 hervor.

Bei Annäherung an die Drehzahl η_4 erfolgt abermals ein Absenken auf ein Minimum der Steifigkeit, allerdings ist der damit erreichte Effekt geringer als bei η_3 . Ursächlich ist die gyroscopische Versteifung des Rotors mit steigender Drehzahl, die sich in der Zunahme der Eigenfrequenzen zeigt. Einerseits ergibt sich damit eine bessere Steuerbarkeit, wie die Singulärwertanalyse in Kapitel 3.3.1 zeigt, andererseits ist nun die mögliche Parameteränderung zu gering um die gleiche Wirkung wie bei der Drehzahl η_3 zu erzielen. Dennoch gelingt eine Verringerung der Spektren um bis zu 67 % wie Tabelle 6.1 zeigt. Besonders deutlich wurde auch während der

Messungen die starke Verschiebung u_5 im Magnetlager A, während sich der Rotor mit der Verschiebung u_1 im Magnetlager B fast vollständig beruhigte. Anhand der gemessenen Autospektren lässt sich dann auch die 10. Eigenform nach Bild 3.15 eindeutig identifizieren.

Zwischen den Drehzahlen η_3 und η_4 erweist sich eine höhere Dämpfung und Steifigkeit im Vergleich zur Absenkung bei diesen als günstiger Kompromiß.

Beschreibung des Rotorverhaltens oberhalb η_4

Oberhalb η_4 bewirkt eine Parameteränderung nur noch eine geringere Veränderung des Rotorverhaltens, denn geringe Steifigkeiten sind durch die vorstehend bereits erwähnte Ansprechschwelle begrenzt und zu große Parameter führen zum Ansprechen der in Kapitel 4.2.2 beschriebenen Grenzen des Leistungsverstärkerverhaltens. Dennoch bewirkt eine Zunahme von T_g noch Verbesserungen.

Schaufelverlust

Zur weiteren Reglerverifikation wurde das Auftreten einer plötzlichen Unwucht, etwa ein Schaufelverlust bei Turbomaschinen, experimentell überprüft, indem zwei knetbare Wuchtmassen am Rotor angebracht wurden. Eine der beiden Wuchtmassen wurde mit einer Sollbruchstelle versehen, so dass sich diese bei einer Drehzahl $\eta = 1$ von der Scheibe löste und damit ein Unwuchtzustand $m \varepsilon_x = 396.9 \text{ gmm}$ mit $\varepsilon_x = .07 \text{ mm}$ wie in der Simulation nach Bild 5.5 entstand.

Zum Vergleich der Simulation mit den Meßdaten nach Bild 6.10 muss zunächst beachtet werden, dass durch die gewählte Regleradaption eine weichere Reglereinstellung erreicht wird, die für den Sonderfall des Schaufelverlustes ungünstiger ist, jedoch beibehalten wurde. Der Scheibenorbit zeigt den in der Simulation vorausgesagten schleifenförmigen Verlauf, während ein Spitzenstrom von fast 6.5 A gemessen wurde, der nur kurzzeitig von den Leistungsverstärkern geliefert werden kann. Im stationären Bereich liegt der Maximalstrom wegen der geringeren Unwuchtkraft von 62.7N unterhalb des simulierten Stromes. Die Verschiebungen der Magnetlagerrotoren sind dann auch deutlich geringer als in der Simulation, wobei der von der Unwuchtstelle am weitesten entfernte Magnetlagerrotor mit seinen

Verschiebungen u_5 und v_5 im Vergleich zur Simulation keine deutliche transiente Auslenkung zeigt. Der stationäre Zustand wird wegen der geringeren Drehzahl später als in der Simulation erreicht.

Gesamtbetrachtung

Die Wirksamkeit der kombinierten Drehzahl- und adaptiven Lageregelung mit einer Scheibenunwucht von 464 *gmm* bei den Betriebsdrehzahlen $\eta = 0.09, 0.45, 1.05, 1.64, 2.24, 2.90$ (325, 1690, 4000, 6225, 8500, 11025 min^{-1}) wird in Bild 6.11 gezeigt, wozu die Spektren über der mit 397.53 rad/sec normierten Frequenz aufgetragen wurden.

Besonders erfolgreich ist der Regler bei der Beruhigung der Scheibe, wie die Autospektren u_3 bei verschiedenen Drehzahlen zeigen, wobei hier ausdrücklich auf die unterschiedliche Größenordnung der Ordinatenachse hingewiesen werden muss. Bei und zwischen den Resonanzbereichen $\eta = 0.45$ und 1.64 nehmen die Spektren etwa gleiche Werte an.

Oberhalb der beiden Resonanzbereiche beruhigt sich die Scheibe erwartungsgemäß deutlich, jedoch nimmt das Spektrum mit wachsender Drehzahl zu.

Der der Scheibe benachbarte Rotor mit seiner Verschiebung u_1 verhält sich ähnlich wie die Scheibe, hat jedoch oberhalb von $\eta = 1.64$ deutlich größere Auslenkungen, was auf die sich ausbildende Eigenform bei diesen hohen Drehzahlen hinweist.

Für den Magnetlagerrotor mit der Verschiebung u_5 ergeben sich mit der Ausnahme der Ausbildung der 10. Eigenform bei $\eta = 1.64$, die sich wie bereits vorstehend erläutert nur mäßig bekämpfen lässt, durchweg niedrigere Autospektren. Offensichtlich bildet sich bei hohen Drehzahlen eine Eigenform aus, die zur Beruhigung von u_5 und wachsenden Verschiebungen von u_1 führt.

6.3. Ergebnisse und Anwendungen

Die vorstehenden Abschnitte zeigen die Praktikabilität einer Regelung auf, die sich an die mit der Drehzahl verändernde Regelstrecke elastischer Rotor adaptiert. Nach Bestimmung der kritischen Drehzahlbereiche aus Experiment oder Berechnung kann der gezeigte Adaptionsalgorithmus auf jeder

ausreichend leistungsfähigen Hardware implementiert werden. Technologische Grenzen für dieses Vorgehen folgen aus der Leistungselektronik, über die die Parameteränderungen realisiert werden müssen, was vor allem bei Höherkritischen schwieriger sein wird.

Erweiterungen des vorgeschlagenen Ansatzes können in einem Ersatz der Drehzahlmessung durch die Auswertung der in den Verschiebungssignalen vorhandenen Drehzahlinformation liegen. Hierzu wäre eine Frequenzanalyse in Echtzeit denkbar oder der Einsatz eines Beobachters.

Abschließend sollen noch zwei Nebenergebnisse der experimentellen Untersuchungen genannt werden.

Kabelbruch

So zeigte sich als Folge eines Signalkabelbruches, dass ein stabiler Rotorlauf auch nur mit drei anstatt vier Leistungsverstärkern möglich ist. Durch den Defekt entfällt die Kraftwirkung der betroffenen Magnetlagerspule, so dass mit den noch verbleibenden drei, nun am Umfang ungleichmäßig verteilten Magnetkräften auch eine leidlich stabile Rotorlagerung erzielt werden kann. Demnach ist der Bau eines Magnetlagers mit drei gleichmäßig verteilten Spulen am Umfang in Verbindung mit einer softwaretechnischen Kompensation der dann nicht mehr linearen Magnetkräfte denkbar und aus Kostengründen auch sinnvoll.

Netzausfall

Weiterhin folgte aus einem plötzlichen Ausfall der Leistungsstromversorgung bei Betrieb des Magnetlagerversuchssystem mit hoher Drehzahl keineswegs ein unkontrollierter Absturz des Rotors. Vielmehr baute sich die im Netzteil der Leistungsverstärker gespeicherte Energie so langsam ab, dass ein relativ sanftes Absetzen des Rotors in die Fanglager bei bereits deutlich reduzierter Drehzahl erfolgte.

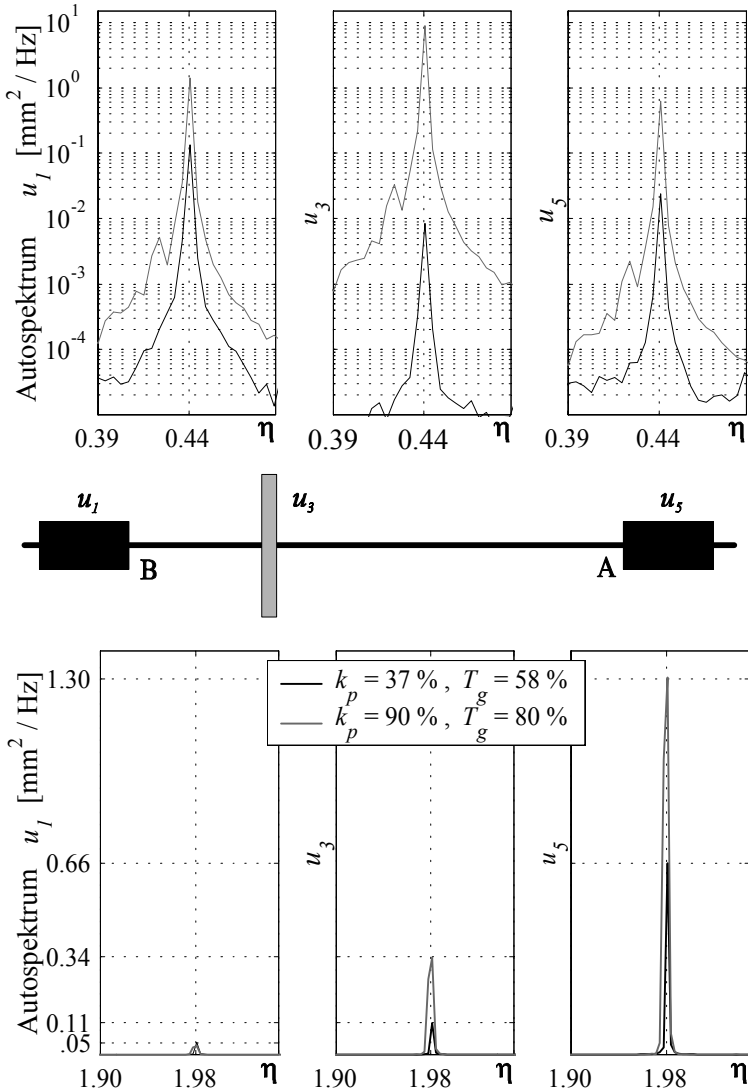


Bild 6.9: Parameteradaption bei $\eta_3 = 0.44$ und $\eta_4 = 1.98$

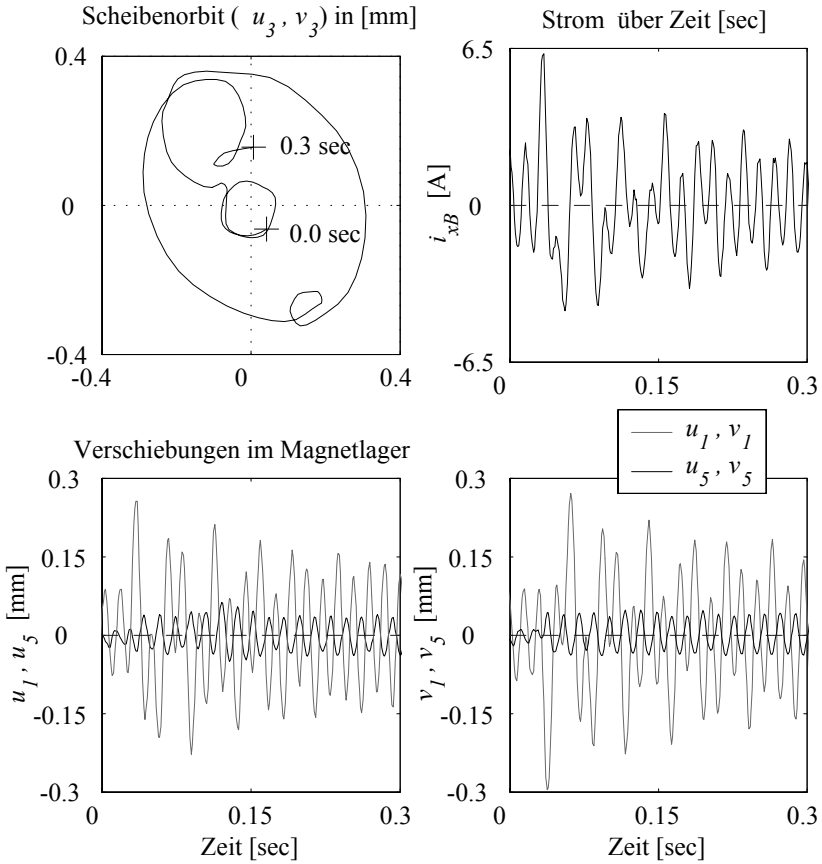


Bild 6.10: Schaufelverlust bei $\eta = 1.0$ mit $\varepsilon_x = 0.07mm$

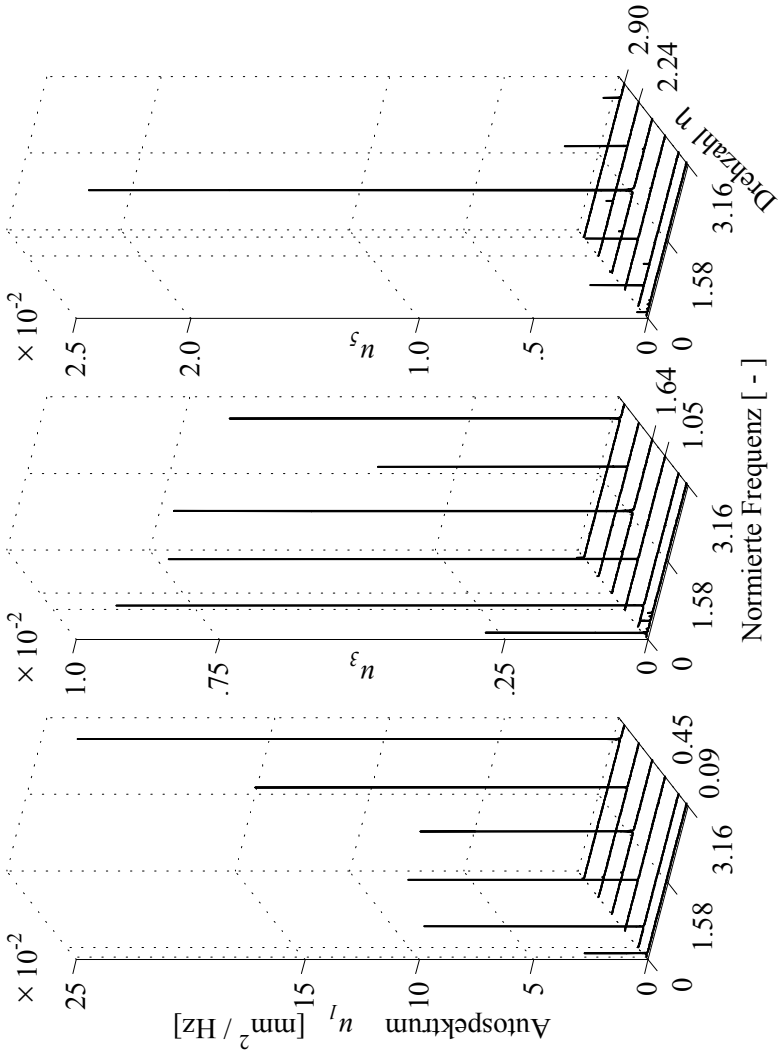


Bild 6.11: Spektren über Betriebsdrehzahlbereich

7. Zusammenfassung und Entwicklungsmöglichkeiten

In den vorstehenden Abschnitten wurden verschiedene Aspekte elektromagnetischer Lager betrachtet, die in ihrer Kombination ein Mechatronikprodukt definieren.

Nach einer vorwiegend regelungstechnischen Zielsetzung in der Einleitung wurde im zweiten Kapitel die Magnetlagertechnik für Rotoren unter technologischen und ökonomischen Gesichtspunkten betrachtet und die wesentlichen Systemkomponenten heutiger Magnetlager vorgestellt. Im dritten Kapitel wurden grundlegende Untersuchungen in den drei die Magnetlagertechnik tragenden Fachdisziplinen Elektromagnetismus, Rotordynamik und Regelungstechnik durchgeführt, die auch die Begrenzung der regelungstechnischen Möglichkeiten aufzeigten. Das anschließende vierte Kapitel beschreibt das in dieser Arbeit entstandene Magnetlagerversuchssystem mit besonderer Würdigung des implementierten Parallelrechnerkonzeptes. Schließlich befindet sich im fünften Kapitel die für die Funktion von Magnetlagern wesentliche Reglersynthese, dem ein Simulationsmodell zu Grunde liegt. Das sechste Kapitel zeigt Meßergebnisse mit dem im Versuchssystem implementierten Regler.

Aus der gewonnenen Bauerfahrung lässt sich als Quintessenz die Notwendigkeit einer fachübergreifenden Kenntnis aus mechanischer Konstruktion, Strukturmechanik, Leistungselektronik mit Elektromagnetismus sowie technischer Informatik mit Regelungstheorie entnehmen. Diese Notwendigkeit folgt aus dem Zusammenspiel der verschiedenen Systemkomponenten und den damit erforderlichen mannigfaltigen Problemlösungen bei der Systementwicklung und insbesondere während des Betriebes. So können auftretende Schwingungen rotordynamisch bedingt sein, von Instabilitäten des entworfenen Reglerprogrammes herrühren oder durch Defekte sowie fehlerhafte Einstellungen an Leistungsverstärkern bzw. anderen Komponenten verursacht werden.

Für heutige Magnetlagersysteme werden neben dem eigentlichen Magnetlager vorwiegend Komponenten aus der elektrischen Antriebstechnik, all-

gemeiner Sensorik und Signalverarbeitungshardware verwendet, da diese relativ kostengünstig zu erhalten sind. Daraus kann jedoch für die Belange der magnetischen Lageregelung kein optimales System entstehen, so dass eine wesentliche Aufgabe in der Weiterentwicklung spezifischer Komponenten und deren Integration besteht. Erste Beispiele für spezifische Komponenten finden sich bei (Wassermann and Springer, 1994), verbessertes Leistungsverstärkerkonzept, und (Markert; Skricka, 2000), Komponentenintegration. Weitere Verbesserungen wären in der direkten Ansteuerung des Leistungsverstärkers aus dem Reglerprogramm möglich, beispielsweise durch Veränderung der Pulsbreite des pulsbreitenmodulierten Leistungsverstärkers (PWM) und nicht wie bisher über den Umweg eines analogen Stellsignals.

Von weiterer Bedeutung ist auch die Entwicklung spezifischer Wegsensoren, wobei die erfolgreiche Entwicklung sogenannter sensorloser Lager weiter verfolgt werden sollte (siehe hierzu auch Kapitel 2.2).

Alle diese elektronischen Komponenten können weitgehend integriert werden, so dass ein solches Magnetlager nach dem Anschluss an elektrische Hilfsenergie betriebsfähig ist und nur wenig mehr Bauraum als das Magnetlagergehäuse benötigt.

Nicht unerwähnt bleiben soll, dass der Stand der Magnetlagertechnik auf der Anwendung der magnetischen Reluktanzkraft, wie sie in Kapitel 3.1 beschrieben wurde, beruht, damit jedoch die Kraftwirkung elektromagnetischer Felder nicht erschöpft ist. Vielmehr lassen sich aus der allgemeinen elektromagnetischen Kraftbeziehung

$$\mathbf{F} = Q (\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

mit der Geschwindigkeit \mathbf{v} der elektrischen Ladung Q und der magnetischen Induktion \mathbf{B} eine Reihe anderer Wirkungen erzielen, für die im Kapitel 2.1.1 ein Beispiel genannt wurde. In diesem Zusammenhang sollen auch nochmals die in Kapitel 2.1.3 bereits genannten Hybridlager erwähnt werden, da der Einsatz von Permanentmagneten, wie jetzt schon im Elektromaschinenbau, aufgrund seiner ökonomischen Vorteile absehbar ist. Durch Permanentmagnete lässt sich ein magnetisches Grundfeld erzeugen, so dass der Elektromagnetismus nur noch ein deutlich schwächeres Feld erzeugen muss, was kleinere leistungselektronische Komponenten und auch geringeren Energiebedarf bedeutet. Damit zeigen sich auch die ökonomischen

Vorteile von Hybridlagern, die, wie Kapitel 2.3 zeigt, letztendlich Voraussetzung für die Einführung einer neuen Technologie sind.

Neben den eigentlichen Lageraufgaben bietet sich der Einsatz von aktiven Magnetlagern als Aktuator zur Lösung spezieller rotordynamische Probleme an, wofür Instabilitäten durch zirkulatorische Kräfte mit der Folge einer schiefsymmetrischen Steifigkeitsmatrix (Spalterregung) ein interessantes Beispiel sind. Mit Hilfe von Magnetlagern wird es möglich sein, solchen Instabilitäten zu begegnen, da mit den Magnetlagern die Schiefsymmetrie beeinflusst werden kann, wie aus Kapitel 3.2 ersichtlich. Erste Ansätze hierzu finden sich bei (Knopf; Nordmann, 1998).

Auch aus dem Gebiet der Regelungstheorie lassen sich vielversprechende Ansätze finden, wobei abschließend das Verfahren der Gütevektroptimierung nach (Roppenecker, 1990) erwähnt werden soll. Ausgangspunkt dieses Verfahrens ist die Reglermatrix \mathbf{R} einer vollständigen Zustandsrückführung, wie sie im Kapitel 5.2 durch einen Riccati-Ansatz bestimmt wurde. Es gelingt nun, die Reglermatrix als Ausdruck der n Eigenwerte λ_i , $i = 1 \dots n$, des geschlossenen Regelkreis und sogenannter Parametervektoren \mathbf{p}_i darzustellen, $\mathbf{R} = \mathbf{R}(\lambda_1, \dots, \lambda_n; \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n)$. Geht man davon aus, dass die durch den vorstehenden Entwurfsprozess gefundenen λ_i weitgehend unverändert bleiben sollen, kann mit den wählbaren Parametervektoren die Struktur von \mathbf{R} verändert werden. So ist es vorstellbar, einzelne Spalten klein zu machen, wodurch ein Ausgangsregler entsteht, d.h. die zu der minimierten Spalte gehörende Zustandsgröße wird zur Erzeugung des Stellsignals nicht mehr benötigt und muss deshalb auch nicht gemessen werden. Für Magnetlager kann dies zu einer Verringerung von Meßstellen der Rotorposition führen.

A. Elektromagnetismus

A.1. Maxwell'sche Gleichungen

Die Maxwell'schen Gleichungen stellen ein in sich geschlossenes Gleichungssystem zur Beschreibung der Wechselwirkung von elektrischen und magnetischen Feldern dar. In integraler Form lauten diese

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = \int_A \left(\mathbf{g} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{A}, \quad (\text{A})$$

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_A \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}, \quad (\text{B})$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0, \quad (\text{C})$$

$$\oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} = \int_V \rho dV. \quad (\text{D})$$

(A) formuliert das Prinzip der elektrischen Ladungserhaltung mit der Leitungsstromdichte \mathbf{g} und dem Verschiebungsstrom $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$, wobei \mathbf{D} das Feld der dielektrischen Verschiebung repräsentiert. Das Integral der magnetischen Feldstärke \mathbf{H} entlang eines geschlossenen Weges ist also nur für quasistationäre Vorgänge gleich dem Strom $I = \int_A \mathbf{g} \cdot d\mathbf{A}$ innerhalb der von \mathbf{s} berandeten Fläche \mathbf{A} .

(B) stellt das wichtige Induktionsgesetz dar und besagt die Gleichheit zwischen dem Integral des elektrischen Feldes \mathbf{E} entlang eines geschlossenen Weges und der zeitlichen Änderung des magnetischen Flusses $\Phi = \int_A \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$ innerhalb der vom Weg umrandeten Fläche. Für das Spannungspotential gilt $U_{21} = -\int_1^2 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$.

(C) resultiert aus (B) und schildert das magnetische Feld ohne Quellen, was in der differentiellen Formulierung $\mathbf{div} \mathbf{B} = 0$ noch offensichtlicher wird. (C) kann als Anfangsbedingung für (B) aufgefaßt werden.

(D) definiert die elektrischen Ladungen als Quellen bzw. Senken des elektrischen Feldes, wobei die räumliche Ladungsdichte $\rho = \mathbf{div} \mathbf{D}$ innerhalb des Volumens V mit der Oberfläche A betrachtet wird. Da stets $\mathbf{rot} \mathbf{E} = 0$ gilt, ist das elektrische Feld wirbelfrei.

Zur Lösung des durch die Maxwell'schen Gleichungen beschriebenen Differentialgleichungssystems müssen noch Materialgleichungen der Form $\mathbf{D} = \mathbf{D}(\mathbf{E})$, $\mathbf{B} = \mathbf{B}(\mathbf{H})$ und $\mathbf{g} = \mathbf{g}(\mathbf{E})$ bekannt sein. Im Vakuum gilt Proportionalität für die beiden ersten Beziehungen. Für technische Anwendungen ist dies für $\mathbf{g}(\mathbf{E})$ ebenfalls fast immer gegeben (Ohmsches Gesetz).

Bei Vernachlässigung des Verschiebungsstromes und bei proportionalen Materialgleichungen $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$, $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ und $\mathbf{g} = \kappa \mathbf{E}$ lassen sich aus den Maxwell'schen Gleichungen sogenannte Diffusionsgleichungen gewinnen. Diese nachfolgend aufgeführten parabolischen Differentialgleichungen beschreiben, vereinfacht ausgedrückt, irreversible Vorgänge bei der Wandlung zwischen elektrischen und magnetischen Energien.

$$\Delta \mathbf{E} = \mu \kappa \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

$$\Delta \mathbf{g} = \mu \kappa \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t}$$

$$\Delta \mathbf{B} = \mu \kappa \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

A.2. Magnetische Energie

Mit der Definition des Poyntingschen Vektors

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$$

und seiner Divergenz

$$\mathbf{div} \mathbf{S} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{rot} \mathbf{E} - \mathbf{E} \cdot \mathbf{rot} \mathbf{H}$$

folgt aus dem Volumenintegral über $\mathbf{div} \mathbf{S}$ unter Anwendung des Gaußschen Integralsatzes

$$\int_V \mathbf{div} \mathbf{S} dV = \oint_A \mathbf{S} \cdot d\mathbf{A} = - \int_V (\mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}) dV - \int_V \mathbf{E} \cdot \mathbf{g} dV,$$

wenn gleich die beiden ersten Maxwellschen Gleichungen in differentieller Form

$$\begin{aligned} \mathbf{rot} \mathbf{H} &= \mathbf{g} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ \mathbf{rot} \mathbf{E} &= - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \end{aligned}$$

eingesetzt werden. Bei vereinfachten Materialbeziehungen $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$, $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$, $\mathbf{g} = \kappa \mathbf{E}$ gelangt man schließlich zu

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \left(\frac{\mu H^2}{2} + \frac{\epsilon E^2}{2} \right) dV + \int_V \frac{g^2}{\kappa} dV + \oint_A \mathbf{S} \cdot d\mathbf{A} = 0$$

Die letzte Beziehung stellt eine Leistungsbilanz für elektromagnetische Felder dar. Die in dem betrachteten Volumen vorhandene magnetische (H) und elektrische (E) Energie wird durch die beiden Summanden im ersten Integral repräsentiert. Das zweite Integral stellt keine elektromagnetische Feldenergie mehr dar, sondern die Wärmeleistung des Stromes. Über die Oberfläche des Volumens strömt die Energieflußdichte \mathbf{S} .

B. Rotordynamik

B.1. Winkelorientierungen

Die Darstellungen eines räumlichen Vektors \mathbf{r} in zwei orthogonalen Koordinatensystemen (H) und (1) mit gleichem Ursprung sind durch die orthogonalen Transformationsmatrizen \mathbf{T}_{1H} und \mathbf{T}_{H1} mit

$$\begin{aligned}\mathbf{T}_{1H}\mathbf{T}_{H1} &= \mathbf{I} \text{ sowie} \\ \mathbf{T}_{1H} &= \mathbf{T}_{H1}^T\end{aligned}$$

verknüpft,

$$\begin{aligned}\mathbf{r}^{(1)} &= \mathbf{T}_{1H}\mathbf{r}^{(H)} \text{ bzw.} \\ \mathbf{r}^{(H)} &= \mathbf{T}_{H1}\mathbf{r}^{(1)}.\end{aligned}$$

Der Zusammenhang zwischen den Basisvektoren $\mathbf{e}_i^{(H)}$ und $\mathbf{e}_i^{(1)}$, $i = 1 \dots 3$, wird dann auch hergestellt durch

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_1^{(H)} & \mathbf{e}_2^{(H)} & \mathbf{e}_3^{(H)} \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{H1} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1^{(1)} & \mathbf{e}_2^{(1)} & \mathbf{e}_3^{(1)} \end{bmatrix}.$$

Wird um die x-Achse des (1) Systems eine Drehung mit dem Winkel β_1 ausgeführt und anschließend um die nunmehr verdrehte y-Achse eine Drehung mit β_2 sowie entsprechend eine Drehung mit β_3 um die z-Achse, entsteht das (H) System. Mit den Kardanwinkeln (Bryant Winkeln) β_1 , β_2 und β_3 kann die Transformationsmatrix durch

$$\mathbf{T}_{H1} = \begin{bmatrix} c_2 c_3 & c_1 s_3 + s_1 s_2 c_3 & s_1 s_3 - c_1 s_2 c_3 \\ -c_2 s_3 & c_1 c_3 - s_1 s_2 s_3 & s_1 c_3 + c_1 s_2 s_3 \\ s_2 & -s_1 c_2 & c_1 c_2 \end{bmatrix}$$

dargestellt werden (siehe (Wittenburg, 1977)), wobei die Abkürzungen $c_i = \cos \beta_i$ und $s_i = \sin \beta_i$ verwendet wurden. Für ausreichend kleine Winkel

β_1 und β_2 gilt $\beta_1 \approx \Phi_x^{(1)}$ und $\beta_2 \approx \Phi_y^{(1)}$ mit $\Phi_x^{(1)}$ und $\Phi_y^{(1)}$ als den Verdrehwinkeln um die Achsen x und y des (1)-Systems. Ist $\beta_3 \approx 0$ wird

$$\mathbf{T}_{H1} \approx \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\Phi_y^{(1)} \\ 0 & 1 & \Phi_x^{(1)} \\ \Phi_y^{(1)} & -\Phi_x^{(1)} & 1 \end{bmatrix}.$$

Eine Darstellung der Kardanwinkelgeschwindigkeiten

$$\dot{\boldsymbol{\gamma}} = \begin{bmatrix} \dot{\gamma}_1 & \dot{\gamma}_2 & \dot{\gamma}_3 \end{bmatrix}^{\mathbf{T}}$$

im ruhenden (0)-System und dem gegenüber diesem um γ_1 , γ_2 sowie γ_3 verdrehtem (1) System, mit den Winkelgeschwindigkeiten

$$\dot{\boldsymbol{\varphi}}^{(1)} = \boldsymbol{\omega}^{(1)} = \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_x \\ \dot{\varphi}_y \\ \dot{\varphi}_z \end{bmatrix}^{(1)} \quad \text{und} \quad \dot{\boldsymbol{\varphi}}^{(0)} = \boldsymbol{\omega}^{(0)} = \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_x \\ \dot{\varphi}_y \\ \dot{\varphi}_z \end{bmatrix}^{(0)}$$

erfolgt durch

$$\boldsymbol{\omega}^{(1)} = \mathbf{T}_{1\alpha} \dot{\boldsymbol{\gamma}} \quad \text{mit}$$

$$\mathbf{T}_{1\alpha} = \begin{bmatrix} \mathbf{c}_2 & \mathbf{c}_3 & \mathbf{s}_3 & 0 \\ -\mathbf{c}_2 & \mathbf{s}_3 & \mathbf{c}_3 & 0 \\ \mathbf{s}_2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

beziehungsweise

$$\boldsymbol{\omega}^{(0)} = \mathbf{T}_{0\alpha} \dot{\boldsymbol{\gamma}} \quad \text{mit}$$

$$\mathbf{T}_{0\alpha} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \mathbf{s}_2 \\ 0 & \mathbf{c}_1 & -\mathbf{c}_2 \mathbf{s}_1 \\ 0 & \mathbf{s}_1 & \mathbf{c}_1 \mathbf{c}_2 \end{bmatrix},$$

wobei nun $\mathbf{c}_i = \cos \gamma_i$ und $\mathbf{s}_i = \sin \gamma_i$ sind und der Index α die Transformation aus dem Kardansystem andeutet.

Sind $\gamma_1, \gamma_2 \ll 1$, wird

$$\omega^{(0)} \approx \dot{\tilde{\gamma}} \text{ und}$$

$$\mathbf{T}_{1\alpha} \approx \begin{bmatrix} \mathbf{c}_3 & \mathbf{s}_3 & 0 \\ -\mathbf{s}_3 & \mathbf{c}_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

B.2. Ansatzfunktionen

Lokale Ritz-Ansätze für Balkenelemente nach (Gasch; Knothe, 1987), Band II, mit der Bezugsvariablen $\zeta = \frac{\tilde{x}}{l}$:

$$\mathbf{a}_f = \begin{bmatrix} f_1(\zeta) \\ f_2(\zeta) \\ f_3(\zeta) \\ f_4(\zeta) \end{bmatrix} = \frac{1}{1 + 12p_s} \begin{bmatrix} 1 + 12p_s - 3\zeta^2 + 2\zeta^3 - 12p_s\zeta \\ l \left(-(1 + 12p_s)\zeta + 2(1 + 3p_s)\zeta^2 - \zeta^3 + 6p_s\zeta \right) \\ 3\zeta^2 - 2\zeta^3 + 12p_s\zeta \\ l \left((1 - 6p_s)\zeta^2 - \zeta^3 + 6p_s\zeta \right) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{a}_g = \begin{bmatrix} g_1(\zeta) \\ g_2(\zeta) \\ g_3(\zeta) \\ g_4(\zeta) \end{bmatrix} = \frac{1}{(1 + 12p_s)l} \begin{bmatrix} 6\zeta(1 - \zeta) \\ l(1 + 12p_s - 4(1 + 3p_s)\zeta + 3\zeta^3) \\ -6\zeta(1 - \zeta) \\ -l\zeta(2(1 - 6p_s) - 3\zeta) \end{bmatrix}$$

Schubparameter: $p_s = E I_K / l^2 G A_S$; $A_S = 0.89 A_K$; A_K, I_K sind die Fläche bzw. das axiale Flächenträgheitsmoment des Kreiswellenquerschnittes.

B.2.1. Koeffizienten für zylindrische Wellenelemente

Steifigkeit	Gyroskopie
$a_1 = \frac{12}{1 + \epsilon} \frac{EI_K}{l^3}$	$g_1 = \frac{6}{5} \frac{1}{l} \Omega^2 \mu_m$
$a_2 = \frac{6}{1 + \epsilon} \frac{EI_K}{l^2}$	$g_2 = \frac{1}{10} \Omega^2 \mu_m$
$a_3 = \frac{4 + \epsilon}{1 + \epsilon} \frac{EI_K}{l}$	$g_3 = \frac{1}{30} l \Omega^2 \mu_m$
$a_4 = \frac{2 - \epsilon}{1 + \epsilon} \frac{EI_K}{l}$	$g_4 = \frac{2}{15} l \Omega^2 \mu_m$

Massen

$$b_1 = \frac{1}{(1 + \epsilon)^2} \left(\frac{156}{420} \mu l + \frac{36}{30} \frac{\mu_m}{l} + \frac{84}{120} \epsilon \mu l + \frac{40}{120} \epsilon^2 \mu l \right)$$

$$b_2 = \frac{1}{(1 + \epsilon)^2} \left(\frac{54}{420} \mu l - \frac{36}{30} \frac{\mu_m}{l} + \frac{36}{120} \epsilon \mu l + \frac{20}{120} \epsilon^2 \mu l \right)$$

$$b_3 = \frac{l}{(1 + \epsilon)^2} \left(\frac{22}{420} \mu l + \frac{3}{30} \frac{\mu_m}{l} + \frac{11}{120} \epsilon \mu l + \frac{5}{120} \epsilon^2 \mu l - \frac{3}{6} \epsilon \frac{\mu_m}{l} \right)$$

$$b_4 = \frac{l}{(1 + \epsilon)^2} \left(\frac{13}{420} \mu l - \frac{3}{30} \frac{\mu_m}{l} + \frac{9}{120} \epsilon \mu l + \frac{5}{120} \epsilon^2 \mu l + \frac{3}{6} \epsilon \frac{\mu_m}{l} \right)$$

$$b_5 = \frac{l^2}{(1 + \epsilon)^2} \left(\frac{4}{420} \mu l + \frac{4}{30} \frac{\mu_m}{l} + \frac{2}{120} \epsilon \mu l + \frac{1}{120} \epsilon^2 \mu l + \frac{1}{6} \epsilon \frac{\mu_m}{l} + \frac{2}{6} \epsilon^2 \frac{\mu_m}{l} \right)$$

$$b_6 = \frac{l^2}{(1 + \epsilon)^2} \left(\frac{3}{420} \mu l + \frac{1}{30} \frac{\mu_m}{l} + \frac{2}{120} \epsilon \mu l + \frac{1}{120} \epsilon^2 \mu l + \frac{1}{6} \epsilon \frac{\mu_m}{l} - \frac{1}{6} \epsilon^2 \frac{\mu_m}{l} \right)$$

Einfluss der Schubverformung (Timoshenko-Balken): $\epsilon = 12E I_K / l^2 G A_s$;
 ohne Schubverformung wird $\epsilon = 0$.

$$A_K = D_W^2 \pi / 4.$$

$$A_S = 0.89 A_k.$$

$$I_K = \pi D_W^4 / 64.$$

Massenbelegung: $\mu = A_K \rho$.

Drehmassenbelegung: $\mu_m = I_K \rho$.

Wellenlänge: l .

Winkelgeschwindigkeit: Ω .

Wellendurchmesser: $D_W = 0.016 \text{ m}$.

Elastizitätsmodul Stahl C 60: $E = 206 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$.

Schubmodul Stahl C 60: $G = 78 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$.

Dichte: $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$.

B.2.2. Hermite-Interpolationspolynome

Hermite-Interpolationspolynome nach (Gasch and Knothe, 1987), Band II, mit der Bezugsvariablen $\zeta = \frac{z}{l}$:

$$\begin{aligned} h_1(\zeta) &= 1 - 3\zeta^2 + 2\zeta^3 \\ h_2(\zeta) &= -\zeta(1 - \zeta)^2 l \\ h_3(\zeta) &= 3\zeta^2 - 2\zeta^3 \\ h_4(\zeta) &= \zeta^2(1 - \zeta) l \end{aligned}$$

Wellenlänge: l .

B.3. Rotorkomponenten

Der hier verwendete Rotor besteht aus einer Welle mit 16 mm Durchmesser, die an ihren beiden Enden jeweils einen Magnetlagerrotor aufnimmt. Die Befestigung wird durch Konusverbindungen gewährleistet. Weitere (scheibenförmige) Rotoraufbauten sind zwischen den Magnetlagerrotoren

Nr.	Bezeichnung	Masse [kg]	J_p [10^{-3} kgm ²]	J_d [10^{-3} kgm ²]	ξ_c [10^{-3} m]
1	Welle	1.657	0.0511	155.4913	600.00
2	Magnetlagerrotor	1.410	0.6417	1.3741	63.10
3	Scheibe	1.16	2.5151	1.3237	16.59

Tabelle B.1: Massegeometrie der Rotorkomponenten

frei plazierbar und werden mittels einer Kegelhülse auf der Welle verspannt. Die Massegeometrie der Einzelkomponenten zeigt Tabelle B.1 für Bild B.1.

Für einen Gesamtaufbau, bestehend aus Welle, zwei Magnetlagerrotoren und einer so angeordneten Scheibe, das deren Massenschwerpunkt mit dem der Welle übereinstimmt, entsteht ein vollsymmetrischer Rotor mit den Daten

$$\begin{aligned}
 m_{ges}: & \quad 5.64 \text{ kg}, \\
 J_{p,ges}: & \quad 3.85 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2, \\
 J_{d,ges}: & \quad 756.275 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2.
 \end{aligned}$$

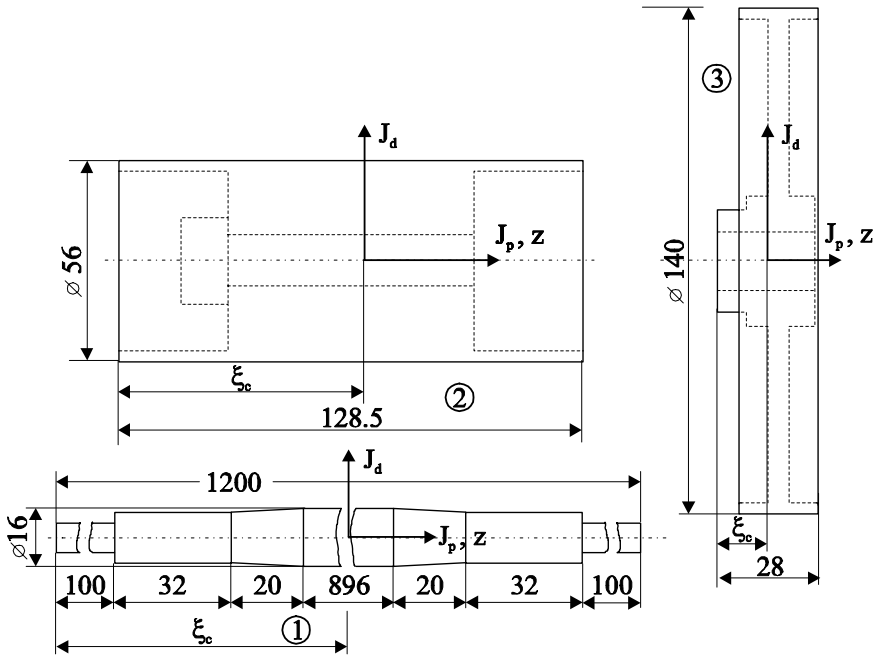


Bild B.1: Rotorkomponenten im Maßstab 1:2 [mm]

C. Regelungstechnik

C.1. Singulärwertzerlegung

Jede $m \times n$ Matrix \mathbf{H} vom Rank r kann in die Form

$$\mathbf{H} = \mathbf{U} \begin{bmatrix} \Sigma & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{V}^T$$

mit

$$\begin{aligned} \mathbf{U}\mathbf{U}^T &= \mathbf{I}^{m \times m}, \mathbf{V}\mathbf{V}^T = \mathbf{I}^{n \times n}, \Sigma = \text{diag} [\sigma_1 \quad \sigma_2 \quad \dots \quad \sigma_r], \\ \sigma_1 &\geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r > 0 \end{aligned}$$

überführt werden. \mathbf{U} und \mathbf{V} sind demnach orthonormale Matrizen und $\sigma_1, \dots, \sigma_r$ die Singulärwerte von \mathbf{H} .

C.2. Steuer- und Beobachtbarkeit

Steuerbarkeitsdefinition: Das zeitkontinuierliche System $\{\mathbf{A}, \mathbf{B}\}$, beschrieben durch die n -dimensionale, lineare Zustandsgleichung

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \mathbf{i}(t)$$

mit

$$\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n \times 1}, \mathbf{i} \in \mathbb{R}^{p \times 1}, \mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}, \mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times p}$$

ist steuerbar zur Zeit t_0 , wenn es eine endliche Zeit $t_1 > t_0$ gibt, so dass für jedes $\mathbf{x}(t_0)$ und $\mathbf{x}(t_1)$ im Zustandsraum ein Eingang $\mathbf{i}([t_0, t_1])$ existiert, der $\mathbf{x}(t_0)$ in den Zustand $\mathbf{x}(t_1)$ überführt.

Weiterhin gilt der Satz (Ludyk, 1990):

Das lineare zeitinvariante zeitkontinuierliche System $\{\mathbf{A}, \mathbf{B}\}$ n-ter Ordnung ist dann und nur dann vollständig steuerbar, wenn der Rang der Steuerbarkeitsmatrix

$$\mathbf{Q}_C = \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{AB} & \dots & \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times p \cdot n}$$

n ist.

Der von den Spalten von \mathbf{Q}_C aufgespannte lineare Unterraum des Zustandsraumes \mathbb{R}^n heißt erreichbarer Unterraum des linearen Systems $\{\mathbf{A}, \mathbf{B}\}$.

Beobachtbarkeitsdefinition: Das zeitkontinuierliche System $\{\mathbf{A}, \mathbf{L}\}$, beschrieben durch die n-dimensionale, lineare Zustandsgleichung

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \mathbf{i}(t)$$

und die Meßgleichung

$$\mathbf{y} = \mathbf{L} \mathbf{x}$$

mit

$$\mathbf{y} \in \mathbb{R}^{q \times 1}, \mathbf{L} \in \mathbb{R}^{q \times n}$$

ist beobachtbar zum Zeitpunkt t_0 , wenn ein endliches $t_1 > t_0$ existiert, so dass für jeden Zustand $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(t_0)$ die Kenntnis des Einganges $\mathbf{i}([t_0, t_1])$ und des Ausganges $\mathbf{y}([t_0, t_1])$ über dem Zeitintervall $[t_0, t_1]$ ausreicht um \mathbf{x}_0 zu bestimmen.

Weiterhin gilt der Satz (Chen, 1984):

Das lineare zeitinvariante zeitkontinuierliche System $\{\mathbf{A}, \mathbf{L}\}$ n-ter Ordnung ist dann und nur dann vollständig beobachtbar, wenn der Rang der Beobachtbarkeitsmatrix

$$\mathbf{Q}_O = \begin{bmatrix} \mathbf{L} \\ \mathbf{LA} \\ \dots \\ \mathbf{LA}^{n-1} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{q \cdot n \times n}$$

n ist. Der von den Spalten von \mathbf{Q}_O aufgespannte lineare Unterraum des Zustandsraumes \mathbb{R}^n heißt beobachteter Unterraum des linearen Systems $\{\mathbf{A}, \mathbf{L}\}$.

C.3. Linearer quadratischer Regler

Für ein lineares, zeitinvariantes und diskretisiertes System

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_d \mathbf{x}_k + \mathbf{B}_d \mathbf{i}_k$$

liefert ein linearer, quadratisch optimaler Regler eine Stellgrößenfolge \mathbf{i}_k , $k = 0, 1, \dots, \infty$, die das quadratische Gütekriterium

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} (\mathbf{x}_k^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{x}_k + \mathbf{i}_k^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{i}_k)$$

minimiert, mit wählbaren Matrizen \mathbf{Q}_1 und \mathbf{Q}_2 die symmetrisch und mindestens positiv definit sein müssen.

Die Bestimmung der optimalen Stellgrößenfolge erfolgt dann über die Lösung eines Minima-Problems mit Nebenbedingungen unter Verwendung der Methode der Lagrange-Multiplikatoren ($\boldsymbol{\lambda}_k$), das auf die Hamilton-Funktion

$$H(k) = \frac{1}{2} (\mathbf{x}_k^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{x}_k + \mathbf{i}_k^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{i}_k) + \boldsymbol{\lambda}_{k+1}^T (\mathbf{A}_d \mathbf{x}_k + \mathbf{B}_d \mathbf{i}_k)$$

führt. Zur Lösung des vorstehenden Problems muss die algebraische Matrix-Riccati-Gleichung

$$\mathbf{P} = \mathbf{Q}_1 + \mathbf{A}_d^T \left[\mathbf{P} - \mathbf{P} \mathbf{B}_d (\mathbf{Q}_2 + \mathbf{B}_d^T \mathbf{P} \mathbf{B}_d)^{-1} \mathbf{B}_d^T \mathbf{P} \right] \mathbf{A}_d,$$

berechnet werden, deren Ergebnis \mathbf{P} für die Bestimmung der optimalen Reglermatrix

$$\mathbf{R} = (\mathbf{Q}_2 + \mathbf{B}_d^T \mathbf{P} \mathbf{B}_d)^{-1} \mathbf{B}_d^T \mathbf{P} \mathbf{A}_d$$

in

$$\mathbf{i}_k = -\mathbf{R} \mathbf{x}_k$$

benötigt wird, (Ludyk, 1990).

D. Verschiedenes

D.1. Laplace Transformation

D.1.1. Endwertsatz

Besitzt $f(t)$ eine Laplace-Transformation $\mathcal{L}\{f(t)\}$ und strebt $f(t)$ einem endlichen Grenzwert zu, so gilt

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s\mathcal{L}\{f(t)\}$$

D.2. z -Transformation

Die z -Transformation einer Folge $e_k = e(k)$, $k = 0, 1, \dots$ ist definiert als die Reihe

$$E(z) \triangleq \mathcal{Z}\{e_k\} \triangleq \sum_{k=0}^{\infty} e_k z^{-k}, \quad z \in \mathbb{C}.$$

D.3. Komplexe Kurvenapproximation

Eine komplexwertige Datenreihe $[g_n] \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ mit einer korrespondierenden Datenreihe $[\omega_n] \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ kann durch eine rationale Funktion

$$\frac{\mathcal{F}\{\cdot\}}{\mathcal{F}\{\cdot\}} = \frac{B(\omega)}{A(\omega)} = \frac{\sum_{k=0}^K b_k(j\omega)^k}{\sum_{l=0}^L a_l(j\omega)^l}$$

für $N > (K + L + 2)$ approximiert werden, indem der Fehlerausdruck

$$\begin{aligned}
 S &= \sum_{n=1}^N |g_n A(\omega_n) - B(\omega_n)|^2 = \sum_{n=1}^N (\Delta_{\text{Re}_n}^2 + \Delta_{\text{Im}_n}^2) \text{ mit} \\
 \Delta_{\text{Re}_n} &= \sum_{l=0}^L (-1)^l (\text{Re}(g_n) a_{2l} \omega_n^{2l} - \text{Im}(g_n) a_{2l+1} \omega_n^{2l+1}) - \sum_{k=0}^K (-1)^k b_{2k} \omega_n^{2k} \\
 \Delta_{\text{Im}_n} &= \sum_{l=0}^L (-1)^l (\text{Re}(g_n) a_{2l+1} \omega_n^{2l+1} + \text{Im}(g_n) a_{2l} \omega_n^{2l}) - \sum_{k=0}^K (-1)^k b_{2k+1} \omega_n^{2k+1}
 \end{aligned}$$

im Sinne einer quadratischen Fehlerbehandlung zur Bestimmung der Koeffizienten a_l und b_k minimiert wird (siehe (Levi, 1959)):

$$\min_{a,b} S \Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{\partial S}{\partial a_0} \\ \vdots \\ \frac{\partial S}{\partial a_L} \\ \cdots \\ \frac{\partial S}{\partial b_0} \\ \vdots \\ \frac{\partial S}{\partial b_K} \end{bmatrix} = 0.$$

E. Beschreibung technischer Einrichtungen

E.1. Magnetlager

Typ:	A	B
Blechpaket		
Nenn- \emptyset :	56 mm	
Außen- \emptyset :	138 mm	
Lagerbreite :	26 mm	50 mm
Polschuhbreite :	12mm	
Zul. Wicklungstemp. :	70°C	
Kühlungsart :	Eigen	
Ansteuerung :	Differenz	
Zul. Durchflutung :	1600 AW	
Material :	V 270-35A	
Stapelfaktor :	0,95	
Wicklung		
Anzahl Polpaare :	4	
Füllfaktor :	0,2	
Windungszahl :	208	
Cu-Widerstand :	0,7 Ω	
Induktivität (0,75 mm Spalt) :	11 mH	
Draht- \emptyset :	1,3 mm	
Wickelkopfhöhe :	20 mm	
Temperaturüberwachung :	keine	
Tragfähigkeiten		
Max. Tragfähigkeit :	348 N	670 N
Spez. Tragfähigkeit :	24 N/cm ²	

Das im Bild E.1 gezeigte Magnetlager lässt die Magnetlagerspulen erkennen.

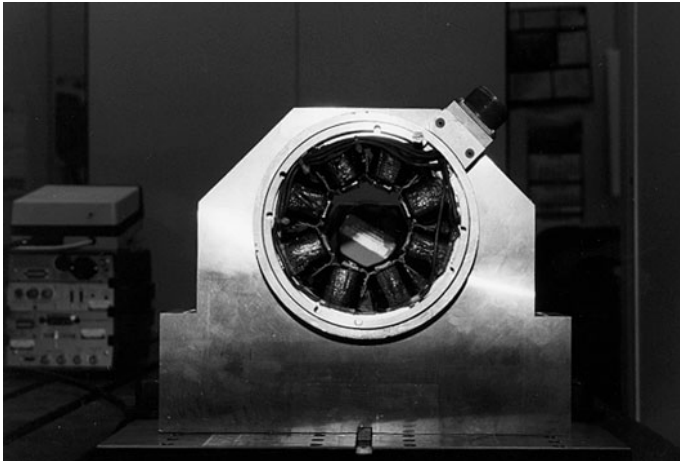


Bild E.1: Magnetlagerspulen sichtbar

E.2. Leistungsverstärker

Bauart :	Getaktet, Pulsweitenmoduliert (PWM)
Hersteller :	Mecos Traxler AG, Winterthur, Schweiz
PWM Frequenz :	22 kHz
Versorgungsspannung :	+116 V
Ausgangsspannung :	± 116 V
Dauerstrom :	± 5 A
Spitzenstrom :	± 14 A
Verlustleistung bei 5 A :	12 W
Kleinste zul. Induktivität :	3 mH

Bild E.2 zeigt die auf einer Europakarte aufgebaute Leistungselektronik des Leistungsverstärkers.

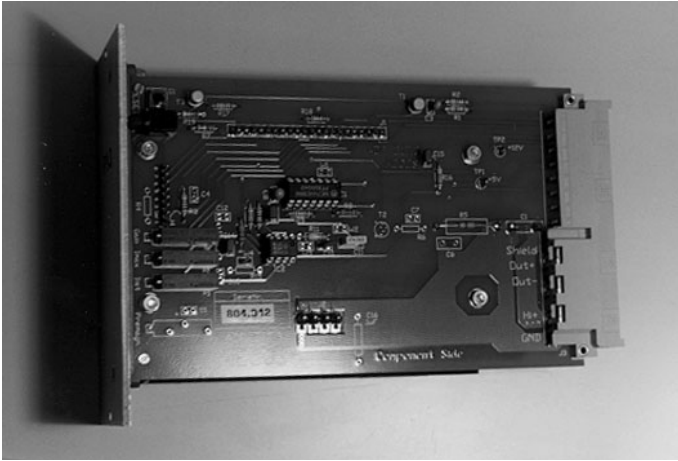


Bild E.2: Euro-Platine des Leistungsverstärker

E.3. Parallelrechner

Kurzbeschreibung:

Parallelrechner auf Transputerbasis mit 2 Analog-Digital-Konverterkarten, 3 Digital-Analog-Konverterkarten sowie zwei Doppelprozessorkarten für hohe Rechenleistung.

Hersteller:

Parsytec GmbH, Aachen

AD-Konverterkarten:

Prozessor: T222 Transputer, 20 MHz Taktrate, 16 bit interne Datenbreite

AD-Sektion: 12 bit ADC wahlweise mit Sample-Hold, Eingangsspannungsbereiche durch Software wählbar mit max -10 V bis +10 V, Akquirierung eines 10 V Sprunges mit 0,01 % Genauigkeit innerhalb von 3 μ sec, Konvertierungszeit 5 μ sec, 16 Single Ended Meßkanäle

DA-Konverterkarten:

Prozessor: T222 Transputer, 20 MHz Taktrate, 16 bit interne Datenbreite

DA-Sektion: 12 bit DAC, Ausgangsspannungsbereiche durch Software wählbar mit max -10 V bis +10 V, Settling innerhalb von $2 \mu\text{sec}$, 8 Single Ended Kanäle

Doppelprozessorkarten:

Bestehend aus Motorola PowerPC 601 Risc Prozessor mit 80 MHz Taktrate und INMOS T805-30 Transputer. Gesamtspeicher 32 MB.

Weitere Angaben nach den Handbüchern des Herstellers für die Serien TPM-ADC, TPM-DAC und TPM-MPC Version 1.0, Februar 1994.

E.4. Weitere Komponenten des Magnetlagersystems

Bild E.3 zeigt verschiedene Komponenten zur Antriebssteuerung und Signalauswertung.

E.4.1. Sensorik

Wegaufnehmer:

Meßprinzip : Wirbelstromaufnehmer mit Meßoszillator und Temperaturkompensation

Meßsignalauswertung : Analog

Kalibrierung : Linear 1...2 mm entsprechend 3...5 V für Rotorstahl X 10 CrNiTi 189

Hersteller : Telemetrie+Messtechnik GmbH

Drehzahlmessung:

Inkrementalgeber mit Auswertungselektronik zur Signalausgabe:

-12000...12000 min^{-1} entsprechend -10...10 V (analog)

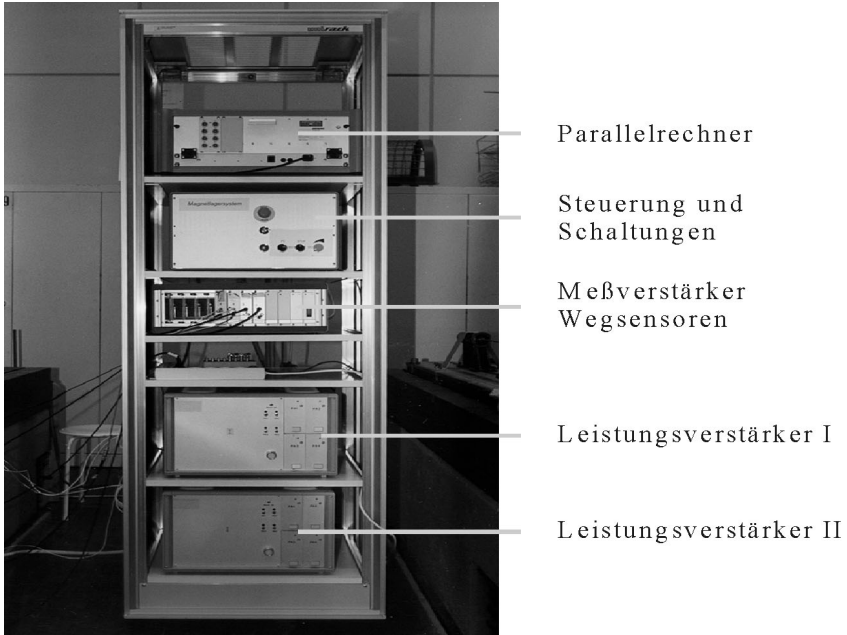


Bild E.3: Rack des Magnetlagerversuchsstandes

E.4.2. Antrieb

Asynchronmaschine mit Umrichter-Antrieb:

Maschine : 2.2 kW, max. Drehzahl 12000 min^{-1} ,
feingewuchtet

Leistungsteil Umrichter: Pulswechselelrichter mit IGBT

Steuerteil Umrichter : Digitale Steuereinheit mit
16-bit-Microcontroller

E.5. Vermessungseinrichtung für Magnetlager

Zur Messung von Magnetkräften wurde eine Vermessungseinrichtung gebaut, bei der das zu vermessende Magnetlager horizontal und vertikal durch Spindeln gegenüber einem fixierten Rotor verfahren werden kann. Die Bestimmung des Abstandes zum Rotor (Luftspalt) erfolgt mit den magnetlagereigenen Sensoren. Der zur Vermessungseinrichtung gehörende speziell ausgebildete Rotor wird durch vier piezoresistive Kraftaufnehmer fixiert, die statische wie auch dynamische Kräfte messen können.

Die Skizze E.6 und die Photos E.4 sowie E.5 verdeutlichen den Aufbau.

Verwendete Meßtechnik

Kraftaufnehmer:

Typ :	Piezoresistiv
Hersteller :	Kistler AG, Winterthur, Schweiz
Meßbereich :	-500... 500 N
Eigenfrequenz :	27 kHz
Empfindlichkeit :	50 N/V
Anstiegszeit :	15 μ sec
Steifheit :	40 N/ μ m

Oszilloskop:

Typ :	PM 3394B (Digital/Analog)
Hersteller :	Fluke Corp., Everett, WA, USA
Bandbreite (Digital):	200 MHz
Max. erkennbare Spitzenweite :	10 nsec
Datenschnittstelle :	RS-232C Serial Interface

PC-Meßtechnik :

Typ :	BE 490 (PC Einsteckkarte)
Hersteller :	Bakker Electronics, Dongen, Holland
AD-Wandlung :	12 bit, ± 1 LSB Genauigkeit
Abtastfrequenz :	1 Hz bis 1 MHz
Meßbereich_ :	± 10 , ± 5 , ± 2.5 , ± 1.25 V
Auswertungssoftware :	Signalys Version 3.1 von Ziegler Instruments, Mönchengladbach
Portabler PC :	Pentium Processor, 32 MB Hauptspeicher; Betriebssystem Dos 6.2

Auswertungssoftware :

Eigene Auswertungsprogramme unter Verwendung der Software Matlab Version 5, mit den Toolboxen Signal Processing und Control System. Hersteller: The Math Works, Inc, 24 Prime Park Way, Natick, MA 01760, USA.

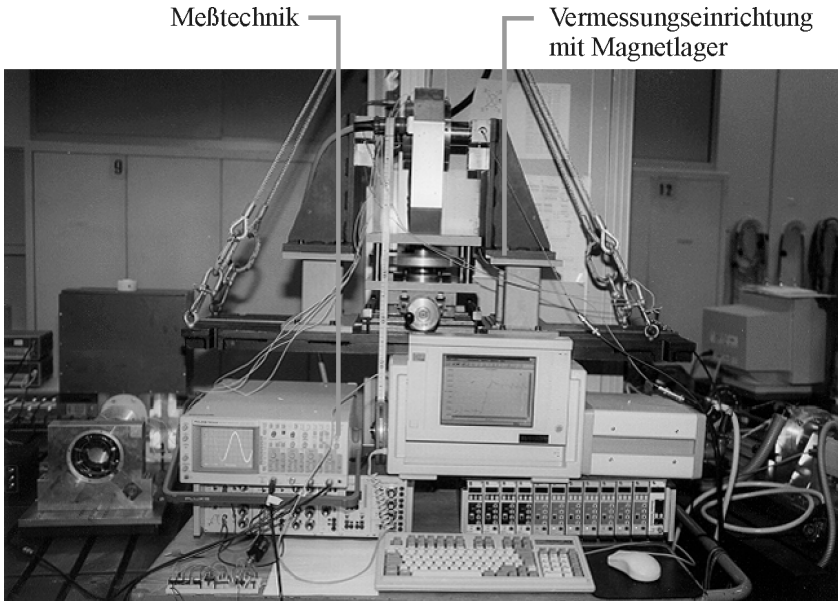


Bild E.4: Magnetlager und Vermessungseinrichtung

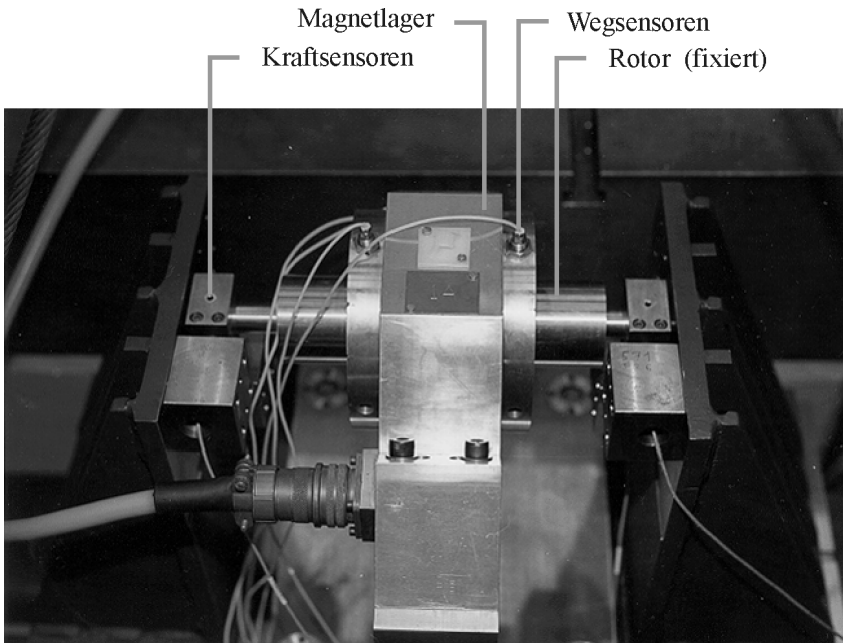


Bild E.5: Magnetlager und Vermessungseinrichtung

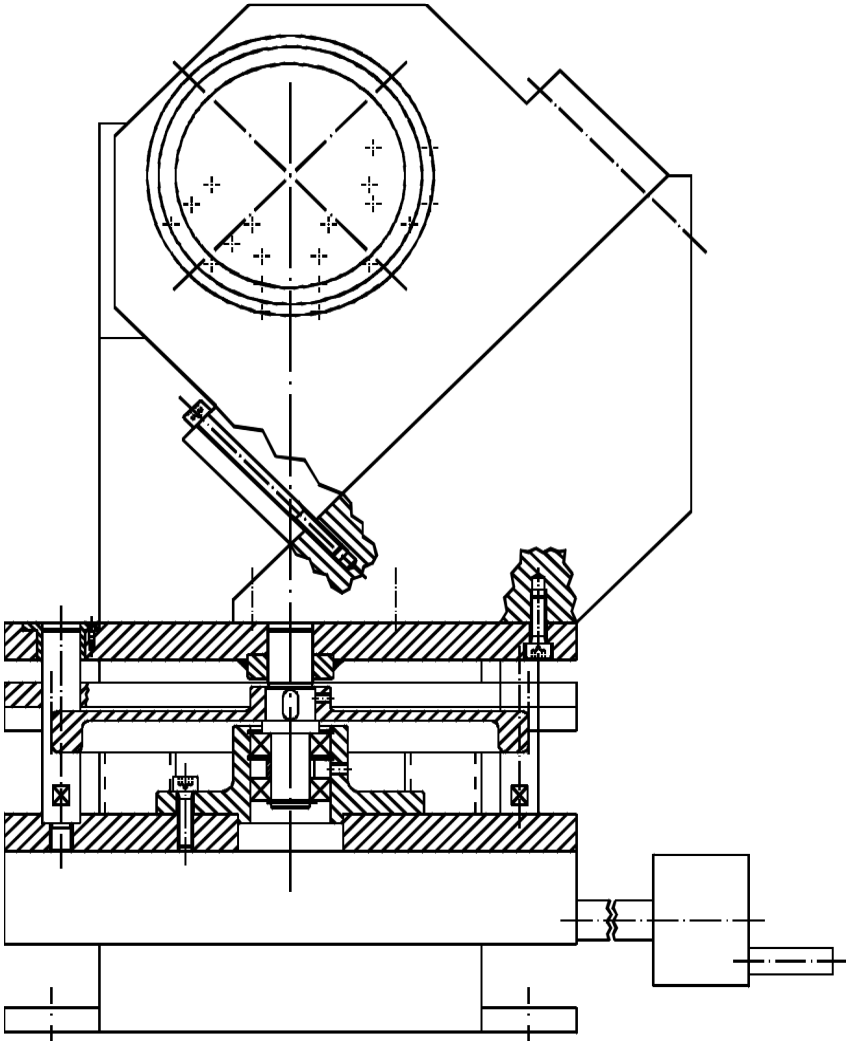


Bild E.6: Magnetlager in Vermessungseinrichtung

Literaturverzeichnis

- Abraham, D.: *Aktive Beeinflussung von Rotoren*, Dissertation, Universität der Bundeswehr Hamburg, 1992.
- Aström, K. J.; Wittenmark, B.: *Computer-Controlled Systems Theory and Design*, Information and System Science Series, Second Edition, Prentice-Hall International Editions, 1990.
- Backers, F.: Ein magnetisches Lager in *Philips Technische Rundschau 22*, Seiten 252–259, 1960/61.
- Bremer, H.; Pfeiffer, F.: *Elastische Mehrkörpersysteme*, Teubner-Studienbücher, 1992.
- Budig, P.: Stiffness of Magnetic Bearings in *Proceedings of the Fourth International Symposium on Magnetic Bearings, Zürich, Schweiz*, Seiten 251–256, 1994.
- Chen, C.: *Linear System Theory and Design*, Holt, Rinehart and Winston, 1984.
- Donges, A.; Noll, R.: *Lasermeßtechnik: Grundlagen und Anwendungen*, Technische Physik, Hüthig Buch Verlag GmbH, 1993.
- Fabian, D.: *Parallel Processing in Digital Control*, Springer-Verlag, 1992.
- Föllinger, O.: *Regelungstechnik*, 8. Auflage, Hüthig Buch Verlag, 1994.
- Franklin, G. F.; Powell, D. J.; Workman, M. L.: *Digital Control of Dynamic Systems*, Control Engineering, Second Edition, Addison-Wesley Publishing Company, 1990.
- Gasch, R.; Knothe, K.: *Strukturdynamik*, Vol. I-II, Springer-Verlag, 1987.
- Grbesa, B.: Low Loss and Low Cost Active Radial Homopolar Magnetic Bearing in *Proceedings of the Seventh International Symposium on Magnetic Bearings, Zürich, Schweiz*, 2000.

- Hautus, M.: *Controllability and Observability Conditions of Linear Autonomous Systems*, Indagationes Mathematicae 31, pages 443–448, 1969.
- Herzog, R.; Bleuler, H.: On Achievable H^∞ Disturbance Attenuation in AMB Control in *Proceedings of the Third International Symposium on Magnetic Bearings, Charlottesville VI, USA, Technomic Publication Company*, 1992.
- Hultmann, A.; Eriksson, M. L.: Die Anziehungskraft von Magnetlagern in *SKF Journal*, Januar 1999.
- Kasarda, M.: Design of a High Speed Rotating Loss Test Rig for radial Magnetic Bearings in *Proceedings of the Fourth International Symposium on Magnetic Bearings, Zürich, Schweiz*, Seiten 577–583, 1994.
- Knopf, E.; Nordmann, R.: Magnetic bearings for the identification of dynamic characteristics of fluid bearings—calibration results in *Proceedings of the Sixth International Symposium on Magnetic Bearings, Boston, USA*, 1998.
- Knospe, C.; Markert, R.: Control aspects of active magnetic bearings in *Proceedings of the 14th World Congress of the International Federation of Automatic Control (IFAC), China*, Seiten 475–480, 1999.
- Küpfmüller, K.: *Theoretische Elektrotechnik*, 10. Auflage, Springer-Verlag, 1973.
- Krämer, E.: *Dynamics of Rotors and Foundations*, Springer-Verlag, 1993.
- Lehner, G.: *Elektromagnetische Feldtheorie*, 2. Auflage, Springer-Verlag, 1990.
- Levi, E.: Complex-curve fitting in *IRE Transaction on Automatic Control*, **AC-4**, Seiten 37–44, 1959.
- Liegner, J.: *Entwicklung eines Simulationsmodells für ein Magnetlager-system unter Berücksichtigung von Nichtlinearitäten*, Studienarbeit, Universität der Bundeswehr Hamburg, Laboratorium für Schwingungslehre, 1998.
- Litz, L.: *Reduktion der Ordnung linearer Zustandsraummodelle mittels modaler Verfahren*, Hochschulverlag, Freiburg, 1979.

- Lösch, F.; Gähler, C.; Herzog, R.: μ -Synthesis Controller Design for a 3 MW Pump running in AMB's in *Proceedings of the Sixth International Symposium on Magnetic Bearings, Cambridge MA, USA, 1998*.
- Ludyk, G.: *Theoretische Regelungstechnik 1 und 2*, Information and System Science Series, Second Edition, Springer-Verlag, 1990.
- Markert, R.; Skricka, N.: Improvements of the Integration of Active Magnetic Bearings in *Proceedings of the First IFAC-Conference on Mechatronic Systems, Darmstadt, 2000*.
- MathWorks: *Simulink Version 2, Dynamic System Simulation for Matlab*, The MathWorks Inc., Natick, MA 01760, USA, 1996.
- Nalaraj, C.; Calvert, T.: Optimal design of radial magnetic bearings in *Proceedings of the Sixth International Symposium on Magnetic Bearings, Boston, USA, 1998*.
- Nordmann, R.: *Schwingungsberechnung von nichtkonservativen Rotoren mit Hilfe von Links- und Rechtseigenvektoren*, VDI-Berichte Nr. 269, 1976.
- Patentamt: *Patent-Nr. 0670957*, Beschwerdekammer des europäischen Patentamtes, Beschwerde-Aktenzeichen T 0878198-3.2.4, 2000.
- Roppenecker, G.: *Zeitbereichsentwurf linearer Regelungen*, R. Oldenbourg Verlag, 1990.
- Schönhoff, U.; Eisenträger, P.: Reduction of finite element models of flexible structures for controller design and integrated modelling in *Proceedings of the International Conference on Noise and Vibration Engineering, Leuven, Belgium, 2000*.
- Schoeb, R.; Bichsel, J.: Vector Control of the bearingless motor in *Proceedings of the Fourth International Symposium on Magnetic Bearings, Zürich, Schweiz, Seiten 327–332, 1994*.
- Schweitzer, G.: *Magnetic Bearings*, vdf Hochschulverlag AG an der ETH Zürich, 1995.
- Springer, H.: Simulation nichtlinearer Effekte in aktiven Magnetlagern in *Schwingungen in rotierenden Maschinen II: Referate der Tagung an der TU Wien, Vieweg Verlag, 1993, Seiten 34–41, 1993*.

- Steffani, H.; Hofmann, W.: Design and Comparison of Different Kinds of Radial Magnetic Bearings in *Proceedings of the Seventh International Symposium on Magnetic Bearings, Zürich, Schweiz, 2000*.
- Timoshenko, S.; Gere, J.: *Mechanics of Materials*, D. Van Nostrand, 1972.
- Traupel, W.: *Thermische Strömungsmaschinen*, Springer Verlag, 1982.
- Traxler, A.: *Eigenschaften und Auslegung von berührungsfreien elektromagnetischen Lagern*, Dissertation, ETH Zürich, 1985.
- Vischer, D.: *Sensorlose und spannungsgesteuerte Magnetlager*, Dissertation, ETH Zürich, 1988.
- Vogelpohl, G.: *Betriebssichere Gleitlager*, Springer-Verlag, 1967.
- Wassermann, J.; Springer, H.: A linear Power Amplifier with current injection (LACI) for Magnetic Bearings in *Proceedings of the Fourth International Symposium on Magnetic Bearings, Zürich, Schweiz, Seiten 371–376, 1994*.
- Witfeld, H.: *Vorlesungen zur Rotordynamik*, Universität der Bundeswehr, Laboratorium für Schwingungslehre, 1995.
- Wittenburg, J.: *Dynamics of systems of rigid bodies*, B.G. Teubner, 1977.

Lebenslauf

Norbert Gustav Buro

Geboren am 23.7.1959 in Bremen

Eltern: Günter und Gerlinde Buro, geb. Thedens

- | | |
|------------------------------------|---|
| Seit
März 1991 | Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für
Mechanik, Laboratorium für Mechatronik,
der Universität der Bundeswehr. |
| September 1989...
Februar 1991 | Mitarbeiter in der Abteilung Systemdynamik und
Simulationstechnik des Fraunhofer-Instituts
für Materialflußtechnik, Dortmund, und MBB Erno,
Bremen. |
| Sommer 1989 | Summer-University in den U.S.A. |
| Dezember 1988...
Mai 1989 | Werkstudent bei der AEG, Entwicklungsabteilung,
Hamburg, zur Erstellung der Diplom-Arbeit für die
TU Berlin. Abschluß: Diplom-Ingenieur (TU). |
| September 1987...
November 1988 | Studium an der University of Michigan, U.S.A.,
Department of Aerospace Engineering, System and
Control. Abschluss: Master of Science in Engineering. |
| April 1984...
August 1987 | Studium an der Technischen Universität Berlin,
Fachbereich Verkehrswesen. |
| Mai 1981...
März 1984 | Schiffsoffizier der Handelsmarine (Nordamerika,
Australasien, Südamerika) bei der Reederei
Columbus Line Inc., New York. Erwerb des
Befähigungszeugnis Leitender Ingenieur CI. |
| Herbst 1982 | Schweißfachingenieurausbildung SLV München. |
| März 1978...
April 1981 | Studium an der Hochschule Bremerhaven,
Fachrichtung Schiffsbetriebstechnik, Abschluss:
Diplom-Ingenieur (FH), Befähigungszeugnis CIW. |
| Juli 1977...
Februar 1978 | Ausbildung zum Ingenieur-Assistenten, DDG Hansa,
Bremen. |
| August 1975...
Juni 1977 | Besuch der Fachoberschule Bremen und einjähriges
Maschinenbaupraktikum bei der Fr. Kocks GmbH. |
| April 1966...
Juli 1975 | Besuch der Haupt- und Realschule in Bremen. |